

Maximum Likelihood Method Kullanılarak Azalım İlişkisi Geliştirilmesi

Sercan TEKEOĞLU¹

Ender BAŞARI^{2*}

¹ Yüksek İnşaat mühendisi, srcntkl@gmail.com

²Celal Bayar Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Geoteknik Anabilim Dalı, ender.basari@cbu.edu.tr

Özet

Başta barınma olmak üzere birçok farklı amaç için insanlar yapılar inşa etmiştir. Yapılar birçok dış kuvvetlere maruz kalmakta ve bu kuvvetlere dayanım göstermek durumundadırlar. Yapılara etkiyen en önemli dış kuvvetlerden biride depremdir. Dolayısı ile bir yapı tasarlanırken deprem kuvvetlerinin mutlaka göz önünde bulundurulması gerekmektedir. Yapıya etkiyecek muhtemel en büyük yatay ivme değerleri ne kadar doğru ve güvenilir tahmin edilebilirse ekonomik kaynaklarda o derece faydalı kullanılabilir. Öte yandan depremlerden dolayı yapıya etkiyecek maksimum yatay ivmelerin doğru bir şekilde belirlenememesi ve güvenilir olmaması diğer bir değiş ile belirsizliklerin fazla olması durumunda, yapıların imalatı için ya daha fazla ekonomik kaynağın ayrılması gerekecek ya da hedeflenen standart ve dayanımda yapılar imal edilemeyecektir. Depremden kaynaklı muhtemel maksimum yatay ivme kuvvetlerinin tahmin edilmesi geçmiş yıllarda gözlenen deprem verilerinin istatistiksel olarak değerlendirilmesi ile yapılmaktadır. İstatistiksel olarak kurulan bir ilişkide hesap ve tahminlerin doğruluğu hesaba katılan verilerin miktarı ve saha uyumluluğu ile yüksek derecede ilişkilidir. Bir bölgede oluşacak maksimum ivmelerin tahmini ivme azalım ilişkileri ile yapılmaktadır. Zaman içinde yeni depremler ile birlikte deprem verileri arttıkça ve değiştikçe ivme azalım ilişkilerinin de belirli periyotlar ile yeni deprem verileri de göz önüne alınarak güncellenmesi gerekmektedir. Ayrıca azalım ilişkileri kurulurken tektonizma özellikleri, yerel zemin özellikleri, mesafe özellikleri, magnitüd özellikleri vs. açısından sahayı temsil eden uyumlu verilerin bir arada kullanılması da kurulan ilişkilerin doğruluğunu arttırmaktadır. Belirli bir saha için ivme azalım ilişkilerinin oluşturulmasında, deprem verilerinin mümkün olduğu kadar çok söz konusu sahaya ait olması istenir. Bu çalışmada Türkiye’de meydana gelmiş deprem verileri kullanılarak farklı sismik bölgeleri için ivme azalım ilişkileri kurulmuştur. İvme azalım ilişkilerinin oluşturulmasında maksimum likelihood ve en küçük kareler metodları kullanılmıştır. Her iki metot ile kurulan ilişkiler yakın sonuçlar vermek ile beraber bazı farklılıklarda içermektedir. Bu tez çalışmasında her iki metot ile elde edilen azalım ilişkileri karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Deprem, geoteknik, en büyük yatay ivme değeri, azalım ilişkileri, maksimum likelihood metodu, en küçük kareler metodu.

Establishing Attenuation Relationships by Using Maximum Likelihood Method

Abstract

People built buildings for many different purposes, particularly housing. Structures are exposed to many external forces and they have to resist these forces. One of the most important external forces acting on buildings is the earthquake. Therefore, when designing a structure, earthquake forces must be considered. how accurately estimated the possible maximum horizontal acceleration values that influence the structure is highly effects on using economic resources. On the other hand, maximum horizontal accelerations that can affect the structure due to earthquakes cannot be determined correctly and are not reliable in other words if the uncertainties are high; either for the manufacture of structures will have to be need more resources, or structures will not be able manufactured as targeted standard and strength. Estimation of the maximum possible horizontal acceleration forces due to an earthquake for the structures are done by statistical evaluation of the earthquake data observed in previous years. Accuracy of a relationship established with a statistical study highly depends on the

amount of appropriate data and site compatibility of the earthquake data. The peak ground acceleration due to an earthquake for a region is estimated by the attenuation relationships. As the earthquake data increases and changes with the new earthquakes in time, the attenuation relationships should be updated in certain periods by taking into account the new earthquake data. In addition, the accuracy of established relations is increasing with the data which represent the region properties like tectonic characteristics, local soil properties, distance properties, magnitude properties, etc. In order to establish highly accurate and representative attenuation relationship for a certain region, it is desirable that the earthquake data belong to the same certain region as many as possible. In this study, attenuation relationships for different seismic regions are established with using past data on earthquakes have occurred in Turkey. Maximum likelihood and least squares methods were used to establish the attenuation relationships. Established attenuation relationships with both methods have close results but they have some differences too. In this dissertation, attenuation relationship established by both methods are given comparatively.

Keywords: Earthquake, geotechnique, peak horizontal acceleration, attenuation relationship, maximum likelihood method, least squares method.

1. Giriş

Mühendislik yapıları için sismik tasarım kriterlerinin belirlenmesi, yapının beklenen hizmet süresi boyunca görülebilecek bir depremden kaynaklı ortaya çıkacak kuvvetli yer hareketlerinin mantıklı ve tekrarlanabilir tahminlerine bağlıdır (Abrahamson & Shedlock, 1997). Bu tahminler genellikle kuvvetli yer hareketini büyüklük ve uzaklığın (aynı zamanda fay tipi gibi diğer değişkenlerin) fonksiyonu olarak ifade eden "azalım ilişkileri" olarak adlandırılan denklemlerdir.

Azalım ilişkileri yer hareketi parametrelerini genellikle magnitüd, uzaklık ve bazı durumlarda da diğer değişkenlerin fonksiyonu olarak ifade edilmektedir. Azalım ilişkileri, kaydedilmiş kuvvetli hareketlerin veri tabanlarından regresyon analizleri yoluyla geliştirilir. Bunlar, zaman içinde daha fazla kuvvetli hareket verisi toplandıkça değişirler. Literatürdeki çoğu azalım ilişkileri her 3 ile 5 yılda bir veya iyi bir ölçüm şebekesine sahip bölgelerde büyük depremlerin oluşumundan kısa bir zaman sonra güncellenmektedir (Kramer, 1996).

