Y. Y. Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi
Yıl : 2009, Cilt : 14, Sayı : 2, Sayfa : 138-141

Koruma Stratejisi Problemi

Burak UYAR[1] Hüsnü BARUTOĞLU[2] Murat CANCAN[3]

[1]Yüzüncü Yıl Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, 65080 Van
[2]Adnan Menderes Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü Aydın
[3]Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Anabilim Dalı, 65080 Van

Özet: Bu çalışmada, sistem elde edilebilirliği ve ücretin çeşitli durumları göz önüne alınarak, çok özellikli fayda fonksiyonu yardımı ile karar vericinin objektif değişkenler üzerindeki tercihleri için, asıl değerlerin çözümünde bir yöntem sunulmuştur.

Anahtar kelimeler: Karar Teorisi, Onarım Stratejisi, Yedekli Sistemler.

Maintenance Strategy Problem

Abstract: This study presents a method for solving the conflicting requirements of system availability and cost through a multi-attribute utility function which can express cardinal values for the decision maker's preferences over the objective variables.

Key words: Decision Theory, Maintenance Strategy, Redundant Standby System.

Giriş

Bu çalışmada yedekli 2-üniteli sistemde ilk ünitenin arızalanması, sistemin bozulması değil sadece güvenirlikte bir azalma anlamına gelir (Barlow ve Proschan, 1965; Osaki, 1985). Çünkü diğer ünite devreye girer ve çalışır. Bizim problemimiz; ilk arıza oluştuğunda, tamir olanağını ne zaman çağırmamız gerektiğidir. Bu yüzden problem sistem elde edilebilirliği (availability) ve onarım ücretini birleştiren uygun bir plan seçmek ile ilgilenir. Tamir olanağının hemen çağrılmasını önermek oldukça pahalıdır. Ücrette göz önüne alınarak onarım için en iyi zamanın seçilmesine çalışılır (Osaki ve Asakura, 1970; Barlow ve Proschan, 1975). Bu sistem çalışırken herhangi bir zamanda onarım yapılması için gerek duyulan işlem kaynaklarla ilgilidir. Bunların ücreti, onarım için yardım istemeden önceki olası zaman gecikmesinin miktarına göre değişir ve arızanın oluştuğu zamana bağlıdır. Bu zaman, olağan çalışma saatlerinde veya mesai dışında olabilir. Aynı şekilde hafta sonları veya hafta içi gece de olabilir. Bu nedenle olası bu durumlarda nasıl bir yol izleneceği önceden planlanır. Problemin çözümü, burada belirtildiği gibi yapılan plan, koruma stratejisine uyar (Belirtildiği gibi, problemin çözümü için yapılan plan, koruma stratejisine uygundur). Her özel durumda, bir grup olası plan vardır. Bunlar problemi çözmek için uygulanır (Almedia ve Souza, 1993). Bu karar probleminin en yaratıcı kısmı, faaliyetler grubunu açıklamaktır. Bu karar modelindeki faaliyetler, tamir gecikmesi olarak ele alınabilir. Karar modelindeki değişkenler, her olası faaliyetin sonucu olarak değişen elde edilebilirlik ve ücrettir.

Varsayımlar :

1. İki ünite benzer dağılımlıdır. Her bir ünitenin iki durumu vardır: iyi ve arızalı.
2. Hiçbir ünite çalışmadığı zaman sistem çalışmamaktadır.
3. Bir tane tamir olanağı var.
4. Arıza oranı sabittir. Bu nedenle arızaların sayısı bir Poisson dağılımı gösterir.
5. Tamirden sonra, ünite yenisi gibi iyidir.
6. Onarım oranı sabittir.
7. Eğer arızalanan bir ünitenin tamiri sırasında, diğer ünite de arızalanırsa diğer ünite, ilk ünite tamir edilene kadar tamir için bekler.
8. λ, μ hakkında önceki bilgiler vardır. Bu parametrelerin önceki olasılık yoğunluk fonksiyonları bu bilgiyi temsil eder.
9. Arıza ve onarım durumları bağımsızdır:

$$\pi(\theta) = \pi(\lambda,\mu) = \pi_1(\lambda).\pi_2(\mu)$$

10. TI ve c bağımsızdır: "Bu analizi basitleştirmek içindir"
11. En iyi çözüm, maksimum ortalama faydada meydana gelir.

Karar Modelinin Oluşturulması

Bu problem için karar modeli, karar teorisi çerçevesinde oluşturulmuştur. Bu modeli en iyi hale getirme, ortalama yararı maksimum olan a_i'yi seçmektir.

$$Max_{a_i}\left(E_\theta\{U\{\theta,a_i\}\}\right)$$

$$E_\theta\{U\{\theta,a_i\}\}$$
$$= \int_{\lambda_0}^{\lambda_m}\int_{\mu_0}^{\mu_m} \pi_1(\lambda).\pi_2(\mu).U\{(\lambda,\mu),a_i\}d\lambda d_\mu$$

Bu formüldeki fonksiyonların bulunması ileriki bölümlerde tek tek ele alınacaktır.

Nitelik durumu:

İkinci ünitenin arızalanması anı T_I ve onarım zamanı TTR'ye bağlı olarak nitelik durumu iki boyutludur. Birinci boyut, güvenilirliği (reliability) temsil eder. İkinci boyut, sistemin korunması ile ilgilidir. Her iki değişkenin dağılımı, sırasıyla λ ve μ parametreleri ile negatif üslüdür. Bu nedenle nitelik durumu $\theta = (\lambda,\mu)$ şeklinde tanımlanır. Sistem; e_0, e_1, e_2 konumlarından herhangi birinde olabilir. Sistem, ancak her iki ünite arızalandığında çalışmadığından, sadece e_1 konumu karar problemini oluşturur. Bu nedenle, e_1 konumundan e_0 veya e_2'ye giden sistemi analiz etmek için problem basitleştirilir. Her iki geçiş, işletmede kalan birimin güvenirliğine ve arızalanan ünitenin tekrar işletmeye dönmesini sağlayan onarım seviyesine bağlıdır.

λ ve μ'nün önceki dağılımlarının bilinmesi gerekir. λ'nın ve $MTTR$'nin olasılık yoğunluk fonksiyonlarını parçalayarak λ ve μ için elde edilen değerlerden regresyon yardımı ile $\pi_1(\lambda)$ ve $\pi_2(\mu)$ fonksiyonları elde edilir.

Çizelge 1. $F\{\lambda\}$'ye göre λ ve μ tablosu

$F\{\lambda\}$	$\lambda(10^{-5})$	μ
0	0.18	0
1/8	0.47	39
2/8	0.93	43
3/8	1.27	51
4/8	1.51	58
5/8	1.73	62
6/8	1.95	76
7/8	2.82	83
1	6.28	130

$$\pi_1(\lambda) = (\alpha/\lambda^2)\exp[-\alpha/\lambda]$$

denkleminden

$\alpha_1 = 1.157x10^{-5}$ elde edilir. Regresyon (Belirleme) katsayısı $R^2 = 0.93$'dür. $\pi_2(MTTR)$ için

$$\pi_2(\mu) = (6.2.10^{-5}/\mu^{1.7})\exp[-(\alpha_2/\mu)^{2.7}]$$

denkleminden de ile $\alpha_2 = 0.021$ elde edildi. Regresyon (Belirleme) katsayısı $R^2 = 0.95$'dir.

