

## SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN RUTİN OLMAYAN PROBLEM ÇÖZÜMLERİNE YÖNELİK HATA ANALİZİ

### ERROR ANALYSIS OF EIGHTH GRADE STUDENTS FOR NON-ROUTINE PROBLEM SOLUTIONS

Gülçin OFLAZ<sup>1</sup>

Kübra POLAT<sup>2</sup>

Başvuru Tarihi: 13.07.2020

Yayına Kabul Tarihi: 11.02.2022

DOI: 10.21764/maeuefd.768252

*Araştırma Makalesi*

**Özet:** Bu çalışmada sekizinci sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problemleri çözerken yaptıkları hataların belirlenmesi amaçlanmaktadır. Bu amaçla çalışmada açıklayıcı sıralı karma yöntem deseni benimsenmiştir. TIMSS 2011 ve 2015 sınavlarından rutin olmayan problem bağlamında belirlenen iki soru 181 sekizinci sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Daha sonra öğrencilerin yaptıkları hataların detaylı incelenmesi için 15 öğrenci ile de yarı yapılandırılmış görüşme gerçekleştirilmiş ve bu görüşmeler video ile kayıt altına alınmıştır. Elde edilen nicel verilerin analizinde Spearman korelasyon katsayısı ve ki-kare uygunluk testi yapılmıştır. Nitel veriler ise betimsel analiz tekniği ile çözümlenmiştir. Çalışmanın sonuçlarına göre öğrencilerin rutin olmayan problemleri çözerken yaptıkları hataların matematik başarılarına göre anlamlı derecede farklılaştığı belirlenmiştir. Bu hataların okuma, kavrama, dönüştürme, süreç yeterlilikleri, deşifre etme, kontrol ve kişisel hatalar kategori altında toplandığı da ulaşılan bir diğer sonuçtur. Ulaşılan sonuçlara göre öğrencilerin problem çözümlerini kontrol etme alışkanlığı kazanmaları, bunu yaparken sadece işlemlerin değil problemin anlaşılması ve planlanması aşamalarının da kontrol edilmesinin sağlanması önerilmektedir.

**Anahtar Sözcükler:** Rutin olmayan problem, hata analizi, açıklayıcı sıralı karma yöntem

**Abstract:** In this study, it is aimed to determine the errors made by eighth grade students while solving non-routine problems. For this purpose, an exploratory sequential mixed method design was adopted in the study. Two questions determined in the context of non-routine problems from TIMSS 2011 and TIMSS 2015 were applied to 181 eighth grade students. Afterwards semi-structured interviews were conducted with 15 students in order to examine the errors made by the students in detail, and these interviews were recorded by video. Spearman correlation coefficient and chi-square test were used in the analysis of the quantitative data. Qualitative data were analyzed by descriptive analysis technique. According to the results of the study, it was determined that the errors students make while solving non-routine problems differ significantly according to their mathematics achievements. It is another result that these errors are grouped under the categories of reading, comprehension, transformation, process skills, encoding, control and personal errors. According to the results, it is suggested that students should gain the habit of controlling problem solutions, while doing this, controlling not only the processes but also the understanding and planning of the problem.

**Keywords:** Non-routine problems, error analysis, exploratory sequential mixed method

<sup>1</sup> Dr. Öğr. Üyesi, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, [erengulcin3@hotmail.com](mailto:erengulcin3@hotmail.com), ORCID: 0000-0002-5577-712X

<sup>2</sup> Dr. Öğr. Üyesi, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, [kubrapolaat@hotmail.com.tr](mailto:kubrapolaat@hotmail.com.tr), ORCID: 0000-0001-8060-0732

## Giriş

Bireyin hayatta karşılaştığı problemlerin üstesinden gelmesi için problem çözme adımlarını bilmesi önemlidir. Kişinin iyi bir problem çözücü olması için ise matematik çok iyi bir araçtır. Çünkü matematik yaparken gerçekleştirilen her eylemde, öğrenci problem çözme adımlarını uygulamaktadır. Problem, zihinde dengesizliğe ve karışıklığa neden olan durumdur (Lambdin, 2003). Problem çözme ise bilinmeyen bir duruma bilgi, beceri ve anlayış kullanarak cevap bulma sürecidir (Krulik & Rudnick, 1988). Bu süreç, problemin okunup anlaşıldığı ilk aşamadan nihai çözüme karar verilen son aşamaya kadar gerçekleştirilen tüm işlemleri kapsayan bir süreçtir. Öğrenciler önceki bilgileriyle bağlantı kurmalarını, genişletme yapmalarını ve ayrıntılarını irdeleyerek daha derin düşüncelerini sağlayan problemler çözdüklerinde, zihinsel düşünce ağları daha karmaşık ve güçlü hale gelmektedir (Lambdin, 2003). Dolayısıyla problem çözme, düşünme becerilerinin geliştirilmesi için bir araç olarak değerlendirilmektedir (Schoenfeld, 1985). Ayrıca matematik öğrenmek için akıl yürütme aracı, yeni becerilerin geliştirilmesi için bir araç ve öğrenilen kuralların tekrar edildiği pratik yapma aracı olarak da nitelendirilmektedir (Stanic & Kilpatrick, 1989). Aslında problem çözme ulaşılması gereken bir amaç olarak değil, diğer matematiksel eylemlerin gerçekleştirilmesinde yardımcı olarak görülmektedir (Schoenfeld, 1992).

Öğrenmenin en iyi yolu problem çözme olarak ifade edilmektedir. Kişi, bir problem durumuyla karşılaştığında zihninde dengesizlik meydana gelmektedir. Bu problemin çözülmesiyle birlikte zihin yeniden denge durumuna ulaşmaktadır (Harel, 2008). Görüldüğü gibi problem çözerken zihinde gerçekleşenler, öğrenme süreci ile oldukça benzerdir. Ancak karşılaşılan her problem durumu zihinde aynı sürecin gerçekleşmesini sağlamamaktadır. Bu durumda zihinde karışıklığa neden olacak problem durumunun özelliklerinin belirlenmesi gerekmektedir. Bu problemler, bireyin öğrendiği algoritmaları ve kuralları uygulayarak çözüme ulaşamadığı, muhakeme etmesini ve ilişkileri yorumlayarak çözüme ulaşmasını sağlayan problemlerdir. Bu da bizi problemin çözümüne ulaşmak için gerektirdiği muhakeme türüne göre rutin ve rutin olmayan problem ayırımına götürmektedir.

Rutin problemler, öğrencilerin daha önce çözdüğü problemlerden yola çıkarak algoritmaları ve işlemleri uygulayarak çözümünü yapabildiği problemlerdir. Rutin olmayan problemlerin çözümünde ise bilinen bir dizi işlemin uygulanması yetersiz kalmaktadır. Bu problemlerin çözümünde öğrencinin farklı stratejileri kullanarak öğrendiği prosedürleri alışık olmadığı şekilde

kullanması beklenmektedir. Bu sürecin de oldukça karmaşık zihinsel bir süreç gerektirdiği belirtilmektedir (Kolovou, 2011). Rutin olmayan problemlerin çözümünde modelleme ve genelleme yapımları, prosedürler geliştirerek verilerin düzenlenmesi, ilişkilendirilmesi, analiz ve sentez yapılması gibi üst düzey düşünme becerileri gerekmektedir (London, 1993). Öğrenme ortamında rutin problemler kadar rutin olmayan problemlerin de kullanılması tavsiye edilmektedir. Ancak rutin problemlerde öğrenci öğrendiği işlemleri farklı bağlamlarda tekrardan uyguladığı için zihinsel gelişime fazla bir katkı sağlamamaktadır (Polya, 1973). Bunun için öğrencinin zihinsel olarak zorlanmasını sağlayan, tek bir çözüm yolu olmayan, yaratıcı düşünme ve kritik düşünme becerilerini kullanarak çözüme gidebileceği rutin olmayan problemlerin kullanılması gerekmektedir (Harel, 2008; Kolovou, 2011; Mabilangan, Limjap & Belecina, 2011). Öğrenme ortamında rutin ve rutin olmayan problemlerin kullanılması şu analogiye benzetilebilir; “...tıpkı bir deneme yazmanın, cümle ya da paragraf yazmanın ötesinde bir eylem olarak kabul edilebileceği gibi, rutin olmayan problemleri çözmek de tek bir strateji içeren problemleri çözenin veya çeşitli stratejileri içeren bir dizi kelime problemini çözenin ötesinde bir adım olarak kabul edilebilir.” (London, 1993, s. 4).

Problem çözme karmaşık zihinsel eylemler sonucu gerçekleşmektedir. Verilen problem durumunun anlaşılması, çözüme yönelik planlama yapılması, bu planın matematiksel olarak ifade edilmesi, uygun işlemlerin yapılarak çözümün doğru bir şekilde ifade edilmesi öğrenci için bazı bilgi ve becerilerin eksikliğine bağlı olarak zor eylemler olarak değerlendirilebilir. Görüldüğü gibi problemle karşılaşan öğrencinin çözüme ulaşması için bazı engellerin üstesinden gelmesi gerekmektedir. Bir engelde gösterilen başarısızlık, öğrencinin bir sonraki engele geçmesini ve doğru çözüme ulaşmasını engellemektedir (Newman, 1977). Problem çözümünde karşılaştığı engelin üstesinden gelemeyen öğrenci, doğal olarak hata yapacaktır. Hatalar, problem çözme sürecinin bir parçası olarak görülmektedir. Eğer hata yapılmıyorsa, o zaman problem çözme de gerçekleşmiyor denilebilir (Martinez, 1998). Davranışçı teoriye göre hatalar, dikkatsizlik ya da belirsizlikten kaynaklanmaktadır. Ancak davranışçılık, hatanın matematik eğitimindeki önemini açıklamada yetersiz kalmaktadır. Çünkü öğrencilerin yaptıkları hatalar çoğunlukla matematik bilgilerinin yetersizliğinden değildir (Smith, diSessa & Roschelle, 1993). Nitekim öğrenme, özümleme ve düzenlemenin birbiri ardına devam ettiği ve önceki bilgilerle ya da deneyimlerle ilişkilendirilerek yeni bilgilerin oluşturulduğu bir süreçtir (Piaget, 1970). Matematik öğrenme de bu şekilde yeni bilgilerin mevcut bilgilerle ilişkilendirilmesi sonucunda gerçekleşmektedir.

Dolayısıyla özümseme ve düzenleme sürecinde oluşan bir başarısızlık, kavramın tam olarak öğrenilmesini engellemektedir. Bu da hata yapmaya neden olmaktadır (Skemp, 1976). Buradan anlaşıldığı gibi öğrencilere hataları öğretilmez. Bu hatalar, mevcut matematiksel kavramların özümseme ve düzenleme süreçleri sonucunda yeni matematiksel kavramların elde edilmesiyle öğrenci tarafından oluşturulmaktadır (Smith, diSessa & Roschelle, 1993). Dolayısıyla hatalar önceki deneyimlerin bir sonucu olarak görülmektedir (Radatz, 1980). O halde yapılan hata, öğrencinin öğrenme sürecine katkısı olarak değerlendirilmelidir (Nesher, 1987).

