



Fonksiyon Kavramının Öğretiminde Teknoloji ile Zenginleştirilmiş Öğrenme Ortamının Öğrenci Başarısına Etkisi¹

The Effect of Technology Enriched Learning Environment on Student Achievement in Teaching Function Concept

Ayten ERDURAN , Dr.Öğretim Üyesi, DEÜ Buca Eğitim Fakültesi, İzmir/TÜRKİYE, erduranayten@gmail.com

Erduran, A. (2020). Fonksiyon kavramının öğretiminde teknoloji ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamının öğrenci başarısına etkisi. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 11(1), 169-194.

Geliş tarihi: 13.04.2020

Kabul tarihi: 15.05.2020

Yayımlanma tarihi: 30.06.2020

Öz. Bu deneysel araştırmanın amacı teknolojiyle zenginleştirilmiş öğrenme ortamında fonksiyon kavramının öğretiminin öğrenci başarısına etkisini incelemek ve bu öğrenme ortamı hakkında öğrenci görüşlerini almaktır. Çalışmada ön test-son test kontrol gruplu deneysel model kullanılmıştır. Araştırmada 32'si deney grubu ve 32'si kontrol grubu olarak alınan, toplam 64 lise birinci sınıf öğrencileri ile çalışılmıştır. İlk olarak kontrol ve deney gruplarına "Fonksiyona İlişkin Ön Başarı Testi" uygulanmıştır. Daha sonra deney grubunda fonksiyon kavramı bilgisayar yazılımı ve grafik hesap makinesi ile desteklenerek çalışma yaprakları ile öğretilmiştir. Kontrol grubunda aynı konu geleneksel yöntemlerle işlenmiştir. İşleniş sonrasında her iki gruba "Fonksiyona İlişkin Son Başarı Testi" uygulanarak kontrol ve deney grubunun fonksiyona ilişkin kavrayışları karşılaştırılmıştır. Bununla birlikte teknoloji ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamı ile ders işlenişine yönelik öğrenci düşünceleri yarı yapılandırılmış görüşme formu ile alınmıştır. Bu nitel veriler içerik analizi ile analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin akademik başarılarında deney grubu lehine farklılık elde edilmiştir. Ayrıca yapılan öğrenci görüşmelerinden de teknoloji ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamında kullanılan bilgisayar yazılımı, grafik hesap makinesi ve çalışma yapraklarına yönelik öğrenci görüşlerinin olumlu yönde olduğu sonuçlarına ulaşılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Fonksiyon kavramı, Kavramsal öğrenme, Teknoloji, Akademik başarı.

Abstract. The aim of this experimental research is to examine the effect of teaching of the concept of function with technology enriched learning environment on student achievement and to get student opinions about this learning environment. In the research, experimental design with pre-test and post-test control group was used. In this study, a total of 64 high school freshman students, 32 of whom in experimental and control groups participated in the study. First of all, Pre-Achievement Test on Function was applied to control and experimental groups. Then, in the experimental group, the concept of function was taught with worksheets supported by computer software and graphing calculator. In the control group, the same subject was studied with traditional methods. At the end of the study, Post-Achievement Test on Function on was applied to both groups and the control and experimental groups' perceptions about the function were compared. In addition, students' thoughts about teaching lessons in a technology enriched learning environment were taken through a semi-structured interview form. These qualitative data were analyzed by content analysis. As a result of the research, students' academic achievements differed in favor of the experimental group. In addition, it was concluded from the student interviews that the student views on computer software, graphing calculator and worksheets used in the technology enriched learning environment were positive.

Keywords: Function concept, Conceptual learning, Worksheets, Technology, Academic success.

¹ Bu çalışma yazar Ayten Erduran'ın, Prof. Dr. Hüseyin ALKAN danışmanlığındaki doktora tezinden üretilmiştir.

Extended Abstract

Introduction. In-class studies aiming at improving the development of processing skills of students in high school mathematics teaching put both students and teachers in a distress that they do not realize. Because it is not right to expect individuals who cannot realize conceptual learning to have both problem solving skills and other mathematical skills. In addition, it is not possible for the individual to acquire the skills related to the process to adapt to the current information age of the individual and to exhibit the behaviours expected from him/her. Therefore, conceptual learning should be considered as a requirement condition especially for mathematics learning. Therefore, it is inevitable to support students' conceptual learning by using all the technical and technological facilities of today.

In this research, it is aimed to examine the effect of technology supported visual and algebraic worksheets on student achievement which will help them to understand the concept of function in depth.

Method. In the research, experimental design with pre-test and post-test control group, which has the highest scientific value among the experimental designs (Karasar, 2012), was used. To determine the experimental and control groups, Pre-Achievement Test on Function (PreATF) was applied to two classes of 9th graders. The reliability coefficient was calculated by using KR-20 method and it was found 0.89. 64 9th grade students (31 female, 33 male) participated in the study. In the experimental group, technology supported worksheets which were prepared in relation to sub concepts of function were used in 15 hours. The understanding of function by the experimental and control groups was compared by means of the Post-Achievement Test on Function (PostATF). For reliability of PostATF, KR-20 method was used again and it was obtained as 0.92. Both PreATF and PostATF data were analyzed in SPSS-Win program. Mean, frequency distribution, variance analysis, *t*-test and Shaffe test were conducted. Since the worksheets were prepared according to the specific objectives of the function concept in the curriculum, it was checked whether these criteria were met in the worksheets or not.

Results. The data obtained from the responses to the PreATF were analyzed by *t*-test and no statistically significant difference was found between the two groups at the beginning of research. When the responses of the control and experimental groups were examined in detail, it was found that although there was no difference between the classes, both groups had some deficiencies and misconceptions about the relation concept. The first 4 questions in the PostATF are related to the concept of function. Using the answers of the control and experimental group students to these questions as data, the results of the *t*-test between two classes showed a statistically significant difference in favour of the experimental group ($t_{(62)} = -5.740, p < .05$). The questions from 9th-16th in the PostATF were aimed to reveal the extent to which students acquire learning and skills related to reading some features of a given function from the graph. For this purpose, the students' responses were examined and *t*-test was used to determine whether there was a difference between the groups in terms of success. Statistically significant difference was found between the experimental and control groups ($t_{(50)} = -8.306, p < .05$). This difference was in favour of the experimental group. In order to determine whether the students could move from the visual structure to the algebraic structure, responses to the questions between the 10th-16th and 23th-27th were examined and statistically significant difference was found in favour of the experimental group ($t_{(49)} = 9.198, p < .05$). In order to measure students' knowledge about the types of functions, student responses to the questions between 17th-25th in PostATF were examined and, significant difference between the groups was found ($t_{(62)} = -6.635, p < .05$).

Discussion and Conclusion. In order to present the concept of function in the study, machine-function and relationship-function approaches were presented to experimental group students

based on daily life and mathematical preliminary learning. These approaches made a significant positive difference in favour of experimental group. On the other hand, no significant difference was found between experimental and control groups in order to reveal the relationship-function connection. Statistically significant difference was obtained between the two groups in the reading of graphs of functions and transition from visual to algebraic structure. The most important indicator of this idea was that the students in the experimental group could easily read and interpret a graph. In our opinion, the applications conducted in the experimental class made positive contributions to the students' habit of transition from visual to algebraic structure. This result is similar to the positive contribution of Streun (2000) on different representations in mathematical transitions and students' problem-solving studies. The multidimensional approach to concept formation, which is tried to be applied in the experimental class, has significantly influenced students' transition between different structures, multi-faced thinking and different perspective experiment approach.

Giriş

İnsanı diğer varlıklardan ayıran temel özelliklerden biri soyutlama yapabilme yeteneğine sahip olmasıdır. Soyutlama ise deneyimlerimiz yoluyla farkına vardığımız benzerliklerin farklı yönlerini üstlenen üst düzey bir düşünce biçimidir. İşte bu özellik insanı diğer canlılardan farklı kılar. Ayrıca insan beyni çeşitli olaylar, davranış, düşünce ve nesnelerin ortak özelliklerini belirleyerek onları belli sınıflara ayırma özelliğine sahiptir. Sınıflandırmadan amaç, benzerliği olan nesnelere bir kümenin elemanları olarak gruplandırmaktır. Doğal olarak oluşturulan yeni kümeyi isimlendirme ihtiyacı oluşur. Sınıflandırma sonucu benzerliklerin farklı yönleri ile ilgili düşünceyi ifade etmek için kullandığımız sözcük kavramın ismidir.

Kavram ortak özellikleri olan nesne, olay ve düşüncelerin oluşturduğu sınıfların soyut temsilcileridirler (Fidan, 1996). Ülgen (2001) de kavramı "İnsan zihninde anlaşılan, farklı obje ve olguların değişebilen ortak özelliklerini temsil eden bir bilgi formu/yapısıdır, bir değişkendir; bir sözcükle ifade edilir." şeklinde tanımlamıştır. Matematikteki kavramları da aynı şekilde tanımlamak mümkündür. Yani matematikteki olgu, yapı ve düşüncelerin oluşturduğu sınıflandırmaların soyut temsilcilerine matematiksel kavram diyebiliriz. Tanımlardan anlaşılacağı gibi, kavram soyuttur ve bir sınıfın özelliklerinin tanımlanmasıdır. Soyut oldukları için kavramların günlük yaşamda karşılıklarını bulmak kimi zaman mümkün olmayabilir. Ancak onların örneklemesini her zaman bulmak mümkündür. Kavramlar insan düşüncesinin en önemli ve büyük parçasını oluştururlar. Onun için kavramların insan zihnindeki netliği önemle üzerinde durulması gereken noktalardandır.

Kavramsal öğrenme

Schwarz ve Herszkowitz (1999), kavramsal öğrenmeyi yönlendiren iki yaklaşım geliştirmiştir. Bunlardan ilki klasik yaklaşımdır. Klasik yaklaşıma göre yapılan öğretimde tanımlar, merkezi bir rol oynar. Çünkü bu yaklaşımı savunanlar bir kavramda kurallar sistemi bulunduğunu ifade ederler. Bu sistem, kavramın sınırlarını, içeriğini açıkça tanımlamaktadır. Aynı zamanda tanımlamada kavramla ilgili kritik özellikler de yer almaktadır. Bu yaklaşım şu varsayıma dayalıdır: "Bir kavramın oluşması için ideal bir strateji vardır ve bu strateji kavramın bilimsel ya da resmi yapısı ve tanımına uymaktadır." (Schwarz ve Herszkowitz, 1999). Yani bu yaklaşımda, kavramsal öğrenmenin gerçekleşmesinde bilimsel ve ideal yolun, kavramın tanımından yola çıkarak sağlanacağı görüşü hâkimdir. Kavramsal öğrenmeye yapılan diğer bir yaklaşım ise deneyseldir. Kavramsal öğrenmenin bu yaklaşımda birinci yaklaşımın aksine ilk olarak örneklemeler çok önemlidir. Kavram öğretimine ilk olarak etkinliklerle başlanmalıdır. Ayrıca bu yaklaşımı savunanlar, öğrenmede kimi etkinliklerin diğerlerinden daha önemli ve anlamlı olduğunu varsayarlar. Genellikle prototip adı verilen ve daha çok üzerinde durulan bu etkinlikler, sınıflandırma ve genellemelere varmada önemlidirler (Schwarz ve Herszkowitz, 1999). Bu prototiplere aynı zamanda kavrama ait referans noktalarıdır denilebilir. Bu referans noktaları bireyin kavramsal öğrenmesinde önemli yer tutar.

Skemp'e (1987) göre matematikte kavramsal öğrenmenin prensipleri vardır. Bunlar; bireydeki mevcut ön kavramları değişik etkinliklerde kullanarak daha üst düzeydeki kavramların tanımına yine etkinlikler yardımıyla ulaşılmalıdır. Oluşturulmaya çalışılan kavramın bireyde var olan kavramlarla uygunluğu ve ilişkisi bireyin zihninde oluşmalıdır (Skemp, 1987). Yani Skemp'e göre matematikte kavramsal öğrenmenin deneysel yaklaşımla gerçekleştirilebileceği ifade edilmektedir. Ayrıca kavramın insan zihnindeki görüntüsü (imajı, imgesi, resmi) çok önem taşır. Bir kavramın görüntüsü, bireyin zihnindeki tüm kavramlarla ilgili bilişsel yapıyı içerir (Tall ve Vinner, 1981). Farklı bireyler, belirli kavramlardaki farklı kavram görüntülerine sahiptirler. Çünkü bireylerin geçmişleri ve deneyimleri farklıdır. Aynı zamanda birey için kavram görüntüsü, tüm zihinsel resimleri (grafikler, semboller, diagramlar, formüller vb.) ve kavram ile ilgili birleştirilmiş özellikleri içerir (Tall ve Vinner, 1981).

Ayrıca kavramların örnekleri ve ters örnekleri öğrencinin kavram görüntüsü şeklindedir (Vinner ve Dreyfus, 1989). Bundan dolayı öğrencinin zihninde doğru kavram görüntüsünü oluşturmak öğrenme için çok önemlidir. Vinner ve Dreyfus (1989) çalışmasında, matematikte kavram tanımının ve görüntüsünün varlığını onaylayıp, bunların birbirinden farklı şeyler olduğunu vurgulamıştır. Aynı zamanda Vinner ve Dreyfus (1989) çoğu kez öğrencilerin kavram tanımları ile kavram görüntüleri arasında bazı çelişkiler olduğunu belirtmiştir. Bu kavramsal öğrenmede yanlış yolda olunduğunun habercisidir. Bu durum giderilmeden kavramsal öğrenme sağlanamaz.

