Öneri, C.1, S.3
Haziran, 1995, ss.149-151

AL'KINDI VE MATEMATİKSEL MANTIK

Arş. Gör. Ömer ÖNALAN*
Arş. Gör. Tuncay CAN**

Giriş

Bu makalede ünlü Arap bilgini Al'kindi'nin felsefi çalışmaları incelenecektir. Bu çalışmalar M.Abu Raideh tarafından Al'kindi'nin Felsefi Makaleleri adı altında toplanarak ortaya çıkarılmıştır. Son yıllardaki gelişmelerden de anlaşıldığı gibi bu çalışmaların matematiksel mantık ile güçlü bir bağının olduğu görülmüştür. Bu makaleler, filozoflara, teologlara (tanrıbilimci) gönderilmiş, görünüşe göre matematikçilerin dikkatini çekmemiştir. Buna rağmen, bu makaleler matematik metod üzerinde son derece etkili olmuştur.

Bilindiği gibi matematiksel mantık, daha çok küme teorisi, aksiyom sistemlerinin kullanımı ile sayı kavramlarının soyutlanması ve genişletilmesi ile ilgilidir. Sayma işleminde yıllardır bilinen fiziksel yoruma sahip bulunan ve daha fazlasını elde etmek için ihtiyaç hissetmeyen bu işlemlerin en önemli özellikleri istikrarlı olmalarıdır. Böylece, mantık matematiğe girmiştir. Matematiksel mantığın habercisi gibi Al'kindi'nin çalışmalarına gereken itibarı vermek veya elimizdeki bu sayfalardan Al'kindi'nin fikirlerini okuyarak mantığını anlamak kolay bir iş değildir.

Amacımız Al'kindi'nin ilgilendiği problemlerin çözümünden ziyade O'nun yaptığı işe dikkatinizi çekmektir. Açıklık sağlamak amacıyla modern matematik terminolojisini ve kısıltmaları verildi. Böylece Al'kindi'nin düşüncelerinin içeriği çarpıtılmamış oldu.

Bizim açımızdan ilginç olan 4 makale, aşağıda başlıkları altında verilmiştir.

Ph. Al'kindi'nin birinci kitabı felsefe üzerine 81-162

Fw. Dünyadaki varlıkların sonluluğunun açıklanması 185-192

İnf. Ne sonsuz olabilir ve ne sonsuz olarak isimlendirilir 193-198

OF. maddi dünyanın sonluluğu ve tanrının birliği 199-207

Bu dört makalede, büyüklüğün çelişkiye yolaçtığı veya maddenin sonsuz gerçekliği hipotezini kanıtladığı görülür. Burada ve dört makalede bu ispat detaylı olarak tekrarlanmaktadır. Bu makalelerin yazımı hakkında kronolojik verilere sahip olunmadığından al'kindi'nin ispatının nasıl geliştiği anlaşılamamakta sadece onun ispatlarının matematiksel ve mantıksal yönü ile ilgilenilecektir.

Al'kindi'nin ispatladığı postülatların (A-I) listesi aşağıdadır.

Al'kindi, ispatları önsezi ile anlaşılabilen gerçek olaylar olarak adlandırır. Halbuki bunlar gerçekten teoremleri içerir ve aksiyomları incelemeden, onları kendi ispatlarında kullanır. Onun tezi sıradan aritmetiğin aksiyomatik bir genişlemesi olan sonsuzluğun hesaplanmasında, mantıksal bir çelişkiye yol açan gerçek sonsuzluğu göstermektedir. Aşağıdaki aksiyomlarda o, katı maddeler ve mesneler arasında veya onlarla, büyüklükleri arasında ilişki kurmada bir fark olmadığını gösterir. O zaman bu farklar dikkate alınmaz.