Matematik öğrenmede yapılan hatalar çok karmaşık bir sürecin sonucunda gerçekleşmektedir. Bir hatanın olası nedenlerini keskin bir şekilde birbirinden ayırmak zordur. Çünkü nedenler birbirleriyle oldukça ilişkili olabilir (Radatz, 1979). Bununla birlikte yapılan hatalar öğrenci, içerik, akademik çevre gibi matematik eğitimi değişkenlerinin etkileşimlerden ya da matematik öğrenme sürecinde bilgiyi edinme sürecinde öğrencilerin yaşadıkları bazı zorluklardan kaynaklı olabilir (Radatz, 1980). Daha önce de belirtildiği gibi öğrenciler problem çözerken öncelikle problemi okuyup problem durumunu anlamalı, daha sonra ise çözüme yönelik planlama yapmalı, bu planı matematiksel olarak ifade etmeli, gerekli işlemleri uyguladıktan sonra çözümü ortaya koymalıdır. Dolayısıyla yapılan hatalar da bu aşamalardan herhangi birinde gerçekleşmektedir. Öğrencilerin problem çözerken yaptıkları bu hatalar genellikle iki faktöre bağlanmaktadır. Bunlardan biri öğrencilerin okuma ve kavramada hatalar yapmasına neden olan dil yeterlilikleri, diğeri ise öğrencilerin dönüştürme, süreç becerileri ve çözümlemede hatalar yapmalarına neden olan matematiksel yeterlilikleridir (Prakitipong & Nakamura, 2006). Buradan anlaşıldığı üzere öğrencilerin doğru cevaba ulaşmak için matematiksel becerilerini işe koşmadan önce problemi doğru bir şekilde okuyup anlamaları gerekmektedir.

Öğrenci hatalarının analiz edilerek bu hataları açıklamaya yönelik kategorilerin belirlendiği çalışmalar bulunmaktadır (Casey, 1978; Newman, 1977). Bunlardan Newman'ın belirlediği kategorilere göre öğrenciler ilk olarak verilen problemi, matematiksel ifadeleri ve sembolleri doğru bir şekilde okumada hata yapabilirler. İkinci olarak verilen problem durumunun tam olarak anlaşılmasına bağlı olarak kavrama hataları yapabilirler. Sonrasında problem durumunun çözülmesi için uygun çözüm yollarının belirlenmesinde strateji belirleme hatası yapabilirler. Belirledikleri bu stratejiyi matematiksel dile dönüştürüp ifade etmede yani dönüştürmede hatalar yapabilirler. Belirlenen çözüm yollarıyla birlikte işlemlerin doğru bir şekilde yürütülmesinde yani

süreç becerilerinde hatalar yapabilirler. En sonunda ise elde ettikleri çözümü doğru bir şekilde ifade etmede hatalar yapabilirler (Newman, 1977). Bunların dışında öğrencilerin dikkatsizlik ve motivasyon eksikliğine bağlı olarak yaptıkları hatalar da bulunmaktadır. Bu kategoriler, diğer kategorilerden ayrı tutulmakla birlikte herhangi bir kategoride de meydana gelebilirler (Clements, 1980).

Öğrencilerin belirli matematik kavramları hakkında yaptıkları hataların incelendiği çalışmalar bulunmaktadır (Aksoy & Yazlık, 2017; Chinamasa, Nhamburo & Sithole, 2014; Clarkson, 1983; Csaky, Szabova & Nasticka, 2015; Işık & Kar, 2012; Jha, 2012; Kingsdorf & Krawec, 2014; Makonye, 2011; Makonye, 2016; Makonye & Khanyile, 2015; Memnun, 2014; Phonapichat, Wongwanich & Sujiva, 2014; Praktipong & Nakamura, 2006; Rafi & Retnawati, 2018; Santoso, Farid & Ulum; 2017; Seng, 2010; Singh, Rahman & Hoon, 2010; Tong & Loc, 2017; Trance, 2013; Ulu, 2017; Ulu, Tertemiz & Peker, 2016; Wijaya, van den Heuvel-Panhuizen, Doorman & Robitzsch; 2014; Yusof & Langkan, 2016). Bu çalışmalarda öğrencilerin çeşitli bilgi ve becerilerindeki eksikliklere bağlı olarak hatalar yaptıkları belirlenmiştir. Bu çalışmaların bir kısmında öğrenci hataları Newman hata analizi esas alınarak incelenmiştir.

Öğrenci hataları genellikle sistemattir. Öğretmen, pedagojik olarak müdahale etmediği sürece de uzun yıllar sürmektedir (Radatz, 1980). Dolayısıyla matematikte yapılan hataların belirlenmesi, öğrencilerin eksik oldukları noktalar hakkında bilgi vermesi açısından önem taşımaktadır. Bu hataların analizi bilgilendirici değerlendirme olması açısından öğretmenler için oldukça önemlidir (Chinamasa, Nhamburo & Sithole, 2014). Bu çalışmada öğrencilerin rutin olmayan problemleri çözerken ne tür hatalar yaptıklarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Dolayısıyla öğrencilerin alışık olduklarından farklı biçimde düşünmelerini gerektirecek problemleri çözerken yaptıkları hataların belirlenmesinin ilgili alan yazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Sekizinci sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problemleri çözerken yaptıkları hataların belirlendiği bu çalışmada şu alt problemlere yanıt aranmıştır:

1. Sekizinci sınıf öğrencilerinin matematik başarıları ile problem çözme performansları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki var mıdır?
2. Sekizinci sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problemleri çözerken yaptıkları hatalar matematik başarılarına göre farklılaşmakta mıdır?

3. Sekizinci sınıf öğrencileri rutin olmayan problemleri çözerken ne tür hatalar yapmaktadırlar?

## Yöntem

### Araştırmanın Modeli

Bu araştırmanın yürütülmesinde hem nitel hem nicel veri toplama teknikleri kullanıldığından karma araştırma desenine başvurulmuştur. Araştırmanın alt problemleri doğrultusunda da en uygun karma yöntem stratejilerinden, açıklayıcı sıralı karma yöntem deseni benimsenmiştir. Bu desen türünde araştırmacı öncelikle nicel verileri toplar ve analiz eder. Daha sonra ise elde edilen bulgulardan araştırmanın ikinci aşaması planlanır. (Creswell, 2016). Bu çalışmanın nicel boyutunu öğrencilerin problem çözme performansları ile matematik başarıları arasında ilişki olup olmadığının belirlenmesi ve problem çözümlerinde yaptıkları hata kategorilerinin matematik başarılarına göre farklılaşıp farklılaşmadığının belirlenmesi oluşturmaktadır. Sekizinci sınıf öğrencilerinin problemleri çözerken ne tür hata yaptıklarının belirlenmesi ise bu çalışmanın nitel boyutunu oluşturmaktadır.

### Çalışma Grubu

Bu çalışma İç Anadolu Bölgesi'nde yer alan bir ildeki 3 farklı ortaokulda yürütülmüştür. Okullar kolay ulaşılabilir örneklem tekniğine göre belirlenmiştir. Bu okullarda bulunan tüm sekizinci sınıf şubelerine rutin olmayan problemler testi uygulanmıştır. Bu kapsamda 181 sekizinci sınıf öğrencisine ulaşılmıştır. Bu öğrencilerden 85'i kız, 96'sı erkek öğrencidir. Bu uygulama tamamlandıktan sonra matematik dersi not ortalamalarına göre 15 öğrenciyle aynı sorular üzerinden bire bir görüşme yapılarak çözüm süreçleri detaylı olarak incelenmiştir. Öğrencilerin belirlenmesinde matematik öğretmeninin de görüşleri alınarak savunduğu fikri rahatlıkla ifade edebilecek öğrenciler olmasına dikkat edilmiştir. Dolayısıyla bire bir görüşmelerin yapıldığı öğrenciler amaçlı örneklem tekniğine göre belirlenmiştir.

Görüşme yapılan öğrencilerden 8'i kız ve 7'si erkek öğrencidir. Kız öğrencilerden 3'ü düşük, 2'si orta ve 3'ü yüksek matematik başarısına sahipken erkeklerden 2'si düşük, 2'si orta, 3'ü ise yüksek matematik başarısına sahiptir.

## Veri Toplama Araçları ve Süreci

**Problem çözme performans testi [PÇPT].** Problem çözme performans testinin [PÇPT] oluşturma sürecinde öncelikle TIMMS soruları incelenerek rutin olmayan problem bağlamında değerlendirilebilecek 15 problem belirlenmiştir. Problemlerin belirlenmesinde öğrencilerin matematik alanında kazandıkları bilgi ve becerileri değerlendiren ve uluslararası platformda yapılan en kapsamlı sınav olması nedeniyle problemlerin TIMMS sorularından seçilmesi uygun görülmüştür. Bu problemlerden matematik öğretmenin de görüşleri doğrultusunda 4'ü seçilerek sekizinci sınıf öğrencilerine bu çalışmanın pilot çalışması olarak (Oflaz, 2018) uygulanmıştır. Pilot çalışma sonrasında öğrencilerin problem çözümlerinde yaptıkları hatalar göz önünde bulundurularak Soru 1 (TIMSS, 2015) ve Soru 2 (TIMSS, 2011) asıl uygulamada kullanılmak üzere seçilmiştir. Öğrencilere uygulanan PÇPT Şekil 1'de görüldüğü gibidir:

**SORU 1:** Can'ın evinde aşağıdaki gibi üst üste konulmuş tabureler bulunmaktadır.



Her bir taburenin yüksekliği 49 cm'dir. 2 tabure üst üste konulduğunda yükseklikleri 55 cm olmaktadır. Buna göre 6 tane tabure üst üste konulduğunda en üstte bulunan taburenin yerden yüksekliği ne kadar olur?

**SORU 2:**  $A$ ,  $B$  ve  $C$  noktaları bir doğru üzerinde ve  $B$  noktası,  $A$  ile  $C$ 'nin arasındadır.  $AB=10$  cm ve  $BC= 5,2$  cm ise  $AB$  ve  $BC$ 'nin orta noktaları arasındaki uzaklık nedir?

*Şekil 1.* Problem çözme performans testi [PÇPT]

PÇPT'de yer alan her bir soru için öğrencilerden "Soruda size verilen bilgi nedir?, Soruda sizden ne yapmanız isteniyor?, Cevabı bulmak için hangi işlemi yapmayı planlıyorsunuz?, İşlem yapmadan önce sonucun ne olacağını tahmin edebilir misiniz?, Cevaba ulaşmak için gerekli işlemleri ve hesaplamaları yapar mısınız?, Elde ettiğiniz cevap mantıklı mı, kontrol ettiniz mi?" sorularına cevap vermeleri istenmiştir. Bu sorular Charles, Lester ve O'Daffer (1987) problem çözme basamaklarına göre oluşturulmuştur. Nitekim PÇPT'nin her bir sorusunun puanlanmasında Charles vd.'nin (1987) tarafından geliştirilen analitik puanlama rubriği kullanılmıştır. Söz konusu analitik puanlama rubriği problem durumunun anlaşılması, çözüm yolunun planlanması ve sonuca

ulaşma boyutlarından oluşmaktadır (Tablo 1). Bu rubrik kullanılarak öğrencinin her bir basamaktan aldığı puanların toplanmasıyla problem çözme performansı test puanı elde edilmiştir. Analitik puanlama rubriğine göre öğrencilerin her bir sorudan alabilecekleri en yüksek puan 6, en düşük puan ise 0'dır. Dolayısıyla öğrenciler PÇPT'den her bir sorudan en fazla 6 puan olmak üzere 0-12 arasında puan alabilirler.