Literatürde, yerli (Aydan, et al., 1996) (Beyaz, 2004) (Gülkan & Kalkan, 2002) (Kalkan & Gülkan, 2004) (Özbey, et al., 2003) (Ulusay, et al., 2004) (Ulutaş, et al., 2003) ve yabancı (Atkinson & Boore, 1997) (Toro, et al., 1997) (Youngs, et al., 1997) (Anderson, 1997) (Abrahamson & Silva,

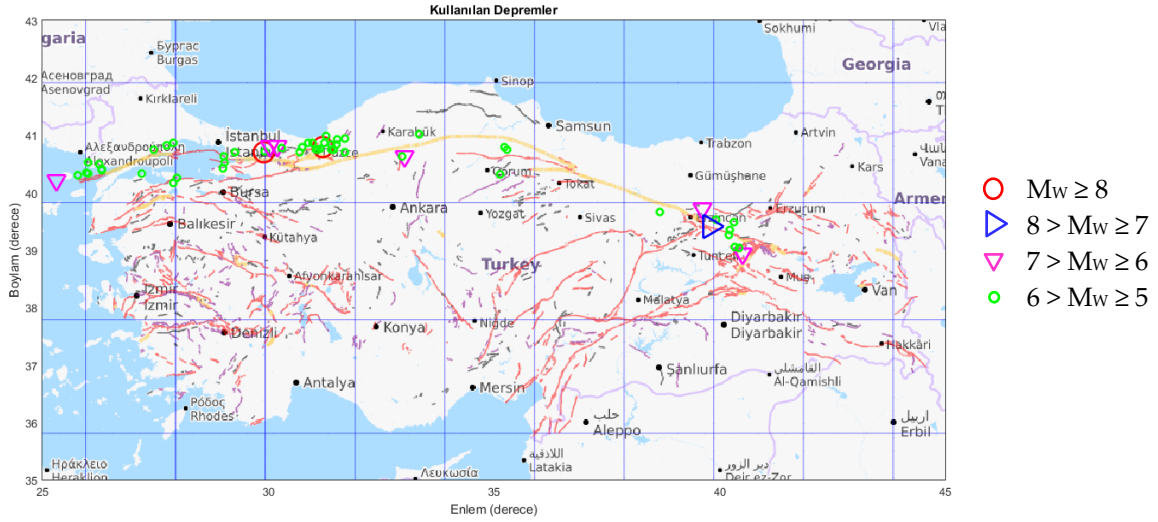
1997) (Boore, et al., 1994) (Boore, et al., 1997) (Campbell, 1985) (Campbell, 1997) (Sadigh, et al., 1997) (Spudich, et al., 1997) birçok çalışmacı tarafından azalım ilişkileri geliştirilmiştir.

2. Materyal

Çalışmada temel olarak Afet ve Acil Durum Yönetimi Başkanlığı (AFAD) bünyesindeki Türkiye Ulusal Kuvvetli Yer Hareketi Veri Tabanı (TR-KYH) verileri, MATLAB bilgisayar yazılımı kullanılarak işlenmiştir.

Türkiye’de meydana gelen depremlerin ivmeölçerler kullanılarak oluşturulan aletsel kayıtlar, 1976 yılından bu yana düzenli olarak arşivlenmektedir (İnan, et al., 1996). Bu yüzden 1976 yılından sonra meydana gelmiş deprem verilerini dikkate almak daha güvenilirdir.

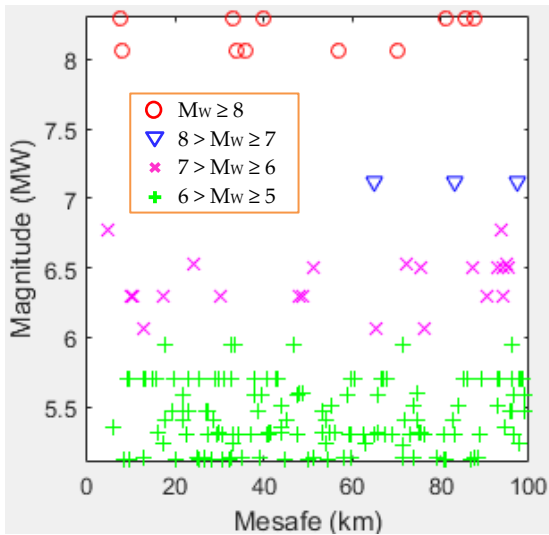
Çalışma kapsamında kullanılmak üzere, Kuzey Anadolu Fay Hattı üzerinde geçmişte meydana gelmiş olan 56 adet deprem ve bu depremlere ait 182 adet ivme kaydı seçilmiştir. Seçilen deprem ivme kayıtları, Kuzey Anadolu Fay Hattı üzerinde AFAD tarafından kaydedilmiş olan TR-KYH ivme kayıtları arasından temin edilmiştir. Kullanılan deprem ivme kayıtları moment magnitütü 5’ten büyük, ölçüm istasyonuna uzaklığı 100 km’den az ve pik yer ivmesi (PGA) minimum 0.001 g olan (Şekil 1) verilerdir.



Şekil 1. Kullanılan Depremlerin Konumları

TR-KYH deprem ivme kaydı verileri; Kuzey-Güney (K-G), Doğu-Batı (D-B) ve düşey doğrultu olmak üzere toplam 3 eksen için kaydedilmiştir. Çalışma kapsamında K-G ve D-B doğrultulu ivmelerin bileşkesi hesaplanmış; her deprem kaydı için maksimum bileşke ivme, PGA olarak kullanılmıştır. Düşey yöndeki ivme kayıtları dikkate alınmamıştır.

Kullanılan deprem verilerinin mesafe-magnitüt dağılımı Şekil 2’de verilmiştir.



Şekil 2. Kullanılan depremlerin mesafe-magnitüt dağılımı

3. Yöntem

3.1. Koordinat Verileri Kullanılarak Mesafe Hesabı Yapılması

TR-KYH deprem ivme kaydı verilerinde, depremin Episantr (Epicenter) koordinatları ile ölçüm istasyonunun koordinatları verilmiştir. Bu koordinatlar kullanılarak Episantr ile istasyon arasındaki kuş uçuşu mesafeler hesaplanmıştır. Enlem ve boylam dereceleri bilinen iki nokta arasındaki mesafe, Denklem (1.1), (1.2) ve (1.3)’te gösterilen “Haversine Formülü” yardımıyla hesaplanmıştır.

$$a = \sin^2(\Delta\varphi / 2) + \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \sin^2(\Delta\lambda / 2) \quad (1.1)$$

$$c = 2 \cdot \arctan 2(\sqrt{a}, \sqrt{1-a}) \quad (1.2)$$

$$d = R \cdot c \quad (1.3)$$

Burada,

φ : Enlem (Radyan)

λ : Boylam (Radyan)

d : Mesafe (km)

R : Dünya’nın Yarıçapı (Ortalama olarak 6371 km)

olarak tanımlanmıştır.

