

İlkokul Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Sürecinde Oluşturduğu Görsel Temsillerin İncelenmesi

Investigation on The Visual Representations of 4th-Grade Students Created in the Problem Solving Process

Saniye Nur ERGAN¹, Gökhan ÖZSOY²

¹ Sorumlu Yazar, Arş. Gör., Temel Eğitim Bölümü, Eğitim Fakültesi, Ordu Üniversitesi, Türkiye, snuregan@gmail.com, (<https://orcid.org/0000-0003-4782-7710>)

² Prof. Dr., Temel Eğitim Bölümü, Eğitim Fakültesi, Ordu Üniversitesi, Türkiye, gozsoy@gmail.com, (<https://orcid.org/0000-0002-1250-624X>)

Geliş Tarihi:03/07/2020

Kabul Tarihi:25/06/2021

ÖZ

Bu araştırmanın amacı, ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde oluşturduğu görsel temsillerin türlerinin ve görsel temsil türlerinin problemin doğru çözülmesi temelinde nasıl bir dağılım gösterdiğinin incelenmesidir. Bu amaçla çalışma bir tarama araştırması olarak tasarlanmıştır. Araştırma verileri Ordu ilinde öğrenim görmekte olan 162 dördüncü sınıf öğrencisinden elde edilmiştir. Verilerin toplanmasında 12 matematik probleminden oluşan bir envanter kullanılmıştır. Çalışmaya katılan 162 öğrencinin cevap kâğıdından elde edilen toplam 1909 görsel temsil analiz edilmiştir. Verilerin analizinde betimsel analiz ve içerik analizi yöntemleri kullanılmıştır. Araştırma sonucunda; dördüncü sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecince oluşturduğu üç temsil türü (şematik, resimsel ve işlemsel) tanımlanmıştır. Problem çözme sürecinde şematik temsil oluşturan öğrencilerin %87.4 oranında probleme doğru cevap verdiği görülmüştür. Resimsel temsil oluşturulan durumlarda problemin yanlış çözülme oranının %91.9 olduğu ve işlemsel temsil oluşturulan durumlarda ise %67.5 oranında probleme yanlış cevap verildiği görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Görsel temsiller, problem çözme, sözel problemler, ilkokul matematik eğitimi.

ABSTRACT

In this research, it is aimed to examine the types of representation that primary school students created during the problem solving process. For the purpose of the research, this study designed as a survey research which is a qualitative research model. The research data were collected with 12 word problems. The study group consist 162 fourth grade students. A total of 1909 visual representations obtained from the working paper of 162 students participating in the study were examined. Content analysis method was used in the analysis of the data. It is aimed to understand and explain the use of visual representations in the problem solving process and to reach the basic patterns related to them. As a result of the research, three kinds of representations (schematic, pictorial and computational) that the fourth grade students created in the problem solving process are defined and the representation types evaluated in terms of correct solution of the problem. As a result of this evaluation, 87.4% of the students who created a schematic representation in problem solving process were found to respond correctly. In cases where pictorial representation was created, the rate of wrong solution of the problem was 91.9%, and in case of computational representation, 67.5% of the problem were answered incorrectly.

Keywords: Visual representations, problem solving, word problems, primary mathematics education.

GİRİŞ

Matematik eğitimiyle geliştirilmesi hedeflenen belirli beceriler vardır. Problem çözme, matematiksel modelleme, akıl yürütme, matematiksel dili etkin ve doğru şekilde kullanarak iletişim kurma, ilişkilendirme, araç ve gereçleri etkin kullanma, bilgi- iletişim teknolojilerini amacına uygun şekilde kullanabilme becerileri bunlardan bazılarıdır (Walle, Karp, ve Bay-Williams, 2013). Temel beceriler kümesini oluşturan bu beceriler birbiriyle ilintilidir ve bir becerinin gelişimi diğer becerilerin gelişimini desteklemektedir. Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teaching Mathematics) tarafından matematiksel süreç standartları olarak belirtilen beş standart (problem çözme, ilişkilendirme, temsil etme, iletişim, akıl yürütme ve ispat) belirlenen beceriler temelinde oluşturulmuştur. NCTM'ye (2000) göre bu beceriler matematiği anlamının temelleridir ve her sınıf seviyesinde kazandırılmalıdır. Matematiksel becerilerle ilgili çalışma alanının bir kolunu, problem çözme ve matematik performansı arasındaki ilişkiyi inceleyen araştırmalar oluşturmaktadır.

Problem çözme, matematik uygulamaları için oldukça önemlidir. Öğrenciler matematiksel süreçleri anlamak ve matematikle ilgili becerilerini kullanmak için problem çözme becerilerini geliştirmeye gereksinim duyar (Polya, 2006). Bu nedenle, öğrencilerin bu disiplinde yetkin hale gelmeleri için yeterli düzeyde problem çözme becerisine sahip olmaları gerekmektedir (Chapman, 2006). Matematik performansı ile problem çözme becerisi arasında bir ilişki olduğu bilinmektedir (Karaoğlan, 2009; Özsoy, 2014; Tai ve Lin, 2015). Matematik başarısı üzerinde etkili olan etmenlerden birinin problem çözme becerisi olduğu düşünüldüğünde problem çözme becerisi ile ilgili çok sayıda çalışma olduğu ve problem çözme becerisinin matematik performansı ile ilgili çalışmaların temel odağını oluşturduğu söylenebilir. Bu konuda yapılan çalışmaların problem çözme sürecinde yaşanan zorluklara (Bozan ve Küçüközer, 2007; Tambychik ve Meerah, 2010; Hoffman, 2010), bu zorluklara yönelik geliştirilen strateji eğitimlerine (Montague, 1992; Montague, Applegate, ve Marquard, 1993; Montague, Warger, ve Morgan, 2000; Fuchs, Fuchs, Prentice, Burch, Hamlett, Owen, ve Schroeter, 2003; Polya, 2006; Montague, 2007; Lazakidou ve Retalis, 2010; van Garderen ve Scheuermann, 2015) odaklandığı görülmektedir. Benzer araştırmalarda görsel-uzamsal temsillerin problem çözme sürecindeki yerine de sıklıkla (Lean ve Clements, 1981; Hegarty ve Kozhevnikov, 1999; Montague ve Applegate, 2000; van Garderen, Montague, 2003, van Garderen, 2006; Blatto-Vallee, Kelly, Gaustad, Porter, ve Fonzi, 2007; Kozhevnikov, Motes, ve Hegarty, 2007; Uesaka, Manalo ve Ichikawa, 2007; Passolunghi ve Mammarella, 2010; Krawec, 2010; Boonen, van Wesel, Jolles, ve van der Schoot, 2014) yer verilmektedir.

Görsel temsillerin problem çözme sürecindeki yerine ilişkin yürütülen bilişsel psikoloji alanındaki birçok çalışmaya göre (De Corte, Verschaffel, ve de Win, 1985; Heffernan ve Koedinger, 1997; Kintsch ve Greeno, 1985; Koedinger ve Nathan, 2004; Riding ve Pearson, 1994; Stylianou, 2010) temsil etme, çok basamaklı bir süreç olan problem çözmenin merkezi unsurudur. Mayer (1985) problem çözme sürecini dört öge temelinde açıklamıştır. Problemin temsil edilmesi, öğrencinin problem cümlesini okumasını kendi cümleleriyle yeniden açıklamasını içerir. İkinci olarak öğrenci görsel bir temsil oluşturarak problemin öğeleri arasındaki ilişkileri gösterir. Ardından planlama aşamasında çözüm için gerekli işlemler planlanır. Dördüncü öge olan çözümün gerçekleştirilmesi kısmında planlanmış işlemler uygulanır ve sonuç kontrol edilir. Bu durumda görsel temsil oluşturmak problemin anlaşılması ve problemin çözülmesi aşamaları arasında bir köprü görevi üstlenmektedir.

Görsel temsillerin problem çözmedeki rolü hakkında bir uzlaşsı söz konusu iken görsel temsillerin tanımlanması ve kavramsallaştırılmasında farklılıklar mevcuttur. Goldin (2002) ve Kaput (1987) görsel temsilleri başka bir varlığı ifade eden yapılar olarak tanımlamıştır. Lesh (1999), Pape ve Tchoshanov (2001), Zawojewski ve Lesh (2003) ise görsel temsilleri özellikle sözel problemlerin özmünde önerilen bir strateji olarak ele almıştır. Stylianou (2010) ise görsel temsillerin problem çözmede bir ürün ve sürecin kendisi olduğuna dikkat çekmiştir.