Kavramsal öğrenme iki aşamada gerçekleşir. İlk aşama kavram oluşturma aşaması, ikinci aşama ise kavram kazanma aşamasıdır (Ülgen, 2001). Yeni bir kavramın oluşması basamaklarında Skemp (1987), kavramı somutlaştıran küçük parçacıklar halinde örnekler kullanmayı önermiştir. Bu örnekler, yeni oluşacak kavram için olumlu ve olumsuz örnekleri içermelidir. Ayrıca "Kavram oluşumunda hangi faaliyetler yaptırılırsa, kavramı somutlaştırmak mümkün olur?" sorusuna yanıt aranmalıdır (Fidan, 1996). Kavram oluşturma süreci içinde bireyden beklenen, sunulan örneklemelerin benzer ve farklı yanlarını belirleyerek, benzerliklerden, ilişkilerden genellemelere varabilmelidir. Even (1990) matematiksel kavramların farklı şekillerde tutum sergilediklerini ileri sürmüş ve bundan dolayı kavram oluşumunda, kavramın farklı gösterim ve biçimlerde ele alınması gerektiğini vurgulamıştır. Bu da kavram oluşturulması aşamasında, kavramla ilgili farklı formların kullanılmasını gerekli kılar. Kavram oluşturma genelleme yapmaya dayanırken, kavramsal öğrenmenin ikinci aşaması olan kavram kazandırma aşaması ayrıştırma işlemine dayalıdır. Kavram oluşturma, kavram kazanmanın ön koşuludur. Kavram kazanma aşamasında birey, algıladığı özelliklerin ve onlar arasındaki ilişkilerin doğasına uygun mantıksal kurallar çıkarır, ölçütler seçer ve onları uygulayarak, kavramın ayrıştırmasını yapar (Ülgen, 2001).

Fonksiyon kavramı tarihi ve oluşumu

Fonksiyon kelimesine ilk olarak, 1694 yılında Leibniz'in yazılarında rastlanmıştır. Leibniz bu yazılarında fonksiyonu, eğri ile ilgili niceliksel ilişkileri (örneğin, eğrinin eğimi, belirli bir noktası gibi) tanımlamak için kullanmıştır. Leibniz'in fonksiyon tanımı doğrudan eğrilerle ilgilidir ve bugünkü anlamıyla diferansiyellenebilen fonksiyonlara denk getirilebilir ve kuşkusuz kısıtlı bir tanımdır. 18. yüzyılın ortalarında Euler'in çalışmalarında fonksiyon notasyonu ilk olarak kullanılmış ve bir gösterim olarak ortaya çıkmıştır. Bu yıllarda ve büyük bir hızla fonksiyon kavramı giderek eğriden formüle ve buradan bir niceliği diğerine atayan bir kurala doğru evrim geçirmiştir (Stein ve Barcellos, 1996). Euler'in 1748'de yayınlanan analiz kitabında, bir tek grafik bile içermeyen fonksiyon kavramı vurgulanmıştır (Stein ve Barcellos, 1996). Ayrıca Euler, Leibniz'in tanımını genişletip, hiçbir yerde diferansiyellenemeyenleri de fonksiyon tanımı içine almıştır. Başlangıçta bu haliyle fonksiyon hayal ürünü, işe yaramaz gibi gelmiştir. Bu durum 20. yüzyılın sonlarına kadar devam etmiştir. Fakat 20. yüzyılın sonlarında fiziksel olayların modellenmesinde, bu yaklaşımların önemli oldukları belirlenmiştir. 20. yüzyılın sonlarına doğru matematikçiler bütün matematiği kümeler teorisi kullanarak formüle etmeye ve bütün matematiksel nesnelere kümeler cinsinden tanımlamaya çalışmışlardır.

20. yüzyılda Euler'in fonksiyon tanımlaması, Dirichlet dâhil olmak üzere birçok matematikçi tarafından evrensel bir kabul görmemiştir (Malik, 1980). Dirichlet fonksiyonu "fonksiyon tanımı bir kural içerir ve bir kümenin her bir elemanını, diğer kümenin sadece bir elemanı ile eşleme fonksiyon olarak tanımlanır" (Tall, 1996) şeklinde ifade etmiştir. Fonksiyon ile ilgili matematik programlarında kullanılan en iyi tanım Bourbaki'nin küme teorisi anlamında düzenlediği bir tanımdır. Bu tanım "A ile B ayrık ya da ayrık olmayan ve boş olmayan iki küme olsun. Eğer A kümesindeki tüm x'lerin her birine, verilen bağıntı ile B kümesindeki sadece bir tek y karşılık geliyorsa, verilen bağıntı, A'nın x değişken elemanları ile B'nin y değişken elemanları arasındaki fonksiyon olarak adlandırılır" (Bourbaki, 1968) şeklindedir. Günümüzde kullandığımız fonksiyon tanımı Dirichlet-Bourbaki tanımı olarak bilinir.

Fonksiyon kavramı karmaşık ve çok yönlü olup, gücü ve zenginliği matematiğin bütün alanlarına yayılır (Lloyd, Wilson ve Melvin, 1998). Fonksiyon kavramının karmaşık oluşu, içinde birçok alt kavramları bulundurmasına dayanmaktadır (Adams, 1997). Buna bağlı olarak fonksiyon kavramının insan zihnindeki görüntüsü de karmaşık bir yapı içermektedir (Schwarz ve Hershkowitz, 1999). Bu yüzden fonksiyon kavramı öğrenciler tarafından tam olarak anlaşılabilen, matematiksel kavramlarından biri olarak görülür (Hollar ve Norwood, 1999). Hedrick (1992). 20. yüzyılın ilk yarısında fonksiyonun birleştirici bir matematiksel kavram olarak düşünüldüğünü ve gerçek dünya olgusunu tanımlama yollarından biri olarak görüldüğünü ifade etmiştir.

Fonksiyonun anlaşılması üzerine yapılan çalışmalarda bazı farklı yaklaşımlara rastlanmaktadır. Farklı yaklaşımların fonksiyon kavramına bakış açısını ve görüntülerini etkileyebileceği öne sürülmektedir (Adams, 1997; O'Callaghan, 1998). Araştırmacıların fonksiyonun tanımından yola çıkarak (Even, 1993; Wilson, 1994), fonksiyon örneklemeleri (Vinner ve Dreyfus, 1989), fonksiyon örneklemeleri ve tanımı arasındaki ilişki (Lloyd, Wilson ve Melvin, 1998; Vinner ve Dreyfus, 1989), farklı gösterimler arasındaki ilişkiler (Even, 1993; Stein, Baxter ve Leinhardt, 1990) ve fonksiyon grafiklerini temel alarak (Breidenbach, Dubinsky, Hawks, ve Nichols, 1992; Keller ve Russel, 1998; Ruthven, 1990) fonksiyon kavramının anlaşılmasını amaçlayan uygulamalar yaptıkları görülmektedir.

Kimi araştırmacılar da fonksiyonların öğrenciler tarafından anlaşılması konusunda fonksiyon kavramını oluşturma süreci ile fonksiyon kavramı arasındaki ayırımın faydalı olduğunu görmüşlerdir (Breidenbach ve diğerleri, 1992; Sfard, 1991). Bunlardan Sfard (1991) kavram oluşturma süreci aşamasında birey fonksiyonu girdi-çıkı ilişkisine bağlı olarak bir dizi davranışla dikkate aldığını belirlemiştir. Breidenbach ve diğerleri (1992) ise öğrencinin, çıktıya dönüşen bir girdinin genel modelini tanımlayabilmek için belli etkinliklerden soyutlamalar yaptığını belirlemiştir.

Fonksiyon kavramının öğretiminde öne çıkan kavramlardan biri de çoklu temsillerdir. Çoklu temsiller kavram veya problem durumlarını somutlaştırmak amacıyla kullanılan farklı gösterimlerdir (Kaput, 1994). Bunlar özellikle fonksiyon kavramında küme eşlemesi, sıralı ikili, tablolar, fonksiyon makinesi, grafik, cebirsel ifade ve fonksiyonun sözel ifadesi şeklindedir. Farklı temsil biçimleri tanıma, bunlar arasında geçişler yapabilme matematik eğitiminde önemli bir noktadır. Çünkü anlamlı öğrenmenin gerçekleşebilmesi bilginin çeşitli temsil biçimlerine dönüştürülebilmesiyle yakından ilişkilidir (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2012). Ayrıca fonksiyon kavramı için de bu vazgeçilmezdir. Özellikle grafik ve cebirsel ifade gösterim biçimleri ve aralarındaki geçişler fonksiyon kavramının öğretiminde öne çıkanlar arasındadır. Bu geçişlerin öğrenci tarafından yapılabilmesi kavramsal öğrenmenin bir göstergesidir. Fonksiyonu nesne olarak kavrayabilen öğrenciler, fonksiyonun cebirsel ve grafik gösterimleri arasında rahatlıkla geçiş yapabileceklerdir (Bayazit, 2011). Ayrıca çoklu temsillerle ilgili çalışmalar, özellikle bilgisayar ortamının aynı anda birçok temsile hızlı ve etkin şekilde ulaşma imkânı verdiğinden fonksiyonların kavramsal olarak öğrenilmesine katkıda bulunduğunu vurgular (Akkoç, 2006).

Vinner ve Dreyfus (1989) lise öğrenci ve öğretmenleri ile ilgili yaptığı çalışmalarında, fonksiyonun zihinsel algılanan görüntülerini bilişsel şemalarla ve bir anket yolu ile inceleyerek altı kategori geliştirmiştir. Öğretmen ve öğrenci görüşlerinden elde edilen bu görüntüler fonksiyonun bağıntı, bağımlı ilişki, kural, işlem, formül ve gösterim olarak düşünüldüğünü belirlemiştir. Buradan Vinner ve Dreyfus (1989) "Bireyin zihninde oluşan fonksiyon görüntüsü, matematiksel tanımına uymayabilir." şeklinde bir sonuca varmıştır. Tüm bunlar herkesin farklı bir şekilde fonksiyon kavramını düşündüğünü ve farklı yollarla anlaşılabilceğini göstermektedir. Buradan, fonksiyonun anlaşılmasının en iyi yollarından birinin, fonksiyon kavramı oluşturma sürecine özen gösterilip, öğrencinin zihninde doğru görüntüyü sağlamak ve farklı etkinlikler, gösterimler ve matematiksel yapıları birlikte kullanarak herkese ulaşma konusunda özen gösterilmelidir sonucunu çıkarabiliriz.

Eğitimde teknoloji kullanımı

Eğitimde bilgisayar kullanımının en önemli nedenleri, daha üretken işgücü geliştirme, öğrencileri bilgi odaklı bir toplumda yaşamaya hazırlama ve onların öğrenme ve motivasyonlarını arttırmadır (Anderson, 1993). Stanton, Porter ve Stround'a (2001) göre de bilgisayar tabanlı öğrenme çevrelerinin, öğrenimde öğrencinin aktif katılımının sağlanmasında, öğrenimin bireyselleştirilmesinde, öğrenci hızına göre öğrenimin gerçekleşmesinde, sonuçların hızlı biçimde alınmasında bir avantaj sağladığını bildirmektedir. Bilgi teknolojilerinin motivasyonu arttırdığı, sosyal becerileri kolaylaştırdığı, düşünme becerilerini geliştirdiği ve başarıyı etkilediği saptanmıştır (Akkoyunlu, 1992; Dunn ve Ridgway, 1994). Ayrıca öğrenme ortamı olarak, metin, grafik, resim gibi çoklu ortamların, öğrenme ortamını geleneksellikten kurtardığı ve öğrenmeyi arttırdığına ilişkin iddialar da fazladır (Fletcher, 1989; Kulik, Kulik ve Bangert, 1985; Ruthven, 1990). Ayrıca teknoloji araçları, öğrenciler için keşfetmesi oldukça karmaşık olabilecek kavramları ve bağlamları, öğrencilerin ulaşması için görsel betimlemeler ve yapılandırmaları içeren güçlü imkânlar sağlamaktadır (Wachira ve Keengwe, 2011).