3.2. Farklı Magnitüt Birimlerinin Aynı Birime Dönüştürülmesi

AFAD ölçüm istasyonlarından elde edilen TR-KYH deprem ivme kaydı verilerinde bazı yıllarda farklı birimlerde magnitüt büyüklükleri kaydedilmiştir. Regresyon analizi yapılırken verilerin homojen olması gerektiğinden, çalışma kapsamında bütün magnitüt birimleri Moment Magnitütü'ne (M_w) dönüştürülmüştür. Magnitüt birim dönüşümü işlemi, Türkiye'de geçmişte gerçekleşmiş deprem kayıtlarına göre önerilen dönüşüm bağıntıları (Leptokarpoulos, et al., 2013) yardımıyla yapılmıştır.

3.3. Matematiksel Denklem Modelinin Belirlenmesi

Modelin matematiksel fonksiyonu, kullanılan verilere uygun olarak oluşturulur. Çoğu araştırmacı tarafından tercih edilen (Campbell, 1985) azalım ilişkisi matematik modelinin en genel formu Denklem (1.4)'te verilmiştir.

$$Y = b_1 \cdot f_1(M) \cdot f_2(R) \cdot f_3(M, R) \cdot f_4(P_i) \cdot \varepsilon \quad (1.4)$$

Burada,

Y : Tahmin edilecek kuvvetli yer hareketi parametresi (bağımlı değişken)

$f_1(M)$: Magnitüte bağlı bir fonksiyon

$f_2(R)$: Mesafeye bağlı bir fonksiyon

$f_3(M, R)$: Mesafe ve magnitüte bağlı bir fonksiyon

$f_4(P_i)$: Depreme ait diğer parametrelere (sahanın genel jeolojisi, fay durumu, zemin sınıfı ve tabakalanma durumu vb.) bağlı bir fonksiyon

ε : Y 'deki belirsizliği ifade eden rastgele bir değişken

olarak tanımlanmıştır.

$f_1(M)$ fonksiyonunun en çok bilinen formu, Denklem (1.5)'de gösterildiği gibi magnitütün üstel bir fonksiyondur.

$$f_1(M) = e^{b_2 M} \quad (1.5)$$

$f_2(R)$ fonksiyonunun en çok bilinen formu, Denklem (1.6)'de verilmiştir.

$$f_2(R) = e^{b_4 R} \cdot [R + b_5]^{-b_3} \quad (1.6)$$

Burada parantez içindeki terim, geometrik yayılımdan kaynaklanan azalımı ifade eder. Dolayısıyla b_3 katsayısı, geometrik azalım oranını temsil eder. Fonksiyonun parantez dışında kalan kısmı olan R 'nin üstel ifadesi ise malzeme sönümünden kaynaklanan azalımı ifade eder. b_4 katsayısı da anelastik azalım oranını temsil eder. b_5 katsayısı, bazı araştırmacılar tarafından $R = 0$ için (Episantr'ın istasyonla aynı koordinatta bulunması durumu) Y 'nin değerinin sınırlandırılması amacıyla kullanılmıştır.

Denklem (1.7), Denklem (1.6)'in yerine kullanılacak alternatif bir fonksiyondur. Burada parantez içindeki terim, Hiposantr mesafesini (r_{hypo}) tanımlar. Bazı araştırmacılar (1.6) ve (1.7) numaralı denklemlerde, b_3 katsayısı yerine R 'nin logaritmik bir fonksiyonunu kullanmışlardır.

$$f_2(R) = e^{b_4 R} \cdot \left[\sqrt{R^2 + b_5^2} \right]^{-b_3} \quad (1.7)$$

Denklem (1.8)'da verilen $f_3(M, R)$ fonksiyonu, magnitütün mesafeyle değişimini ifade eder. En çok bilinen formu $f_3(M, R) = 1$ olsa da çalışmalarda fonksiyonel formda hesaba katılabilir. b_7 katsayısı negatif değerler aldığıında $f_3(M, R)$ fonksiyonu, yakın mesafeler için magnitütü küçültür.

$$f_3(M, R) = \left[R + b_6 e^{b_7 M} \right]^{-b_3} \quad (1.8)$$

$f_4(P_i)$ fonksiyonu genellikle Denklem (1.9)'de gösterilen formdadır. Bu ifadede yer alan en yaygın parametre, sahanın jeolojik sınıflandırmasıyla ilgilidir; ancak, deprem ve yapı özelliklerine ilişkin parametreler de bu şekilde dahil edilmiştir.

$$f_4(P_i) = \sum e^{b_i P_i} \quad (1.9)$$

ε rastgele değişkeninin, genellikle lognormal dağılım gösterdiği kabul edilir. Çoğu regresyon yönteminde ε 'un belirlenmesi zorunluluk değildir.

Bu çalışma kapsamında; Joyner W. B. ve Boore D. M. tarafından yapılan çalışmada (Joyner & Boore, 1993) da kullanıldığı gibi, Brillinger ve Preisler tarafından geliştirilen (Brillinger & Preisler, 1985) matematiksel denklem modeli (1.10) kullanılmıştır.

$$\log A_n = a + b(M_n - 6) - \log(d_n^2 + h^2)^{1/2} + c(d_n^2 + h^2)^{1/2} + \varepsilon_r + \varepsilon_e \quad (1.10)$$

Burada,

A_n : n numaralı kayıt için maksimum yer ivmesi

M_n : n numaralı kayıt için moment magnitudü

d_n : n numaralı kayıt için kayıt yerinden fay kırığının zemin yüzeyindeki iz düşümüne olan en kısa mesafesi

ε_r : Her kayıtta farklı bir değer alan bağımsız rastgele değişken

ε_e : Her depremde farklı bir değer alan bağımsız rastgele değişken

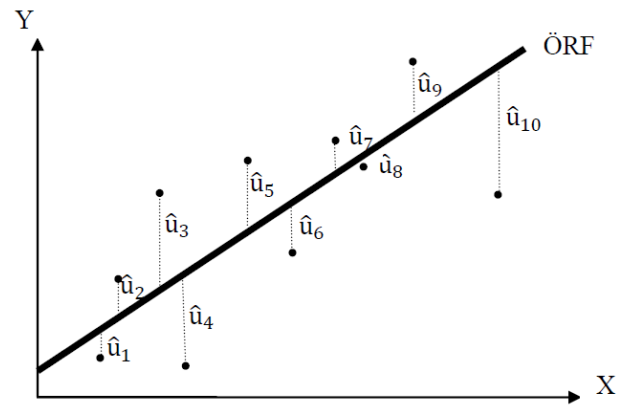
olarak belirlenmiştir.