Görsel temsillerle ilgili farklı tanım ve kavramsallaştırmalar bulunsa da görsel temsillerin problem çözme sürecindeki rolü üzerinde uzlaşmış olduğu görülmektedir. Kısaca görsel temsillerin problemlerin analiz edilmesi, çözümün planlanması, eylemlerin doğrulanması ve açıklanması, sonuçların öngörülebilmesi, sürecin izlenmesi ve değerlendirilmesi, sonuçların birleştirilmesi ve iletilmesi olarak ifade edilebilir (Pape ve Tchoshanov, 2001).

Matematikte görsel temsiller bazen sadece matematiksel problemlerin çözümünün bir çıktısı olarak görülmektedir (Greeno ve Hall, 1997). Ancak görsel temsiller yalnızca ürün ya da çıktı değil, bilişsel araçlar olarak düşünülmeli ve sürecin bir parçası bazen de kendisi olarak görülmelidir. Görsel temsiller belirtilen işlevlerinin yanında soyut olanı somutlaştırmak için de kullanılmaktadır (Diezmann ve English, 2001; Novick, Hurley ve Francis, 1999). Ancak bu noktada görsel temsillerin türleri ile problem çözmenin amacı üzerine düşünülmelidir. Matematikğin soyut bir disiplin oluşu ve matematiksel kavramların genellikle soyutlamalar sonucu edinilmesi sebebiyle problem durumlarının da öğrencilerde soyutlama ve genelleme süreçlerini destekleyici şekilde kullanımını gerektirdiği söylenebilir (Memnun ve Altun, 2012). Bu durumda öğrencilerin daha soyut nitelikler taşıyan ve genellenebilir temsiller oluşturmaları sağlanmalıdır. Öğrencilerin bu süreçte gereken yönlendirme ve desteğe erişememesi görsel temsillerin sınırlı bir düzeyde soyutlama içermesine neden olabilir. Diğer bir deyişle görsel temsiller dünyanın sınırlandırılmış bir şeklidir. Örneğin bir toplama işleminde meyveleri göstermek için nokta, çizgi veya semboller kullanılıyorsa gerçeklik bir dereceye kadar soyutlanmış denebilir. Ancak problemdeki öğelerin gerçeğe benzer, problem çözümünde ihtiyaç duyulamayacak ayrıntılara yer verilmiş şekilde çizilmesi sınırlı bir soyutlama içermektedir.

Alanyazında, şematik ve resimsel temsiller arasında soyutluk derecesi bakımından bir değerlendirme yapılmıştır. Bu bakımdan resimsel temsiller düşük, şematik temsillere ise yüksek düzeyde soyutlama içermektedir (Booth ve Thomas, 1999; Hegarty ve Kozhevnikov, 1999; van Garderen ve Montague, 2003). Bu durum problem çözme süreci temelinde ele alınmalıdır.

Görsel temsillerin kullanımı problemleri çözmek için destekleyici olabilir. Ancak alanyazında görsel temsiller bazen de çözüm sürecinde engelleyici olarak ele alınmaktadır (Larkin ve Simon, 1987; Fueyo ve Bushell, 1998; Uttal, Scudder ve DeLoache, 1997).. İlgili araştırmalarda problem çözme performansı düşük bulunan öğrencilerin çözümlerinde genellikle görsel temsillerin bir türü olan resimsel temsiller oluşturduğu; bu tür temsillerin öğeler arasındaki ilişkilerden yoksun olduğu ve sürece olumlu etkide bulunmadığı ifade edilmiştir (Hegarty ve Kozhevnikov, 1999; Montague, 2007; Xin, Jitendra, ve Deatline- Buchma, 2005). Bu nedenle öğrencilerin görsel temsillerin incelenmesinin problem çözme sürecinin iyileştirilmesinde katkı sağlayabileceği düşünülmektedir.

Bu araştırmada, dördüncü sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde oluşturduğu görsel temsillere ilişkin bir sınıflama yapılmıştır. Görsel temsillerin türleri temelinde yapılan bu sınıflama öğrencilerin oluşturduğu çizimlerin kategorileri hakkında bilgi sağlamaktadır. Bu bilgi problem çözme performansını yükseltme amacı taşıyan strateji öğretimi programları kapsamında geliştirilecek olan programlara özellikle görsel stratejiler bağlamında ışık tutabilecek bir zemin hazırlamaktadır. Bunun yanında görsel temsil türlerinin incelenmesi öğrencilerin oluşturduğu hatalı veya eksik çizimlere yönelik farkındalığı artırması yönüyle uygulamaya dönük fikirler sunmaktadır. Alanyazında görsel temsil türleri ile ilgili çalışmaların çoğunlukla öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile yapıldığı görülmektedir. Öte yandan görsel temsiller problem çözme sürecinde yer alan tüm öğrencileri kapsayan bir kavram olması nedeniyle geniş bir çalışma grubuyla yürütülen bu araştırmanın, görsel temsil türlerinin problemin doğru çözümü temelinde nasıl bir dağılım gösterdiğini bildirmesi ve bu sayede farklı matematik problemlerine yönelik oluşturulan görsel temsillerin ve problemlerin doğru/yanlış çözümlerinin karşılaştırılarak incelenmesi mümkün kılması yönleriyle alanyazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bu bağlamda araştırma kapsamında dördüncü sınıf öğrencilerinin matematik problemlerini çözme sürecinde oluşturduğu görsel temsillerin türlerini incelemesi, görsel temsillerin problemin doğru çözümlerine göre değerlendirmesi, öğrencilerin

problem çözerken oluşturduğu görsel temsillerin kullanım tercihlerine dikkat çekilmesi, görsel temsillerin kullanımına yönelik bilgi sağlanması ve görsel temsil kullanımının geliştirilmesine yönelik öneriler sunması planlanmaktadır.

Bu amaçlar doğrultusunda araştırmada aşağıdaki sorular yanıtlanmaya çalışılmıştır.

1. Öğrenciler problem çözme sürecinde hangi tür görsel temsiller oluşturmaktadır?
2. Oluşturulan görsel temsiller türleri dikkate alındığında problem sonucunun doğru olması temelinde nasıl bir dağılım göstermektedir?

YÖNTEM

Araştırma amacına uygun olarak çalışma, bir tarama araştırması olarak tasarlanmıştır. Tarama araştırmalarında var olan durumun ayrıntılı betimlenmesi söz konusudur. Görüşlerin veya özelliklerin neden kaynaklandığından çok örnekleme bireyler açısından nasıl bir dağılım gösterdiği ile ilgilenir. Karasar (2016) tarama araştırmacısının çeşitli kayıtlar (yazılı belge, resim, görüntü kaydı vb.) üzerinde çalışabileceğini, bu kaynakları kendi gözlemleriyle bir sistem içinde bütünleştirerek yorumlayabileceğini belirtir.

2.1. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubu Ordu'daki 5 devlet okulundan 6 farklı sınıfta öğrenim gören seksen yedi erkek yetmiş beş kız toplam 162 dördüncü sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Çalışma grubu belirlenirken tabakalı örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Ordu il merkezinde bulunan ilkokullardan araştırmaya katılım göstermeyi kabul eden okullar arasında farklı sosyo-ekonomik özelliklere sahip bölgelerde bulunan beşi seçilmiştir. Uygulama öncesinde, gerekli resmi izinlerin alınması ve okul yönetimi, ilgili öğretmen ve çalışmaya katılacak öğrencilerin velilerinden onay alınmasını takiben araştırmaya katılacak öğrencilere araştırmanın amacı ve kapsamı ayrıntılı bir biçimde anlatılmış, çalışmanın öğrenciyi başarı yönünden değerlendirmeyeceği ya da sorunun doğru ya da yanlış cevaplanmasının önemli olmadığı, yalnızca cevaba ulaşma sürecinin incelenmesinin amaçlandığı açıklanmıştır. Araştırmaya katılmayı kabul eden dördüncü sınıf öğrencileri çalışma grubuna dâhil edilmiştir.