Stern'in (2000) çalışmasında 10 yıldır gelişimini sürdürdüğü bir bilgisayar yazılımının kullanımına ilişkin önerileri dört ilke altında toplamıştır. Bunların ilki, "öğrencileri mekanik veri toplamaktan kurtarma"dır diyerek, yazılımlardaki sonsuz deney yapma, veri toplama imkânlarından yararlanması ve hatta deney yapılırken, elde edilen verilere göre grafikte anında bir ilişki kurmalarını sağlandığını belirtmiştir. İkinci olarak, "öğrencilere bilimi güncelleştirin" diyerek öğrencilerin tasarım sayfasında çağın gerektirdiği gibi parametreleri seçebilmelerinin gerektiğini, bunun da çalışmanın güncelliğini arttırdığını ve kendilerine anlamlı gelen olaylar yaşanması şansı verildiği ya da bunu yaşamlarına yansıtılabilen insanlar yetiştirmeye imkân sağlandığından söz etmektedir. Üçüncü olarak, "öğrencilerin tahminler yapmalarını ve daha sonra sonuçları bir araya getirmeleri için onlardan daha önceki bilgileri kullanmalarını isteyerek onları çalıştırın" ilkesiyle, yazılımın hazırlanması ve bunun yardımıyla tahmin yapabilen ve sonuç çıkarabilen öğrencilerin yetiştirilebileceğini öne sürmüştür. Son olarak "yansıtılmaları teşvik edin" diyerek, yaptığı yazılımın bunu sağladığını ve çok olumlu sonuçlar aldığını belirtmiştir.

Ayrıca öğretim aracı olarak özellikle matematik öğretiminde son yıllarda kullanılması yaygınlaşan hesap makineleri de dikkati çekmektedir. Hesap makinelerinden de özellikle grafik hesap makineleri ön plandadır. Son yıllarda grafik hesap makinelerinin varlığı ve satın alınabilirliği çarpıcı bir şekilde artmıştır (Anderson, Bloom, Mueller ve Pedler, 1999). Bu durum grafik hesap makinelerine karşı ilginin arttığının bir göstergesidir. Ülkemizde de bu yönde yapılan çalışmalar zamanla yoğunlaşmaktadır (Ardahan ve Ersoy, 2002; Ersoy, 2003). Çünkü hesap makinesi ve bilgisayarlar matematik eğitiminde bize sadeleştirme, görselleştirme ve deney gibi farklı öğrenme ortamı olanağı sağlayan önemli öğretim araçlardır. Aslında hesap makinesi gibi teknolojik araçlar yalnızca matematik sınıflarında kullanılan araçlar olmaktan ziyade, okul matematiğinin ne olması gerektiğini yeniden tanımlamaya yardımcı olmaktadır (Dick, 1992). Bu da sadece matematiğin öğrenilme şeklini değil aynı zamanda matematikte neyin öğretilmesi gerektiğini ve bunun nasıl değerlendirileceğini etkilemiş olacaktır (Anderson ve diğerleri, 1999).

Fonksiyon kavramı üzerine yapılan çalışmalar, grafik hesap makinesi kullanan grubu ile kullanmayan grubunun kıyaslanmasını içine alan veya bilgisayar yazılımı kullanan ile kullanmayan grubun kıyaslanmasını içine alan bir araştırma biçimini ya da teknoloji kullananlara karşı kullanmayanlar dizaynını içerir (Adams, 1997; Dunham ve Dick, 1994; Hollar ve Norwood, 1999; O'Callaghan, 1998; Schwarz ve Hershkowitz, 1999; Wilson ve Krapfl, 1994). O'Callaghan (1998) bilgisayar kullanan cebir grubu öğrencileri ile kullanmayanların fonksiyon kavramı üzerinde etkisini araştırmak için yaptığı çalışmada, kullanan grupta diğer gruba göre kavramsal öğrenmeye üst düzeyde ulaşıldığı, problem çözümlerine farklı yaklaşımlarda bulunduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Schwarz ve Hershkowitz (1999) araştırmalarında bir öğretim yazılımı ve sonuca bağlanmayan etkinliklere dayalı, etkileşimli bir çevrede, öğrencilerin fonksiyon kavramını oluşturmayı amaçlamıştır. Araştırma, geleneksel bir çevrede gelişen fonksiyon kavramı ile bahsedilen çevrede geliştirilen fonksiyon kavramı arasındaki farkı belirlemek amacıyla yapılmıştır. Araştırmada lise birinci sınıfa giden 32 kişilik deney ve 71 kişilik kontrol grubu öğrencileri çalışılmıştır. Deney grubu öğrencilerine bir dönem boyunca haftada 2 saatlik öğretim yazılımına dayalı bir uygulama yapılmıştır. Sonuçta fonksiyonları bilgisayar yazılımında, etkileşimli bir çevrede öğrenen öğrencilerin geleneksel bir çevrede öğrenenlerden daha zengin bir fonksiyon kavramı görüntüsü olduğunu, problem çözüme ve hüküm vermeleri sırasında da bunu kanıtladıklarını belirlenmiştir. Benzer şekilde Demetgül ve Baki'nin (2020) teknoloji donanımlı bir sınıfta mutlak değer konusunun öğretiminde lise birinci sınıf öğrencileri ile yaptıkları çalışma sonunda teknoloji donanımlı uygulamaların öğrencilerin akademik başarılarını arttırdığını belirlemiştir. Alan yazında bu yönlü yapılan çalışmalar ülkemizde de farklı materyaller, konular çerçevesinde teknolojilerin kullanımı ile benzer sonuçların elde edilip edilmeyeceği düşüncesi ile oluşturulmuş bu çalışmanın amacına ilerleyen başlık altında yer verilmiştir.

Araştırmanın amacı

Araştırmanın temel amacı fonksiyon kavramının teknoloji ile zenginleştirilmiş bir öğretim ortamında öğretiminin öğrenci başarısına etkisini incelemek ve bu konudaki öğrenci düşüncesini belirlemektir. Bu çerçevede araştırmanın problemi "Teknoloji ile zenginleştirilmiş öğretim ortamında fonksiyon kavramının öğretiminin öğrenci başarısına etkisi nedir ve bu süreç hakkında öğrenci görüşleri nelerdir?" olarak belirlenmiştir. Bu araştırma problemine çözüm aramak amacıyla aşağıdaki alt problemler incelenmiştir:

- Deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin Fonksiyona İlişkin Ön Başarı Testi ve Fonksiyona İlişkin Son Başarı Testi toplam puanları arasında anlamlı farklılık var mıdır?
- Deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin Fonksiyona İlişkin Son Başarı Testine göre fonksiyon kavramı, fonksiyonun tanım ve değer kümesi, grafik okuma, grafik temsil biçiminden cebirsel temsil biçimine geçiş yapabilme ve fonksiyon çeşitlerini kavrama konularında anlamlı farklılık var mıdır?
- Teknoloji ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamında fonksiyon konusunun öğretime yönelik deney grubu öğrenci görüşleri nelerdir?

Yöntem

Araştırmada deneysel desenler içinde bilimsel değeri en yüksek olan model olması nedeniyle (Karasar, 2012) gerçek deneme modeli kullanılmıştır. Gerçek deneme modellerinden, ön test-son test kontrol gruplu deneysel model tercih edilmiştir. Deney ve kontrol gruplarını belirlemek için dokuzuncu sınıf öğrencilerinden oluşan iki sınıfa Fonksiyona İlişkin Ön Başarı Testi (FÖBT) uygulanmıştır. Deney grubunda teknoloji ile zenginleştirilmiş, fonksiyona ait kavramlarla ilişkili olarak hazırlanan çalışma yaprakları ve geliştirilen öğretim yazılımı ile 15 ders saatinde işlenmiştir. Deney ve kontrol gruplarının fonksiyona dair anlayışları Fonksiyona İlişkin Son Başarı Testi (FSBT) aracılığıyla karşılaştırılmıştır.

Katılımcılar

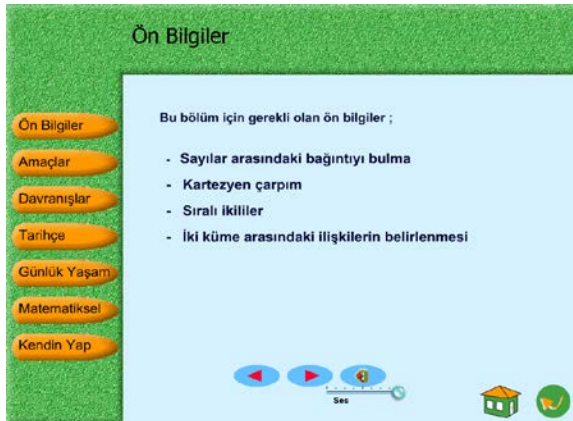
Araştırmada 31 kız, 33 erkek toplam 64 dokuzuncu sınıf öğrencisi yer almaktadır. Katılımcılar arasında sınıf tekrarı olan öğrenci bulunmamakta, öğrenciler dersi ilk kez almaktadırlar. Aynı öğretmenin girdiği iki sınıf belirlenmiş, deney ve kontrol grupları olmak üzere rastgele seçilmiştir. Deney ve kontrol gruplarındaki öğrenci sayıları 32'dir.

Öğretim yazılımının geliştirilmesi

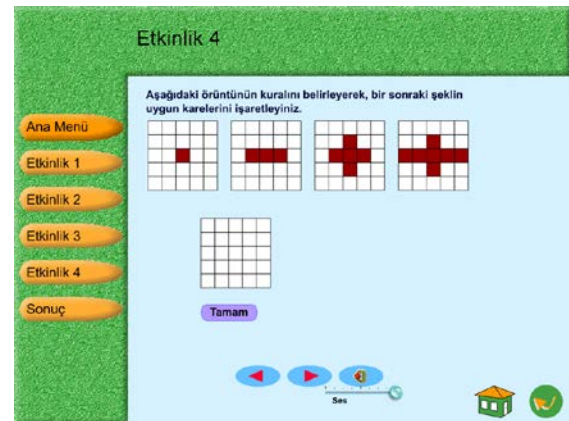
Bir yazılımın öğretim aracı olarak kullanılabilir olmasının belirli ölçütleri vardır. Geliştirilen yazılımda Hannefin ve Peck (1988) ve Alkan'ın (1998) belirttiği gibi aranması gereken nitelikler göz önüne alınarak içerik oluşturulmuştur. Bunlar özet olarak; etkin bir yazılımın dersin hedefleri üzerine kurulması, öğrencinin fizyolojik ve psikolojik özelliklerine uygun olması, öğrenci katılımını ve etkileşimini arttırıcı olması, düzeltme ve geliştirme için anında geri bildirim sağlaması, öğrenci performansını doğru ve uygun bir şekilde değerlendirmesi, öğrenciyi güdüleyip, bunu tüm ders boyunca sağlaması, öğrenmeyi bireyselleştirebilmesi, öğretim tasarımı ilkeleri göz önüne alınarak geliştirilmeye uygun olması biçiminde sıralanabilir. Bu yüzden öğretim yazılımının geliştirilmesi sürecinde bir görsel tasarım uzmanı ve bir eğitim teknoloji uzmanı ile çalışılmıştır. Bilginin sunumunda basitten karmaşığa doğru gidilip, ekrandaki düzen küçük adımlar ilkesine ve aşamalılık ilkesine göre düzenlenmiştir (Alkan, 1998). Görsel algılamada ve özellikle yorumlamada önemli rol üstlenen grafiklerin çizimi yazılımlara sunulan kurallara uyulmuştur:

- Grafikselsel bir anlatımın öğrenciyi motive edeceği, öğrenmeyi ve hatırlamayı kolaylaştıracağı (Kaşlı, 1991) inancıyla grafik ve metin aynı ekranda yerleştirilmeye çalışılmıştır. Bu anlamda grafiğin birçok alanda yararlı olacağı için hizmet rolünü üstlenmesi sağlanmıştır (Cunningham, 2000).
- Kavramların oluşturulmasında ve bazı dönütlerde animasyon kullanılmıştır. Çünkü animasyonlar genelde gözlemcilere, ilişkileri takip etme ve verilmek istenen ilişkileri ortaya çıkarmaya yardım ederler (Robertson, Card ve Mackinlay, 1993).
- Öğrencilerin durumlar arasında farklılıkları ve benzerlikleri görebilmeleri için kavramlarla ilişkili örnek olan ya da örnek olmayan durumlara yer verilmiştir (Stern, 2000).
- Öğrencilerin matematikte yapılar arası dönüşüm yapabilmeleri için, yapılar arası geçişlere önem verilmiştir.

Öğretim yazılımında kavramsal öğrenmenin gerçekleşmesi amaçlanmaktadır. Hannafin ve Scott'un (1998) da bilgisayarda hazırlanan bir yazılım ortamında, kavramsal öğrenmeye olumlu yönde etkisi olduğu sonucuna varmıştır. Prototipte fonksiyonlarla ilgili kavramlara, öğrencilerin o kavramla ilgili günlük yaşam ve matematiksel etkinliklerden sonra kendilerinin ulaşmasına imkân verilmeye çalışılmıştır. Yazılım beş ana başlıktan oluşmaktadır. Bunlar "Fonksiyon Kavramı", Fonksiyonun Tanım ve Değer Kümesi", "Fonksiyonun Gösterimi", "Fonksiyonun Grafiği", "Fonksiyon Çeşitleri" şeklindedir. Her ana başlık altında "Ön Bilgiler", "Amaçlar", "Davranışlar", "Günlük Yaşam", "Matematiksel" bölümleri, kimi alt başlıklarda da "Tarihçe", "Sonuç", "Kendin Yap", "Kendin Çöz", "Fonksiyon Bulma" gibi bölümler yer almaktadır. Öğretim yazılımın genel görünümü Şekil 1 ve Şekil 2'deki gibidir.