3.4. En Küçük Kareler Yöntemi ile Regresyon Analizi (EKK)

En küçük kareler yöntemi, birbirine bağlı olarak değişen iki fiziksel büyüklük arasındaki matematiksel bağlantıyı, mümkün olduğunca gerçeğe uygun bir denklem olarak yazmak için kullanılan, standart bir regresyon yöntemidir. Bir başka deyişle bu yöntem, ölçüm sonucu elde edilmiş veri noktalarına mümkün olduğu kadar yakın geçecek bir fonksiyon eğrisi bulmaya yarar (Press, et al., 1992).

Regresyon çözümlemesinde amaç gerçek (gözlemlenen) Y değerlerine olabildiğince yakın değerler veren katsayı tahminleri bulmaktır. Burada örneklem hata terimi (\hat{u}_i) gözlemlenen ve tahmin edilen Y değerleri arasındaki farktır. Şekil 3'de gösterilen örneklem hata değerleri, Denklem (1.11) ile hesaplanır. En küçük kareler yönteminde amaç, bu hata terimlerini olabildiğince düşük verecek katsayı tahmin değerlerini bulmaktır.

$$\hat{u}_i = Y_i - \hat{Y}_i \quad (1.11)$$



Şekil 3. Örneklem hata terimleri

En küçük kareler yöntemi, bu hata terimlerinin karelerinin toplamını ($\sum \hat{u}_i^2$) en küçük yapacak katsayı tahmin değerlerini hesaplar. Burada karenin alınmasının nedeni toplam alınırken artı ve eksilerin birbirini götürmesini engellemektir. Denklem (1.20)'de X matrisi (1.19) ve Y (1.17) matrisi olarak ifade edilen değişkenler arasın-

daki ilişki, B katsayılar matrisi (1.18) ile belirlenir. B matrisinin en küçük kareler yöntemine göre tahmin edilen değeri olan \hat{B} matrisi, Denklem (1.12) ile elde edilir (Press, et al., 1992).

$$\hat{B} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (1.12)$$

(1.12) denkleminde h parametresi, $|\Delta h/h|$ belli bir değerin altına düşene kadar (genellikle 10^{-3}) \hat{B} ve h 'ın iterasyonu ile bulunur.

3.5. Maximum Likelihood Method ile Regresyon Analizi (MLM)

Oluşturulan denklem modelinde bilinmeyen katsayıların regresyon analizi yapılarak bulunabilmesi için denklemin doğrusal olması gerekmektedir.

(1.10) denklemindeki h terimi doğrusal olmadığı için denklem doğrusal değildir. Problem, $\log(A_n)$ 'in h değişkenine bağlı bir fonksiyon olarak yazılmasından (Denklem (1.13)) sonra parametrelerin deneme değerleri (1.14) civarında Taylor serisi açılımı (1.15) yapılarak (Draper & Smith, 1981) doğrusallaştırılmıştır. Böylece Denklem (1.10), Denklem (1.16) formuna dönüşmüştür.

$$F(h) = a + b(M_n - 6) - \log(d_n^2 + h^2)^{1/2} + c(d_n^2 + h^2)^{1/2} + \varepsilon_r + \varepsilon_e \quad (1.13)$$

$$h = h' + \Delta h \quad (1.14)$$

$$F(h) = F(h') + \frac{\Delta h}{1!} \frac{\partial F}{\partial h} + \frac{\Delta h^2}{2!} \frac{\partial^2 F}{\partial h^2} + \frac{\Delta h^3}{3!} \frac{\partial^3 F}{\partial h^3} + \dots + \frac{\Delta h^n}{n!} \frac{\partial^n F}{\partial h^n} \quad (1.15)$$

$$\log(A_n) + \log(d_n^2 + h^2)^{1/2} = a + b(M_n - 6) + c(d_n^2 + h^2)^{1/2} + \Delta h \frac{\partial F}{\partial h} \left\{ \left[c'(d_n^2 + h^2)^{1/2} - \log(d_n^2 + h^2)^{1/2} \right] \right\}_{h=h'} \quad (1.16)$$

Artık doğrusal formda olan Denklem (1.16)'nın terimleri, (1.17), (1.18) ve (1.19) matrisleri ile ifade edilmiştir. Buna göre,

$$Y = \begin{bmatrix} \log A_1 + \log(d_1^2 + h^2)^{1/2} \\ \log A_2 + \log(d_2^2 + h^2)^{1/2} \\ \vdots \\ \log A_N + \log(d_N^2 + h^2)^{1/2} \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

$$B = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ \Delta h \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & M_1 - 6 & (d_1^2 + h^2)^{1/2} & \frac{\partial}{\partial h} \left\{ \left[c'(d_1^2 + h^2)^{1/2} - \log(d_1^2 + h^2)^{1/2} \right] \right\}_{h=h'} \\ 1 & M_2 - 6 & (d_2^2 + h^2)^{1/2} & \frac{\partial}{\partial h} \left\{ \left[c'(d_2^2 + h^2)^{1/2} - \log(d_2^2 + h^2)^{1/2} \right] \right\}_{h=h'} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & M_N - 6 & (d_N^2 + h^2)^{1/2} & \frac{\partial}{\partial h} \left\{ \left[c'(d_N^2 + h^2)^{1/2} - \log(d_N^2 + h^2)^{1/2} \right] \right\}_{h=h'} \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

Burada N , toplam veri noktası sayısı; h' ve c' ise h ve c 'nin deneme değerleridir. Her yeni iterasyonda $h' + \Delta h$ bir önceki iterasyondaki h 'ın yerine geçer. Pratikte h' başlangıç değeri olarak herhangi bir pozitif sayı seçilebilir. Burada 1.0 km kullanılmıştır. h' başlangıç değeri için sıfır uygun değildir. Çünkü bu durumda X matrisinin son sütununun kısmi türevleri de sıfır olacaktır. (1.10) denklemini artık aşağıdaki gibi değiştirebiliriz.

$$Y = XB + e \quad (1.20)$$

Azalım ilişkisini tahmin etmek amacıyla kurulan denklem modelinde kullanılan ε_r ve ε_e terimleri, gerçek veriler ile tahmin edilen veriler arasındaki tutarsızlığı ifade eder. Bu terimlerin oluşturduğu e vektörünün bileşenlerinin varyans-kovaryans matrisi belirlenemediği için ve tutarsızlık hem magnitüde hem de mesafeye bağlı olduğu için en çok olabilirlik yöntemi (Searle, 1971) kullanılabilir. Bu yöntem daha önce Joyner W. B. ve Boore D. M. tarafından 23 depremden alınan 182 kayıt (Joyner & Boore, 1981) kullanılarak yapılan çalışmalarda da tek aşamalı ve iki aşamalı en çok olabilirlik yöntemi olarak geliştirilmiş ve kullanılmıştır (Joyner & Boore, 1993). Tez kapsamında tek aşamalı en çok olabilirlik yöntemi tercih edilmiştir.

a , b , h ve c parametreleri hesap sonucunda belirlenecek olan parametrelerdir. ε_e 'nin deprem popülasyonundaki ortalaması sıfır, varyansı σ_e^2 'dir; ε_e tutarsızlığın depremden-depreme bileşenini ifade eder. ε_r 'nin deprem popülasyonundaki ortalaması sıfır, varyansı σ_r^2 'dir; ε_r tutarsızlığın sahadan-sahaya bileşeni ile diğer tüm kaynaklardan meydana gelebilecek tutarsızlıkların toplamını ifade eder.