2.2. Veri Toplama Aracı

Araştırma verileri Matematiksel Süreç Envanteri'nden (MSE) seçilen 12 sözel matematik problemi ile elde edilmiştir. MSE, Suwarsono (1982) tarafından geliştirilip Hacıömeroğlu (2014) tarafından Türkçeye uyarlanmıştır. Araştırmada bu envanterde yer alan sorular arasından uzman görüşü alınarak araştırma amacına uygun ve benzer araştırmalarda kullanılan problemler seçilmiştir. Araştırmada özellikle öğrencilerin görsel temsil oluşturmalarına olanak sağlayan sözel problemler tercih edilmiştir.

2.3. Veri Toplama ve Analiz Süreçleri

Uygulama izinlerini takiben öğretmenlerle görüşülerek uygun zaman dilimleri belirlenmiştir. Araştırmanın ön uygulaması sayesinde soruların yanıtlanması için bir ders (kırk dakika) yeterli bulunmuştur. Öğretmen ve öğrencilere araştırma ile ilgili ayrıntılı bilgi verilerek gönüllü katılımları sağlanmıştır. Veri analizi sürecinde içerik analizi ve betimsel analize başvurulmuştur. Betimsel analiz nitel araştırmalarda elde edilen verilerin özgün biçimlerine sadık kalınarak, doğrudan alıntılar yapılarak aktarılmasıdır. İçerik analizi ise betimsel verilerden daha açıklayıcı sonuçlara ulaşmak için betimsel analize ek olarak bazı kavram ve temaların belirlenmesi ve ilişkilere yönelik çıkarımlar yapılmasıdır (Kümbetoğlu, 2008; Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu kapsamda araştırmada öğrenci çözümlerindeki görsel temsilleri yapısal özelliklerine göre sınıflandırılarak kodlanmıştır. Veriler iki uzman tarafından ayrı ayrı incelenmiştir. Ulaşılan kodların güvenilirliğinin sağlanması amacıyla görüş ayrılığı olan görsel temsiller üzerinde gerekli düzenlemeler yapılarak Miles ve Huberman (1994) formülü ile

(Güvenirlilik = Görüş Birliği / [Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı]) kodlayıcı güvenirliliği %97 olarak bulunmuştur. Elde edilen kodlara yönelik örnekler ve açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

Örnek problem: Bir evde toplam 8 tane masa bulunmaktadır. Bu masaların bazıları 4 ayaklı, bazıları ise 3 ayaklıdır. Masaların toplam ayak sayısı 27 ise kaç tane 4 ayaklı masa vardır?

Problem çözme envanterindeki problemlere yönelik oluşturulan toplam 1909 temsilen analiz edilmesiyle araştırmacı tarafından aşağıdaki kodlar oluşturulmuştur (Tablo 1).

Tablo 1. Görsel Temsil Türlerinin Tanımına İlişkin Tablo

Kodun Adı ve Tanımı	Kodun Örneği	Kodun Açıklaması
İşlemsel Temsil Problemde sunulan sayısal değerlerin işleme koyulması veya denklemlere dönüştürülerek temsil edilmesidir.		Problemde sunulan sayısal değerler ile işlem yapılmasıyla oluşturulan temsil türüdür. Özgün olarak yapılandırılmış çizimler içermez. Şematik ya da resimsel olmayan bir temsil örneğidir.
Resimsel Temsil Problemde sunulan kişi- nesne gibi öğelerin görüntüsünü içeren fakat matematiksel yapıyı (ilişkiler ve nicel değerler) içermeyen çizimlerdir.		Problem öğeleri arasındaki ilişkilerin veya gerekli hesaplamaların tanımlanmadığı; problem durumunun gelişigüzel bazı öğelerinin görüntüsünün resmedildiği çizimlerdir. Bir resimsel temsilde problem metinde verilen nesnelerin görüntüsüne yönelik, problem öğeleri arasındaki ilişki ve sayısal değerler yer almaz.
Şematik Temsil Problemde sunulan kişi- nesne gibi öğelerin ve bunlar arasındaki ilişkilerin sayısal değerler ve sistematik bir yapı içinde ifade edildiği çizimlerdir.		Problemde sunulan öğelerin uzamsal ilişkilerle gösterilmesi ile oluşan temsillerdir. Bir şematik temsil problem metniyle bağlantılıdır ve öğeler arasındaki ilişkiler tanımlanabilir ve belirlidir.

Araştırmadaki kodlar (şematik ve resimsel görsel temsiller) öncelikle Hegarty ve Kozhevnikov (1999) tarafından tanımlanan kriterler dikkate alınarak araştırmacı tarafından genişletilmiş ve bu araştırma kapsamında yeniden tanımlanmıştır. Bu temsil türlerinin dışında kalan ancak öğrenci cevaplarında yer alan bir diğer tür olarak işlemsel temsiller de araştırmada tanımlanarak sınıflandırmaya dahil edilmiştir.

Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirliğin sağlanması için nitel araştırmanın doğasına uygun olan inandırıcılık, aktarılabirlik, tutarlılık ve doğrulanabilirlik terimleri kullanılır (Lincoln ve Guba, 1985 akt. Creswell, 2013). Bu araştırmada inandırıcılık, derinlik odaklı veri toplama ve uzman incelemesi stratejileri ile sağlanmıştır. İnandırıcılık sağlamaya yönelik stratejiler olarak nerilen (Yıldırım ve şimşek, 2011) bu stratejilerden derinlik odaklı veri toplamada araştırmacıların elde ettiği sonuçları birbiriyle karşılaştırarak bazı örüntülere ulaşacak şekilde incelemesi yoluyla sağlanmıştır. Ayrıca tüm sürecin ayrıntılı anlatımı ve ham verinin doğrudan alıntılarla sunulmasının inandırıcılık için önemli görülmektedir. Güvenirliğin sağlanması için kodlayıcılar arası görüş birliği desteklenmektedir. Araştırmada kodlayıcı güvenirliği kapsamında iki yazar arasında yapılan analiz sonuçları araştırma verileri ve bulgular arasında uyum olduğunu göstermiştir. Bu adımlar araştırmanın tutarlık ve teyit edilebilirlik özelliklerinin sağlanması için yeterli grlmştir.

BULGULAR

3.1. Birinci Araştırma Problemine Yönelik Bulgular

Araştırma bulguları öğrencilerin problem çözme sürecinde  tür görsel temsil kullandığını göstermektedir. Dağılım Tablo.2’de sunulmuştur.

Tablo 2. Öğrencilerin Problem özme Sürecinde Oluşturduğu Görsel Temsillerin Türleri

	İşlemsel Temsil	Resimsel Temsil	şematik Temsil
f	444	709	756
%	23.2	37.1	39.6

Araştırma kapsamında incelenen 1909 görsel temsilin içinde oluşturulma sıklığı bakımından %39.6 oranıyla en ilk sırada şematik temsiller, ikinci sırada %37.1 oranıyla resimsel temsiller ve son sırada %23.2 ile işlemsel temsillerin yer aldığı görülmektedir.

3.1.1. İşlemsel Temsillere İlişkin Bulgular

İşlemsel temsiller problem çözme sürecinde gerçekleştirilen sayısal hesaplamalardır. Bu durumu açıklayan görsel temsil örnekleri aşağıda sunulmuştur.

$$\begin{array}{r}
 1000 \\
 - 300 \\
 \hline
 1500 \\
 - 1500 \\
 \hline
 010 \\
 - 10 \\
 \hline
 000
 \end{array}$$

şekil 1. İşlemsel Temsil rneği

$$\begin{array}{l}
 1750g \\
 1kg \ 750g
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 5 \text{ tane } 3 \text{ ayaklı} \\
 + 2 \text{ tane } 4 \text{ ayaklı} \\
 \hline
 \text{Kontrol: } 5 \times 3 = 15 \\
 2 \times 4 = 8 \\
 \hline
 23 \checkmark
 \end{array}$$

şekil 2. İşlemsel Temsil rneği

$$\begin{array}{r}
 200 \text{ yukar} \\
 100 \text{ yanar} \\
 100 \text{ aşagi} \\
 + \text{ SAKINA} \\
 \hline
 400 \text{ m}
 \end{array}$$