Tablo 1

*Analitik Puanlama Rubriği (Charles, Lester ve O'Daffer, 1987)*

PÇPT aşamaları	Puan	Açıklama
Problemi anlama	0	Problemin tamamen yanlış anlaşılması
	1	Problemin kısmen yanlış anlaşılması
	2	Problemin doğru bir şekilde anlaşılması
Çözüm yolunun planlanması	0	Çözüme yönelik tamamen hatalı planlama
	1	Çözüme yönelik kısmen doğru bir planlama
	2	Planlamanın tamamen doğru ve net bir şekilde ifade edilmesi
Sonuca ulaşma	0	Yanlış çözüm ya da çözümün boş bırakılması
	1	Doğru bir akıl yürütme sonrasında yapılan bir hata sonucu doğru çözüme ulaşılmaması
	2	Doğru çözüme ulaşılmaması ve bunun doğru bir şekilde ifade edilmesi

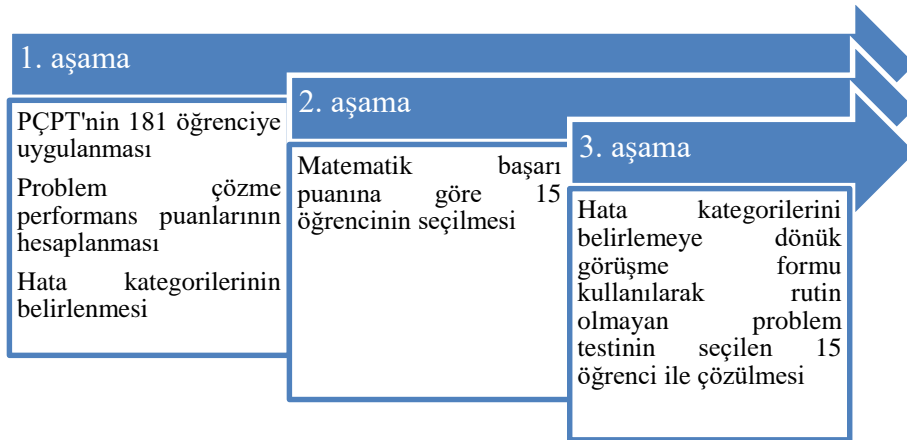
**Hata kategorileri belirleme protokolü.** Öğrencilerin PÇPT'ne verdikleri cevaplardan hatalarını belirleyebilmek için Newman'ın (1977) hata kategorileri kullanılmıştır. Newman (1977) hata kategorilerini okuma, anlama, strateji bulma, dönüştürme ve süreç becerileri olarak sınıflandırmıştır. Her bir kategoriye göre öğrencilerin hata yapma durumu bir (1) hata yapmama durumu ise sıfır (0) olarak kodlanmıştır.



Öğrenciler PÇPT’indeki sorulara yazılı olarak cevap verdikten ve cevaplar araştırmacılar tarafından analiz edildikten sonra problem çözümlerinin detaylı olarak incelenmesi amacıyla Newman’ın (1977) hata kategorilerinin teşhis edilmesine yönelik oluşturulan protokol çerçevesinde 15 öğrenci ile aynı soruların çözümüne yönelik bire bir görüşme yapılmıştır. Bu görüşmeler neticesinde öğrencilerin problem çözme süreçleri ve yaptıkları hatalar detaylı olarak incelenmiştir. Newman (1977) hata kategorilerinin teşhis edilmesine yönelik oluşturulan protokol aşağıdaki gibidir.

1. Soruyu bana okur musun? (Okuma)
2. Soruda senden ne yapmanı istiyor? (Anlama)
3. Cevabı nasıl bulmayı planlıyorsun? (Strateji bulma-Dönüştürme)
4. Cevabı bulmak için işlemleri yapar mısın? (Süreç becerileri)
5. Sorunun cevabını yazar mısın? (Çözüm)

Bu soruları cevaplarırken öğrenciden sesli düşünmesi ve neden öyle düşündüğünü anlatması istenmiştir. Her bir görüşme 15-30 dakika arası sürmüştür ve bu görüşmeler video ile kayıt altına alınmıştır. Veri toplama süreci Şekil 2’de özetlenmiştir



Şekil 2. Veri toplama süreci

## Verilerin Analizi

**Nicel verilerin analizi.** Araştırmanın nicel verileri PÇPT’nin puanlanması, hata kategorilerinin belirlenmesi ve matematik dersi okul not ortalamasından elde edilmiştir. Matematik

başarısı matematik dersi okul not ortalamasına göre belirlenmiştir. Okul not ortalamaları 0-44,9 zayıf; 45-69,9 orta; 70-100 iyi olarak sınıflandırılmıştır.

Bilindiği üzere Spearman korelasyon katsayısı sınıflamalı ölçme düzeyinde ölçülen iki değişken arasındaki ilişki için (Çokluk, Şekercioğlu ve Büyüköztürk, 2012) ve değişkenlerin en az biri sıralı veri türünde olduğunda kullanılmaktadır (Bursal, 2017). Bu nedenle araştırmanın birinci alt problemi olan öğrencilerin problem çözme performansı ile matematik başarısı arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmak için SPSS 17 programından yararlanılarak Spearman korelasyon katsayısı kullanılmıştır.

Araştırmanın ikinci alt problemi olan öğrencilerin rutin olmayan problemleri çözerken yaptıkları hataların matematik başarılarına göre farklılaşıp farklılaşmadığının belirlenmesine ilişkin nicel veri girişinde her bir soru için Newman'ın hata kategorilerinde bir hata yapan öğrenciler "1", hiç hata yapmayan öğrenciler "0" şeklinde kodlanmıştır.

Araştırmada ele alınan değişkenlerden; matematik başarı puanına göre hata kategorilerinin farklılık gösterip göstermediğini belirlemek amacı ile Ki-kare uyum ve bağımsızlık testleri yapılmıştır. Bilindiği üzere Ki-kare uyum testi beklenen değerlerle elde edilen değerler arasındaki uygunluğun araştırıldığı testlerdir, bağımsızlık testleri ise iki farklı değişkenin alt kategorilerindeki frekans dağılımlarını karşılaştırarak değişkenler arasında ilişkiyi test eder (Bursal, 2017; Kalaycı, 2010).

**Nitel verilerin analizi.** Araştırmanın üçüncü alt problemi olan sekizinci sınıf öğrencileri rutin olmayan problemleri çözerken ne tür hatalar yaptığının ortaya çıkarılmasına dönük olarak elde edilen nitel veriler betimsel analiz tekniğine göre çözümlenmiştir. Araştırmada elde edilen nitel veriler öğrencilerle bire bir görüşmelerin kamera kayıtları ve öğrencilere ait çalışma kâğıtlarıdır. Verilerin çözümlenmesi Newman'ın (1977) hata kategorileri temele alınarak yapılmıştır. Bu kategorilere bu çalışma kapsamında öğrencilerin "kontrol" ve "kişisel hatalar" kategorileri eklenmiştir.

### **Geçerlik ve Güvenirlik**

Nicel veriler toplandıktan sonra öğrencilerin yapmış oldukları hata türleri ile ilgili detaylı incelemenin yapılması için belirlenen öğrencilerle birebir görüşmeler yapılmıştır. Yapılan bu görüşmeler video ile kayıt altına alınmıştır. Böylece veri toplama araçlarında çeşitlilik sağlanmıştır.

Çalışmanın güvenilirliğini sağlamak amacıyla ise nitel veriler iki araştırmacı tarafından ayrı ayrı analiz edilip kodlanmıştır. Daha sonra iki araştırmacının ayrı ayrı yaptığı kodlamalar karşılaştırılarak görüş birliğine varılan ve görüş ayrılığına düşülen temalar tespit edilerek Miles ve Huberman'ın (1994) önerdiği hesaplama dikkate alınarak uyuşma yüzdesine bakılmıştır. Böylece iki araştırmacının görüşleri arasındaki uyum oranı 0,89 olarak belirlenmiştir.

## **Bulgular**

### **Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular**

Çalışma kapsamında öncelikle sekizinci sınıf öğrencilerinin matematik başarıları ile problem çözme performansları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olup olmadığı belirlenmiştir. Bunun için anlama, planlama ve cevap puanları ile matematik başarıları arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmak üzere Spearman korelasyon katsayısına bakılmıştır. 0.70-1.00 arası yüksek kuvvette ilişki, 0.70-0.30 arası orta kuvvette ilişki ve 0.30-0.00 düşük kuvvette ilişki olarak tanımlanmaktadır (Büyüköztürk, 2011). Yapılan analizlere göre anlama puanları ile matematik puanları arasındaki ilişki ( $rs=,344$ ;  $p=,000$ ) olduğu görülmüştür. Dolayısıyla hesaplanan anlamlılık değeri  $p<,05$  olduğundan öğrencilerin problemi anlamaları ile matematik puanları arasında orta kuvvette ilişki olduğu söylenebilir. Analiz sonuçlarına göre planlama puanları ile matematik puanları arasındaki ilişki ( $rs=,412$ ;  $p=,000$ ) olarak hesaplanırken; cevap puanları ile matematik puanları arasındaki ilişki ( $rs=,408$ ;  $p=,000$ ) olarak hesaplanmıştır. Belirlenen bu değerler matematik puanları ile planlama ve cevaplama puanları arasında orta düzeyde ilişki olduğunun göstergesi olarak yorumlanmıştır. Öğrencilerin rutin olmayan problemlerin çözümlerinden aldıkları toplam puanlar ile matematik başarıları arasındaki ilişkinin hesaplanan değeri ise ( $rs=,405$ ;  $p=,001$ ) olarak bulunmuştur. Sonuç olarak matematik başarıları ile anlama, planlama, cevaplama puanları ve toplam puan arasında orta düzeyde ilişki olduğu görülmektedir.

### **İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular**

Sekizinci sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problemleri çözerken yaptıkları hata kategorilerinin dağılım sıklıklarında anlamlı farklılık olup olmadığını belirlemek için Ki-kare uygunluk testi, matematik başarısına göre anlamlı farklılık olup olmadığını belirlemek için Ki-kare bağımsızlık testi yapılmıştır.

Ki-kare uygunluk testi, kategorik bir değişkenin düzeylerine giren birey ya da nesnelerin anlamlı bir farklılık gösterip göstermediğini test eden bir uyum iyiliği testidir (Aktaş Polat & Polat, 2014). Bu duruma ilişkin;

$H_0$ : Her bir hata kategorisi için beklenen ve gözlenen değer aynıdır.

$H_1$ : Her bir hata kategorisi için beklenen ve gözlenen değer farklıdır.

Ki-Kare analiz sonuçlarına göre beklenen frekansı 5'ten küçük olan hücre sayısı sıfırdır. Buna göre Ki-Kare testinde analiz edilen kategorilerin en az %80'inin beklenen frekansının 5 veya 5'ten büyük olma varsayımı sağlanmaktadır. Tablo 2 ve Tablo 3'te her bir hata kategorisine ait Ki-kare uygunluk testi sonuçları verilmiştir.

Tablo 2

*Birinci Soruya İlişkin  $X^2$  Ki-Kare Uygunluk Testi Sonuçları*

Hata türleri	Beklenen değer	Gözlenen değer	Ki-Kare değeri
Okuma	87	2	,000
Anlama	87	42	,000
Strateji bilgisi	87	98	,095
Dönüştürme	87	106	,004
Süreç bilgisi	87	109	,001
Çözüm	87	109	,001

Tablo 2'de görüldüğü üzere strateji bilgisi hata türü ( $p>,095$ ) hariç diğer hata türlerinde hesaplanan anlamlılık değeri  $p<,05$  olduğu için ( $H_0$ ) ret edilir. Buna göre, bu çalışmada yapılan hata türlerinin gözlenen değerlerinin beklenen değerlerle farklı olduğu sonucuna varılabilir.

Tablo 3

*İkinci Soruya İlişkin  $X^2$  Ki-Kare Uygunluk Testi Sonuçları*

Hata türleri	Beklenen değer	Gözlenen değer	Ki-Kare değeri
Okuma	84	2	,000
Anlama	84	58	,000
Strateji bilgisi	84	115	,000
Dönüştürme	84	119	,000
Süreç bilgisi	84	123	,000
Çözüm	84	126	,000

Tablo 3'e göre ikinci hata türlerinde hesaplanan anlamlılık değeri  $p < ,05$  olduğu için ( $H_0$ ) ret edilir. Buna göre, bu çalışmada yapılan hata türlerinin gözlenen değerlerinin beklenen değerlerle farklı olduğu sonucuna varılabilir.