Burada e vektörü, ε_r ve ε_e 'yi içeren sapma vektörüdür. (1.20) denkleminin parametreleri doğrusaldır ve parametreler iterasyon yapılarak bulunabilir. e vektörünün bileşenlerinin ortalaması sıfır, normal dağılımlı ve varyans-kovaryans matrisinin V olduğu kabul edilir. Eğer varyans-kovaryans matrisi V eşit köşegen elemanlara sahipse (Searle, 1971), (1.20) denkleminin çözümü için sıradan en küçük kareler yöntemi kullanılabilir. Ancak aynı depremden kaydedilmiş değerler arasında korelasyon olduğu için V matrisi, köşegen matris değildir. Genelleştirilmiş en küçük kareler (Searle, 1971) yöntemi V matrisinin tersi olan ağırlık matrisini içerir. Eğer V

matrisi biliniyorsa bu yöntem kullanılabilir. Ancak görüldüğü gibi V matrisi σ_r ve σ_e ye bağlıdır ve bu da bizi en çok olabilirlik yöntemine götürür. Gözlem örneğinde olabilirlik denklemi, (1.21)'te gösterildiği gibidir (Searle, 1971).

$$L = (2\pi)^{-N/2} |V|^{-1/2} \exp \left[-\frac{1}{2} (Y - XB)^T V^{-1} (Y - XB) \right] \quad (1.21)$$

Burada T matris transpozunu ve $||$ determinantı göstermektedir. Bilinen V için L 'yi B 'ye göre maksimize etmek, (1.22) denklemini minimize etmek ile eşdeğerdir.

$$(Y - XB)^T V^{-1} (Y - XB) \quad (1.22)$$

Denklemin çözümü (Searle, 1971) (1.23)'te gösterildiği gibi olur.

$$\hat{B} = (X^T V^{-1} X)^{-1} X^T V^{-1} Y \quad (1.23)$$

Varyans-kovaryans matrisi V 'ye bir ifade türetmek için (1.10) denkleme geri dönülür. Bilindiği üzere e terimi, ε_r ve ε_e 'nin toplamını temsil etmekteydi. $\varepsilon_r + \varepsilon_e$ toplamı ve ε_r her kayıt için, ε_e ise her deprem için farklı değerler alır. e 'nin iki bileşenin kovaryansı farklı depremler için sıfıra, aynı depremler için ε_e 'nin varyansı yani σ_e^2 'ye karşılık gelir. e 'nin tek bileşeninin varyansı ise $\varepsilon_r + \varepsilon_e$ 'nin varyansı yani $\sigma_r^2 + \sigma_e^2$ 'ye eşit olur. Hatırlanmalıdır ki aynı depreme ait tüm kayıtlar ardışık olarak numaralandırılır. Bu nedenle V varyans-kovaryans matrisi, her bloğu bir depreme karşılık gelen blok-köşegen matrisdir. Normalize v matrisi (1.24)'da gösterilen denklemdeki gibi yazılabilir.

$$\sigma^2 v = V \quad (1.24)$$

Burada $\sigma^2 = \sigma_r^2 + \sigma_e^2$ olur. Aynı zamanda v matrisi (1.25) de blok-köşegen matristir.

$$v = \begin{bmatrix} v_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & v_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & v_{N_e} \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

Burada N_e deprem sayısıdır. (1.26)'de verilen v_i alt matrisi i numaralı depreme karşılık gelir.

$$v_i = \begin{bmatrix} 1 & \gamma & \cdots & \gamma \\ \gamma & 1 & \cdots & \gamma \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma & \gamma & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

Burada $\gamma = \sigma_e^2 / (\sigma_r^2 + \sigma_e^2)$ olur. i numaralı denklem için v_i matrisinin rankı R_i olur. (1.24) denklemi, (1.23) denklemine yerine yazılırsa,

$$\hat{B} = (X^T v^{-1} X)^{-1} X^T v^{-1} Y \quad (1.27)$$

Olabilirlik için (1.24) denklemi, (1.21) denklemine yerine yazılırsa,

$$L = (2\pi)^{-N/2} |\sigma^2 v|^{-1/2} \exp \left[-\frac{1}{2} (Y - XB)^T (\sigma^2 v)^{-1} (Y - XB) \right] \quad (1.28)$$

(1.28) denkleminin doğal logaritması alınır,

$$\ln L = -\frac{N}{2} \ln(2\pi) - \frac{N}{2} \ln(\sigma^2) - \frac{1}{2} \ln |v| - \frac{1}{2} (Y - XB)^T v^{-1} (Y - XB) / \sigma^2 \quad (1.29)$$

L olabilirlik; γ , B , h ve σ^2 'nin değişimi ile maksimize edilebilir. Sabit γ için L , (1.27) denklemine $|\Delta h / h|$ belli bir değerin altına düşene kadar (genellikle 10^{-3}) B ve h 'ın iterasyonu ile bulunur. \hat{B} ve h , sabit γ için σ^2 'ye bağlı olmadığı için \hat{B} ve h tekrar hesaplanmadan L maksimize etmeye devam edilebilir. (1.29) denkleminin, σ^2 'ye göre türevi alınıp sıfıra eşitlenirse (1.30) denklemi elde edilir.