Şekil 1. Öğretim yazılımının genel görünümü 1



Şekil 2. Öğretim yazılımının genel görünümü 2

Ön bilgiler butonunda, kavramla ilgili bilinmesi gereken ön bilgiler hatırlatılmaktadır. Böylece öğrencilerin hangi konuları bilmesi gerektiği hatırlatılıp, bunları tekrar gözden geçirmesi istenmektedir. Amaçlar butonunda, kavramın verilmesindeki amacı hakkında bilgi ve öğrencinin önceden konunun hedeflerden haberdar edilmesi sağlanmaktadır. Davranışlar butonunda ise konu sonunda öğrencide oluşmasını beklediğimiz kazanımlara yer verilmiştir. Tarihçe butonuyla da öğrenciye fonksiyon konusunun geçmişi, ilk kullanan ve kullanan matematikçi hakkında bilgiler verilmektedir. Even (1990), günlük yaşamda ve matematikte fonksiyonun farklı formlarını ve farklı kullanımlarının özellikle öğretmenler tarafından tartışılıp, öğrenciye sunulması üzerinde durmuştur. Günlük yaşam butonunda, kavramın günlük yaşamla ilişkili farklı formları etkinliklerle, matematiksel butonunda da ise matematiksel etkinlikler ile animasyonlu, etkileşime açık sayfalardan oluşturulması sağlanmaktadır. Ayrıca Stern'in (2000) öğretim yazılımında olması gerekenlere de bu çalışmalar uymaktadır.

Yapılan bu etkinliklerden sonra öğrencinin sonuç çıkaracağı bölüm yer almaktadır. Bu butonda, günlük yaşam ve matematiksel etkinlikler sonucu, öğrencide oluşması beklenen kavramın oluşup oluşmadığının kontrolü ve verilen cevaplara karşılık gerekli yönlendirmeleri içermektedir. Bu da Stern'in (2000) bir yazılımda öğrencilerin tahminler yapıp daha sonra sonuç çıkarılmasına imkân verilmesi ilkesi ile benzerlik göstermektedir. Ayrıca yazılım kavrama ulaşıldıktan sonra kendin yap, kendin çöz, fonksiyon bul gibi butonlar, konu ile ilgili alıştırmaların yapıldığı, animasyonlarla ve grafiklerle desteklendiği sayfaları içermektedir.

Çalışma yaprakları

Araştırmada ders işleyişini destekleyen ve fonksiyon kavramının kavramsal olarak anlaşılmasını amaçlayan çalışma yaprakları kullanılmıştır. Uygulama sırasında toplam 12 çalışma yaprağına yer verilmiştir. Çalışma yaprakları "Fonksiyon kavramı", "Tanım-değer kümesi", "Fonksiyon gösterimi", "Bir fonksiyonun grafiğı" ve "Fonksiyonun grafiğini tanımlama" konularına yöneliktir. Çalışma yaprakları;

- öğrencilerde özelleştirme ve genelleştirme yapma alışkanlığı kazandırma; bu yolla sezgisel düşünceyi geliştirme,
- karşılaştıkları problemlerin çözümünde, yerine göre analiz ve sentez, tümdengelim, tümevarım, özelleştirme ve genelleştirme,
- matematiksel etkinlikleri kullanarak fonksiyon oluşturma,
- günlük hayatta karşılaştığı problemlerin çözümünde mevcut koşulları doğru değerlendirme,
- öğrencilere soyutlama yapma alışkanlığı kazandırma; bu yolla zihinsel bağımsızlığı ve yaratıcılığı geliştirme,
- günlük yaşamdan fonksiyon örneklemelerini verebilme,
- karşılaştıkları problemlerin çözümünde, yerine göre analiz ve sentez, tümdengelim, tümevarım, özelleştirme ve genelleştirme yapabilme özel amaçları göz önüne alınarak hazırlanmıştır.

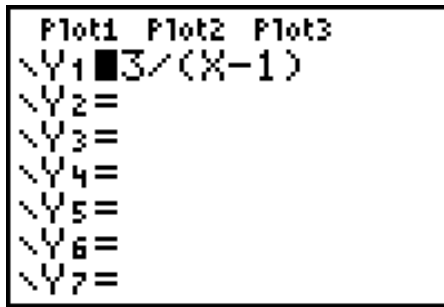
Çalışma yaprakları hazırlanırken basit, sade ve anlaşılabilir nitelikte, dersin öğretim programı bağlamında hedeflerine uygun, kullanılan yazılı ve görsel-işitsel öğeler öğrencinin pedagojik özelliklerini dikkate alan, gerçek hayatı yansıtan özellikte olmasına dikkat edilmiştir. Bunun yanında az ve öz bilgi içermesine, bilgi yerleşiminin organize bir biçimde olmasına, öğrencilerin çalıştıkları konuda işlem yapmaları için yeterli alan bırakılmasına, yazı ve şekillerin öğrencilerin gelişim düzeyine uygun olmasına ve sınıf seviyesine de uygun olmasına özen gösterilmiştir (Ceylan ve Türnüklü, 2002; Şahin ve Yıldırım, 1999).

Uygulama süreci

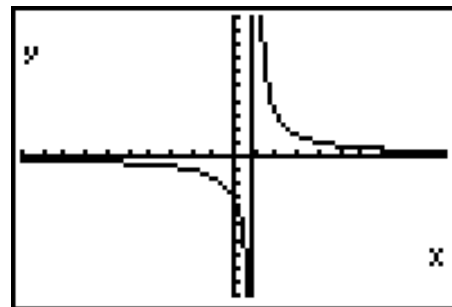
Uygulamada bazı dersler okulun bilgisayar laboratuvarında geçmiştir. Bilgisayar laboratuvarında toplam 19 bilgisayar bulunmaktaydı. Bunlardan ikisi kullanılmaz durumda idi. Bir bilgisayarda iki öğrencinin çalışması için, bir bilgisayar da yedekte tutuldu. Bu durumda uygulamada 16 bilgisayar kullanılmıştır. Uygulamada öğretim yazılımı, fonksiyon konusu ile ilgili ilk kavramların oluşturulması aşamasında kullanılmıştır. Bundan dolayı, öğrenci öncelikle her şeyi kendisinin bulması, tanımlaması, sonuçlandırması gerekmektedir.

Uygulamaya başlamadan önce, belirlenen okulda aynı öğretmenin girdiği iki sınıfta fonksiyon konusu öncesine ait başarı testi uygulanmıştır. Bu sınıfların bilgi seviyelerinin eş olduğu bulunduktan sonra, iki sınıftan rasgele bir sınıf deney, diğer sınıf da kontrol grubu olarak belirlenmiştir. Başarı testinde, fonksiyon konusu öncesi önemli bir ön bilgi olan bağıntı konusundaki eksiklik belirlenmiştir. Bundan dolayı ilk olarak her iki sınıftaki öğrencilere bağıntı ve çeşitleri ile ilgili iki çalışma yaprağı uygulanmıştır.

Uygulama toplam 15 ders saati süresince gerçekleşmiştir. Bunlardan 6'sı bilgisayar laboratuvarında, 9'u ise sınıfta gerçekleştirilmiştir. Bilgisayar laboratuvarında geliştirilen öğretim yazılımı ile sınıfta da özellikle grafik hesap makinesi destekli çalışma yaprakları ile ders işlenmiştir. Uygulama sırasında toplam 12 çalışma yaprağına yer verilmiştir. Bunlardan 5'i sınıf içi etkinlik olarak, 7'si ise ölçme amaçlı olarak uygulanmıştır. Öğretim yazılımının "Fonksiyon Kavramı", "Tanım-Değer Kümesi", "Fonksiyon Gösterimi" ve "Bir Fonksiyonun Grafiği" ile ilgili bilgisayar laboratuvarındaki çalışmalarına birer ders saati ayrılmıştır. Uygulamanın devamında deney grubu öğrencilerine TI-83 Plus grafik hesap makinesinin konu içinde kullanımı için 20 dakikalık bir sürede gerekli tuşları tanıtılmıştır. Grafik hesap makineleri 18 tane olup sınıfta çoğu iki öğrenciye bir hesap makinesi verilmiştir. Öğrenciler çalışma yapraklarını yaparken grafik hesap makinesini rahat kullanmaları için makinenin özellikle fonksiyon girmeye yarayan "Y=" tuşu, yazılan bir fonksiyonu çizen "GRAPH" tuşu, fonksiyonun istenen noktasında değerini veren ya da belli aralıklarla sıralayan "TABLE" tuşu ve koordinatları girilen bir noktayı analitik düzlemde işaretleyen "DRAW" tuşu tanıtılmıştır. Grafik hesap makinesine ait görüntüler aşağıda verilmiştir.



Şekil 3. Grafik hesap makinesinin fonksiyon girişine ait görüntü



Şekil 4. Grafik hesap makinesinin grafik ekranına ait görüntü

Grafik hesap makinesi ile ilgili yapılan uygulamadan sonra fonksiyon çeşitlerine, öğretim yazılımı kullanılarak 2 ders saati içinde çalışılmıştır. Fonksiyon çeşitleri ile ilgili grafik hesap makinesi kullanılarak sınıf içi etkinlik için hazırlanan "Genelleme Yap" ve değerlendirme amaçlı "Sonuç Çıkar" adlı iki çalışma yaprağı uygulanmıştır. Çalışma yaprakları matematik öğretiminin genel amaçları arasında yer alan "Öğrencilerde özelleştirme ve genelleştirme yapma alışkanlığı kazandırma; bu yolla sezgisel düşüncüyü geliştirme" ve lise matematik öğretiminin genel amaçları arasında yer alan "Karşılaştıkları problemlerin çözümünde, yerine göre analiz ve sentez, tümdengelim, tümevarım,

özelleştirme ve genelleştirme” amaçları göz önüne alınarak hazırlanmıştır. Bu çalışma yaprakları da sadece deney grubuna uygulanmıştır.

Uygulamada grafik hesap makinesi de kullanılabilecek fonksiyon kavramının uygulanması amaçlı 4 çalışma yaprağı hazırlanmıştır. Bunlardan “Verhulst Modeli”, “Kaset” ve “Dünya Nüfusu” adlı çalışmaları yaprakları sınıf içi etkinlik amaçlı olarak sadece deney grubuna, “Yakut Fiyatları” ve “İşçi Sayısı” adlı çalışma yaprakları da her iki gruba değerlendirme amaçlı hazırlanıp, uygulanmıştır.

Ayrıca fonksiyon kavramının oluşturulmasına destek olmaya yönelik deney grubu öğrencilerine fonksiyonun “makine”, “ilişki” ve “bağıntı” olarak ele alınışı için üç tane çalışma yaprağı hazırlanıp uygulanmıştır. İsimleri “Makine Olarak Fonksiyon”, “İlişki Olarak Fonksiyon” ve “Bağıntı Olarak Fonksiyon” çalışma yaprakları da bir ders saati içinde uygulanmıştır. Çünkü bu noktada tavsiye edilen fonksiyon makinesinin değişik fonksiyon gösterimleriyle paralel olarak kullanılmasıdır (Tall, McGowen ve DeMarois, 2000).

Veri toplama araçları

Araştırmanın uygulama sürecinde öğretim yazılımı ve çalışma yaprakları kullanılmıştır. Başarının değerlendirilmesinde ise uygulama öncesi ve sonrasında uygulanan fonksiyon kavramına ilişkin başarı testleri kullanılmıştır. Bu araçlara ilişkin bilgiler aşağıda yer almaktadır. Ayrıca uygulama sonrası öğrencilerle fonksiyon kavramının teknoloji ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamına yönelik düşüncelerini almak üzere yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanılmıştır.

Fonksiyona ilişkin ön başarı testi (FÖBT)

FÖBT’nin amacı iki sınıf öğrencilerinin bilgi seviyelerinin eş olup olmadığını belirleyerek deney ve kontrol gruplarını belirlemektir. FÖBT’nin geliştirilmesi sürecinde küme ve bağıntı konuları ile ilgili matematik dersi ortaöğretim öğretim programında yer alan hedef davranışlara uygun olarak 30 soru hazırlanmış ve üç matematik öğretim üyesi ve üç matematik öğretmenin görüşünün önerileri doğrultusunda düzenlenmiştir. FÖBT, test-tekrar-test yöntemine göre geliştirilmiştir. Türkiye’nin batısında yer alan bir üniversitenin ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmenliği bölümünü yeni kazanmış 249 öğrenciye uygulanarak madde analizi yapılmıştır.

FÖBT’deki her bir maddeye 1 puan verilmiştir ve testten alınabilecek maksimum puan 30’dur. Madde analizi yapılırken puan sıralamasında en üstteki %27’lik grupta ve en alttaki %27’lik grupta bulunan öğrencilerin cevap kâğıtları dikkate alınmıştır (Özçelik, 1989; Demirel, 1999). Alınan alt grup ve üst grup cevapları üzerinden her bir maddenin madde güçlükleri ve ayırıcılığı hesaplanmış, testin ortalama güçlüğü ile test puanlarının bağıl değişkenliği bulunmuştur. Testte ayırıcılığı negatif olan iki madde bulunmuş ve bunlar testten çıkarılmıştır. Ayırıcılığı da 0.20’den düşük ($r=0.19$) bir madde bulunmuş ve düzeltilerek kullanılmıştır. FÖBT’deki tüm maddelerin ortalama güçlüğü 0.44 bulunmuştur. Bu sonuca göre bu testteki maddeler ne çok kolay ne de çok zordur. Fakat zora daha yakın olduğu söylenebilir. Ayrıca deneme örneklemindeki öğrencilerin, bu test ile yoklanan davranışların yaklaşık yarısına yakın sahip olduğu görülmektedir. Buna göre de testin güçlüğü istenen düzeydedir. Testin bağıl değişkenliği buna göre hesaplanmış ve 38.5 olarak bulunmuştur.