Faaliyet aralığı (Uzayı):

Faaliyet uzayı $A = [a_1, a_2, a_3, a_4]$'dür.

a_1 : Ünite bozulunca hemen tamir olanağı çağrılır. Hiçbir tamir gecikmesi yoktur. $T_{a_1} = 0$'dır. Bu pahalı onarım ve ulaştırmaya neden olur.

a_2 : Herhangi bir ünite bozulduğunda tamir olanağı, mesai saatlerinde (Pazartesiden Cumaya) ve hafta sonlarında her zaman (Cumartesi saat 8.00'dan Pazar saat 18.00'a kadar) her zaman çağrılır. Bu zamanlarda sıfır onarım gecikmesi vardır. Çalışma günlerinin geceleri boyunca tamir gecikmesi vardır.

Örneğin, pazartesi saat 20.00'deki bir arıza Salı günü saat 8.00'a kadar beklemektedir. T_{a_2} [0-14 saatte] arasındaki bir değişkendir.

a_3 : Daha ucuz bir yapıyla, sıfır onarım gecikmesi sadece normal çalışma saatleri boyunca olur. Onarım gecikmesi mesai dışı çalışmayı önlemek için sunulur. T_{a_3} [0-62 saat] arasındaki bir değişkendir.

a_4 : Bir ünite bozulduğunda bir ay sonra tamir olanağı çağrılır. En ucuz çözümdür. T_{a_4} [0-30 gün] arasındaki bir değişkendir.

Bu varsayımlara göre modeldeki T_{a_i}'ler ortalama alınarak;

$T_{a_1} = 0$, $T_{a_2} = 7$ saat, $T_{a_3} = 31$ saat, $T_{a_4} = 360$ saat olur.

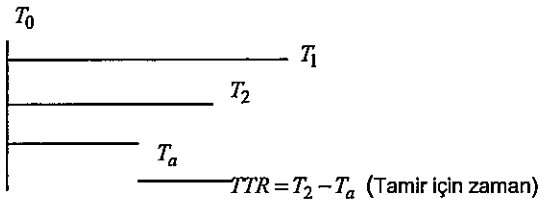
Sonuç Değişkenleri:

Bu problemin, sonuçlarının iki değişkeni vardır. 1. değişken TI (Kesinti zamanı, iki biriminde çalışmadığı zaman periyodu) ve 2. değişken onarım faaliyetinin maliyeti C'dir.

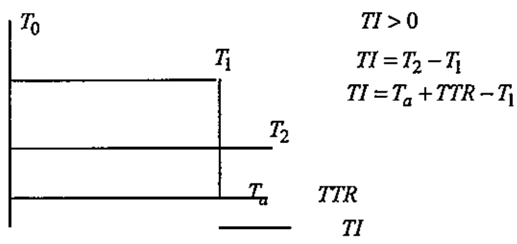
TI **Sonuç değişkeni:**

Sistem e_1'deyken TI ve T_a arasındaki bağıntıyı açıklamak için üç olası durum vardır:

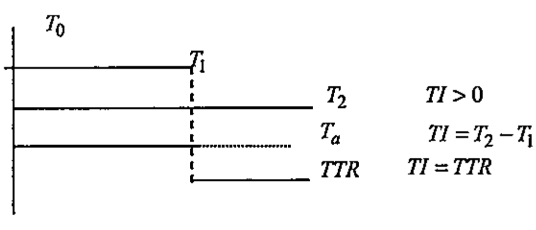
a) $T_1 > T_a$ ve $T_1 > T_2$ bu nedenle $TI = 0$



b) $T_1 > T_a$ ve $T_1 \le T_2$ $\quad TI = T_2 - T_1 > 0$



c) $T_1 \le T_a$ acil durum vardır.



T_a, T_1'e eşit ayarlanır ve tamir olanağı hemen çağırılır. TI değişkeni için;

$$TI = \max(0, \min(T_a + TTR - T_1, TTR))$$

sonucu çıkarılır.

Sonuç değişkeni C**:**

C_i, a_i kararını destekleyen ek masraf oranıdır.