Ki-kare bağımsızlık testi iki farklı değişkenin alt kategorilerindeki frekans dağılımlarını karşılaştırarak bu iki değişken arasında fark olup olmadığını test eder (Bursal, 2017; s. 138). Bu testin yapılabilmesi için serbestlik derecesinin 1'den büyük olduğu durumlarda hücrelerin %80'ininde, beklenen değer 5 ve üzeri olmalıdır (Can, 2014). Bu teste ilişkin;

$H_0$ : İncelenen iki değişken arasında ilişki yoktur.

$H_1$ : İncelenen iki değişken arasında ilişki vardır.

Tablo 4 ve 5'ten görüldüğü üzere her iki soruda okuma kategorisi hariç her bir hata kategorisinde anlamlılık değeri ( $p = ,000$ )  $p < ,05$  olduğundan sıfır hipotez reddedilir. Yani katılımcıların matematik başarıları ve yapmış oldukları hata kategorileri arasında ilişki vardır.

Tablo 4

*Birinci Soruya İlişkin Başarı Durumu ve Yapılan Hatalara Ait Ki-Kare, Frekans Değerleri*

Hata kategorileri		Düşük	Orta	Yüksek	Toplam	Ki-Kare değeri
Okuma	Hata var	1	1	0	2	*
	Hata yok	40	70	62	172	
Anlama	Hata var	18	19	5	42	,000
	Hata yok	23	52	57	132	
Strateji bilgisi	Hata var	34	35	29	98	,000
	Hata yok	7	36	33	76	
Dönüştürme	Hata var	36	38	32	106	,000
	Hata yok	5	33	30	68	
Süreç bilgisi	Hata var	37	39	33	109	,000
	Hata yok	4	32	29	65	
Çözüm	Hata var	37	39	33	109	,000
	Hata yok	4	32	29	65	

\*Okuma hata kategorisinde her bir kategorideki frekans değeri 5'ten küçük olduğu için Ki-Kare bağımsızlık testi yapılmamıştır.

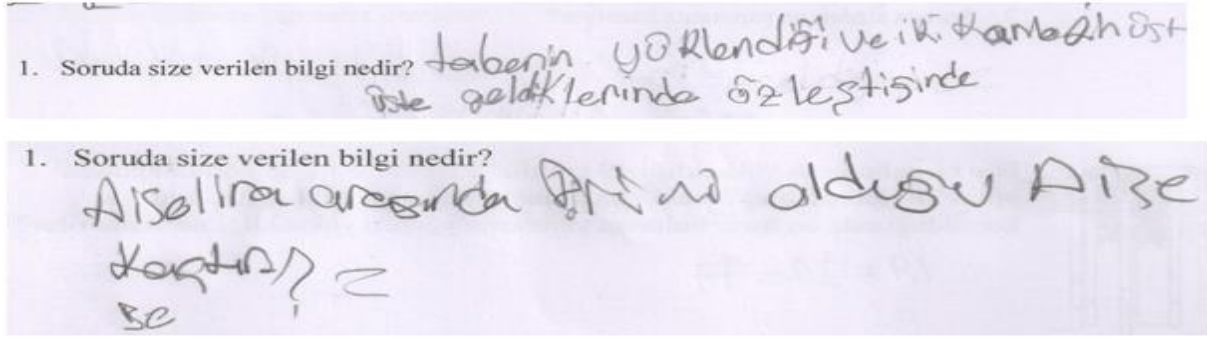
Tablo 4 ve 5'e göre düşük başarılı öğrenciler en çok hatayı süreç bilgisi kategorisinde yapmaktadırlar. Bu öğrenciler problemi çözmek için strateji geliştirme ve bunu matematiksel olarak ifade etme konusunda da hatalar yapmaktadırlar. Buna bağlı olarak da ulaştıkları çözümler de hatalı olmaktadır. Benzer durum orta seviyede başarılı öğrenciler için de görülebilir. Orta seviyede öğrenciler en çok hatayı çözüm kategorisinde yapmaktadırlar. Bu öğrenciler de düşük seviyeli öğrenciler gibi problemin çözümüne yönelik strateji geliştirme, bunu matematiksel olarak ifade etme ve elde edilen ifadenin doğru bir şekilde çözümlenmesi aşamalarında hatalar yapmışlardır. Yüksek başarılı öğrenciler problemi okuma aşamasında hata yapmamışlardır. Ayrıca diğer kategorilerdeki hatalar düşük ve orta seviyedeki öğrencilerin yaptıkları hatalara göre daha azdır.

Tablo 5

*İkinci Soruya İlişkin Başarı Durumu ve Yapılan Hatalara ait Ki-Kare, Frekans Değerleri*

		<i>Düşük</i>	<i>Orta</i>	<i>Yüksek</i>	<i>Toplam</i>	<i>Ki-Kare değeri</i>
Okuma	<i>Hata var</i>	1	1	0	2	*
	<i>Hata yok</i>	40	66	60	166	
Anlama	<i>Hata var</i>	20	30	8	58	,000
	<i>Hata yok</i>	21	37	52	110	
Strateji Bilgisi	<i>Hata var</i>	33	54	28	115	,000
	<i>Hata yok</i>	8	13	32	53	
Dönüştürme	<i>Hata var</i>	33	56	30	119	,000
	<i>Hata yok</i>	8	11	30	49	
Süreç Bilgisi	<i>Hata var</i>	36	56	31	123	,000
	<i>Hata yok</i>	5	11	29	45	
Çözüm	<i>Hata var</i>	35	58	33	126	,000
	<i>Hata yok</i>	5	9	27	42	

Hata kategorileri öğrencilerin kâğıtları incelenerek belirlenmiştir. Bu nedenle öğrencilerin okuma aşamasında hatalarının olup olmadığı net bir şekilde belirlenememiştir. Ancak iki öğrencinin cevap kâğıdı incelendiğinde kâğıtların anlamsız ve yanlış yazılmış kelimelerle dolu olduğu görülmüştür. Ne kadar yanlış anladıkları ve yanlış yazdıkları göz önüne alındığında araştırmacılar tarafından öğrencilerin yanlış okudukları çıkarımı yapılmıştır. Dolayısıyla bu öğrenciler okumada hata yaptıkları şeklinde kodlanmıştır.



Şekil 3. Ö13'ün cevap kâğıdı

Örneğin Ö13 kodlu öğrencinin her iki problemde “soruda size verilen bilgi nedir?” diye sorulduğu şıkka ait cevapları Şekil 3’te görülmektedir. Şekil 3’te görüldüğü gibi öğrenci kelimeleri doğru yazamadığı gibi kelimeleri bir araya getirerek anlamlı bir cümle de oluşturamamaktadır. Bu kategoride hata yapan diğer öğrenci için de benzer durum görülmüştür.

Tablo 6

#### Öğrencilerin Matematik Başarılarına Göre Yaptıkları Hataların Frekans ve Yüzdeleri

Başarı Düzeyi	Okuma		Anlama		Strateji		Dönüştürme		Süreç		Çözüm	
	Hata var	Hata yok	Hata var	Hata yok	Hata var	Hata yok	Hata var	Hata yok	Hata var	Hata yok	Hata var	Hata yok
Düşük	2	80	38	44	67	15	69	13	73	9	72	10
	%0,6		%11,8		%20		%21		%22,7		%22,4	
Orta	2	133	49	86	88	47	93	42	93	42	95	40
	%0,6		%14		%27		%28,4		%28,4		%29	
Yüksek	0	124	13	111	57	67	62	62	65	59	67	57
			%4,9		%21,5		%23,4		%24,6		%25,3	
Toplam	4	337										

Tablo 6’da verilen kategorilere göre yapılan hatalar incelendiğinde okuma kategorisinde düşük ve orta seviyeli öğrencilerden ikişer öğrencinin hata yaptığı görülmektedir. Anlama kategorisinde yapılan hatalar incelendiğinde en çok hatayı orta seviyeli öğrenciler yaparken onu düşük seviyeli öğrenciler takip etmiştir. Yüksek seviyeli öğrencilerin bu kategorideki hataları oldukça düşüktür. Strateji geliştirme, dönüştürme, süreç becerileri hata kategorilerinde en çok hatayı yine orta seviyeli öğrenciler yaparken, bunu düşük seviyeli öğrenciler takip etmiştir. Doğru çözüme ulaşma kategorisinde de en çok hatayı düşük seviyeli öğrenciler yapmıştır. Görüldüğü gibi okuma ve doğru çözüme ulaşma dışındaki diğer kategorilerde en çok hata orta seviyeli öğrenciler tarafından yapılmıştır. Düşük seviyeli öğrenciler orta seviyeli öğrencilere kıyasla her kategoride daha az hata

yapmışlardır. Bu ilgi çekici bir bulgudur. İlgi çekici olduğu düşünülen bir diğer bulgu ise okuma ve anlama kategorisi dışındaki kategorilerde düşük ve yüksek başarılı öğrenciler arasında fark çok fazla değildir.

### Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

Öğrencilerin problem çözme performansları ve yaptıkları hataların matematik başarısıyla ilişkisine yönelik genel bir tablo ortaya koyduktan sonra yapılan hatalar detaylı olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin rutin olmayan problemlere ilişkin çözümleri incelendiğinde öğrenci hatalarının problemi okuma, kavrama, dönüştürme, süreç yeterlilikleri, deşifre etme, kontrol ve öğrencilere bağlı kişisel nedenlerden kaynaklandığı görülmektedir. Tablo 7 öğrencilerin yaptıkları hata türleri ve açıklamalarını göstermektedir.

Tablo 7

#### Öğrencilerin Yaptıkları Hata Kategorileri ve Açıklamaları

Hata Türü	Açıklama
Okuma	Eksik ya da fazla okuma
	Hızlı okuma
Kavrama	Yeterli hayal gücüne sahip olunmadığı için yapılan hata
	Problemdeki kritik noktayı anlayamama/organize edememe
	Tahmin hatası
Dönüştürme	Matematiksel kavramların anlaşılmasına bağlı hata
	Geçersiz kural/strateji uygulama
	Süreç yeterlilikleri
Süreç yeterlilikleri	Hatalı işlem
	Amaçsız işlem
	Rasgele hata
Deşifre etme	Gerçeğe uygun olmayan çıkarımlar
Kontrol	Nasıl kontrol edeceğini bilememe
	Sadece dört işlemin kontrol edilmesi



	Testlerde şıklardan gideceği için kontrole ihtiyaç duymama	Öğrencilerin çoktan seçmeli sınav sorularında şıklardan gidecekleri için ulaştıkları çözümün doğru olduğunu düşünmeleri ve kontrole gerek duymamaları
Kişisel hatalar	Dikkat eksikliği	Öğrencilerin dikkatsizliğe bağlı yaptıkları hatalar
	İlgi eksikliği	Öğrencilerin matematiğe karşı olumsuz tutum, özgüven eksikliği gibi pek çok nedenden dolayı çözüme ulaşmak için ilgisiz davranmaları
	Yetersiz deneyim	Öğrencilerin daha önceden rutin olmayan problemlerle yeteri kadar çalışmamış olmalarından kaynaklı zorlanmaları ve hatalar yapmaları
	Önceki deneyimlerle ilişkilendirme	Verilen problem durumunu daha önceden gördüğü bir problemle ya da öğretmenin öğrettiği kuralla yanlış bir şekilde ilişkilendirmesi
	Soru çözümlerinde genel tarzını uygulama	Öğrencinin matematik problemlerinin çözümünde yaptığı alışkanlıkları devam ettirmesi, yanlış çözüme ulaşması