Şekil 3. İşlemsel Temsil Örneği

$$\begin{array}{r}
 10 \\
 - 3 \\
 \hline
 7
 \end{array}$$

Flakaniz

Konut: 10

Fom en: 14

4'üründesin

Şekil 4. İşlemsel Temsil Örneği

$$\begin{array}{r}
 80 \text{ kg} \\
 - 6 \\
 \hline
 74
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 80 \text{ kg} \\
 + 26 \text{ kg} \\
 \hline
 106 \text{ kg}
 \end{array}$$

80 kg

106 kg

Şekil 5. İşlemsel Temsil Örneği

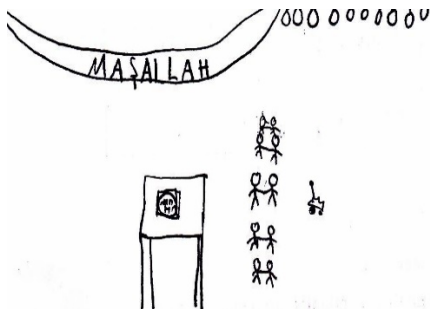
$$\begin{array}{r}
 d = 10 : 2 = 5 + 2 = 7 \\
 - 5 \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

Şekil 6. İşlemsel Temsil Örneği

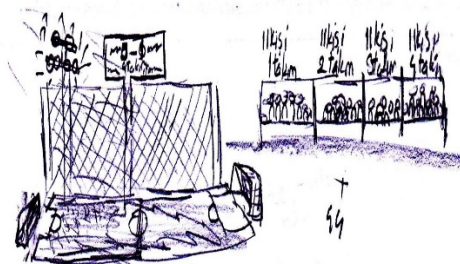
Örneklere görüldüğü üzere bu işlemler problem metninde verilen nicel değerlerle yapılan hesaplamaları içerir ve öğrencilerin işlemler dışında herhangi bir çizim yapmadığı durumları içerir. Araştırmaya katılan dördüncü sınıf öğrencilerinin işlemsel temsil oluşturma oranı %23.2 olarak bulunmuştur. İşlemsel temsiller problem çözme sürecinde diğer türlere oranla en az oluşturulan temsildir.

3.1.2. Resimsel Temsillere İlişkin Bulgular

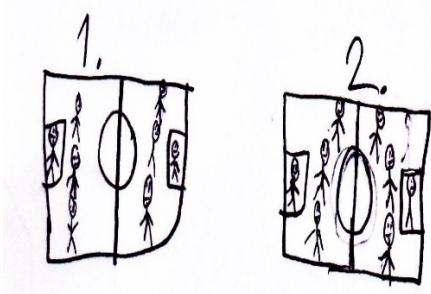
Resimsel temsiller problem metninde verilen kişi ve nesnelerin ayrıntılı görüntüsünü içerir. Problem öğeleri arasındaki ilişkileri veya gerekli hesaplamalar tanımlanmaksızın problem metninin gelişigüzel bazı öğelerinin görüntüsünü içerir. Bu durumu açıklayan görsel temsil örnekleri aşağıda sunulmuştur.



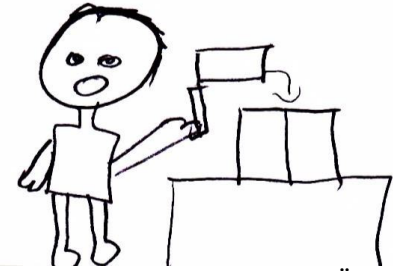
Şekil 7. Resimsel Temsil Örneği



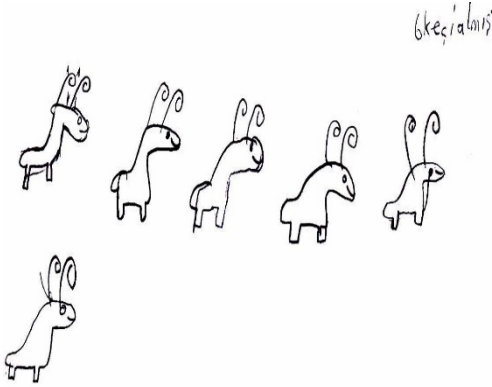
Şekil 8. Resimsel Temsil Örneği



Şekil 9. Resimsel Temsil Örneği



Şekil 10. Resimsel Temsil Örneği



Şekil 11. Resimsel Temsil Örneği

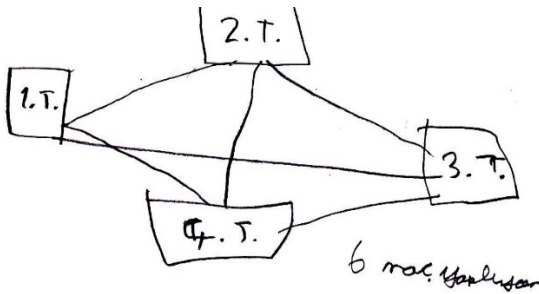


Şekil 12. Resimsel Temsil Örneği

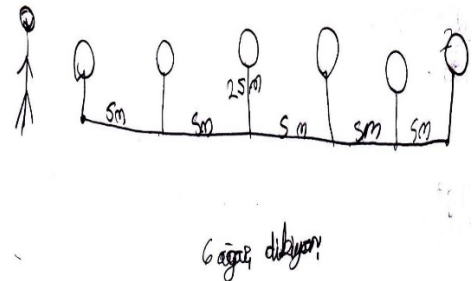
Oluşturulan bu temsillerin ortak özelliği problem metinde verilen nesnelere görüntüsüne yönelik, problem öğeleri arasındaki ilişki ve sayısal değerleri içermeyen çizimler olmasıdır. Araştırmaya katılan dördüncü sınıf öğrencilerinin resimsel temsil oluşturma oranı %37.1 olarak bulunmuştur.

3.1.3. Şematik Temsillere İlişkin Bulgular

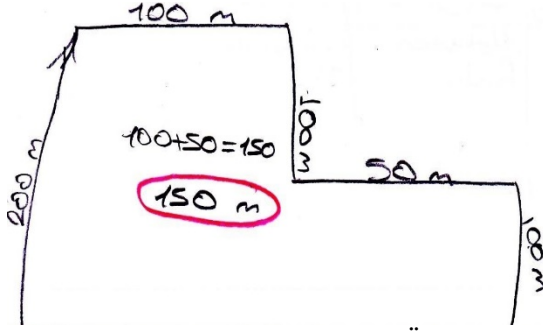
Şematik temsiller problem öğeleri arasındaki ilişkileri ifade eden sistematik bir yapıdır. Problemden verilen kişi veya nesnelere ayrıntılı görüntüsünden ziyade problemdeki uzamsal ilişkiler ve problem öğeleri arasındaki bağlantılar vurgulanarak oluşturulan görsel temsillerdir. Bu durumu açıklayan görsel temsil örnekleri aşağıda sunulmuştur.



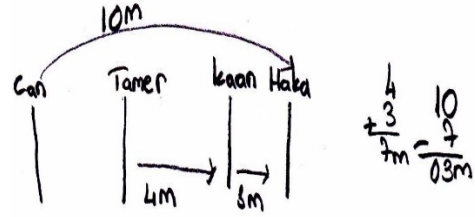
Şekil 13. Şematik Temsil Örneği



Şekil 14. Şematik Temsil Örneği



Şekil 15. Şematik Temsil Örneği

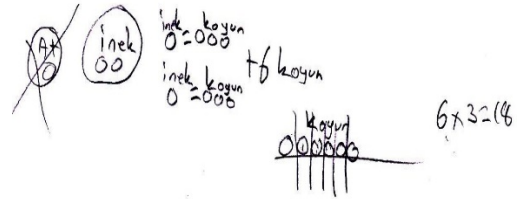


Şekil 16. Şematik Temsil Örneği



16 m
2x7=14 dk

Şekil 17. Şematik Temsil Örneği



18 keçi alır

Şekil 18. Şematik Temsil Örneği

Bir şematik temsilde hem metinle hem de yapısal olarak ilgili nesnelere bağlantılıdır ve öğeler arasındaki ilişkiler tanımlanabilir ve belirlidir. Problemdaki veriler temsilde belirli ilişkiler içinde görülür. Araştırmaya katılan dördüncü sınıf öğrencilerinin şematik temsil oluşturma oranı %39.6 olarak bulunmuştur.