$C_i = FC_i + (\lambda/\mu)CR_i$

şeklinde hesaplanır ve bu değerlerin önceden bilinmesi gerekir. Yapılan araştırmada ilgili şirketten elde edilir.

$$C_1 = 70 + 0.003p$$
$$C_2 = 27 + 0.0013p$$
$$C_3 = 2p$$
$$C_4 = 1p$$

TI ve C İçin Fayda Fonksiyonu :

TI ve C için fayda fonksiyonu,

$$U\{TI,C\} = Kt\exp(-KktTI) + K_cU(C_i)$$
$$= 0.6\exp(-0.1TI) + 0.4\exp(3.82C_i).$$

Sonuç fonksiyonu

TI ve C değişkenlerin bağımsız olduğu varsayılır.

$$P_r\{TI,C|\theta,a\} = P_r\{TI|\theta,a\}P_r\{C|\theta,a\}$$

TI için sonuç fonksiyonu

Buna göre $P_r\{TI|\theta,a\} = \gamma\exp(-\lambda T_a)$ $TI = 0$ için

$$P_r\{TI \le T_i|\theta,a\}$$
$$= 1 + \exp(-\mu T_i)[\gamma\exp(-\lambda T_a) - 1] \text{ , } TI > 0$$

olur.

C için sonuç fonksiyonu

Her a_i için uygun bir C_i değeri vardır.

$$P_r\{C_i|\theta,a_i\} = \begin{cases} 1 & , \quad a = a_i \\ 0 & , \quad \text{diger durumlarda} \end{cases}$$

Fayda Fonksiyonu:

Fayda fonksiyonu, $U(TI,C)$ direk olarak (TI,C)'deki değerlere bağlıdır. $P_r(TI,C|\theta,a)$ olasılığı, nitelik durumu ve sonuçlara bağlı olarak faaliyeti ayrıntılı olarak düzenler. $U(\theta,0)$ fayda fonksiyonu, nitelik durumu ve faaliyetin her bir kombinasyonu ile bağımlıdır.

$$U\{\theta,a_i\} = K_cU(C_i) + \gamma_1[1 + \gamma_2\exp(-\lambda T_{a_i})]$$
$$\gamma_1 \equiv Kt\mu/(Kkt + \mu) = 0.6\mu/(0.1 + \mu)$$
$$\gamma_2 \equiv Kkt/(\lambda + \mu) = 0.1/(\lambda + \mu)$$
$$U\{\theta,a_i\} = 0.4\exp(-382C_i) + \gamma_1[1 + \gamma_2\exp(-\lambda T_{a_i})]$$

Fayda Fonksiyonunun Optimizasyonu :

Fayda fonksiyonunun ortalaması için beklenen değerini alarak ortalama fayda bulunur. Bu şekilde en iyi fayda elde edilir.

$$E_\theta\{U(\theta,a_i)\} = \int_{\lambda_0}^{\lambda_m}\int_{\mu_0}^{\mu_m}[\Pi_1(\lambda).\Pi_2(\mu).u[(\lambda,\mu),a_i]d\lambda d\mu$$

Formüldeki fonksiyonlar yerine konarak; integral; Simpson yöntemi ile nümerik olarak çözüldü. Elde edilen sonuçlar aşağıdaki çizelgede verildi.

Çizelge 2. α ve E'ye bağlı değerler tablosu

$\alpha_1(10^{-5})$	$E\{U(\theta,a_i)\}$			
	a_1	a_2	a_3	a_4
α_1 =1.157	52.12	154.54	339.82	338.73
α_1^{I} =1.504	47.18	144.91	304.31	303.79
α_1^{II} =0.810	53.64	154.59	355.63	352.78

Maksimum ortalama fayda a_3 faaliyet planı için elde edildi. Koruma için en iyi stratejinin, mesai saatleri dışında tamirci ve diğer destek birimlerinin kullanılmaması olduğunu gösterir. a_3 faaliyet planı; a_1'den 6.52 kat, a_2'den 2.2 kat daha iyi olup a_4 ile aynıdır. $\pi_1(\lambda)$ ve $\pi_2(\mu)$ fonksiyonlarının α_1 ve α_2 parametre değerlerinin $\pm$ %30 değerleri alınarak yapılan hesaplamalarda hemen hemen aynı sonuca ulaşılır. Çizelge 2 de α_1^{I} ; α_1'in %30 fazlası, α_1^{II} ise %30 eksiği değerini göstermektedir.