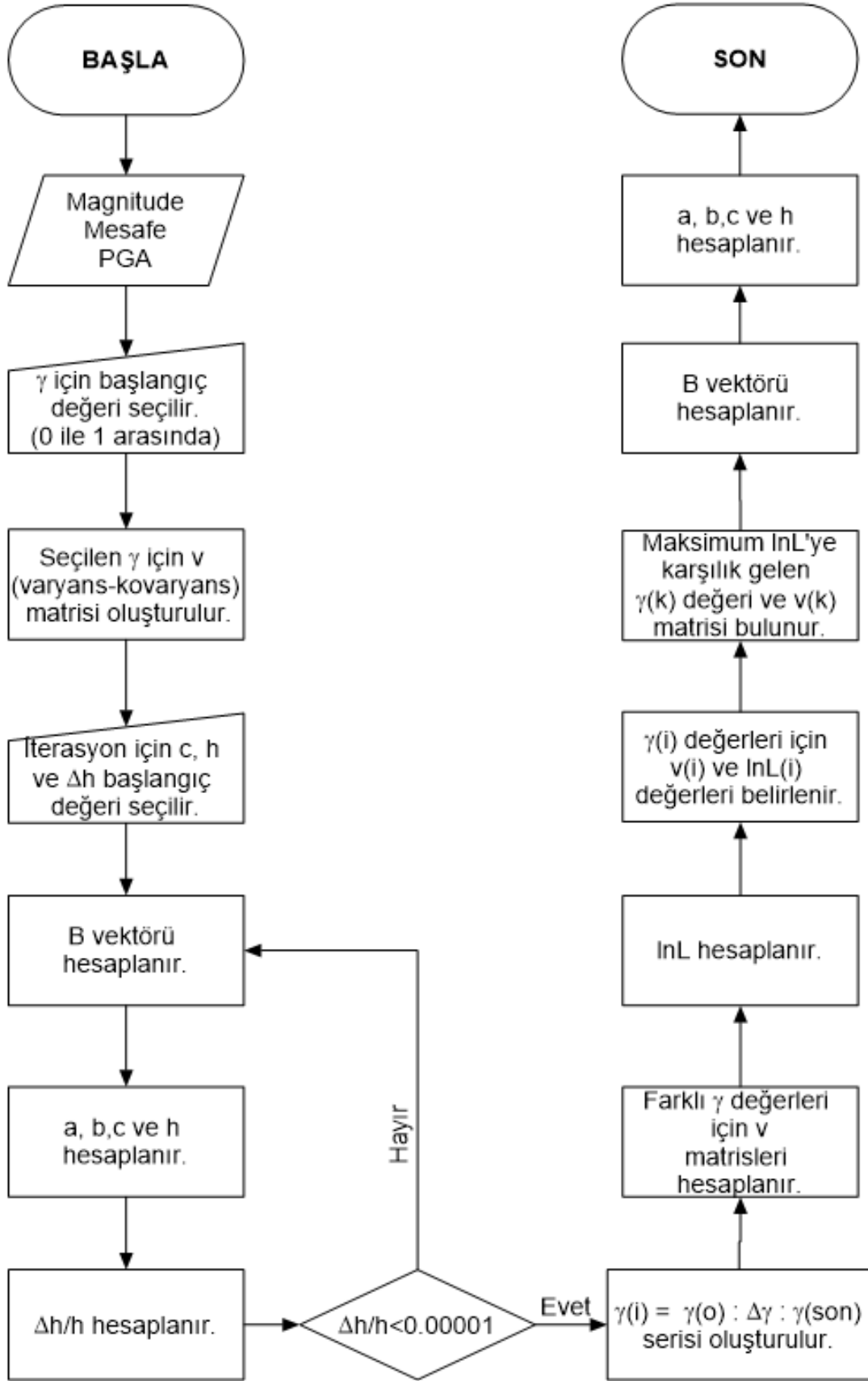
$$\sigma^2 = (Y - X\hat{B})^T v^{-1} (Y - X\hat{B}) / N \quad (1.30)$$

γ 'nın her değeri için \hat{B} , h ve σ^2 değerleri hesaplanır ve olabilirlik L hesaplanan \hat{B} , h ve σ^2 değerlerine göre maksimize edilir. $\ln(L)$ 'nin maksimum olduğu en son çözüm, γ değerine karşılık gelir. Çözüm, γ 'nın kullanılmasıyla numerik olarak bulunabilir.

σ^2 'nin değeri (1.30) denklemi ile yansız olarak hesaplanabilir. Yansız tahmin ise (1.31) denklemi ile hesaplanır.

$$\sigma^2 = (Y - X\hat{B})^T v^{-1} (Y - X\hat{B}) / (N - 4) \quad (1.31)$$

Burada $N - 4$ serbestlik derecesi, 4 ise X matrisinin rankıdır. γ 'nın nihai değeri için \hat{B} 'nin belirlenmesi, ağırlıklı en küçük kareler problemi-dir. Ağırlık matrisi v^{-1} 'dir. Draper ve Smith (Draper & Smith, 1981) bu tür bir problemin, dönüştürülmüş bir değişken ile sıradan en küçük kareler problemine eşdeğer olduğunu göstermiştir. Eşdeğer sıradan en küçük kareler problemine, bilinen kuralların (Searle, 1971) uygulanmasından sonra (1.31) denklemi ile devam edilir. Maximum Likelihood Method'un, deprem azalım ilişkisine uygulanması ile ilgili akış şeması Şekil 4'te verilmiştir.



Şekil 4. Maximum Likelihood Method Akış Şeması

4. Sonuçlar ve Öneriler

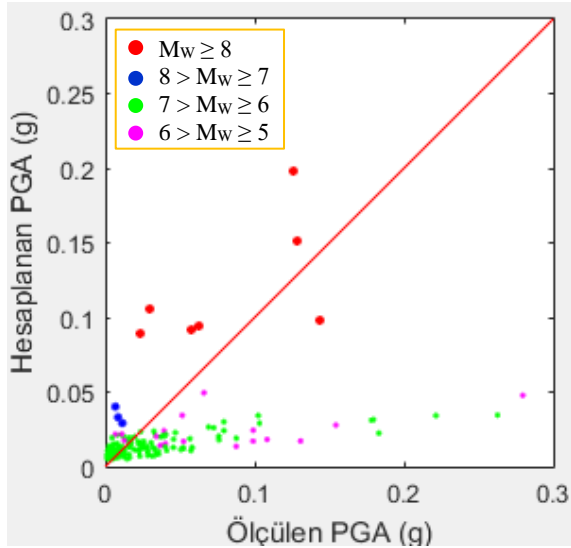
4.1. En Küçük Kareler Yöntemi Sonuçları

En küçük kareler (EKK) yöntemi ile yapılan regresyon analizi sonucunda elde edilen katsayılar Şekil 5'te verilmiştir. Bulunan bu katsayıların matematiksel denklem modeli olan Denklem (1.10)'de yerine yazılması sonucunda elde edilen azalım denklemi ise Denklem (1.32)'de verilmiştir.