3.2. İkinci Araştırma Problemine Yönelik Bulgular

Çalışmanın bu bölümünde araştırmada kullanılan 12 matematik problemine yönelik oluşturulan görsel temsiller ve problemlerin doğru/yanlış çözülmüş olma durumu birlikte değerlendirilmiştir.

Tablo 3. Görsel Temsil Türlerinin Problemin Doğru Çözülmesi Temelindeki Dağılımı

Soru No. / Kod	İşlemsel temsil		Resimsel temsil				Şematik temsil					
	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış		
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Problem 1	23	76.7	7	23.3	13	23.6	42	76.4	74	96.1	3	3.9
Problem 2	20	80	5	20	2	2.6	75	97.4	57	98.3	1	1.7
Problem 3	11	37.9	18	62.1	8	12.7	55	87.3	64	98.5	1	1.5
Problem 4	0	0	28	100	2	3.7	52	96.3	49	62.8	29	37.2
Problem 5	3	8.8	31	91.2	2	2.7	72	97.3	46	86.8	7	13.2
Problem 6	14	28	36	72	4	7.1	52	92.9	47	88.7	6	11.3
Problem 7	9	36	16	64	4	6	63	94	57	87.7	8	12.3
Problem 8	8	17.4	38	82.6	0	0	54	100	39	69.6	17	30.4

Problem 9	9	45	11	55	8	11.6	61	88.4	70	95.9	3	4.1
Problem 10	22	45.8	26	54.2	9	17.3	43	82.7	58	96.7	2	3.3
Problem 11	24	30.4	55	69.6	2	4.7	41	95.3	36	90	4	10
Problem 12	1	3.3	29	96.7	3	6.7	42	93.3	64	82.1	14	17.9
Toplam	144	32.4	300	67.5	57	8.1	652	91.9	661	87.4	95	12.5

Araştırmadan elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin problem çözerken üç temsil türü (şematik, resimsel ve işlemsel) kullandığı belirlenmiştir. Şematik temsil oluşturarak problem çözen öğrencilerin %87.4'ü problemi doğru cevaplarırken resimsel temsil oluşturarak çözüme ulaşan öğrencilerin %91.9'u probleme yanlış cevap vermiştir. Ayrıca problem çözümünde işlemsel temsil oluşturan öğrencilerin %67.5'i probleme yanlış cevap vermiştir. Problem çözme sürecinde şematik temsil oluşturan öğrencilerin diğer temsil türlerini kullanan öğrencilere göre problemi doğru yanıt olma olasılıklarının daha yüksek olduğu ifade edilebilir. Öğrenciler görsel temsiller oluştururken öznel teknikler ve stiller benimsemişlerdir. Ancak özellikle şematik temsiller oluşturan öğrenciler temsilleri problem çözmeye bir strateji olarak ele almış ve problem durumu ile temsil arasında anlamlı-işlevsel bağlantılar kurmuşlardır. Şematik temsillerin problem çözme sürecinde karmaşık problem durumlarını somutlaştırma ve süreci izleme bakımından stratejik olarak kullanılabilirliğini söylemek mümkündür.

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Problem çözme sürecinde öğrenciler tarafından oluşturulan görsel temsillerin incelenmesini amaçlayan bu araştırmanın bulguları; görsel temsillerin işlemsel, resimsel ve şematik olarak sınıflandığını göstermektedir. Görsel temsillerin matematiksel düşünceleri somutlaştırarak daha anlaşılır hale getirmesi yönüyle matematiksel düşünme süreçlerinin güçlü araçları olduğu (Greeno ve Hall, 1997) ve problemin doğru çözümü üzerindeki etkisi (Diezmann, 2002; van Garderen, 2007) dikkate alındığında öğrencilerin görsel temsilleri oluşturma durumlarının problem çözme performansına yönelik öngörü sağlayacağı çıkarımında bulunmak mümkündür. Öğrencilerin problem çözme sürecinde görsel temsil oluşturulmasını etkileyen faktörleri incelediği çalışmada Uesaka, Manalo ve Ichikawa (2007), öğrencilerin algılarını ve günlük sınıf etkinliklerini incelemiştir. Araştırmasında görsel temsilleri kullanan öğrencilerin problem çözme performanslarının daha yüksek olduğunu ve görsel temsil oluşturmada kendine güven ve zorluk algısının yanında görsel temsillerin öğretmenlerin kullandığı bir strateji olarak görülmesinin düşük kullanım sıklığıyla ilişkili olduğunu bildirmiştir.

Genel başarı düzeyi problemin temsil edilmesinde önemli bir değişkendir. Öğrencilerin başarı düzeyi ile kullanılan görsel temsillerin nasıl farklılaştığına yönelik yapılan çalışmada, akademik başarısı yüksek bulunan öğrencilerin büyük bir kısmı problemin temsil edilebilecek bir yapı oluşturduğunu bulunmuştur. Akademik başarısı düşük bulunan öğrenciler ise uygun bir yapı oluşturamamaktadır (van Garderen, Scheuermann ve Poch 2014). Başka bir araştırmanın sonuçları ise problem çözme performansı yüksek bulunan öğrencilerin şematik temsil oluşturma oranının diğer öğrencilere oranla iki katı olduğunu göstermiştir (van Garderen, Scheuermann ve Jackson, 2013). Bu araştırmanın bulguları ile değerlendirildiğinde araştırmadaki öğrenciler akademik başarılarına göre sınıflandırılmamıştır. Ancak öğrencilerin verilen problemleri doğru çözme durumları problem çözme başarısı olarak ele alınabilir. Bu durumda öğrencilerin şematik temsil oluşturduğu durumlarda problemleri doğru çözme oranlarının diğer temsil türlerine göre yüksek olması bakımından ilgili araştırma bulgularıyla benzerlik olduğu söylenebilir.

Matematiksel yetkinlik bakımından değerlendirildiğinde de öğrencilerin problem metninde sunulan öğelerin temsili oluşturma yöntemi ile doğru sonuca ulaşmaları önemlidir.

Ancak bu çalışmanın bulguları bazı güçlükler olduğunu ortaya koymaktadır. Öğrenciler görsel temsilleri problem çözme sürecinde süreci destekleyici bir araç olarak kullanmada özellikle verilenleri temsil edecek anlamlı bir yapı oluşturmada sorun yaşamaktadırlar. Bu noktada, öğrencilerin birbirinden farklı görsel temsiller oluşturmalarını sağlayan faktörlerin neler olduğu sorusu akla gelmektedir.

Öğretmenlerinin görsel temsilleri kullanım durumlarının öğrenciler tarafından görsel temsillerin kullanımını etkileyen bir değişken olarak (Uesaka, vd. 2007) ele alındığında ve Özsoy (2018) tarafından öğretmen adaylarının oluşturduğu görsel temsillerin incelendiği araştırmada öğretmen adaylarının azımsanamayacak bir bölümünün yanlış yapılandırılmış resimsel temsiller oluşturduğu düşünüldüğünde öğretmenlerin kullandığı temsil türünün bir faktör olduğu söylenebilir.

Problem metninin anlaşılması ve görsel temsilin doğru oluşturulması geliştikçe bu gelişim problem çözme performansında kendini gösterir. Bu fikri destekleyen Anwar, Purwanto, As'ari, Sisworo, ve Rahmawati (2019) çalışmalarında öğrencilerin problemi tam olarak anladığı durumlarda şematik temsiller oluşturduğunu bildirmiştir. Benzer şekilde Krawec'e (2010) göre problemin anlaşılması görsel temsillerin farklılaştığını bildirmiştir. Özsoy (2018) ise öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde oluşturduğu görsel temsillerin türünü ve doğruluğunu değerlendirdiği çalışmasında yüksek uzamsal yeteneğe sahip adayların şematik temsil oluşturduğu ve düşük uzamsal yeteneğe sahip olanların ise resimsel temsiller üretme eğiliminde olduklarını ifade etmiştir. Öyleyse uzamsal yetenek düzeyleri ve problem durumunun anlaşılmasının görsel temsil türleri oluşturulmasındaki değişkenler olduğu söylenebilir.