Semboller:

TTR : Onarım için zaman 'time to repair'

$MTTR$: Ortalama TTR

TI : Kesinti zamanı, iki ünitenin de çalışmadığı zaman periyodu

c : Ücret

λ : Ünitelerin arıza oranı

$\lambda_m, \lambda_0 \ldots$: λ'nın [maksimum, minimum] değeri

μ : $1/MTTR$

ρ : λ/μ

γ : $\mu/(\lambda+\mu)$

$\mu_m, \mu_0 \ldots$: μ'nın [maksimum, minimum] değeri,

θ: Nitelik Durumu ; $\theta = (\lambda, \mu)$

A : Faaliyet Uzayı
a : Bir faaliyet

e_0, e_1, e_2 : Birimlerin [0,1,2] tanesinin çalışıyor olması
T_a : a faaliyetine uyan onarım gecikmesini temsil eden karar değişkeni
T_0, T_1 : Sırası ile (1. ve 2.) arızanın oluştuğu zaman
T_2 : İlk arızalı ünitenin onarılarak sisteme döndüğü an
TTR : $T_2 - T_a$
$\pi(\theta)$: θ hakkındaki önceki bilgi; θ'nın önceki olasılık yoğunluk fonksiyonu
$\pi_1(\lambda), \pi_2(\mu)$: λ, μ hakkındaki önceki bilgi, λ ve μ'nün bilinen olasılık yoğunluk fonksiyonları
α_i : π_i'nin ölçü parametresi
c_i : a_i faaliyeti için ücret, $i = 1,2,3,...$
Fc_i : a_i için sabit ücret
CR_i : a_i için onarım ücret- oranı
MCR_i : Ortalama CR_i
$U\{TI, c\}$: TI ve c için fayda fonksiyonu
$U\{\theta, a\}$: Karar veren a faaliyetini seçtiğinde Nitelik durumunun θ'da olduğu zaman edilen sonuçlar için fayda fonksiyonu; $U\{TI, c\}$'nin ortalama değeri

Terimler:

Nitelik Durumu : Bir sistemin bulunabileceği olası tüm konumlar

Faaliyet Uzayı : Karar verici için mevcut olan faaliyetler grubu

Sonuçlar: Karar verici tarafından uygulanan faaliyetlerde elde edilen sonuçlar Bu problemde iki tane sonuç değişkeni vardır. 'TI , c'

Sonuç Fonksiyonu : Nitelik Durumu; θ ve Faaliyet; a'ya koşullu olarak TI ve c'nin birlikteki olasılıkları $P_r\{TI, c/\theta, a\}$

Fayda Fonksiyonu : TI ve c arasındaki etkileşimi Karar Modeline sunar.Herhangi bir faaliyeti seçerek en iyi TI ve c kombinasyonunu elde eder

Kaynaklar

Almedia, A. T., Souza, F. Mc., 1993. Decision Theory in Maintenance Strategy for a 2-Unit Redundant Stand by System. *I.E.E.E. Trans. On Reli.*, 42(3): 401-407.

Barlow, R. E., Proschan, F., 1965. *Mathematical Theory of Reliability.* Wiley, New York, 52s.

Barlow, R. E., Proschan, F., 1975. *Maintenance and Replacement Models. Statistical Theory of Relaibility and Life Testing, Probability Models*, New York, 190-225.

Osaki, S., Asakura, T., 1970. A Two-Unit Stand by Redundant System With Repair and Preventive Maintenance. *Jour. Appl. Prob.*, 7: 641-648.

Osaki, S., 1985. *Stochastic System Reliability Modeling.* World Sci. Pub. Co. Singapure, 141s.