Yapılan görüşmeler neticesinde öğrencilerin problemi okuma aşamasında hata yaptıkları belirlenmiştir. Bu hatalar eksik ya da fazla okumaya ve hızlı okumaya bağlı hatalardır. Eğer öğrenci problemi okurken mevcut kelimeyi atlayarak okuduysa ya da olmayan bir kelimeyi ekleyerek okuduysa, yaptığı hata “eksik ya da fazla okuma” kategorisinde kodlanmıştır. Burada bir noktayı belirtmekte fayda görülmektedir. Öğrenci ilk sefer problemi okuduğunda olmayan bir kelimeyi eklediğinde ya da kelime çıkardığında değil de birkaç kez problemi okumasına rağmen her seferinde aynı ekleme/çıkarmayı yaptığında bu kategoride değerlendirilmiştir. Yüksek başarılı olarak değerlendirilen Ö7 her iki soruyu okurken kelimeleri yutarak ya da ekleme yaparak okuduğu için anlamakta zorlanmıştır. Örneğin; ikinci soruyu şu şekilde okumuştur: “A,B ve C noktasındaki bir doğrusundaki B ile A, C arasındaki  $AB=10$  cm,  $BC=5,2$  cm olan orta nokta arasındaki uzunluğu nedir?” Ö7 soruyu yanlış okumadan kaynaklı olarak ilk okumada soruyu anlamadığından iki kez daha soruyu benzer şekilde kelime ekleyerek/çıkararak okumuş ve sonrasında “Bu bir üçgen mi?” diye sormuştur. En son denemesinde daha yavaş ve dikkatli okuyarak soruyu anlayıp çözüme işlemine geçmiştir.

İki öğrenci soruları okurken hızlı okudukları için anlamamışlardır. Bunun üzerine tekrardan ve sessizce okuduklarında soruları anlayıp çözüme geçmişlerdir. Üç öğrenci de soruları hızlıca okuyup soruda verilen ve istenen bilginin ne olduğunu anlatmaya başlamışlardır. Verilen ve istenen bilginin ne olduğunu anlama aşamasında soruya tekrar dönerek okuyan öğrencilerin, yanlış anladıklarını ifade ederek tekrar ve daha yavaş okudukları görülmüştür.

Problemleri okuduktan sonra öğrencilerin problemi ne kadar kavradıklarını anlamak için problemde verilen ve istenen bilgiler sorulmuştur. Bu aşamada öğrencilerin yaptıkları hatalar

“yeterli hayal gücüne sahip olunmadığı için yapılan, problemdeki kritik noktayı anlayamama/organize edemeden dolayı yapılan hatalar ve tahmin hatası” olarak kategorize edilmiştir.

Öğrenciler problem durumunu okuduktan sonra zihinlerinde canlandıramadıklarından soruların cevaplarında hata yapıyorlarsa, bu durum “yeterli hayal gücüne sahip olunmadığı için yapılan hata” kategorisinde değerlendirilmiştir. Kelimeleri yutarak okuyan Ö7 birinci sorudan ne anladığını anlatırken, üst üste konduğunda taburelerin nasıl görüneceğini zihninde canlandırmakta zorlanmıştır.

Ö7: Tek taburenin yerden yüksekliği 49 cm, iki tabure de 55 cm. 55’den 49’u çıkarırım 6 cm.

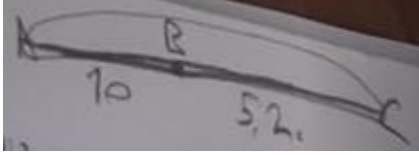
A: Bulduğun 6 cm neresi, gösterebilir misin?

Ö7: (şekli inceleyerek üstte olan taburenin ayağını altta olan tabure ayağıyla kıyaslıyor) bu tabureler havada mı? Yere basmıyor mu bunlar?

Öğrenci tabureler üst üste konulduklarında nasıl görüneceklerini zihninde canlandıramadığından taburelerden üstte olanın ayağının altta olan tabureden daha yukarıda görünmesi gerektiğini de anlayamamaktadır. Bunun üzerine araştırmacının yönlendirici soruları ile 6 cm farkın, üstte görünen tabure ayağının yerden yüksekliği olduğunu anlamıştır.

Öğrencilerin problem durumunda verilen anahtar kelimeyi kaçırdıklarından ya da tam olarak anlamadıklarından dolayı hatalar yaptıkları görülmüştür. Problemdeki kritik noktayı anlamadıklarından yanlış stratejiler geliştiren bu öğrenciler “problemdeki kritik noktayı anlayamama/organize edememe” kategorisinde değerlendirilmiştir. Örneğin Ö9 ikinci soruyu doğru bir şekilde okumuştur. Sonrasında soruyu anlamadığını belirterek bir kez de içinden okumuştur. Bunun üzerine bir doğru parçası çizerek soruyu anlatmaya başlamaktadır;

Ö9: A, B ve C noktaları bir doğru üzerindeymiş. B noktası A ile C’nin arasındaymış. AB 10’muş, BC de 5,2 imiş. Burasının uzunluğunu istiyor ( $|AC|$  uzunluğunu göstererek). 15,2 olur toplarsak.



Şekil 4. Ö9'un cevap kağıdı

A: Soruda ne istiyor senden?

Ö9: Bütün uzunluğun hepsini.

A: Bir daha oku istersen.

Ö9: AB ve BC'nin orta noktası arasındaki uzaklık... şurası mı? ( $|AB|$  doğru parçasını göstererek)

Öğrencinin soruda verilen anahtar noktaları kaçırarak çözüme ulaşmaya çalıştığı görülmektedir. B noktasını  $|AC|$  doğru parçasının orta noktası olduğunu ifade eden öğrenci, 10 cm olan  $|AB|$  uzunluğunu da 5,2 cm olan  $|BC|$  uzunluğundan kısa çizdiği görülmektedir. Soruyu tekrar okuyan öğrenci bu sefer de  $|AB|$  uzunluğunu bulması gerektiğini düşünmüştür. Araştırmacının yönlendirmesi üzerine soruyu tekrar okuyarak soru cümlesinin altını çizen öğrenci;

Ö9: Şuraya (B noktasını göstererek) uzaklığı mı soruyor?

A:  $|AB|$ 'nin ve  $|BC|$ 'nin orta noktası arasındaki uzaklık orası mı?

Ö9: Şurası (B noktasının biraz sağını göstererek).

A:  $|AB|$ 'nin orta noktasını gösterir misin?

Ö9: Şurası ( $|AB|$ 'nin orta noktasını göstererek)

A:  $|BC|$ 'nin orta noktası neresi?

Ö9: Şurası ( $|BC|$ 'nin orta noktasını göstererek)

A: Bu ikisi arasındaki uzaklığı soruyor.

Ö9: ... Tam ortası mı? Tam ortasıysa 5 olacak. Uzaklığı 5 olur.

A: Neyin nereye uzaklığı 5 olur?

Bunun üzerine öğrenci “ $|AB|$ ’nin orta noktası ile B noktası arasındaki uzaklık” anlamına gelebilecek cevaplar vermiştir ama bunu tam olarak ifade edememiştir. Öğrencinin matematiksel dili doğru bir şekilde kullanmadığı görülmektedir. Bunun üzerine pek çok hata yapan öğrenci uzun denemeler sonucunda doğru sonuca ulaşabilmiştir.

Öğrencilerden ikisi soruyu tam olarak anlayamadıklarından verilen ve istenen bilgileri doğru bir şekilde ifade etseler bile yapmış oldukları tahmine uygun çözüm bulmaya çalışmışlardır. Bu öğrenciler “tahmin hatası” kategorisinde değerlendirilmektedir. Örneğin; orta seviyede başarıya sahip Ö6 birinci soruda taburelerin yerden yüksekliğini bulmak için öncelikle 55’den 49’u çıkarması gerektiğini düşünmüştür.

A: O aradaki fark sana hangi sonucu verecek sence?

Ö6: İkinci taburenin yüksekliğini. Yani ikinci taburenin üst üste konduğu zamanki yüksekliği.

Çıkarma işlemi yaparken önce sayıları yan yana yazmıştır. Bu işlemi biraz zor bulan öğrenci sayıları alt alta yazıp, işlemi yapmaya çalışmıştır. Parmaklarını kullanarak işlemin sonucunu 6 olarak bulmuştur.

Ö6: İkinci tabureyi üst üste koyduğumuz zaman 6 oluyor demek ki yüksekliği. Bunu 6 ile çarparım, 6 tane tabure üst üste konduğu için. O da bana 36’yı verir. Yerden yükseklik 36 o zaman.

A: 36 nedir, bir daha söyler misin?

Ö6: Tabureler üst üsteyken yerden yüksekliği.

A: Bir taburenin yerden yüksekliği 49 iken, altısı üst üste 36 olur mu sence?

Ö: Bence daha az olmalı yani toplam yükseklik 36 dan az olmalı.

A: Neden öyle düşündün?

Ö: Çünkü 49 cm, ikisini üst üste koyduğumuzda 55 cm oluyor. Yani çıkarmam gerekiyor, farkını bulmam gerekiyor. Ama başta böyle olur demiştim. O yüzden cevap 36 galiba.

İki tabure arasında oluşan yüksekliği 6 cm olarak bulan öğrenci, bunu 6 ile çarparak kısmen doğru bir düşünce tarzı geliştirmiştir. Ancak sonrasında bulduğu 36'nın tabureler üst üste yerden yüksekliği olarak ifade etmesi, bir taburenin yerden yüksekliği 49 cm iken tümü üst üste konduğunda yerden yüksekliğinin 36 cm olarak ifade etmesi aynı zamanda “yeterli hayal gücüne sahip olunmadığı için yapılan hata” kategorisinde de değerlendirilmiştir. Ancak öğrenci başta yaptığı tahmine dayanarak 36 cevabında ısrar ettiği için bu öğrenci ayrıca tahmin hatası kategorisinde de değerlendirilebilir.

Öğrencilerin çoğunluğunun kavram bilgilerinin eksikliğine bağlı olarak hatalar yaptıkları görülmüştür. Bu öğrenciler ilgili matematiksel kavramının aslında ne anlama geldiğini tam olarak bilemediklerinden çözüme ulaşmak için yaptıkları planı matematiksel olarak ifade edememektedirler. Örneğin düşük başarı düzeyindeki Ö3 ikinci soruyu iki kez okuduktan sonra bir doğru parçası çizerek soruda verilenleri göstermeye başlamıştır. Ancak A ve B noktaları arasındaki uzaklığın tam olarak ne anlama geldiğini anlayamayan öğrenci, iki nokta arası uzaklık deyince noktalara bir değer vermesi ve onları toplaması gerektiğini düşünmüş ve bunu “AB arası uzaklık 10'muş. Orta nokta B olsa, A artı B mi yani uzaklık?” olarak ifade etmiştir. Bu durum öğrencinin zihninde iki nokta arasındaki uzaklık kavramının net bir şekilde oluşmaması şeklinde yorumlanabilir. Daha sonra A ve C noktalarına farklı uzaklıklarda bulunan B noktasını, AC doğru parçasının orta noktası olarak belirleyen öğrenci A noktasını B noktasının sol tarafına yerleştirmiştir. Ancak AB uzaklığı 10 cm ve BC uzaklığı 5,2 cm olduğundan bu doğru parçasını sayı doğrusu gibi düşünerek uzaklığı daha küçük olan C noktasının sol tarafa yazılması gerektiğini düşünmüştür.