Başka bir değişken olarak Rellensmann, Schukajlow ve Leopold (2017) çalışmalarında öğrencilerin çizimlere yönelik sahip olduğu stratejik bilginin, öğrencilerin görsel olarak temsil etme performansı ile pozitif ilişkili olduğunu ileri sürmekle birlikte bu ilişkinin oluşturulan görsel temsilin türü ve doğruluğu aracılık ettiğini ifade etmektedirler. Çalışmalarında durumsal (situational drawing) ve matematiksel çizim (mathematical drawings) olarak sınıflandırdıkları görsel temsiller özellikleri bakımından bu araştırmada incelenen resimsel ve şematik temsillere benzerlik göstermektedir. Araştırma sonuçları durumsal çizimin doğruluğunun dolaylı olarak performansla ilişkili olduğunu gösterirken matematiksel çizim doğruluğunun öğrencilerin performansı ile yakından ilgili olduğunu gösterdiği şeklindedir. Bu araştırmanın bulgularına bakıldığında görsel temsillerin doğrulukları bakımından analiz edilmediği ancak görsel temsillerin yapısal özellikleri itibarıyla doğru sonuca götüren ve götürmeyen olarak sınıflandırıldığı düşünüldüğünde bulguların benzerlik gösterdiği söylenebilmektedir. Morano ve Riccomini (2019) araştırmalarında görsel temsil niteliğinin problemin doğru çözülmesinin yanında bazı kavramsal bilgilerin anlaşılmasındaki performansla da ilişkili olduğunu bildirmesi bu görüşü destekler niteliktedir. Csíkos, Sztányi ve Kelemen (2012) ve Sriutai, Boonlue, Neanchaleay ve Murphy (2018) tarafından yürütülen deneysel çalışmalarda da öğrencilere matematiksel görsel temsillerin rolünü vurgulayarak, sözel problemlerin çözülmesinde kullanılabilecek stratejiler hakkında eğitim verilmesi sonucunda öğrencilerin aritmetik becerileri ve problem çözme performanslarının olumlu yönde geliştirildiği sonucuna ulaşmıştır. Bu durum öğrencilerin problem çözümede uygun görselleştirme yöntemlerini kullanmalarının önemini belirtmektedir.

Bu çalışma birtakım sınırlılıklara sahiptir. İlk sınırlılığı çalışma grubuna dâhil olan öğrencilerin sayısı oluşturmaktadır. Her ne kadar çalışma, tabakalı örnekleme yöntemi ile belirlenen, farklı sosyo-ekonomik özelliklere sahip bölgelerde bulunan beş ilkokuldan seçilen altı sınıfta öğrenim görmekte olan 162 öğrenci ile yapılmış olsa da çalışma grubundan elde edilen verilerin gerçeği temsil edişi sınırlıdır. Araştırmanın ikinci sınırlılığı ise öğrencilerin problem çözme sürecinde oluşturduğu görsel temsillerin sadece elde edilen çalışma kağıtları aracılığıyla yani dokümanlar temelinde incelenmiş olmasıdır. Öğrenciler sınıflarında gözlenmemiş ya da öğrencilerle görüşme gerçekleştirilmemiştir. Araştırmanın üçüncü sınırlılığı görsel temsillerin öğrencilere sunulan 12 matematik problemi aracılığıyla

incelenmesidir. Her ne kadar veri toplamada kullanılan problemler öğretim programına uygun ve uzman görüşü eşliğinde belirlenmiş olsa da araştırma kapsamında incelenen toplam 1909 görsel temsil, öğrencilere verilen çalışma kağıtlarındaki 12 matematik problemine yönelik olması yönüyle sınırlıdır.

Bu araştırmanın sunduğu betimlemenin problem çözme sürecinde ne tür görsel temsiller oluşturulduğunda problemin doğru çözülme oranının yüksek olacağına yönelik öngöründe bulunma imkânı sunduğu düşünülmektedir. Ancak, görsel temsillerin işlemsel, resimsel ya da şematik olarak yapılandırılmasının ardındaki değişkenlerin neler olduğunu ve öğrencilerin görsel temsil türünü belirlerken hangi gerekçelere dayandığını açıklamamaktadır. Bu sınırlılıkların giderilmesi ve araştırma bulgularının desteklenmesi için öğrencilerle problem çözme sürecinde klinik görüşmeler içeren, sınıf içi gözlemlerle zenginleştirilmiş araştırmaların yapılması önerilmektedir. Ayrıca bu çalışmanın; sınıf düzeyi, problem çözme alanı dışında bir konu, farklı akademik başarı düzeylerine sahip öğrenciler vb. değişkenler gibi çeşitlendirmeler gerçekleştirilmesi ve bulguların karşılaştırılması tavsiye edilebilir. Son olarak öğrencileri görsel temsillerden faydalanmaya ve farklı görsel temsiller oluşturulmasında etkili olan faktörlerin belirlenmesine yönelik keşfedici araştırmaların yapılması önemli bir eksikliği dolduracaktır.

Araştırma bulguları üzerinden yapılan çıkarımların öğrencilerin görsel temsil oluşturma durumlarının anlaşılmasına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Araştırma bulgularının “Görsel temsil türleri üzerinde yapılan bu sınıflama ne tür bir strateji öğretimi programına kaynaklık edebilir? Bu türler problem çözme performansının yükseltilmesinde destekleyici olabilmek için hangi değişkenlerin etkisinde kalmaktadır? Bu değişkenler nasıl kontrol altına alınabilir veya kullanılabilir?” sorularına ilişkin çıkarımlarda bulunmayı olanaklı kılan bir zemin olarak ele alınması önem taşımaktadır.

Bu sorular ve sunulacak cevaplar, öğrenci performansını bir üst basamağa çıkarmayı amaçlayan öğretmenler ve eğitim araştırmacıları için önem taşımaktadır. Araştırma sonuçlarında görüldüğü üzere bazı öğrencilerin oluşturduğu temsillerdeki hataların problemin yanlış çözümüne sebep olduğu düşünüldüğünde öğretmenlere öğrencileri problem çözme sürecinde çözüm için gereken bilgileri doğru yapılandırılmış şematik temsiller ile ifade etmeleri için yönlendirmeleri önerilebilir. Öğrencilere şematik temsillerin nasıl oluşturulması gerektiğinin öğretilmesine yönelik öğretmenlerin bilgilendirildiği eğitimler gerçekleştirilebilir. Bu uygulamayla öğretmenler görsel temsillerin doğru kullanımı hakkında bilgilendirilerek öğrencilerin problem çözme sürecinde, resimsel ve işlemsel temsilden ziyade şematik temsiller olması sağlanabilir.

Araştırmacılara ise bu araştırmada yer almayan gözlem ve görüşme yöntemlerini kullanarak öğretmenlerin ve öğrencilerin sınıfta görsel temsilleri derste ve problem çözme etkinliklerinde kullanımlarını incelemeleri önerilebilir. Araştırmacıların bu incelemeye görsel temsillerin kullanımını etkileyen faktörleri temel alarak öğrencilerin yaşı, cinsiyeti, başarı durumu vb. değişkenler temelinde araştırması önerilebilir.

KAYNAKÇA

- Anwar, R. B., Purwanto, P., As'ari, A. R., Sisworo, S., ve Rahmawati, D. (2019, February). The process of schematic representation in mathematical problem solving. In *Journal of Physics: Conference Series* Vol. 1157, No. 3. IOP Publishing.
- Blatto-Vallee, G., Kelly, R. R., Gaustad, M. G., Porter, J., ve Fonzi, J. (2007). Visual-spatial representation in mathematical problem solving by deaf and hearing students. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education*, 12(4), 432-448.