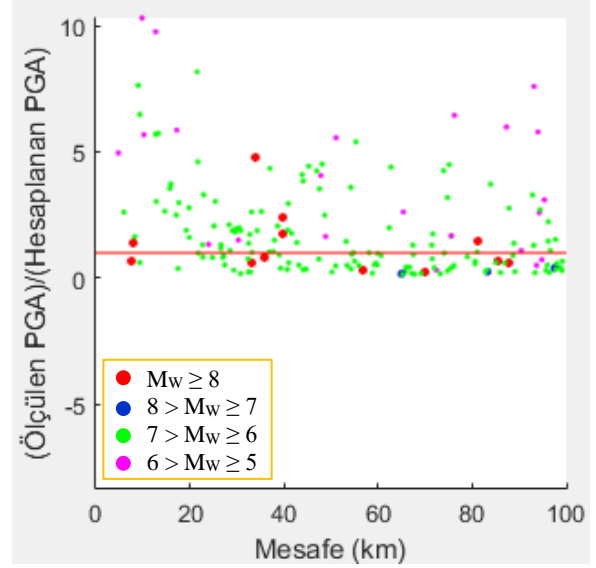
$$\begin{aligned} a &= -0.0666 \\ b &= 0.3926 \\ c &= 0.0009 \\ h &= 17.7030 \end{aligned}$$

Şekil 5. Azalım ilişkisi denklem katsayıları (EKK)

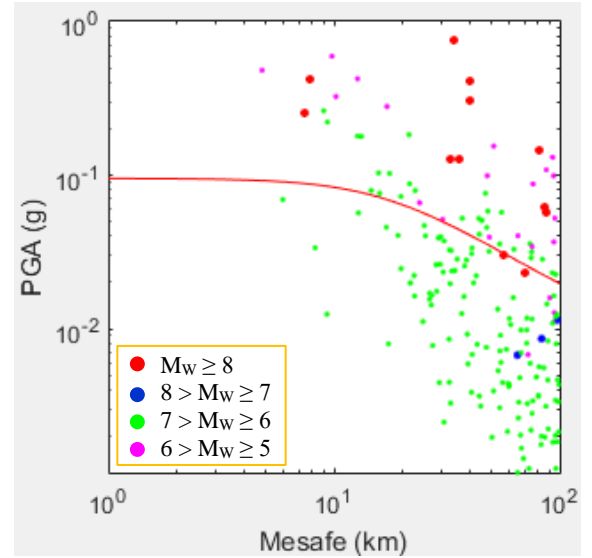
$$\begin{aligned} \log A_n &= -0.0666 + 0.3926(M_n - 6) \\ &- \log(d_n^2 + 17.7030^2)^{1/2} + 0.0009(d_n^2 + 17.7030^2)^{1/2} \end{aligned} \quad (1.32)$$



Şekil 6. Ölçülen ve hesaplanan PGA değerlerinin karşılaştırılması (EKK)



Şekil 7. Mesafelere göre PGA oranlarının karşılaştırılması (EKK)



Şekil 8. Azalım ilişkisinin verilerle uyumu (EKK)

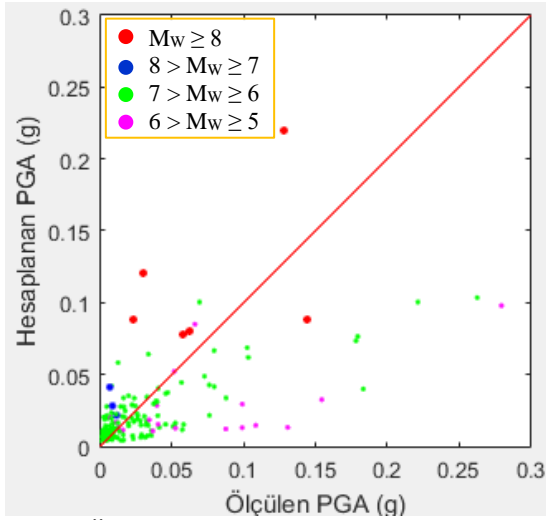
4.2. Maximum Likelihood Method Sonuçları

Maximum Likelihood Method (MLM) ile yapılan regresyon analizi sonucunda elde edilen katsayılar Şekil 9'de verilmiştir. Bulunan bu katsayıların matematiksel denklem modeli olan Denklem (1.10)'de yerine yazılması sonucunda elde edilen azalım denklemi ise Denklem (1.33)'te verilmiştir.

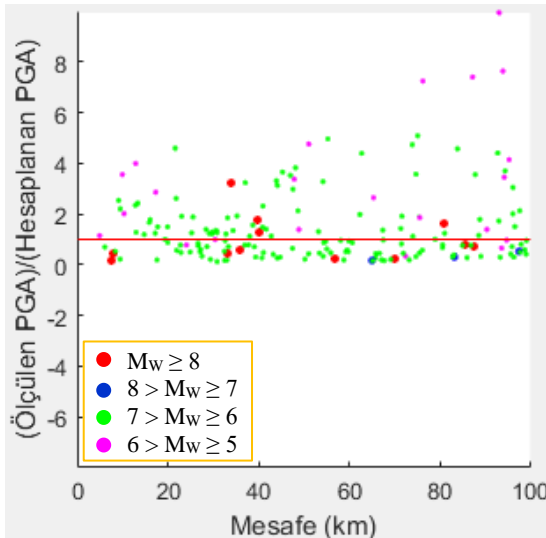
$$\begin{aligned} a &= 0.1819 \\ b &= 0.4032 \\ c &= -0.0032 \\ h &= -5.1161 \end{aligned}$$

Şekil 9. Azalım ilişkisi denklem katsayıları (MLM)

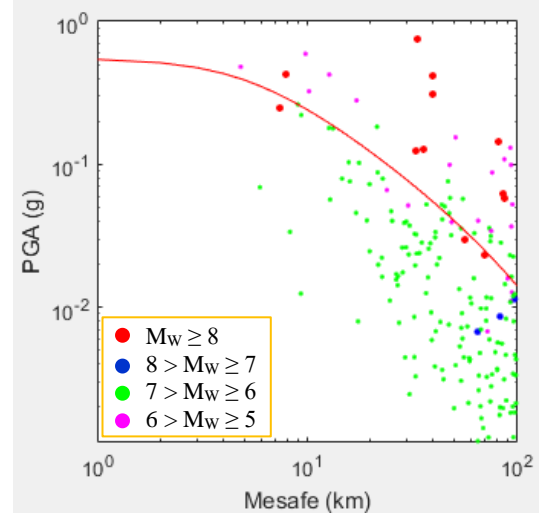
$$\begin{aligned} \log A_n &= 0.1819 + 0.4032(M_n - 6) \\ &- \log(d_n^2 + 5.1161^2)^{1/2} - 0.0032(d_n^2 + 5.1161^2)^{1/2} \end{aligned} \quad (1.33)$$



Şekil 10. Ölçülen ve hesaplanan PGA değerlerinin karşılaştırılması (MLM)



Şekil 11. Mesafelere göre PGA oranlarının karşılaştırılması (MLM)



Şekil 12. Azalım ilişkisinin verilerle uyumu (MLM)

5. Referanslar

Abrahamson, N. A. & Shedlock, K. M., 1997. Overview. *Seismological Research Letters*, 68(1), pp. 9-23.