Şekil 5. Ö3'ün cevap kâğıdı

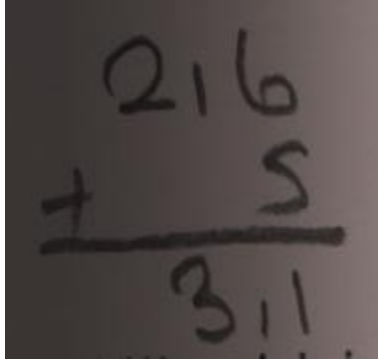
Ö3: Arasındaki uzaklığı istiyor yani farkını mı istiyor? 10 sayısı 5,2'den büyüktür. O zaman 10'dan 5,2'yi çıkarırım. Böylece arasındaki uzaklığı bulurum.

Öğrenci iki nokta arası uzaklığın aslında AB doğru parçasının uzunluğu olduğunu ve bu doğru parçalarının uzunluklarının farkını almanın herhangi iki nokta arasındaki uzaklığı vereceğini düşünmektedir. İki nokta arası uzaklığı bulmak için verilen sayılarla rasgele işlem yapan öğrenci uzaklık kavramını tam olarak bilmemektedir. Kavramsal bilgisinin eksikliğine bağlı olarak verilen sayılara dört işlemi uygulayarak sonuca gitmeye çalışan bu öğrenci aynı zamanda “geçersiz kural/strateji uygulama” kategorisinde de değerlendirilebilir. Çünkü yaptığı işlemlerin uzaklık kavramı ile ilgili olup olmadığını düşünmeksizin önce toplama işlemini sonra çıkarma işlemini herhangi bir akıl yürütme olmadan belki sonuca götürür diye düşünerek uygulamıştır.

Çözümüne ulaşmak için yapılan planlamanın matematiksel olarak ifade edilmesi olan dönüştürme basamağından sonra işlemlerin doğru bir şekilde yapılıp yapılmaması süreç yeterlilikleri kategorisinde incelenmiştir. Bu kategoride yapılan hatalar işlemsel bilginin eksikliğine bağlı olarak hatalı işlem, herhangi bir sonuca ulaşmak için verilen sayılarla rasgele işlemlerin yapıldığı amaçsız işlem ve öğrencinin bir kez yapıp sonra kendisi fark ederek düzelttiği hata olan rasgele hata olarak belirlenmiştir. Düşük not ortalamasına sahip Ö6'nın ikinci soruyu okurken zorlandığı görülmüştür. Soruda geçen 5,2 sayısını “5 buçuk, neyse” şeklinde okumuştur. Dolayısıyla öğrencinin ondalıklı sayıları okumakta zorlandığı görülmektedir. Daha sonra bir çizim yaparak A, B ve C noktalarını yerleştirmiştir. Bu öğrenci de AB uzunluğunu çarpım olarak yorumlamış ve şu şekilde ifade etmiştir; “AB 10 yani bunların çarpımı 10 ediyormuş.” Bu öğrenci de iki nokta arası uzaklık ve doğru parçasının uzunluğu ile ilgili kavramsal bilgisinin doğru bir şekilde oluşmadığı şeklinde yorumlanabilir. Dolayısıyla bu öğrenci aynı zamanda “Matematiksel kavramların anlaşılmasına bağlı hata” kategorisinde değerlendirilmiştir. Araştırmacının yönlendirmesi üzerine noktalar arasındaki uzaklığı 10 cm olduğunu fark eden öğrenci soruyu tekrar okumuş ve “orta noktasını bulmak için çıkarırdım” şeklinde planını ifade etmiştir. Çıkarma işlemini yaparken nasıl yapacağını uzun süre düşünen öğrenci emin olmak için “virgöl yokmuş gibi çıkarıyorduk değil mi?” diye araştırmacıya sormuştur. İki denemeden sonra çıkarma işlemini  $10,0-5,2=1,48$  şeklinde yapan öğrenci A noktasının B noktasına olan uzaklığını 1,48 cm olarak bulmuştur. Araştırmacının A ve B noktaları arasındaki uzaklığın zaten verildiğini hatırlatması üzerine düşüncesini “ama B'nin C'ye uzaklığı da 5 virgül cm olarak da verilmiş. O zaman hepsinin ortak noktası 1,48.” Bu durum öğrencinin verilen AB ve CB doğru parçalarının uzunluklarıyla herhangi bir işlem yaparak her iki doğru parçasına ait bir “şey” bulma çabası olarak değerlendirilebilir. Daha sonra araştırmacının yönlendirici soruları üzerine 1,48'in iki doğru parçasının ortak bir “şeyini” karşılamadığını fark

eden öğrenci bir sonraki planını şu şekilde ifade etmiştir; “böleriz, 10u 5,2ye böleriz... Çünkü çıkarınca 1,48 hepsinin ortak noktasını karşılamıyor.” Öğrencinin problemde verilen ve istenenleri dikkate almayarak, bahsedilen kavramların matematiksel olarak ne ifade ettiklerini ise hiç düşünmeden rasgele işlemleri uyguladığı görülmektedir.

Araştırmacının A ve B noktaları arasındaki uzaklığın 10 cm olarak verildiğini, problemde bu iki noktanın orta noktasının B noktasına olan uzaklığı ile ifade edilmek istenenin ne olduğunu, aynı düşünce tarzının B ve C noktaları için de geçerli olduğunu açıklaması üzerine; öğrenci uzun uğraşlar sonunda AB doğru parçasının orta noktasının B noktasına uzaklığını 5 cm, CB doğru parçasının orta noktasının B noktasına olan uzaklığını da 2,6 cm olarak bulmuştur.


$$\begin{array}{r} 216 \\ + 5 \\ \hline 311 \end{array}$$

Şekil 6. Ö6'nın cevap kâğıdı

Bulunan bu yeni iki nokta arasındaki uzaklığı bulmak isteyen öğrenci uzaklık kavramının anlamını tam olarak bilmediğinden yapılması olası işlemleri art arda sıralamıştır. Öncelikle bu iki değeri birbirinden çıkarmayı düşünen öğrenci daha sonra bölme işlemi yapamayacağı için bu değerleri çarparak verilen noktalar arası uzaklığı bulabileceğini düşünmektedir. Yine araştırmacının yönlendirici açıklamaları üzerine bu iki değeri toplamayı düşünen öğrencinin ilk toplama denemesi şekilde görülmektedir. Öğrenci bu toplama işlemini doğru bir şekilde ancak birkaç denemeden sonra yapabilmiştir. İkinci soru çözümü betimlenen bu öğrencide matematiksel kavramların anlaşılması başta olmak üzere süreç yeterlilikleri ile ilgili hatalar da görülmektedir. Öğrencinin yaptığı işlemler ondalıklı sayılarla nasıl işlem yapması gerektiğini bilmediği için hatalı işlem, herhangi bir sonuca ulaşmak için verilen sayıları mantıklı bir açıklaması olmadan dört işlem uyguladığı için amaçsız işlem kategorisinde değerlendirilebilir. Düşük başarı düzeyine sahip Ö3'ün ikinci soruya ait çözümünü incelenecek olursa benzer hatalarla karşılaşılabilir. Bu öğrenci de

ondalıklı sayılarla işlem yapma konusunda yeterli değildir. Bu durum öğrencinin “10 dan 5,2’yi çıkaracağım arasındaki uzaklığı bulmak için ama nasıl yapacağım, acaba virgüllü hale getirmem gerekiyor mu?” ifadesinden anlaşılabilir. Araştırmacının virgüllü halden kastının ne olduğunu sorması üzerine öğrenci işlemi şu şekilde yapmıştır;

Ö3: yani 10’u mesela ya da 5,2’yi virgülden çıkarayım. Sadeleştiririm.  $\frac{52}{10} = \frac{26}{5}$ . Sonra  $\frac{26}{5} - \frac{10}{1} = \frac{50}{5} - \frac{26}{5} = \frac{24}{5}$ .

İşlemi bu şekilde yapan öğrenci yanlış işlem yaptığını fark edip başka bir yol düşünmeye başlamıştır.

Ö3: 10’dan 5,2’yi nasıl çıkarabilirim. 10’un yanına 0 ekleyebilir miyim? Ya da 5,2’yi 10 ile çarpıp, virgülden kurtarıp, 10’u da 10 ile çarpıp işlemi yaparım. O zaman  $100-52=48$  olur. Her iki cevap da olabilir ama son yaptığım daha mantıklı bence.

Çıkarma işlemini yapmak için denemeye devam eden öğrenci bu sefer de 10 sayısında 1 ve 0 arasına virgül atarak işlem yapmayı düşünmüştür. Zihinden bir süre işlem yapmaya çalışan öğrenci bu sefer de virgüllü 10 sayısının soluna (0,10) atmayı düşünerek işlem yapmaya çalışmıştır. Her virgül atma denemesinde ulaştığı 0,10 ve 1,0 sayılarının 10’a eşit olup olmadığını bile fark etmeden işlemlerini yapmaya çalışmıştır. Daha sonra araştırmacının yönlendirmesiyle birkaç denemeden sonra işlemi doğru bir şekilde tamamlayabilmiştir. Burada da öğrencinin matematiksel kavram bilgisinin eksikliği ile birlikte işlemsel bilgisindeki eksikliğe bağlı olarak hatalar yaptığı görülmektedir.

Yüksek not ortalamasına sahip Ö2 ikinci soruyu okuduktan sonra planlamasını yapıp çözüme geçmiştir. Verilen AB ve BC uzunluklarını toplayıp ikiye bölmeyi düşünen Ö2 hatasız bir şekilde işlemlerini yapmıştır. Ancak sonra herhangi bir yönlendirme olmadan hızlıca soruyu tekrar okuyup yanlış anladığını ifade etmiştir.

Ö2: AB ve BC’nin orta noktaları. Yani beraber, üst üste olduğu noktalar oluyor (sayı doğrusu çiziyor). Ha anladım, bu ikisinin orta noktası 5, bu ikisinin orta noktası 2,6, toplayınca 7,6. Az önce yanlış anlamışım soruyu, orada B’yi orta nokta zannettim ama çizince anladım öyle olmadığını. Bu iki doğrunun (AB ve BC’nin orta noktaları) orta noktalarından bahsediyor.



Açıklamasını bu şekilde yapan öğrenci verilen doğru parçalarının orta noktalarını bularak, bu iki noktanın birbirine olan uzaklığını doğru bir şekilde hesaplamıştır. Burada öğrenci ilk başta yanlış yorumladığı için ilk bulduğu çözümün hatalı olduğunu fark etmiş, kendi muhakemesi sonucunda çözümünü doğru bir şekilde ifade etmiştir. Dolayısıyla bu hata rasgele hata olarak kodlanmıştır. Burada aslında öğrencinin ilk çözüm yolu olan  $\frac{10}{2} + \frac{5,2}{2}$  işlemi de doğru cevabı vermektedir. İşlemsel olarak doğru cevabı verse de  $\frac{10}{2} + \frac{5,2}{2}$  şeklinde düşünce tarzı verilen problem durumu için daha uygun bir çözüm yoludur. Bunu fark eden öğrenci açıklamasını şu şekilde yapmıştır;

Ö2: Bu iki sonuç aynı oldu çünkü bu ikisini ikiye ayırdığımızda (AB ve BC), şu ikisi (A ile AB'nin orta noktası ile C ile BC'nin orta noktası toplamı) ile şu ikisi (AB ve BC'nin orta noktaları uzaklığı) aynı oluyor. O yüzden toplamı ikiye böldüğümüzde aynı sonucu veriyor. Ama bu şekilde (ikinci çözüm yolu) düşünmek daha doğru.