Madde analizi yapılan testin, güvenilirliği için tekrar düzenlenip, yine aynı öğrenci grubundan 241 kişiye altı hafta sonra tekrar uygulanmıştır. FÖBT’nin güvenilirlik katsayısı KR-20 yöntemi ile hesaplanmış ve 0.89 olarak bulunmuştur. Bu anlamda testin güvenilir olduğunu söylenebilir. FÖBT’nin ayırt ediciliği yüksek olan maddelerden oluşması ve test maddelerine ilişkin belirtke tablosu

oluşturulup konuların ağırlıkları ve kazandırılması beklenen davranışların belirlenerek kapsam geçerliği sağlanmış sorulardan oluşması nedeniyle geçerli olduğu düşünülmektedir.

Fonksiyona ilişkin son başarı testi (FSBT)

FSBT uygulama sonunda kontrol ve deney gruplarında bulunan öğrencilerin başarı arasındaki farkı belirlemek amacıyla belirtke tablosu oluşturularak hazırlanmıştır. FSBT'ye madde analizi yapılmış, bunun için Türkiye'nin batısında yer alan bir üniversitenin ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmenliği bölümünü yeni kazanmış 249 öğrenciye uygulanmıştır. Testte ayıricılığı 0.20'den düşük 1 madde bulunmuştur ($r=0.19$). Bu madde de düzeltilerek kullanılmıştır. Testteki tüm maddelerin ortalama güçlüğü, 0.42 bulunmuştur. FSBT'nin bağıl değişkenliği hesaplanmış ve 36 olarak bulunmuştur. Madde analizi yapılan testin, güvenilirliği için tekrar düzenlenip, yine aynı bölümdeki farklı 241 kişiye yapılmıştır. Buradan testin güvenilirliği için yine KR-20 yöntemi kullanılmış ve 0.92 olarak elde edilmiştir. Bu anlamda testin güvenilir olduğu söylenebilir. FSBT, ayırt ediciliği yüksek olan maddelerden oluştuğu ve kapsam geçerliliği sağlanmış sorular içerdiği için testin geçerli olduğu söylenebilir.

Veri analizi

FÖBT ve FSBT verileri SPSS-Win programında değerlendirilmiştir. Uygulanan testlerde ortalama, frekans dağılımı, varyans analizi, t -testi ve Shaffe testi yapılmıştır. Görüşme formundan elde edilen veriler ise içerik analizi ile analiz edilmiştir.

Bulgular

Araştırmadan elde edilen bulgular "FÖBT ve FSBT'ye Yönelik Bulgular", "Fonksiyona Ait Alt Kavram ve Temsillerine İlişkin Bulgular" ve "Öğretim Sürecine Yönelik Öğrenci Görüşlerine Ait Bulgular" başlıklarıyla sunulmaktadır.

FÖBT ve FSBT'ye yönelik bulgular

Kontrol ve deney gruplarının ön bilgileri arasında fark olup olmadığını belirlemek için uygulanan FÖBT'ye verilen cevaplardan oluşan veri, t -testi ile analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular Tablo 1'de belirtilmektedir.

Tablo 1.

Kontrol ve deney gruplarının FÖBT başarılarına ilişkin t -testi

	<i>N</i>	\bar{X}	<i>SS</i>	<i>sd</i>	<i>t</i>	<i>P</i> *
Kontrol	32	10,31	3,25	62	-0,704	0.531
Deney	32	10,91	3,50			$p > 0.05$

* $p < .05$ olarak alınmıştır.

Analiz sonuçlarından anlaşılacağı gibi başlangıçta iki grup arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmamaktadır [$t_{(62)}=-0,704$, $p > .05$]. Bu durum seçilen iki grubun ön bilgiler düzeyinde, eş bilgi birikimlerine sahip olduğunu göstermektedir. FÖBT'ye kontrol ve deney grubunun verdiği yanıtlar ayrıntılı incelendiğinde, her ne kadar sınıflar arasında fark görülmemiş olsa da, her iki grubun bağıntı konusunda eksikliklerinin ve kavram yanlışlarının olduğu belirlenmiştir. Çalışmayı olumsuz etkilememesi için her iki gruba ön öğrenmelerine ilişkin sıkıntılarını giderebilmek amacıyla iki ek ders saati işlenmiştir.

Kontrol ve deney gruplarına uygulamanın sonunda FSBT yapılmıştır. Bu test 30 sorudan oluşmaktadır ve her bir soruyu 1 puan üzerinden değerlendirirsek testten alınabilecek en yüksek puan 30'dur. Bu son testte katılan öğrencilerin aldıkları puanların frekans dağılımı Tablo 2'de gösterilmektedir.

Tablo 2.

Kontrol ve deney grupları öğrencilerinin aldıkları puanlara ilişkin frekans dağılımı

Puan	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	24	26	
Kontrol(f)	9	3	3	4	1	2	6	1	3											
Deney(f)							2	1	3	3	1	2	6	2	1	3	4	3	1	

Tablo 2'den de görüldüğü üzere deney grubu öğrencilerinin son testten aldıkları puanlar 12 ile 26 arasındayken kontrol grubu öğrencilerinin aldığı puanlar 6-14 arasındadır. Buna göre alınan toplam puanlar üzerinden iki grubun öğrenci başarısını FSBT'ye göre karşılaştırmak için t-testi analizi yapıldığında istatistiksel olarak deney grubu lehine anlamlı bir fark elde edilmiştir [$t_{(62)} = -11.049$, $p=0.000$, $p<.05$]. Bu da deney grubu öğrencilerinin akademik başarılarının daha ileriye taşındığını göstermiştir. Ayrıca Tablo 2'den görüldüğü gibi deney grubundaki öğrencilerin sadece 6'sı %50 başarının altında kalırken kontrol grubu öğrencilerin tamamının başarısı %50'nin altında kalmıştır.

Fonksiyona ait alt kavram ve temsil biçimlerine yönelik bulgular

FSBT'de yer alan ilk 4 soru, fonksiyon kavramına yönelik hazırlanmıştır. Kontrol ve deney grubu öğrencilerinin fonksiyon kavramı ile ilgili bu sorulara verdikleri yanıtlar veri olarak kullanılarak, iki grup arası yapılan t-testi sonucu, deney grubunun lehine istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık elde edilmiştir [$t_{(62)}=-5.740$, $p=0.000$, $p<.05$]. Bu da genel olarak, fonksiyon kavramının oluşması konusunda deney grubu öğrencilerinin daha başarılı olduklarını göstermektedir. Günlük yaşamdan örneklerle birlikte fonksiyonun, makine ve ilişki olarak ele alındığı deney grubunda daha üstün bir başarının sağlandığı ve kontrol grubu ile anlamlı bir farklılık olduğu ortaya çıkmaktadır. Buna karşılık fonksiyonun bağıntı olarak düşünülmesinde cebirsel işlemlerin her iki sınıfta da yapılmasından kaynaklanan bir benzerlik söz konusudur.

Fonksiyonun tanım ve değer kümelerini kavrama ve belirleyebilmeye yönelik FSBT'deki 5.-8. ve 13.-16. arası sorular olmak üzere 8 soru bulunmaktadır. Bu sorulara verilen yanıtlardan elde edilen puanlara dayanan veriler değerlendirilerek, iki grup arasında yapılan t-testi analizinde deney grubu lehine anlamlı bir farklılık olduğu belirlenmiştir. Bu farklılığa ilişkin değerler Tablo 3'tedir.

Tablo 3.

Gruplar arası fonksiyonun tanım-değer kümesini belirlemeye yönelik t-testi

Grup	N	\bar{X}	SS	sd	t	P*
Kontrol	32	2,84	1,44	62	-7,681	0.000
Deney	32	5,32	1,18			$p<0,05$

* $p<.05$ olarak alınmıştır.

Tablo 3'ten görüleceği gibi, gruplar arasında bir fonksiyonun tanım ve değer kümesini kavrama ve belirleme yönünden istatistiksel olarak anlamlı bir fark vardır [$t_{(62)}=-7.681$, $p=0.000$, $p<.05$]. Bu fark, fonksiyonun tanım ve değer kümesinin gösteriminde grafiksel ve cebirsel temsil biçimlerini bir arada kullanmadan ileri geldiği düşünülmektedir. Buna karşılık cebirsel temsil biçimi kullanılan, fonksiyonların tanım ve değer kümelerinin elde edilmesinde ya da tanım-değer kümesi bilinen bir fonksiyonun belirlenmesine yönelik olan 5.-8. sorulardan alınan toplam puanlar

kullanılarak iki grup arasında yapılan t-testi sonucunda istatistiksel olarak anlamlı bir fark görülmemiştir [$t_{(62)}=-1.506, p>.05$]. Fakat grafik temsil biçimi kullanılan ve fonksiyonun tanım ve değer kümelerini kavramaya yönelik olan 13.-16. sorulardan alınan toplam puanların karşılaştırılması için yapılan t-testi sonucu deney grubu lehine anlamlı bir farklılık bulunmuştur [$t_{(62)}=-9.632, p=0.000, p<.05$].

FSBT’de yer alan 9.-16. sorular, öğrencilerin grafiği verilen bir fonksiyonun bazı özelliklerini grafikten okunması ile ilgili öğrenme ve becerileri ne ölçüde kazandığını ortaya çıkarmayı amaçlamaktadır. Bu amaç doğrultusunda öğrenci yanıtları incelenmiş ve gruplar arası başarı yönünden bir farklılığın olup olmadığı t-testi ile analiz edilmiştir. Buna göre deney ve kontrol grupları arasında, istatistiksel olarak anlamlı farklılığa rastlanmıştır [$t_{(62)} = -8.306, p=0.000, p<.05$]. Bu fark deney grubu lehinedir.

“Grafik temsil biçiminden cebirsel temsil biçimine geçiş sağlanmış mıdır?” araştırma alt problemi için FSBT’deki 10.-16. ve 23.-27. arası sorulara alınan cevaplardan incelenmiştir. Bu sorular grafik ve cebirsel temsil biçimleri ve geçişleri ile ilgilidir. Belirtilen bu sorular dikkate alınarak iki grup arasında başarı farklılıklarını belirlemek amacıyla yapılan t-testinde deney grubu lehine, istatistiksel olarak anlamlı farklılıklara rastlanmıştır [$t_{(62)}=-9.198, p=0.000, p<.05$]. Deney grubu öğrencilerinden 5 kişi bu alt probleme ait 12 sorudan 11’ini doğru olarak cevaplandırmışlardır. Kontrol grubunda da en fazla 6 soruya doğru cevap veren kişi sayısı da 2’dir. Bununla ilgili ayrıntı için frekans dağılımı Tablo 4’te sunulmuştur.

Tablo 4.

Gruplar arası grafik temsilinden cebirsel temsile geçiş sorularına ait öğrenci frekansları

Sınıf	0 doğru	1 doğru	2 doğru	3 doğru	4 doğru	5 doğru
Kontrol(f)	1	8	8	7	5	1
Deney(f)	0	0	1	2	2	3

Sınıf	6 doğru	7 doğru	8 doğru	9 doğru	10 doğru	11 doğru	12 doğru
Kontrol(f)	2	0	0	0	0	0	0
Deney(f)	3	3	6	3	4	5	0

Tablo 4’ten anlaşılacağı gibi deney grubundaki toplam 24 kişi 12 sorudan en az 6’sını doğru olarak yanıtlamışlardır. Bu da grubun %75’inin bu alt problemlerle ilgili davranışların en az %50’sini kazandıklarını gösterir. Kontrol grubundan da 6 sorudan fazla doğru cevap verilemeyişi tersine bir görüntü sergiler ve önemli bir fark göstergesidir. Bu sonuç uygulamanın grafik temsil biçimine oldukça yer vermesi ve bu yönde çalışmaların yapılmasının uygun olduğunu ve dolayısı ile seçilen yöntemin doğruluğunu ortaya çıkarmaktadır.

“Fonksiyon çeşitlerinin kavranması ne yöndedir?” sorusunun cevabı için FSBT’nin 17.-25. sorularına verilen cevaplar incelenmiştir. Bu sekiz soru bire-bir, örten, içine, sabit ve bire bir fonksiyonları tanımlama ve birbirlerine göre farklılıklarını ayırt etmeye yönelik sorulardır. Bu alt problemle ilgili belirtilen sorulara verilen cevapların analizinde, kontrol ve deney grubu öğrencileri arasında alınan puanların karşılaştırması için yapılan t-testi sonucunda anlamlı bir farkın deney grubu öğrencileri yönünde olduğu belirlenmiştir [$t_{(62)} = -6.635, p=0.000, p<.05$]. Belirlenen soruların gruplar arası analizi Tablo 5’te verilmektedir.