- Boonen, A. J., van Wesel, F., Jolles, J., ve van der Schoot, M. (2014). The role of visual representation type, spatial ability, and reading comprehension in word problem solving: An item-level analysis in elementary school children. *International Journal of Educational Research*, 68, 15-26.
- Booth, R. D., ve Thomas, M. O. (1999). Visualization in mathematics learning: Arithmetic problem-solving and student difficulties. *The Journal of Mathematical Behavior*, 18(2), 169–190.
- Bozan, M., ve Küçüközer, H. (2007). Elementary school students' errors in solving problems related to pressure subjects. *Elementary Education Online*, 6(1), 24-34.
- Chapman, O. (2006). Classroom practices for context of mathematics word problems. *Educational Studies in Mathematics*, 62(2), 211-230.
- Creswell, J. W. (2013). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating*. W. Ross MacDonald School Resource Services Library.
- Csíkós, C., Szitányi, J., ve Kelemen, R. (2012). The effects of using drawings in developing young children's mathematical word problem solving: A design experiment with third-grade Hungarian students. *Educational Studies in Mathematics*, 81(1), 47-65.
- De Corte, E., Verschaffel, L., ve De Win, L. (1985). Influence of rewording verbal problems on children's problem representations and solutions. *Journal of Educational Psychology*, 77(4), 460.
- Diezmann, C. M. (2002). Enhancing students' problem solving through diagram use. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 7(3), 4-8.
- Diezmann, C. M., ve English, L. D. (2001). Promoting the use of diagrams as tools for thinking. In *2001 National Council of Teachers of Mathematics Yearbook: The Role of Representation in School Mathematics* (pp. 77-89). National Council of Teachers of Mathematics.
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Prentice, K., Burch, M., Hamlett, C. L., Owen, R., ve Schroeter, K. (2003). Enhancing third-grade student' mathematical problem solving with self-regulated learning strategies. *Journal of educational psychology*, 95(2), 306.
- Fueyo, V., ve Bushell, D. (1998). Using number line procedures and peer tutoring to improve the mathematics computation of low-performing first graders. *Journal of applied behavior analysis*, 31(3), 417-430.
- Goldin, G. A. (2002). *Representation in mathematical learning and problem solving*. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 197– 218). Mahwah, NJ: LEA.
- Greeno, J. G., ve Hall, R. P. (1997). Practicing representation: Learning with and about representational forms. *The Phi Delta Kappan*, 78(5), 361-367.
- Hacıömeroğlu, G. ve Hacıömeroğlu, E. S. (2014). Turkish Adaptation of the Mathematical Processing Instrument and Pre-service Teachers' Problem Solving Preferences. *Journal of Theoretical Educational Science*, 6(2).

- Heffernan, N. T., ve Koedinger, K. R. (1997). *The composition effect in symbolizing: The role of symbol production vs. text comprehension*. In Proceedings of the Nineteenth Annual Conference of the Cognitive Science Society (pp. 307-312).
- Hegarty, M., ve Kozhevnikov, M. (1999). Types of visual-spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of educational psychology*, 91(4), 684.
- Hoffman, B. (2010). "I think I can, but I'm afraid to try": The role of self-efficacy beliefs and mathematics anxiety in mathematics problem-solving efficiency. *Learning and individual differences*, 20(3), 276-283.
- Kaput, J. J. (1987). *Representation systems and mathematics*. In C. Janvier (Ed.), Problems of representation in the teaching and learning of mathematics, Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Karaoğlan, D. (2009). The relationship between 6th grade students' problem solving achievement and mathematics achievement scores after completing instruction on problem solving. *Unpublished Master's Thesis*. Middle East Technical University, Institute of Social Sciences, Ankara. Retrieved from <http://tez2.yok.gov.tr>.
- Karasar, N. (2016). *Bilimsel irade algı çerçevesi ile bilimsel araştırma yöntemi kavramlar ilkeler teknikler*. Nobel yayıncılık
- Kintsch, W., ve Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological review*, 92(1), 109.
- Koedinger, K. R., ve Nathan, M. J. (2004). The real story behind story problems: Effects of representations on quantitative reasoning. *The journal of the learning sciences*, 13(2), 129-164.
- Kozhevnikov, M., Motes, M. A., ve Hegarty, M. (2007). Spatial visualization in physics problem solving. *Cognitive science*, 31(4), 549-579.
- Krawec, J. L. (2010). *Problem representation and mathematical problem solving of students with varying abilities* (Doctoral dissertation, Doctoral dissertation, University of Miami, Miami).
- Kümbetoğlu, B. (2008). *Sosyolojide ve Antropolojide Niteliksel Yöntem ve Araştırma*. İstanbul: Bağlam Yayıncılık.
- Larkin, J. H., ve Simon, H. A. (1987). Why a diagram is (sometimes) worth ten thousand words. *Cognitive science*, 11(1), 65-100.
- Lazakidou, G., ve Retalis, S. (2010). Using computer supported collaborative learning strategies for helping students acquire self-regulated problem-solving skills in mathematics. *Computers ve Education*, 54(1), 3-13.
- Lean, G., ve Clements, M. K. (1981). Spatial ability, visual imagery, and mathematical performance. *Educational Studies in Mathematics*, 12(3), 267-299.
- Lesh, R. (1999). The development of representational abilities in middle school mathematics. *Development of mental representation: Theories and application*, 323-350.
- Mayer, R. E. (1985). Implications of cognitive psychology for instruction in 94 mathematical problem solving. Teaching and learning mathematical problem solving: *Multiple research perspectives*, 123-138.

- Memnun, D. S. ve Altun, M. (2012). Rbc+ c modeline göre doğrunun denklemi kavramının soyutlanması üzerine bir çalışma: özel bir durum çalışması. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 1(1), 17-37.
- Miles, M. B., ve Huberman, A.M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*, (2nd Edition), California: Sage Publications.
- Montague, M. (1992). The effects of cognitive and metacognitive strategy instruction on the mathematical problem solving of middle school students with learning disabilities. *Journal of learning disabilities*, 25(4), 230-248.
- Montague, M. (2007). Self-regulation and mathematics instruction. *Learning Disabilities Research ve Practice*, 22, 75–83.
- Montague, M., ve Applegate, B. (2000). Middle school students' perceptions, persistence, and performance in mathematical problem solving. *Learning Disability Quarterly*, 23(3), 215-227.
- Montague, M., Applegate, B., ve Marquard, K. (1993). Cognitive strategy instruction and mathematical problem-solving performance of students with learning disabilities. *Learning Disabilities Research ve Practice*.
- Montague, M., Warger, C., ve Morgan, T. H. (2000). Solve it! Strategy instruction to improve mathematical problem solving. *Learning Disabilities Research ve Practice*, 15(2), 110-116.
- Morano, S., ve Riccomini, P. J. (2019). Is a Picture Worth 1,000 Words? Investigating Fraction Magnitude Knowledge Through Analysis of Student Representations. *Assessment for Effective Intervention*.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*.
- Novick, L. R., Hurley, S. M., ve Francis, M. (1999). Evidence for abstract, schematic knowledge of three spatial diagram representations. *Memory ve Cognition*, 27(2), 288-308.
- Özsoy, G. (2014). Problem çözme becerisi ile matematik başarısı arasındaki ilişki. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(3), 179-190.
- Özsoy, G. (2018). Pre-service Teachers' Use of Visual Representations. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 11(1), 49-54.
- Pape, S. J., ve Tchoshanov, M. A. (2001). The role of representation (s) in developing mathematical understanding. *Theory into practice*, 40(2), 118-127.
- Passolunghi, M. C., ve Mammarella, I. C. (2010). Spatial and visual working memory ability in children with difficulties in arithmetic word problem solving. *European Journal of Cognitive Psychology*, 22(6), 944-963
- Pimm, D. (2002). *Symbols and meanings in school mathematics*. Routledge.
- Polya, G. (2006). *How to Solve It*. Princeton and Oxford: Princeton University.
- Rellensmann, J., Schukajlow, S., ve Leopold, C. (2017). Make a drawing. Effects of strategic knowledge, drawing accuracy, and type of drawing on students'