Aksiyomları yazarken mantıksal sembollere ek olarak aşağıdaki kısıltmaları kullanacağım.

a eşittir b için	**a=b**
a,b'den daha büyükse	**a>b**
a,b'den daha küçükse	**a<b**

* M.Ü. İİBF, İşletme Bölümü, Araştırma Görevlisi
** M.Ü. İİBF, İşletme Bölümü, Araştırma Görevlisi.

a ile b'nin birleşimi $a \cup b$

a, b tarafından kapsanır $a \subset b$

a'nın b'den farkı $a\backslash\backslash b$

a bölüm b ise $a|b$

Pos A (eşitliğe giriş) $> (a>b \vee b>a)\ a=b$

Pos B $a=b \Rightarrow /a/ = /b/$

/a/ benzerlik için veya a nesnesinin büyüklüğü ile ilgili olarak kullanılır.

Pos C $a=b \Rightarrow a \cup c > b$

Pos D $a\backslash\backslash b < a$

Pos E $a\backslash\backslash b \cup b=a$

Pos (sonsuzluğa giriş) $\mathbf{I}(a) \Leftrightarrow > \mathbf{F}(a)$

F(a), a'nın sonsuzluğunu, **I**(a) ise a'nın sonluluğunu göstermek için kullanılır.

Pos G $\mathbf{F}(a) \wedge \mathbf{F}(b) \Rightarrow \mathbf{F}(a \cup b)$

Pos H $a < b \Rightarrow \exists c(a|b \vee a|c \wedge c < b)$

Pos I $\mathbf{I}(a) \wedge \mathbf{I}(b) \Rightarrow |\ (a>b \vee b>a)$

Bu postülatların bazısı aksiyom olarak alınır. Bunlar ya **Pos A** ve **Pos B**'de olduğu gibi tanımsal ifadeler veya **Pos C**'de olduğu gibi gerçek ifadelerdir. Postülatların arasında fark olmasına rağmen, amacımız onların tam sınıflandırılmasını burada vermek değildir. Öte yandan Al'kindi, diğer postülatları teorem gibi ispatlar. Bu suretle, iki çeşit ispat bulunur.

a) Neler teorik model olarak adlandırılan: Ak'kindi, burada, postülatların seçilme nedenini nesnelere ilişkin fiziksel gerçekliklerin tekrarlanmasıyla açıklar ve postülatı mantıksal totolojiye indirger.

b) Aksiyomatik: Burada aksiyomlar, daha sonra Pos G'de görüleceği gibi, nesneler hakkında ki ifadelerin ispatında kullanılır.

Pos A burada, ne a>b, ne de b> a gibi bir örnek tanıtır ve a=b sonucuna çıkartır. Böylece mantıksal açıdan çelişkili bir ispat yapmış olur. Postülat için (bir model içinde) bir örnek alır ve aldığı bu örneği fiziksel bir olaya indirger.

Pos C burada da aynı işlem süreci izlenir ve ispat şu gerçeğe dayandırılır.

(Sınıflandırılmayan bir aksiyon.) Bu da aşağıdaki gibidir:

$a \subset b \Rightarrow a < b$

Pos D ve **Pos E** için de benzer açıklamalar yapılabilir. Bu iki postülattan sadece **İnf**'de sözedilir ve esas tezin ispatında kullanılır.

Pos G, **Pos H** ve **Pos I** lineer modeli alınarak Fw'da ispatlanır.

Pos G (örnek ve ispat) /a/ ya eşit bir c doğrusu ve /b/ ye eşit bir d doğrusu alınsın.

Bu yüzden,

$cd=/a \cup b/$ dir.

Şimdi, ispata çelişki ile başlayalım: Varsayalım **F**(a)^**F**(b)'dir. [Ve dolayısıyla **F**(/a/) **F**(/b/)] Ama **F**(/a $\cup$ B/) şeklinde yazılamaz. Yani,

I(/a $\cup$ B/), **Pos F**'den dolayı **I**(cd)'dir.

Böylece (cd) doğrusu dışında bir c=/a/ ve d=b doğruları alındığında bunların ikisi birlikte cd'den başka bir şey değildir. Buradan **F**(cd) olur ki bu bir çelişkidir.

Al'kindi benzer açıklamalarla **Pos H** ve **Pos I**'yı ispatlar. Bu ispatlar aşağıdaki gibidir:

$acb \wedge \mathbf{I}(b) \Rightarrow \mathbf{F}(a)$

$\mathbf{F}(a) \wedge a=b \Rightarrow \mathbf{F}(b)$

Pos F ve diğerleri şeklinde sonlu ve sonsuz büyüklükler hakkında birkaç gerçek önsezi kullanılarak yapılır.