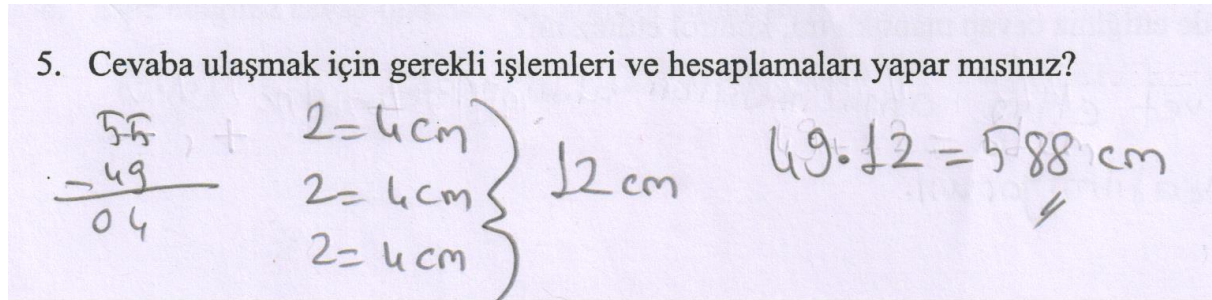
Öğrencilerin problem durumunu açıklamak için bulduğu çözümü yanlış bir şekilde yorumlamasına bağlı olarak hatalar yaptıkları da görülmüştür. Bu durum “gerçeğe uygun olmayan çıkarımlar” şeklinde kodlanmıştır. Yüksek başarı düzeyine sahip Ö7 ilk soruyu çözerken iki taburenin üst üsteyken yerden yüksekliği olan 55’den tek taburenin yerden yüksekliği olan 49’u çıkararak 6 bulmuştur. Sonra 6 ile 6’yı çarparak 6 taburenin üst üsteyken yerden yüksekliğini bulduğunu ifade etmiştir. Bir süre 6 taburenin yerden yüksekliğinin 36 cm olduğu konusunda ısrar etmiştir. Sonrasında araştırmacının bir taburenin yüksekliği 49 cm iken 6’sı üst üste 36 cm olmasının mantıklı olup olmaması üzerine düşünmüş ve başka bir çözüm üzerinde çalışmıştır. Bu öğrenci daha önceki bölümlerde bahsedilen yeterli hayal gücüne sahip olmadığı için şekli yanlış yorumlayarak üstteki taburenin ayağının yere basmadığını düşünerek havada asılı kaldığını düşünen öğrencidir. O halde zihninde taburelerin üst üste olan halini canlandıramayan öğrenci, bulduğu altı taburenin yerden yüksekliğinin 36 cm olduğunu düşünmektedir. Soruyu anlama aşamasında doğru bir şekilde problem durumunu zihninde canlandırmayan öğrenci, sonrasında çözümü deşifre etme noktasında da hata yapmıştır.

Düşük matematik başarısına sahip olan Ö11’in birinci soruyu çözümü Şekil 6’da görülmektedir. Öğrencinin bu soruya dair çözümü ve muhakemesi pek çok hata kategorisinde incelenebilir. Soruyu okuduktan sonra cevabı şu şekilde tahmin etmiştir;

Ö11: Bir sandalyenin boyu yarım metre gibiymiş. O zaman 6 tanesi üst üsteyken birkaç metre olur. Büyük bir sayı bulmalıyım. O zaman bir şeyleri çarpmam gerek. Neyle neyi çarpsam acaba?

Öğrenci sorudan ne anladığını açıklarken yanlış bir akıl yürütme ile işe başlamıştır. Buna bağlı olarak da yanlış tahminde bulunmuştur. Birkaç metre gibi yüksek bir sonuca ulaşması gerektiğini düşündüğünden herhangi bir planlama yapmadan dört işlemden en uygun olanı çarpma işlemine karar vermiştir. Yaptığı bu açıklama öğrencinin problem durumunu kavramasında hatalar yaptığını göstermektedir. Dolayısıyla öğrencinin açıklamaları yeterli hayal gücüne sahip olunmadığı için yapılan, problemdeki kritik noktayı anlayamama/organize edememe ve tahmin hatası olarak belirlenen hata türlerinde kodlanabilir.

5. Cevaba ulaşmak için gerekli işlemleri ve hesaplamaları yapar mısınız?



55  
- 49  
---  
04

2 = 4 cm  
2 = 4 cm  
2 = 4 cm

12 cm

49 · 12 = 588 cm

Şekil 7. Ö11'in cevap kâğıdı

Öğrenciden cevaba ulaşmak için gerekli işlemleri yapması istendiğinde de şekilde görülen işlemleri yapmıştır. Öğrenci öncelikle 55'den 49'u çıkararak iki tabure üst üste konduğunda yüksekliklerinin ne kadar arttığını bulmak istemiştir. Bu işlemi yanlış yaptığı görülmektedir. 2 tabure üst üste konduğunda 4 cm yükseklik artışı olursa 6 tabure üst üste konduğunda 3 tane 4 cm yani 12 cm yükseklik artışı olacağını düşünmüştür. Başlangıçta yaptığı yanlış tahmine bağlı olarak yüksek bir sayı elde edeceğini düşünen öğrenci 49 ile 12'yi çarparak işlemi tamamlamıştır. Öğrencinin yaptığı işlemler ve savunması göz önüne alındığında yaptığı hatalar geçersiz kural/strateji uygulama, hatalı ve amaçsız işlem ve gerçeğe uygun olmayan çıkarımlara bağlı hata olarak kodlanabilir.

Soru çözümlerini tamamlayarak herhangi bir sonuca ulaşan öğrencilerin çözümlerini araştırmacının müdahalesi olmadan kontrol etmedikleri görülmüştür. Bu öğrencilerden bazılarının nasıl kontrol edeceklerini bilemedikleri için kontrol etmedikleri belirlenmiştir. Önceki bölümlerde ikinci soruya dair çözümü betimlenen Ö6'ya çözümünü kontrol edip etmediği sorulduğunda

“kontrolle gerek yok bence bu doğru cevap, hem nasıl kontrol edeyim ki? Çok işlem var burada” diyerek aslında çözümün kontrol edilirken tam olarak ne yapılması gerektiğini bilmediğini göstermiştir. Araştırmacının yönlendirmesi ile kontrol etmeye başlayan öğrencilerin hemen hepsi problemi doğru anlayıp çözüme yönelik doğru strateji geliştirip geliştirmedini sorgulamadan yaptıkları işlemi kontrol etmişlerdir. Girecekleri sınavlar çoktan seçmeli olduğu için şıklardan giderek doğru cevaba ulaşacağını düşünen öğrenciler de bulunmaktadır. Bu öğrenciler doğru cevabı garanti altına aldıklarını düşündüklerinden kontrole de ihtiyaç duymamaktadırlar.

Yapılan bu hataların dışında kişisel hatalar olarak kategorize edilen hata türleri ile de karşılaşmıştır. Bunlardan biri öğrencilerin dikkat eksikliğine bağlı yaptıkları hatalardır. Dikkatsizliğe bağlı hataların, rasgele hatadan farkı dikkatsizliğe bağlı hataların araştırmacının yönlendirmesi üzerine öğrenci tarafından fark edilmesidir. Bunun dışında öğrencilerin matematiğe karşı olumsuz tutum, özgüven eksikliği gibi pek çok nedenden dolayı çözüme ulaşmak için ilgisiz davranmalarına bağlı yaptıkları hatalara da rastlanmıştır. Öğrenciler daha önce rutin olmayan problem kapsamında değerlendirilen problemlerle karşılaşmadıkları için bu tarz sorulara aşina olmadıklarını ve buna bağlı olarak hatalar yaptıklarını da ifade etmişlerdir. Bu durum da yetersiz deneyime bağlı yapılan hata olarak kodlanmıştır. Bazı öğrenciler daha önceden sınıfta öğrendikleri, öğretmenlerinin anlattığı, kitapta gördükleri soru ile ilişkilendirerek çözüme ulaşmayı denemişlerdir. Öğrenmenin transfer edilmesi tam olarak ilişkilendirme ile gerçekleşse bile bu öğrenciler yanlış ilişkilendirme yaptıklarından çözümlerinde hata yapmışlardır. Bazı öğrencilerin soru çözümlerine dair genel bir yaklaşımı, kendi tarzı bulunmaktadır. Öğrencilerin soru çözümlerine dair kendi tarzlarını geliştirmesi başarılı gibi görünmektedir. Ancak soru çözümlerinde matematiksel bağlamın uygun olup olmadığına bakılmaksızın her soruya aynı çözüm tarzını uygulamak hatalar yapılmasına neden olabilir. Zira Ö15 her iki soruda da gördüğü tüm sayıları yuvarlayarak çözüme ulaşmayı denemiştir. Örneğin ilk soruda 49’u 50’ye, 55’i de 60’a yuvarlayarak işlemlerini bu yeni sayılarla yapmıştır. İkinci soruda da sayıları yuvarlayarak işlem yapan öğrenci araştırmacının müdahalesi ile verilen sayılarla işlem yapmayı denemiştir. Ancak en sonunda bulduğu AB ve BC doğru parçalarının uzunlukları toplamı olan 15,2’yi de 15’e yuvarlayarak sorunun cevabını yaklaşık 7,5 olarak bulmuştur.

## Tartışma ve Sonuç

Çalışmanın alt problemleri kapsamında elde edilen bulgulara göre öğrencilerin rutin olmayan problemler testinden aldıkları anlama, planlama ve cevaplama puanları ile matematik başarı puanları arasında orta düzeyde; buna bağlı olarak bu testten alınan toplam puanlarla matematik puanları arasında da orta düzeyde bir ilişki belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin rutin olmayan problemleri çözerken yaptıkları hataların matematik başarılarına göre anlamlı derecede farklılaştığı, ulaşılan bir başka sonuçtur. Sadece birinci soruda strateji bilgisi kategorisinde yapılan hataların matematik başarısı ile ilişkisi anlamlı derecede farklılaşmamaktadır. Bu ilişkinin anlamlı olmamasının nedeni soru ile ilgili olabilir. Soruda 6 tane tabure üst üste konulduğunda 5 tane aralığının olduğunu öğrencilerin zihinlerinde canlandırmaları gerekmektedir. Zihinlerinde bu canlandırmayı yapamadıklarında çözüme yönelik stratejilerini de yanlış bir şekilde geliştirmiş oldukları görülmüştür. Elde edilen bu sonuca göre yapılan hataların matematik başarısına göre anlamlı olarak farklılık gösterdiği yani matematik başarısı arttıkça yapılan hataların azaldığı söylenebilir.