Tablo 5.

Gruplar arası 17.-25. soruların *t*-testi analizi

	Sınıf	<i>n</i>	\bar{X}	<i>SS</i>	<i>SD</i>	<i>t</i>	<i>P</i> *
17.soru	Kontrol	32	0.41	0.50	62	0.773	0.621 <i>p</i> >0.05
	Deney	32	0.31	0.47			
18.soru	Kontrol	32	0.22	0.42	59.885	-2.414	0.000 <i>p</i> <0.05
	Deney	32	0.50	0.51			
19.soru	Kontrol	32	0.19	0.40	62	-0.877	0.247 <i>p</i> >0.05
	Deney	32	0.28	0.46			
20.soru	Kontrol	32	0.31	0.47	62	-0.773	0.345 <i>p</i> >0.05
	Deney	32	0.41	0.50			
21.soru	Kontrol	32	0.47	0.51	53.828	-3.778	0.001 <i>p</i> <0.05
	Deney	32	0.88	0.34			
22.soru	Kontrol	32	0.13	0.34	53.828	-3.197	0.000 <i>p</i> <0.05
	Deney	32	0.47	0.51			
23.soru	Kontrol	32	0.34	0.48	62	-2.590	0.000 <i>p</i> <0.05
	Deney	32	0.66	0.48			
24.soru	Kontrol	32	3.13E-02	0.18	39.566	-7.380	0.003 <i>p</i> <0.05
	Deney	32	0.69	0.47			
25.soru	Kontrol	32	0.47	0.51	58.600	-3.021	0.000 <i>p</i> <0.05
	Deney	32	0.81	0.40			

**p*<.05 olarak alınmıştır.

Analiz sonuçlarına göre 17., 19. ve 20. sorularda gruplar arasında, istatistiksel olarak anlamlı farklılıklara rastlanmamıştır. Özellikle 17. ve 20. soruda farklılığın çıkmaması her iki grupta da tanım ve cebirsel temsile önem verildiğinin bir göstergesidir. Gruplar arası farklılığın olduğu sorular ise günlük yaşamdan örnekler içinde ve grafiksel temsil biçimi ile fonksiyonun çeşidinin belirlenmesine ilişkin sorulardır.

Öğretim sürecine yönelik öğrenci görüşlerine ait bulgular

Deney grubu öğrencilerin seçildiği sınıfa, fonksiyon kavramını teknoloji ile zenginleştirilmiş bir öğretim ortamında işleme hakkında yüz yüze 12 öğrenci ile görüşülmüştür. Öğrencilere ilk olarak “İşlediğimiz dersler hakkında neler düşündüğünüzü genel hatları ile vurgulayabilir misiniz?” sorusu yöneltilmiştir. Tüm öğrenciler, ders işleme yaklaşımının farklı olduğu üzerinde birleşmişlerdir. Bu farklılıkların neler olduğu konusunda ise aşağıdaki kümelenmeler olmuştur.

Tablo 6.

Öğrencilerin işlenen derslerin yaklaşımı hakkındaki düşünceleri

Farklar üzerine düşünceler	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Daha zevkli	x	x		x			x	x	x			x
Bilgisayar	x	x	x	x	X	x		x	x	x		x
Sadece işlem yapılmaması					X		x			x	x	x

Günlük yaşamdan örnekler	x	x			x	x			x	x
Hesap makinesi	x	x	x	x	x		x	x	x	x
Çalışma yaprakları	x			x	x	x			x	x

Tablo 6 incelendiğinde ders işlemedeki farklılıklarının, en azından başlangıç olarak, hep olumlu yönde ortaya çıktığı gözlenebilmektedir. Bu bulgu, öğrencilerin aşağıda örnekleri sunulmuş olan görüşlerinden de görülebilmektedir.

“Değiştiği tabii ki. Özellikle matematik dersinin bu şekilde işlenebileceğini görmek, kendimiz bir şeyler yaptık, zevkliydi bence, diğer derslerden” (Öğrenci 12, Kız).

Ders işlenişindeki diğer bir farkı, bilgisayarın varlığı olarak ifade etmişlerdir. Buna ilişkin ifadeler aşağıdaki gibidir:

“Yani bilgisayar olması farklılık kattı. Bilgisayarda farklı çalışmaların yapılabileceğini gördük. Mesela kutuya atılan bir şey yapamayız sınıfta ve böyle şeyler de işlemiyoruz mesela. Dersi o şekilde işlemiyoruz. Bunlardan hiç bahsedilmiyor. Biz daha çok testlerde, üniversite sınavında çıkan sorulara benzer şeyler çözüyoruz” (Öğrenci 5, Kız).

“Biz bilgisayarı sevdiğimiz için, daha zevkli yaptık, işledik. Bir kere bilgisayar olması başlı başına iyi bir şey. Biz normal bilgisayar dersine çok büyük hevesle gidiyoruz. Daha olumlu oluyoruz herhalde bilgisayarda. Daha zevkli geldi bilgisayar başında matematik” (Öğrenci 8, Erkek).

Bir başka yaklaşım, alışılanın dışında, ders işleniş sırasında pek fazla işlem yapılmaması yönünde oluştu.

“Gösterilenler, yapılanlar farklı tabii. Biz hep, soru çözüp tahtada işlemler yapıyorduk. Burada, pek işlem kullanmadık. Bu iyi de kötü de. Çünkü biz ÖSS’ye hazırlandığımız için sorulara daha çok ağırlık vermemiz gerekiyor. Ama yaptıklarınızla daha iyi anladık fonksiyonlar nerede kullanılır, bunu gördük. Aslında matematik ders saati arttırılırsa daha iyi olur bence” (Öğrenci 10, Kız).

Öte yandan derste günlük yaşamla ilişkili örnekleme yapılması ve konunun bu şekilde işlenmesi yönünde de değişik tepkiler alındı. Çalışma yapraklarının kullanılmasından kaynaklanan farklılıkları ise daha farklı ortaya koydular.

“Konu olarak aynı ama, görünüm açısından çok fark vardı. İçeriği ve işleniş çok farklıydı. İçeriğinde hep günlük yaşamla ilişkilendirme vardı. Bu bizim alışık olmadığımız bir şekil” (Öğrenci 6, Kız).

“Biz daha önce hiç böyle hesap makinesi kullanmadık. Çok güzeldi. Bilgisayar kadar zevkli geldi bana. Grafikleri ne güzel çiziyordu. Çok hoşuma gitmişti” (Öğrenci 1, Erkek).

“Birdenbire çok değişik şey gördük. Bunların hepsi de kısa sürede oldu hem de. Çalışma yaprakları da çok farklıydı. Ben ilk kez matematiğin açık bir şekilde nerede kullanıldığını görmüş oldum. Neyin nerede kullanıldığı ile ilgili çalışma kâğıtları çok güzeldi. Kimisi de zordu ama” (Öğrenci 11, Erkek).

“Dersinizi işlerken oluşan sınıf ortamı hakkında neler düşünüyorsunuz?” sorusu için yapılan çözümleme Tablo 7’de görülmektedir.

Tablo 7.

Uygulama sırasında oluşan sınıf ortamı hakkında öğrenci değerlendirmesi

Sınıf ortamı üzerine düşünceler	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Laboratuvar ortamı	x	x	x	x	x	X	x	x	x	x	x	x
Grup çalışması	x	x			x	X		x			x	x
Hareketli ve heyecanlı			x	x				x	x	x		
Rekabet ortamı	x		x		x	x				x	x	x

Tüm öğrenciler, teknoloji kullanımını laboratuvar ortamına benzeterek, böyle bir sınıfta ders işlemeyi farklı bulmuşlar ve aşağıdaki gibi görüşler oluşturmuşlardır:

“Sınıf ortamı değişti tabi ki. Özellikle çoğu dersin laboratuvar ortamında olması, herkesi mutlu etti. Biz normal bilgisayar dersine bile hevesle gidiyoruz. Matematik dersi de orada olunca hoşumuza gitti” (Öğrenci 2, Erkek).

“Arkadaşım ile çok iyi yaptık. İki kişi olunca o bana, ben ona yaradım. Böyle grup çalışması ile ders daha çok hoşumuza gitti. Ama herkeste bilgisayar olsaydı, o da iyi olurdu herhalde. Bilmiyorum” (Öğrenci 5, Kız).

Alışılmıyın dışında, sınıfta serbest hareket ederek öğrenmeye çalışmayı hem değişik ve hem de heyecan verici olarak algılamışlardır.

“Sınıfta bir heyecan vardı sanki. Dersin laboratuvar ortamında, bu şekilde olması bazen gürültü oluyordu ama herkesin tartışmasından dolayı konuştuğumuzda, gürültü oluyordu. Bir hareketlilik vardı sınıfta” (Öğrenci 3, Erkek).

Öte yandan sınıf ortamında, bir şeyler üretmeye yönelik yarışma duygusunun, öğrenme atmosferini olumlu yönde değiştirdiğini öne sürenler olmuştur.

“Bazen bilgisayar başındayken, kim daha çabuk geçecek diye sanki yarışıyor gibiydik. Bir de hesap makinesi kullanırken, en yakın doğruyu kim bulacak diye bir yarış olmuştu” (Öğrenci 6, Kız)

“Kullandığınız öğretim yazılımının içeriği hakkında düşüncelerinizi açıklar mısınız?” sorusuna, öğrencilerin verdikleri yanıtlar çerçevesinde Tablo 8’deki düşünceler belirlenmiştir.

Tablo 8.

Öğretim yazılımının içeriği hakkındaki görüşler

İçerik üzerine düşünceler	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
İçeriği zordu.	X	x	x	x		x		x		x		
İçeriği kolaydı.			x		x				x		x	x
Öğrenci tarafından yapıma zorunluluğu	x	x		x		x	x		x		x	x
İşlem ağırlıklı değildi.	x	x		x	x		x	x		x		x
Amacı önceden biliniyordu.								x		x		x
Günlük yaşamdan örnekler vardı.			x		x		x	x		x	x	x
Animasyonlar vardı.	x	x	x		x				x		x	

Yazılımın içeriği zordu diyenler, neden olarak çoğunlukla, yazılımın öğrenci merkezli olması ve işlem ağırlıklı olmamasını belirtmişlerdir. İçeriği kolay bulanların azınlıkta kaldığını belirtmekte yarar vardır. Bu görüşe yönelik öğrenci ifadeleri aşağıdaki gibidir:

“Çok fazla zorla değildi ama. Sınıfta bir öğretmen genelde her şeyi anlatarak yapıyor. Orda yani bilgisayarla bire-birsiniz, kendiniz yapmanız gerekiyor. Kendiniz anlamanız gerekiyor” (Öğrenci 9, Kız).

“Programı kullanması kolaydı. Ama ben arkadaşımın bazılarını yaparken zorlandık. Biz öğretmenin anlatmasına alışık olduğumuzda, böyle tek başımıza bizim düşünmek zorunda olmamız zor geldi bize. Ben arkadaşımın birkaç kere öncekileri seyredip, sonra yapıyorduk. Zor olanlar zaten etkinliklerin sonuydu” (Öğrenci 4, Erkek).

“Evet herşeyi biz yapacağız ama, önceden belli ipuçları veriliyordu. Etkinlikleri iki kişi hatta birkaç kere kimini tekrarladık. Takıldığımızda, Sonunda yaptık” (Öğrenci 12, Kız).

Ünitenin işleniş sürecinde, günlük yaşamdan örneklerin ağırlıklı olması ve bunun bazı animasyonlarla desteklenmesine en ilginç tepki aşağıda çıkarılmıştır.

“Yanlış seçeneği işaretledin mi neden yanlış olduğunu animasyon gösterisi ile anlatması grafiklerde falan iyiydi. Biz bir de program yüklüydü bilgisayarlarda. Bilgisayar dersinin arasında kalıp, arkadaşla bakıyorduk. Vardı bizim gibi bakanlar” (Öğrenci 11, Erkek).

“Matematiğin günlük yaşamla ilişkisini görerek, fonksiyon kavramının oluşturulmasının sizin üzerinizdeki etkileri nelerdir?” sorusuna verilen yanıtların ortak çözümü Tablo 9’deki biçimde sıralanmaktadır.

Tablo 9.

Fonksiyon kavramının oluşturulmasında, günlük yaşamın kullanılmasına yönelik düşünceler

Düşünceler	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Anlamlıydı.	x	x		x			x	x	x	X		x
Kalıcıydı.			X	x	x	x		x	x	X	x	x
Adapte güçlüğü			X			x		x				x
Sınavlarda sorulmadığı	x			x	x		x		x		x	

Kimi öğrenciler günlük yaşamla ilişki kurulmasının anlamlılığı ve kalıcı öğrenmeye katkısı yönünde, aşağıdaki örneklerde olduğu gibi, ilginç yaklaşımlarda bulunmuşlardır.

“Derslerimizin nerede kullanıldığının, nerede var olduğunu görmemiz için güzel oldu. Ben hiç böyle düşünmezdim. Daha anlamlı oldu diyebilirim. Ama sizin yaptığınız gibi öğretmen yapmayınca, onun yaptığı daha önemli oldu. Hani yaptığınız gibi sorular çalışma yaprakları hep olsa, şaşırılmazdık” (Öğrenci 2, Erkek).