- mathematical modelling performance. *Educational Studies in Mathematics*, 95(1), 53-78.
- Riding, R. J., ve Pearson, F. (1994). The relationship between cognitive style and intelligence. *Educational Psychology*, 14(4), 413-425.
- Sriutai, M., Boonlue, S., Neanchaleay, J., ve Murphy, E. (2018). Using Pictorial Maps to Scaffold Problem Solving in Primary-Grade Arithmetic. *International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education (formerly CAL-laborate International)*, 26(5).
- Stylianou, D. A. (2010). Teachers' conceptions of representation in middle school mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(4), 325-343.
- Suwarsono, S. (1982). *Visual imagery in the mathematical thinking of seventh-grade students*. (Unpublished doctoral dissertation). Monash University, Melbourne, Australia
- Tai, W. C., ve Lin, S. W. (2015). Relationship between problem-solving style and mathematical literacy. *Educational Research and Reviews*, 10(11), 1480-1486.
- Tambychik, T., ve Meerah, T. S. M. (2010). Students' difficulties in mathematics problem-solving: What do they say?. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 8, 142-151.
- Uesaka, Y., Manalo, E., ve Ichikawa, S. I. (2007). What kinds of perceptions and daily learning behaviors promote students' use of diagrams in mathematics problem solving? *Learning and Instruction*, 17(3), 322-335.
- Uttal, D. H., Scudder, K. V., ve DeLoache, J. S. (1997). Manipulatives as symbols: A new perspective on the use of concrete objects to teach mathematics. *Journal of applied developmental psychology*, 18(1), 37-54.
- Van de Walle, J., A., Karp, K. S. ve Bay-Williams, J.M. (2013). *İlkokul ve Ortaokul Matematiği, Gelişimsel Yaklaşımla Öğretim*. (7. Baskı, Çev. Edit. Soner Durmuş). Nobel Ankara: Akademik.
- Van Garderen, D. (2006). Spatial visualization, visual imagery, and mathematical problem solving of students with varying abilities. *Journal of learning disabilities*, 39(6), 496-506.
- Van Garderen, D. (2007). Teaching students with LD to use diagrams to solve mathematical word problems. *Journal of Learning Disabilities*, 40(6), 540-553.
- Van Garderen, D., ve Montague, M. (2003). Visual-spatial representation, mathematical problem solving, and students of varying abilities. *Learning Disabilities Research ve Practice*, 18(4), 246-254
- Van Garderen, D., ve Scheuermann, A. M. (2015). Diagramming word problems: A strategic approach for instruction. *Intervention in School and Clinic*, 50(5), 282-290.
- Van Garderen, D., Scheuermann, A., ve Jackson, C. (2013). Examining how students with diverse abilities use diagrams to solve mathematics word problems. *Learning Disability Quarterly*, 36(3), 145-160.

- Van Garderen, D., Scheuermann, A., ve Poch, A. (2014). Challenges students identified with a learning disability and as high-achieving experience when using diagrams as a visualization tool to solve mathematics word problems. *ZDM*, 46(1), 135-149.
- Xin, Y. P., Jitendra, A. K., ve Deatline-Buchman, A. (2005). Effects of mathematical word Problem—Solving instruction on middle school students with learning problems. *The Journal of Special Education*, 39(3), 181-192.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri (7. Baskı)*, Ankara: Seçkin Yayınevi.
- Zawojewski, J. S., ve Lesh, R. (2003). A models and modeling perspective on problem solving. In R. Lesh and H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving* (pp. 317-328). Mahwah, NJ: LEA

EXTENDED ABSTRACT

Introduction

Solving word problems is a complex process for students and is one of the cases that students have problems in mathematics (Bernardo, 1999; Jitendra, 2002; Karataş & Baki, 2013; Schleppegrell, 2007; Van Garderen, 2004, 2007). The related literature shows that strategy teaching is effective in eliminating these problems (Kramarski, 2009; Montague, 2007; Polya, 2006). One of the strategies that can be used in the solution of word mathematical problems is creating a visual representation. Educational researchers have been examining the place and significance of visual representation strategy in learning mathematics and problem solving for a long time (Goldin, 1998; Kaput, 1997; Polya, 1981). This strategy, also called figure construction (Van De Walle, Karp & BayWilliams, 2013), refers to the drawings that the student creates during the problem solving process.

Visual representations indicate the expressions in the problem text and the relationships between them. Many studies clearly show that creating a visual representation in the problem-solving process is a factor related to the problem-solving performance (Hegarty & Kozhenikov, 1999; Uesaka, Manalo & Ichikawa, 2007; Van Garderen and Montague, 2003). Students who fail to identify the problem in the problem solving process or who have difficulty in interpreting the information fail to create a visual representation and this situation deteriorates the problem solving performance (Van Garderen, Scheuermann & Jackson, 2012). In order to enable students to create abstract and generalizable visual representations rather than detailed and subjective images, it is necessary to examine and understand the representations created by the students in the process of problem solving. This study is of significance for educators and educational researchers as it provides information on how students use visual representations in the process of problem solving and it provides a basis for the visual representation strategies teaching programs that can be developed to support the process.

With this research it is aimed to examine the types of visual representations created by the students in the process of problem solving, evaluate the visual representations according to the correct resolution of the problem, draw attention to the use of visual representations in the process of problem solving, provide information for the use of visual representations in the problem solving process and to present suggestions for the improvement of the use of visual representations.

The problem to be addressed in the study is determined as “What are the types of visual representations created by students in the problem solving process?”. The sub-problem is

determined as “How is the distribution of the correct resolution of the problem regarding the types of visual representations created during the problem solving process?”.

Methods

This study designed as a survey research which is a qualitative research model. The survey research tries to answer the ‘how and what’ questions. The aim of the survey research is to understand, explain and search for basic patterns of phenomenon being researched (Patton, 2014). The study group consisted of 162 fourth grade students (87 boys 75 girls) who are studying in six different classes of five public schools in Turkey. In the study, 12 word mathematical problems were chosen from the Mathematical Process Inventory (MPI) which was developed by Suwarsono (1982) and adapted to Turkish by Hacıömeroğlu (2014). In the selection of word problems, expert opinion was received from five faculty members in classroom education. The suitability of the selected problems to the student level was tested through preliminary applications. One of the reasons for choosing this inventory is that it had been used as a data collection tool in similar studies and that the problems in inventory were appropriate for the purposes of the research. The aim of this study was to investigate the visual representations of the students in the process of problem solving. Schematic and pictorial representations of the visual representations of students for word problems were defined by the researcher on the basis of the criteria mentioned in the study of Hegarty and Kozhevnikov (1999). This type of representation was defined and included in the classification because the students gave answers in the problem solving process with the schematic and pictorial representations as well as the ‘computational representation’ defined by the researcher. If a drawing is similar to a diagram, it is considered as a schematic representation and attention has been paid to whether it includes spatial relations and numerical values. If a drawing contains a detailed image of the concepts given in the problem text while disregarding spatial relations and numerical values, it is considered as a pictorial representation. In the case of the existence of only numerical calculations without any drawing in the answer sheet, the type of visual representation is considered as computational.

Results

Research findings indicate clearly that when the students create a schematic representation while solving the word problems, the probability of solving the problem correctly increases relative to the other types of representations. The research data suggests that the difficulties in correctly representing the problem are the result of the fact that the students can’t analyse the information required for the solution nor can make mental calculations that will enable them to establish the relationships between these information; furthermore, that they do not know how to express the information in the problem visually or they cannot reach the directions they need.

According to the research findings, although the students who solved the problems correctly showed different subjective approaches, they basically used visual representations strategically and expressed the data by associating them with the results to be obtained. In this case, it can be said that properly structured schematic representations simplify the complex situations that students may face in the process of problem solving and help students establish mathematical relations. As a result of the research, three types of representations (schematic, pictorial and computational) which were formed by the problem solving process of fourth grade students were identified. It was seen that 87.4% of the students utilising the schematic representation in the problem solving process gave the correct answers to the problems. In cases where pictorial representations were created, it was found that the wrong resolution rate was 91.9% and in case of computational representation 67.5% of the answers given to the problems were found to be wrong.

Discussion and Conclusion

Considering that representation is part of mathematical competence, students are expected to reach a correct result by forming a representation of the concepts given in the problem text.

However, in the findings of this study, it is obvious that students have difficulty in using visual representations as a supportive tool in the process of problem solving. At this point, the question of what are the factors that enable students to create different visual representations comes to mind. Students' daily learning behaviours, their belief that the problem can be solved by creating a visual representation, the perception that drawing a figure is a difficult and time-consuming action, them having difficulties to create a structure to express the problem, their consideration of visual representations as a means of teaching rather than a problem solving tool, etc. can be considered as an explanation of this situation.

Although the research is able to attain clear information, there are some restrictions which need recognition. Firstly, there may be different variables that are left undefined in this study, which may have prevented students from creating schematic representations in the problem solving process. For example, when the situations in which students formed pictorial representations are examined, detailed pictures can be seen. One of the possibilities is that these students like to draw and the problem text is perceived as a theme for a painting. Similarly, students who represent computational representation may prefer to make a numerical calculation instead of wasting time by drawing a scheme to reach the result faster. Under consideration of these possibilities; it is considered important for future studies to take into account students' perceptions of creating visual representations and special interests and abilities and so on.