Pos H arşiment aksiyomunun bir dualini hatırlattığından bu postülattan sözetmeye değer.

Pos H, a-b ve c-d gibi iki örnek doğrusu alınarak **Pos I**'nın ispatında kullanılır. Bunlar,

I(a-b) ve **I**(c-d) ve a-b>c-d'dir.

Al'kindi bunu **Pos H'**ye uygulayarak bir çelişki elde ediyor ve bu da gösteriyor ki en az bir h-wc a-b vardır. (Buradan **F**(h-w) elde edilir.) Böylece h-w=c-d olur. O zaman da, **F**(c-d) elde edilir.

Ph ve **OF** deki Al'kindi'nin notları lineer olarak gözönüne alınan **Pos I**'nın ispatı için yeterli değildir. Bu yüzden küçük bir açıklama yapıyor.

Eğer a<b, **I**(a), **I**(b) ise o zaman /a/=/c/'dir. Burada c⊂b olduğu zaman **Pos H** kullanılır.

$c<b \Rightarrow \mathbf{F}(c) \Rightarrow \mathbf{F}(/c/) \Rightarrow \mathbf{F}(/a/) \Rightarrow \mathbf{F}(/a/) \Rightarrow \mathbf{F}(a)$

şeklinde lineer olmayan durumlar gözönüne alınırsa o zaman eşitlik sonuçta görüleceği gibi, benzerdir denilemez.

Şimdi aşağıda verilen ana tezin ispatına tanımlayalım. En az bir a **I**(a) olduğunu varsayalım. b⊂a olsun. Buradan **F**(ab) yazılır. (b bir küp veya küredir) Burada iki durum sözkonusudur.

a) **F**(a\b) b**I**(a\b)

Eğer **F**(a\b) ise o zaman **Pos E** ve **Pos G**'den **F**(a\b∪b) yazılır. Ama a\b∪b=a olduğundan dolayı **F**(a) elde edilir ki bu bir çelişkidir.

Eğer **I**(a\b) ise o zaman **Pos D**'den a\b<a olur. Şimdi **Pos I**'yı uygulanır ve bir çelişki elde edilir.

Bu nedenle sonsuz maddelerin varlığı bir çelişkiye yol açar, dolayısıyla tez ispatlanmış olur.

Sonuç:

Al'kindi'nin çalışmaları, mantıksal yöntemler kullanılarak sonsuz büyüklüklerin hesaplanmasında, meydana gelen olumsuz denemeler gibi görülebilir. Kendi uygulanabilirliği olmamasından dolayı bir olumsuzluktur.

Al'kindi'nin inançlarını paylaşan matemmatikçiler ve filozoflar olmasına rağmen hiç kimse onun ispatına kalıtmamaktadır. Çünkü, onun sonsuzluk anlayışı modern tanımlara göre eksik kalmaktadır. Bundan ötürü Al'kindi'nin ispatının akla uygunluğu burada konu dışıdır.

Al'kindi'nin makalelerinin bir diğer özelliği de, eşit yapılar ve benzerlik üzerine olan açıklamalarıdır. O diyordu ki, eğer iki maddenin benzerlikleri uç noktalar arasındaki farka eşitse, bu iki madde eşittir. (Yani, aynı birim ölçümlere sahiptir.) Bu ise onların benzer olduğu anlamına gelmez; bundan dolayı uç noktalardaki şekil veya miktar farklılığı olabilir.

O'nun tezinin genel ispatı yanında yaptığı ilave açıklamalar aşikar değildir. Benzerlik, sadece bir birim ölçümle bir maddenin bölümünden elde edilen sadece nümerik bir değer değildir. (Ana değerdir.)

Bu çalışma ibrahim GARRO tarafından M.Abu RAİDEH'in "The Philosophical Letters of Al'Kindi" adlı eserinden yapılan bir çalışmanın çevirisidir.