“Anladık fonksiyonlar konusunun nerede kullanıldığını. Daha kalıcı oldu bana göre. Tanımlara kendimiz karar verdiğimiz için daha kalıcı oldu. Ama zordu. Çalışma yapraklarında da daha çok anlamış olduk, fonksiyonlar konusunun nerede kullanıldığını. Hesap makinesinde de oyun gibi geldi, bir de yaptığımız proje, oyun gibi geldi” (Öğrenci 9, Kız).

“Çok iyiydi. Gördük fonksiyonlara neden ihtiyacımız olduğunu. Daha kalıcı oldu” (Öğrenci 3, Erkek).

Kimi öğrenciler yeni yaklaşıma alışma güçlüğü yaşadıklarını aşağıdaki gibi belirtmişlerdir:

“Biz daha önceden böyle ders işlemediğimizden, neden böyle, bu nasıl ders diye çok şaşırдық. Hatta ilk başta ne yaptığımızı, bunların nereden çıktığını anlamadık. Sonra anladık ne olduğunu, nasıl yapacağımızı, alıştık” (Öğrenci 6, Kız).

“Kısa sürede çok değişik şekillerde ders işledik. Bu yüzden şaşırdık aslında. Hepsi güzeldi. İlklerinde biraz zorluk çektik. İkincilerinde daha iyi anladık” (Öğrenci 8, Kız).

Anlamli ve kalıcı olmasına karşın yine de matematiğin günlük yaşamla bu şekilde ilişkisi sınavlarda sorulmadığı için, yaklaşıma dönük olumsuz düşünenler de olmuştur.

“Ama sınavlarda hiç bunlar yok ki. Değişik oldu, fonksiyonun çevrede neler olabileceği konusunda bilgimiz oldu. Kullandığımızı fark ettik. Ama işte” (Öğrenci 8, Kız).

“Evet daha iyi gibi görünüyor, bu şekilde daha kalıcı, anladık ama bu tür sorular yok testlerde.” (Öğrenci 11, Erkek).

“Hep bunlar işlenirken sınavda bunlar acaba nasıl sorulur diye ben de düşündüm. Özellikle test sınavında, sorulmaz herhalde” (Öğrenci 7, Erkek).

Bir diğer soru olan “Uygulanan çalışma yaprakları hakkında neler düşünüyorsunuz?” sorusuna tüm öğrenciler daha önce böyle bir çalışma yapmadıklarını ve farklı bir çalışma olduğunu ifade etmişlerdir. Düşüncelerine göre farklı tarafları aşağıdaki çizelgedeki gibidir.

Tablo 10.

Öğrencilerin uygulanan çalışma yaprakları hakkındaki düşünceleri

Düşünceler	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Bir olaydan fonksiyonun oluşturulması		x	x	x					x	x		
İçinde sadece bir soru çözümü olmaması	X		x	x	X		x				X	x
Fonksiyonların nerede kullanıldığı konusunda daha anlamlı olması	X	x	x	x		x		x		x		x

Bu düşünceler aşağıda örnekleri sunulan görüşlerden çıkarılmıştır.

“Sizin dersinizin dışında işlemlerle fonksiyonu kullandık, bulduk. Ama özellikle çalışma yapraklarında ya verilmiş fonksiyon o olayda kullandık ya da o olay üzerinde kullanılacak denklemi yani fonksiyonu biz yazdık” (Öğrenci 9, Kız).

“Hesap makinesinde ve çalışma yapraklarında bizim fonksiyon bulmamız değişti” (Öğrenci 3, Erkek).

“Çalışma yapraklarında birden çok soru yapmış gibi olduk. Bir soru diğerine bağlı gibiydi. Bazen de yorum gerekiyordu” (Öğrenci 1, Erkek).

“Dersteki gibi bir soru yazılıp, çözüldükten sonra biter. Ama sizin yaptırdıklarınızda bir sorunun böyle, birçok değişik durumuna, ayrıntısına girilmiş. Onları yaptık” (Öğrenci 5, Erkek).

“Bir de çalışma yapraklarında daha çok fonksiyonları nerede kullandığımızı gördük. Bu konuda bir fikrimiz oldu” (Öğrenci 2, Erkek).

“Daha güzel daha anlamlı oldu. Böylelikle fonksiyonların nerede kullanıldığını anladık” (Öğrenci 6, Kız).

“Grafik hesap makinesi ile yapılan çalışmalar hakkındaki düşünceleriniz nelerdir?” sorusuna yanıtlar aşağıdaki Tablo 11’deki gibi sıralanmıştır.

Tablo 11.

Öğrencilerin grafik hesap makinesi ile ilgili çalışmalar ile ilgili düşünceleri

Düşünceler	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Oyun gibi		x	x	x	x	X		x	x			x
Eğlenceli	x	x	x	x		X	x		x	x	x	
Kendimiz deneyip bulduğumuz soruların olması	x				x		x			x	x	x
Yorum gerektirmesi		x	x	x		x	x	x		x	x	x
Grup çalışması	x	x		x				x		x		

Hesap makinesi ile çalışma yapraklarının yapılmasını eğlenceli ve oyun gibi olduğunu düşünenlerin ifadeleri aşağıdaki gibidir:

“Onlar ne bileyim, yaparken matematik dersinde bir oyun oynuyormuş gibi geldi. Eğlendik onları yaparken” (Öğrenci 2, Erkek).

“Çalışma yapraklarını yaparken hesap makinesinde yaptıklarımız oyun gibiydi. Olmadı böyle yap. Kim daha iyi sonucu bulacak diye epey uğraştık” (Öğrenci 8, Kız).

Öğrencilerin çalışma yapraklarını yaparken kendilerinden çok şey kattıklarını, yorum yapmaları gerektiği ve bu yorumu da grup arkadaşı ile daha rahat yaptıklarını aşağıdaki gibi ifade etmişlerdir.

“Biz arkadaşım ile daha iyi yaptık. Benim düşünemediğimi o söylüyordu. Bir ben deniyordum. Bir de O. Birlikte daha iyi düşündük, sonuç çıkardık” (Öğrenci 4, Erkek).

“Her şeyi bilgisayarda olduğu gibi bunda da kendimiz yaptık. Kendimiz arkadaşım ile tabi ki, bir şeyler bulmaya çalıştık. Daha eğlenceli oldu. Hesap makinesinde böyle şeylerin yapılabileceğini düşünmezdim” (Öğrenci 10, Kız).

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu araştırmada öğrencilerin fonksiyon kavramını tam olarak anlamalarına yardımcı olacak teknoloji ile zenginleştirilmiş öğretim ortamının öğrenci başarısına etkisini incelenmiştir. Bu bölümde araştırmada ulaşılan sonuçlar ilgili alanyazınla tartışılmış ve araştırmacılara ve uygulamacılara yönelik öneriler sunulmuştur.

Çalışmada fonksiyon kavramını ortaya koyabilmek için günlük yaşamdan ve matematiksel ön öğrenmelerden yola çıkılmıştır. Deney grubu öğrencilerine sunulan öğretim yazılımında özellikle fonksiyonlarla ilgili kavramlara, öğrencilerin o kavramla ilgili özelliklere günlük yaşam ve matematiksel etkinliklerden sonra kendilerinin ulaşmasına imkân verilmeye çalışılmıştır. Ayrıca geliştirilen yazılımda fonksiyon kavramını olgunlaştırmada fonksiyonun makine, ilişki ve bağıntı olarak görülmesi de sağlanmaya çalışılmıştır. Bununla birlikte geliştirilen çalışma yapraklarının grafik hesap makineleri ile kullanımı sağlanarak öğrencilerin fonksiyonunun grafik ve cebirsel temsil biçimlerine geçiş sürecinin kolaylaştırılmasına imkân sağlanmıştır. Tüm bu teknoloji ile zenginleştirilmiş ortamın FSBT’ne göre deney ve kontrol grupları arasında testin toplam puanları üzerinden yapılan t-testi sonucunda anlamlı bir fark elde edilmiştir [$t_{(62)} = -11.049, p < .05$]. Yani bu öğretim sonunda deney grubu öğrencilerinin akademik başarısı kontrol grubuna göre daha öndedir. Benzer sonucu Demetgül ve Baki (2020) de çalışmalarında elde etmiştir. Buradan da teknoloji ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamının etkili olduğu söyleyebiliriz. O’Callaghan’ın (1998) uygulamasında ortaya konan, bilgisayar yoğunluklu derste, öğrencilerin fonksiyonları geleneksel yollarla öğrenen öğrencilerden daha iyi

kavradıkları, modelleme, yorumlama ve dönüştürme yapma konularında daha başarılı oldukları sonuçları ile bu çalışmada elde edilen sonuçlarla çakışmaktadır. Aynı zamanda Çekmez ve Baki'nin (2019) çalışmasında da deney grubu öğrencilerine bilgisayar donanımlı bir ortamda bilgisayar destekli çalışma yaprakları ile tek noktada türev değerinin geometrik boyutu işlenmiş ve yapılan analizler sonucuna göre geleneksel yolla işlenen kontrol grubu öğrencilerine göre daha başarılı oldukları belirlenmiştir.

Fonksiyon kavramının alt kavramları olan fonksiyonun tanım ve değer kümeleri, fonksiyon çeşitleri ile ilgili FSBT'den elde edilen t-testi sonuçlarına göre cebirsel yapılarda deney ve kontrol grupları arasında anlamlı bir farklılık bulunmamasına rağmen grafik temsil biçimi kullanılarak fonksiyonun tanım ve değer kümesinin bulunmasına yönelik sorulardan alınan toplam puanların karşılaştırılması sonucu istatistiksel olarak anlamlı farklılık elde edilmiştir. Buna karşılık fonksiyon grafiğinin yorumlanması ile ilgili ölçümlerde, deney grubu adına anlamlı farklılıklara rastlanmıştır [$t_{(62)}=-8.306, p<.05$]. Bu farkın, deney grubu deneklerine sunulan pek çok görsel etkinliğin olumlu yanından kaynaklandığı düşünülmektedir. Görünen o ki kuramsal ve görsel yaklaşım birlikte uygulanabildiğinde, fonksiyon kavramı ile ilgili cebirsel ve grafiksel öğrenmelerde artış görülmektedir. Buna karşılık fonksiyonun sadece cebirsel yapısı ile ilgilenildiğinde, öğrenciler fonksiyonla ilgili bir takım işlemleri bilinçsizce yapmaktan öteye geçememekte ve yapılar arası ilişkiyi kuramamaktadırlar. Dolayısı ile onlarda tam anlamıyla fonksiyon kavramının oluşması zorlaşmaktadır. Fonksiyonların grafiklerinin okunması ve görsel yapıdan cebirsel yapıya geçiş konularında iki grup arasında istatistiksel anlamda fark olmasının nedeni de burada saklı olabilir. Deney grubunda yer alan öğrencilerin bir grafiği rahatlıkla okuması ve anlamlandırabilmesi bu düşüncenin en önemli göstergesidir. Deney grubunda yapılan ve yaptırılan uygulamalar, öğrencilerin görsel yapıdan cebirsel yapıya geçebilme alışkanlığına olumlu katkılarda bulunmuştur. Bu sonuç, Streun'un (2000) elde ettiği "farklı gösterimlerin matematiksel geçişlerde ve öğrencilerin problem çözmeye yönelik çalışmalarında" olumlu katkısı ile benzerdir. Deney sınıfında uygulanmağa çalışılan, kavram oluşumuna çok boyutlu yaklaşım, öğrencilerin farklı yapılar arası geçişini, çok yönlü düşünüşünü ve değişik bakış açısı deneme yaklaşımını önemli ölçüde etkilemiştir. Hem bilgisayarda hem de hesap makinesinde fonksiyon grafiği üzerinde irdelemelerin yapılması anlamlı bir farkı yaratmış olabilir.

Araştırmada fonksiyonun ve her alt kavramının grafikte ilişkilendirilmesi yapılmaya çalışılmıştır. Çalışma yapraklarında buna ilişkin yöneltilen sorularda grafik hesap makineleri ve yazılımlardan yararlanarak birtakım sonuçlara ulaşmaları kolaylaştırılmıştır. Daha önce yapılmış birçok araştırma sonuçlarına göre de, grafikleri ve grafik teknolojilerini kullanarak, çalışmalar yapan öğrencilerin, fonksiyon kavramını öğrenmede ve cebirsel yapılar arasında ilişki kurmada en az bu teknolojiyi kullanmayanlar kadar performans sergilediklerini ortaya koymuştur. Buna ek olarak görsel yapı performanslarının daha üst düzeye çıkardıklarını göstermiştir (Harvey, Waits ve Demana, 1995; Mayes, 1995; Ruthven, 1990). Özellikle Ruthven (1990), öğrencilerin görselden cebirsel yapıya geçişlerinde grafik teknoloji kullanımının, çok etkili olduğu sonucuna varmıştır. Ayrıca matematik öğretiminde çoklu temsillerin kullanılmasının öğrencilerin konuyu daha iyi anladıkları ve problem çözmelerini geliştirdiğini gösteren çalışmalar (Hines, 2002; Sert, 2007) bu araştırmadan elde edilen sonuçları desteklemektedir.