Abrahamson, N. A. & Silva, W. J., 1997. Empirical Response Spectral Attenuation Relations for Shallow Crustal Earthquakes. *Seismological Research Letters*, 68(1), pp. 94-127.

Anderson, J. G., 1997. Nonparametric Description of Peak Acceleration Above a Subduction Thrust. *Seismological Research Letters*, 68(1), pp. 86-93.

Anon., tarih yok *Yer Bilimleri Harita Görüntüleyici - Diri Faylar*. [Çevrimiçi] Available at: <http://yerbilimleri.mta.gov.tr/anasayfa.aspx> [Erişildi: 2 12 2018].

Atkinson, G. M. & Boore, D. M., 1997. Some Comparisons Between Recent Ground-Motion Relations. *Seismological Research Letters*, 68(1), pp. 25-40.

Atkinson, G. M. & Boore, D. M., 1997. Stochastic Point-Source Modeling of Ground Motions in the Cascadia Region. *Seismological Research Letters*, 68(1), pp. 74-85.

Aydan, Ö., Sezaki, M. & Yarar, R., 1996. *The Seismic Characteristic of Turkish Earthquakes*. Acapulco, Mexico, yazarı bilinmiyor, pp. 1270-1277.

- Beyaz, T., 2004. Zemin Etkisinden Arındırılmış Deprem Kayıtlarına Göre Türkiye İçin Yeni Bir Deprem Enerjisi Azalım Bağıntısının Geliştirilmesi.
- Boore, D. M., Joyner, W. B. & Fumal, T. E., 1994. *Estimation of response spectra and peak accelerations from western North American earthquakes: An interim report*, basım yeri bilinmiyor: U.S. Geological Survey.
- Boore, D. M., Joyner, W. B. & Fumal, T. E., 1997. Equations for Estimating Horizontal Response Spectra and Peak Acceleration from Western North American Earthquakes: A Summary of Recent Work. *Seismological Research Letters*, 68(1), pp. 128-153.
- Brillinger, D. R. & Preisler, H. K., 1985. An Exploratory Analysis of the Joyner-Boore Attenuation Data. *Bulletin of the Seismological Society of America*, Cilt 75, pp. 611-614.
- Campbell, K. W., 1985. Strong Motion Attenuation Relations: A Ten-Year Perspective. *Earthquake spectra*, 1(4), pp. 759-804.
- Campbell, K. W., 1997. Empirical Near-Source Attenuation Relationships for Horizontal and Vertical Components of Peak Ground Acceleration, Peak Ground Velocity, and Pseudo-Absolute Acceleration Response Spectra. *Seismological Research Letters*, 68(1), pp. 154-179.
- Draper, N. R. & Smith, H., 1981. *Applied Regression Analysis 2nd ed.*. New York: Wiley.
- Gülkan, P. & Kalkan, E., 2002. Attenuation Modeling of Recent Earthquakes in Turkey. *Journal of Seismology*, Cilt 6, pp. 397-409.
- İnan, E. ve diğerleri, 1996. *1976-1996 Yılları Arası İvme Kayıtları Olan Deprem Kataloğu*. Ankara, yazarı bilinmiyor
- Joyner, W. B. & Boore, D. M., 1981. Peak Horizontal Acceleration and Velocity From Strong-Motion Records Including Records From the 1979 Imperial Valley, California Earthquake. *Bulletin of the Seismological Society of America*, Cilt 71, pp. 2011-2038.
- Joyner, W. B. & Boore, D. M., 1993. Methods for Regression Analysis of Strong-Motion Data. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 83(2), pp. 469-487.
- Kalkan, E. & Gülkan, P., 2004. Site-Dependent Spectra Derived from Ground Motion Records in Turkey. *Earthquake Spectra*, 20(4), pp. 1111-1138.
- Ketin, İ., 1976. San Andreas ve Kuzey Anadolu Fayları Arasında Bir Karşılaştırma. *Türkiye Jeoloji Kurumu Bülteni*, 19(2), pp. 149-154.
- Kramer, S. L., 1996. *Geotechnical Earthquake Engineering*. New Jersey: Prentice Hal.
- Leptokaropoulos, K. M. ve diğerleri, 2013. A Homogeneous Earthquake Catalog for Western Turkey and Magnitude of Completeness Determination. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 103(5), pp. 2739-2751.
- Özbey, C. ve diğerleri, 2003. *Empirical Strong Ground Motion Attenuation Relations for Northwestern Turkey*. İstanbul, yazarı bilinmiyor
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. & Flannery, B. P., 1992. *General Linear Least Squares. %1 içinde Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing 2nd Edition*. New York: Cambridge University Press, pp. 671-680.
- Sadigh, K. ve diğerleri, 1997. Attenuation Relationships for Shallow Crustal Earthquakes Based on California Strong Motion Data. *Seismological Research Letters*, 68(1), pp. 180-189.
- Searle, S. R., 1971. *Linear Models*. New York: Wiley.
- Spudich, P. ve diğerleri, 1997. SEA96--A New Predictive Relation for Earthquake Ground Motions in Extensional Tectonic Regimes. *Seismological Research Letters*, 68(1), pp. 190-198.
- The MathWorks Inc, 2001. *Using MATLAB*. [Çevrimiçi]
Available at:
https://web.stanford.edu/class/ee254/software/using_ml.pdf
[Erişildi: 24 Mart 2018].
- Toro, G. R., Abrahamson, N. A. & Schneider, J. F., 1997. Model of Strong Ground Motions from Earthquakes in Central and Eastern North America: Best Estimates and Uncertainties. *Seismological Research Letters*, 68(1), pp. 41-57.
- Ulusay, R., Tuncay, E., Sönmez, H. & Gökçeoğlu, C., 2004. An Attenuation Relationship Based on

Turkish Strong Motion Data and Iso-Acceleration Map of Turkey. *Engineering Geology*, Cilt 74, pp. 265-291.

Ulutaş, E. ve diğerleri, 2003. *Doğu Marmara Bölgesi İçin Deneysel En Büyük Yatay İvme Uzaklık Azalım İlişkisi ve Kocaeli'nin Probabilistik Deprem Tehlikesi*. Kocaeli, yazarı bilinmiyor

USGS, 2000. *Implication for earthquake risk reduction in the United States from the Kocaeli, Turkey, Earthquake of August 17, 1999.*, basım yeri bilinmiyor: U.S. Geological Survey Circular.

Youngs, R. R., Chiou, S. J., Silva, W. J. & Humphrey, J. R., 1997. Strong Ground Motion Attenuation Relationships for Subduction Zone Earthquakes. *Seismological Research Letters*, 68(1), pp. 58-73.