Araştırmada öğrencilerle yapılan yüz yüze görüşmelerin sonucunda öğrencilerin hemen hemen tümü bu yaklaşımla ders işlemenin daha zevkli olduğu, bilgisayar ve grafik hesap makinesinin kullanımının etkili olduğu düşüncelerinde birleşmişlerdir. Öğrenciler ders işlerken sınıf ortamının sanki bir laboratuvar gibi olduğunu, bilgisayarda etkinlikleri yaparken tatlı bir rekabet ortamı oluştuğu yönünde görüşleri ortaya çıkmıştır. Vurgulamak gerekir ki deney grubu öğrencileri, uygulamanın başlangıcında derse aktif olarak katılmada sıkıntı çekmişlerdir. Ancak oluşturmağa çalıştırılan, etkileşimli çalışma ortamı, iyi organize edilmiş bir yazılım, günlük yaşam örnekleri, değişik yapıdaki matematiksel etkinlikler, çalışma yaprakları ve bunların birleşimi sonucu oluşan tatlı yarışma

tetiklemesi bu sıkıntıyı büyük ölçüde gidermiştir. İşlenişte kullanılan öğretim yazılımının içeriği de öğrenciler tarafından zor olduğu düşüncesi hâkim oldu. Yazılımın öğrenci tarafından yapılması zorunluluğu, işlem ağırlıklı olmaması bu zorluğu getiren öğrenci düşünceleri oldu. Ayrıca içerikte günlük yaşam ilişkilendirilmelerinin yapılması ve animasyonların olması da öğrencilerin yazılım hakkındaki olumlu görüşleri arasındadır.

Öğrencilerle yüz yüze görüşmelerde matematiğin günlük yaşamla ilişkisini görerek, fonksiyon kavramının oluşturulmasında bu yolun daha anlamlı, kalıcı olduğu fakat sınavlarda çıkmadığı yönünde düşünceleri ortaya çıkmıştır. Araştırmada uygulamanın sonunda öğrencilerde fonksiyon kavramının oluşumu daha netleşmiş ve fonksiyonun alt kavramları arasında kolayca ilişki kurabildikleri gözlemlenmiştir. Bu yaklaşım Schwarz ve Hershkowitz'in (1999) öğrencilerde bilgisayarlı ortam gibi farklı bir ortamda fonksiyon kavramının oluşturulmasında daha başarılı oldukları sonucuna eklemeler getirmektedir.

Öğrencilerle yüz yüze görüşmelerden elde edilen bulgulardan, onlara sunulan ölçme ve öğrenme amaçlı çalışma yapraklarını beğendikleri sonucuna varılmıştır. Öğrenciler çalışma yaprakları yardımıyla, fonksiyonun nerede kullanıldığı, ne işe yaradığı gibi konuların açıklık kazandığını belirtmişlerdir. Bu, çalışma yapraklarının gerçek anlamda uygulama becerisine katkıda bulunduğu anlamını taşır ve önemli bir sonuçtur. Ayrıca bu çalışma yapraklarını cevaplama süresince hesap makinesi kullanmaları da öğrencilerin hoşlarına gitmiştir. Elle yapmaktan zorlandıkları aritmetik işlemleri ve çizemedikleri grafikleri grafik hesap makineleri kullanarak kolayca başarmaları, bir ölçüde sıkıcılığı ortadan kaldırmıştır. Araştırmada grafik hesap makinelerinin kullanımını ilk kez yapan öğrenciler bu teknolojinin oyun gibi, eğlenceli olduğu görüşleri yanında deneme-yanılma yapma imkânı veren teknolojiler olduğunu belirtmişlerdir.

Genel olarak geleneksel öğrenme yöntemi ile işlenen fonksiyon konusuna göre, teknoloji ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamı ile işlenen fonksiyon konusunda başarılı sonuçlar elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlardan hareketle fonksiyon kavramına ilişkin bu tür teknoloji ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarının uygun olan farklı konular çerçevesinde de oluşturulması ve gerekli öğretim yazılımlarının geliştirilip uygulamaya dâhil edilmesi matematiksel kavramın öğretimini yapacak araştırmacılara benzer yaklaşımın benimsenmesi önerilmektedir.

Kaynakça

- Adams, T. L. (1997). Addressing students' difficulties with the concept of function: Applying graphing calculators and a model of conceptual change. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 19, 43-57.
- Akkan, Y., Baki, A. ve Çakıroğlu, Ü. (2012). 5-8. sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin problem çözme bağlamında incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 43, 1-13.
- Akkoç, H. (2006). Fonksiyon kavramının çoklu temsillerinin çağrıştırdığı kavram görüntüleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 1-10.
- Akkoyunlu, B. (1992). İlköğretim niteliğinin artırılmasında bilgisayarın yeri ve önemi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8, 321-324.
- Alkan, C. (1998). *Eğitim teknolojisi* (6. baskı). Ankara: Anı yayıncılık.
- Anderson, R. E. (Ed.). (1993). *Computers in American Schools 1992: An overview a national report from the international IEA computers in education study*. Minneapolis: IEA Computers in education study. University of Minnesota.
- Ardahan, H. ve Ersoy, Y. (2002, Eylül). *T1-92 destekli matematik öğretimi-II: Matematik öğretmen adaylarının görüşleri*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiri Kitapçığı, ODTÜ, Ankara, 198-200.
- Bayazit, İ. (2011). Prospective teachers' inclination to single representation and their development of the function concept. *Educational Research and Reviews*, 6(5), 436-446.
- Bourbaki, N. (1968). *Elements of mathematics. Theory of sets*. Paris: Hermann.
- Breidenbach, D., Dubinsky, E., Hawks, J. ve Nichols, D. (1992). Development of the process conception of function. *Educational Studies in Mathematics*, 23(3), 247-285.
- Ceylan, A. ve Türnüklü, E. (2002). Matematik eğitiminde kullanılabilir bir materyal: Çalışma yaprakları. *Çağdaş Eğitim Dergisi*, 292, 37-46.
- Cunningham, S. (2000). Re-inventing the introductory computer graphics course: Providing tools for a wider audience. *Computer & Graphics*, 24, 293-296.
- Çekmez, E. ve Baki, A. (2019). Dinamik matematik yazılımı kullanımının öğrencilerin türev kavramının geometrik boyutuna yönelik anlamalarına etkisi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 10(1), 30-58.
- Demetgül, Z. ve Baki, A. (2020). Teknoloji donanımlı bir sınıfta mutlak değer ve eşitsizlikler konusunun öğretiminden yansımalar: Bir aksiyon araştırması. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 11(1), 91-127.
- Demirel, Ö. (1999). *Planlanlandırmadan değerlendirmeye öğretme sanatı*. Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- Dick, T.P. (1992). Symbolic-graphical calculators: Teaching tools for mathematics. *School Sciences and Mathematics*, 92(1), 1-5.
- Dunham, P. ve Dick, T.P. (1994). Research on graphing calculators. *Mathematics Teacher*, 87, 440-445.
- Dunn, S. ve Ridgway, J. (1994). What CATE did? An exploration of the effects the CATE criteria on students' use of information technology during teaching practice. *Journal of Information Technology for Teacher Education*, 3(1), 39-50.
- Ersoy, Y. (2003). Teknoloji destekli matematik öğretimi-II: Hesap makinesinin matematik etkinliklerinde kullanılması. *İlköğretim Online*, 2(2), 35-60.
- Even, P. (1990). Subject-matter knowledge for teaching the case of function. *Education Studies in Mathematics*, 21(6), 521-544.
- Even, P. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: Prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(2), 94-116.
- Fletcher, D. (1989). The effectiveness and cost of interactive videodisc instruction. *Machine-mediated Learning*, 2, 362-385.
- Fidan, N. (1996). *Eğitim psikolojisi okulda öğrenme ve öğretme*. Ankara: Alkım Yayınevi.
- Hannafin, R. D. ve Scott, B. N. (1998). Identifying critical learner traits in dynamic computer-based geometry program. *Journal of Educational Research*, 92(1), 3-12.
- Hannafin, M. S. ve Peck, K. L. (1988). *The design development and evaluation of instructional software*. Londra: MacMillan.
- Harvey, J. G., Waits, B. K. ve Demana, F. D. (1995). The influence of technology on the teaching and learning of algebra. *Journal of Mathematical Behavior*, 14, 75-109.
- Hedrick, E. R. (1992). Functionality in mathematical instruction in school and colleges. *The Mathematics Teacher*, 15, 191-207.

- Hines, E. (2002). Developing the concept of linear function: One student's experiences with dynamic physical models. *Journal of Mathematical Behavior*, 20, 337-361.
- Hollar, J. C. ve Norwood, K. (1999). The effects of a graphing-approach intermedizte algebra curriculum on students' understanding of function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 220-226.
- Kaput, J. J. (1994). The representational roles of technology in connecting mathematics with authentic experience. R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strasser, ve B. Winkelmann (Ed.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (s. 379-397) içinde. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Karasar, N. (2012). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (24. baskı). Ankara: Nobel Yayınevi.
- Kaşlı, A. (1991). *Bilgisayar destekli öğretim izlencelerinin geliştirilmesi için bir metodoloji* (Yayımlanmamış doktora tezi). İzmir: Ege Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Keller, B. ve Russel, A. (1998). Effects of the TI-92 on calculus students solving symbolic problems. *The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, 4, 77-97.
- Kulik, J. A., Kulik, C. C. ve Bangert, D. R. L. (1985). Effectiveness of CBE in elementary schools. *Computers in Human Behaviour*, 1(1), 59-74.
- Lloyd, G., Wilson, M. ve Melvin, R. (1998). Supporting innovation: The impact of a teacher's conceptions of functions on his implementation of a reform curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(3), 248-274.
- Malik, M. A. (1980). Historical and pedagogical aspect of definition of function. *International Journal of Mathematics in Science and Technology*, 11(4), 489-492.
- Mayes, R. L. (1995). The application of a computer algebra system as a tool in college algebra. *School Science and Mathematics*, 95, 61-68.
- O'Callaghan, B. R. (1998). Computer-intensive algebra and students' conceptual knowledge of functions. *Journal of Research in Mathematics Education*, 29, 21-40.
- Özçelik, D. A. (1989). *Test hazırlama kılavuzu* (Genişletilmiş 3. baskı). Ankara: Yükseköğretim Kurulu Matbaası.
- Robertson, G. G., Card, S. K. ve Mackinlay, J. D. (1993). Information visualization using 3D interactive animation. *Communications of the ACM*, 36(4), 57-71.
- Ruthven, K. (1990). The influence of graphing calculator use on translation from graphic to symbolic forms. *Educational Studies in Mathematics*, 21, 431-450.
- Schwarz, B. B. ve Hershkowitz, R. (1999). Prototypes: Brakes or levers in learning the function concept? The role of computer tools. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(4), 362-380.
- Sert, Ö. (2007). *Eighth grade students' skills in translating among different representations of algebraic concepts* (Yüksek lisans tezi). Middle East Technical University, Ankara.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36.
- Skemp, R. R. (1987). *The psychology of learning mathematics*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Stanton, N. A., Porter, L. J. ve Stroud, R. (2001). Bored with point and click? Theoretical perspectives on designing learning environments. *Innovations in Education & Teaching International*, 38(2), 175-182.
- Stein, K. S. ve Barcellos, A. (1996). *Calculus ve analitik geometri* (1. cilt). (Kuryel, B. ve Balkan, F., Çev.). İstanbul: Literatür Yayıncılık.
- Stein, M. K., Baxter, J. A. ve Leinhardt, G. (1990). Subject-matter knowledge and elementary instruction: A case from function and graphing. *American Educational Research Journal*, 27, 639-663.
- Stern, J. (2000). The design of learning software: Principles learned from the computer as learning partner project. *Journal of Science and Technology*, 9(1), 49-65.
- Streun, A. V. (2000). Representations in applying functions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31(5), 703-725.
- Şahin, Y. T. ve Yıldırım, S. (1999). *Öğretim teknolojileri ve materyal geliştirme*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Tall, D. ve Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Education Studies in Mathematics*, 12, 151-169.
- Tall, D. (1996). Functions and calculus. A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick ve C. Laborde (Ed.), *International handbook of mathematics education: Part 1* (s. 289-325) içinde. Dordrecht, London: Kluwer Academic Publishers.
- Tall, D., McGowen, M. ve DeMarois, P. (2000). The function machine as a cognitive root for the function concept. *Proceedings of PME-NA*, 1, 247-254.
- Ülgen, G. (2001). *Kavram geliştirme kuramlar ve uygulamalar* (3. baskı). Ankara: Pegem A Yayıncılık.

- Vinner, S. ve Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for concept of function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4), 356-366.
- Washira, P. ve Keengwe, J. (2011). Technology integration barriers: Urban school mathematics teachers perspectives. *Journal of Science Education and Technology*, 20, 17–25.
- Wilson, M. ve Krapfl, C. (1994). The impact of graphics calculators on students' understanding of function. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 13, 252-264.
- Wilson, R. (1994). One pre-service teacher's understandinf of function: The impact of a course integrated mathematical content and pedagogy. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(4), 346-370.