Öğrencilerin yapmış oldukları hatalar soru bazında incelendiğinde strateji geliştirme, dönüştürme, süreç bilgisi ve çözüm kategorilerinde yapılan hataların giderek arttığı görülmektedir. Daha önce de bahsedildiği gibi okuma ve anlama hataları dil bilgisi ile ilgili iken strateji bilgisi, dönüştürme, süreç bilgisi ve çözüme ulaşma hataları matematik becerileri ile ilgilidir. Dolayısıyla öğrencilerin problem çözümüne dair işe koşmaları gereken matematiksel beceri arttıkça, daha çok hata yaptıkları söylenebilir. Benzer sonuç öğrencilerin düşük, orta ve yüksek matematik başarısına sahip olmalarına göre yaptıkları hatalar incelendiğinde de görülmektedir. Öğrenciler dil becerileri ile ilgili olan okuma ve kavrama kategorilerinden matematiksel becerilerin işe koşulduğu strateji belirleme, dönüştürme, süreç becerisi ve çözüme ulaşma kategorilerine doğru gittikçe hata yapma yüzdesi artmaktadır. Bu durum her üç başarı seviyesine ait öğrenci grubu için geçerlidir. Bu sonuçla benzer şekilde Singh ve arkadaşları (2010) öğrencilerin içerik bilgisine bağlı hataları daha çok yaptıklarını ifade etmişlerdir. Çalışmalarına göre öğrenciler dil becerilerine bağlı olarak okuma ve kavrama hataları, içerik bilgisine bağlı dönüştürme, süreç becerileri, çözümlenme, dikkatsizlik ve kusurlu muhakemeye bağlı hatalar yapmışlardır. Jha (2012) yaptığı çalışmada okuma yeteneği iyi olan öğrencilerin aynı zamanda daha güçlü anlama becerisine sahip olduklarını ifade etmektedir. Öğrencinin ana dilindeki gelişimi, matematik anlamasında oldukça önemlidir. Öğrenci

matematikselsel olarak ne kadar iyi olsa da eğer problemi anlamaz ise gerekli dönüştürme ve işlem becerilerini doğru bir şekilde yürütemeyebilir. Nitekim Chinamasa ve arkadaşları (2014) yapmış oldukları çalışmada ikinci dil olarak İngilizce'nin kullanılmasının, öğrencilerin problem çözümünde yaptıkları hataları artırdığını belirtmişlerdir. Bu çalışmada öğrencilerin en çok okuma hatası yaptıkları, buna bağlı olarak da problem çözümünde diğer aşamalarda da hatalar yaptıkları görülmüştür. Öğrencilerin okuma ve anlama hataları ile strateji bilgisi, dönüştürme, süreç bilgisi ve çözüme ulaşma hataları yaptıkları diğer çalışmalarla da benzerlik göstermektedir (Prakitipong & Nakamura, 2006; Santoso, Farid & Ulum; 2017; Seng, 2010; Trance, 2013).

Hata kategorilerinin her biri tek tek incelendiğinde okuma dışındaki her kategoride en çok hata orta seviyeli öğrenciler tarafından yapılmıştır. Her kategoride ikinci olarak en çok hata yapanlar ise düşük seviyeli öğrencilerdir. O halde en çok hatayı orta düzeyde başarılı öğrenciler yaparken bunu, düşük başarılı öğrenciler ve yüksek başarılı öğrenciler izlemektedir. Bu sonuç düşük matematik başarısına sahip öğrencilerin sanıldığı kadar başarısız olmadıkları, orta derecede başarılı öğrencilerin de düşük başarılı öğrencilerden beklenildiği kadar iyi olmadıkları şeklinde yorumlanabilir.

Bu çalışma kapsamında öğrencilerin işlemleri yürütmelerinde bazı zorluklar yaşadıkları ve buna bağlı hatalar yaptıkları görülmüştür. Örneğin; bazı öğrenciler uzaklık deyince herhangi iki sayının farkını alma eğilimindedirler. Bazı öğrenciler ise verilen noktaları sayı doğrusu üzerine konumlamışlar ve orta nokta ile mesafesi daha kısa olan noktayı sola, mesafesi daha uzun olan noktayı da sağa yerleştirmişlerdir. Dolayısıyla bu durum öğrencilerin uzaklık kavramını tam olarak bilmedikleri şeklinde yorumlanabilir. Öğrencilerin ayrıca rasyonel sayılarda işlem yaparken zorlandıkları ve hatalar yaptıkları belirlenmiştir. Bazı öğrenciler ondalıklı gösterimleri okumada bile hata yapmışlardır. Ondalıklı gösterimlerle işlem yaparken zorlanan bu öğrenciler rasgele bir yere virgül atma denemelerinde bulunarak işlem yapmaya çalışmışlardır. Örneğin; 10'u ondalıklı hale getirmek isteyen öğrenci virgülü 1 ve 0'ın arasına koymuş ve bu şekilde işlem yapmaya çalışmıştır. Elde ettiği sayıların birbirine eşit olup olmadığını bile düşünmeden rasgele işlemler yapan öğrencinin hata yapması kaçınılmaz hale gelmiştir. Benzer öğrenci hatalarına Tuluk (2014), Şandır, Ubuz ve Argün (2007), Birgin ve Gürbüz (2009), Kocaoğlu ve Yenilmez (2010), Altıparmak ve Palabıyık (2017), Yılmaz ve Yenilmez'in (2008) çalışmalarında da ulaşılmıştır.

Öğrencilerin çalışma kapsamında yaptıkları hataların problemi okuma, kavrama, dönüştürme, süreç yeterlilikleri, deşifre etme, kontrol ve öğrencilere bağlı kişisel nedenlerden kaynaklandığı görülmektedir. Problemi okuma aşamasında yapılan hatalar eksik ya da fazla okumaya ve hızlı okumaya bağlı hatalardır. Eğer öğrenci problemi okurken mevcut kelimeyi atlayarak okuduysa ya da olmayan bir kelimeyi ekleyerek okuduysa, yaptığı hata “eksik ya da fazla okuma” kategorisinde kodlanmıştır. Bazı öğrenciler de problem durumunu anlama kaygısı olmadan hızlıca okuduklarından hızlı okumaya bağlı hatalar yapmışlardır. Pek çok öğrenciye göre matematik kavramlarını, sembollerini ve dili öğrenme yabancı bir dil öğrenme gibi gelmektedir. Dolayısıyla matematiğin anlamsal boyutuyla ilgili gerçekleşen herhangi bir yanlış anlama, öğrencilerin hatalar yapmasına neden olmaktadır. Bu durum dilsel faktörlere bağlı hata olarak değerlendirilebilir (Radatz, 1979). Dolayısıyla problemi okuma ve anlama aşamaları, başarılı bir problemi çözme sürecinin ilk adımı olarak görülmektedir (Yusof & Langkan, 2016).

Phonapichat, Wongwanich ve Sujiva (2014) öğrencilerin problem çözerken karşılaştıkları zorlukların neler olduğunu araştırdıkları çalışmada öğrencilerin problemleri çözerken, problem durumundaki anahtar kelimeyi kaçırarak matematiksel olarak ifade edememeleri, problem çözümü için verilen ve istenen bilgilerin ne olduğunu belirleyememeleri, problemi anlamadıklarında hiçbir düşünme sürecine başvurmadan sonucu tahmin etmeye çalışmaları ayrıca uzun problem okumayı sevmemeleri ve problemi çözmeye isteksiz olmaları gibi nedenlerden dolayı zorlandıklarını ifade etmişlerdir. Bu çalışmada da problem okuduktan sonra problem durumunun ne kadar anlaşıldığının belirlendiği kavrama kategorisinde yapılan hatalar yeterli hayal gücüne sahip olunmadığı için yapılan, problemdeki kritik noktayı anlayamama/organize edememeden dolayı yapılan hatalar ve tahmin hatası olarak kategorize edilmiştir. Öğrenciler problem durumunu okuduktan sonra zihinlerinde canlandıramadıklarından soruların cevaplarında hata yapıyorlarsa, bu durum “yeterli hayal gücüne sahip olunmadığı için yapılan hata” kategorisinde değerlendirilmiştir. Problem durumunda verilen anahtar kelimeyi kaçırdıklarından ya da tam olarak anlamadıklarından dolayı yapılan hatalar ise problemdeki kritik noktayı anlayamama/organize edememeden dolayı yapılan hata olarak belirlenmiştir. Bazı öğrencilerin ise problemi çözerken cevaba yönelik yaptıkları yanlış tahmine ulaşma eğiliminde oldukları görülmüştür. Bu öğrenciler de tahmin hatası kategorisinde değerlendirilmiştir. Dolayısıyla belirtilen noktalarda zorluklar yaşayan öğrencilerin hata yapmaları beklenen bir durum olarak değerlendirilebilir.

Dönüştürme kategorisinde yapılan hatalar öğrencilerin cevaba ulaşmak için geliştirdikleri planı matematiksel olarak ifade ederken yaptıkları hatalardır. Öğrenciler ilgili matematiksel kavrama ilişkin bilgilerinin eksik ya da yanlış olmasından dolayı ilişkilendirmeyi tam olarak yapamamışlardır. İlgili kavramın anlamını verilen bağlam dâhilinde düşünemeyen öğrenciler hatalar yapmışlardır. Yapılan bu hatalar matematiksel kavramların anlaşılmasına bağlı hata ve geçersiz kural/strateji uygulama hatası olarak değerlendirilmiştir. Makonye (2016) aslında ilgili olmayan bazı matematiksel kavramların ilişkilendirilmesini hibritleme hatası olarak belirlemiştir. Öğrencinin kavramsal bilgisindeki eksikliğe bağlı olarak hibritleme hataları yapılmaktadır. Matematiksel bir işlemin ya da nesneye dair yetersiz kavramsal anlama ise yapısal hata olarak belirlenmiştir. Kavramların birbiriyle ilişkili olduğunu tam olarak anlamayan biri bu kavramlarla ilgili işlemlerde hata yapma potansiyeli bulunmaktadır. Ayrıca matematiksel işlemleri ve algoritmaların yürütülmesinde yeteri kadar çalışmamış biri işlemsel hatalar da yapabilmektedir (Makonye, 2016). Işık ve Kar (2012) çalışmalarında öğretmen adaylarının bölme işleminin kavramsal boyutunu göz ardı ettiklerinden hatalar yaptıklarını ortaya koymuşlardır. Çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının bölmeye dair kavrayışlarının geliştirilmesine yönelik öneriler sunulmuştur. Benzer şekilde Aksoy ve Yazlık (2017) öğrencilerin genel olarak problemdeki ifadeleri anlamlandıramadıklarından matematiksel söylemi anlamakta zorlandıklarını ifade etmişlerdir. Ayrıca öğrencilerin işlemsel ve kavramsal bilgilerinin eksikliğine bağlı olarak rastgele işlemler yaparak sonuca ulaşmaya çalıştıkları da belirtilmektedir.

Çözümüne dair planlama yapıp matematiksel olarak doğru bir şekilde ifade edilmesi ve işlemlerin doğru yapıp yapılmaması süreç yeterlilikleri kategorisinde incelenmiştir. Bu kategoride öğrenciler, işlemsel bilgilerinin eksikliğine bağlı olarak; hatalı işlem, çözüme yönelik bir plan dâhilinde olmayan, dört işlemin sırayla sayılara uygulanmasını içeren amaçsız işlem ve öğrencinin bir kez yaptığı ancak sonradan kendisinin fark ederek düzelttiği hata olan rasgele hatalar yapmışlardır. Sistemik olmayan hata kapsamında değerlendirilen ve öğrencinin bir kere yapıp tekrar etmediği hatalar rasgele hata olarak değerlendirilmektedir (Makonye, 2016). Radatz (1979) öğrencilerin algoritma bilgisindeki yetersizlik, temel becerilerde eksiklik, yanlış işlem uygulama ve matematiksel kavramlar hakkında yetersiz bilgiye sahip olma, ilgisiz işlemlerin uygulanması ve yanlış ilişkilendirmelerin yapılması gibi sebeplerden problem çözümlerinde hatalar yaptıklarını ifade etmiştir. Csaky ve arkadaşları (2015) da öğrencilerin en çok dönüştürme ve matematiksel süreç yeterliliklerinde hatalar yaptıklarını gözlemlemişlerdir.

Çalışmada öğrencilerin soruları çözdükten sonra kontrol etme alışkanlıklarının olmadığı belirlenmiştir. Bazı öğrenciler çözümün nasıl kontrol edileceğini bilemezken, öğrencilerin tümü ancak araştırmacının müdahalesi sonrasında kontrollerini sadece işlemlerinin doğru olup olmadığını gözden geçirerek yapmışlardır. Yani öğrenciler problemi doğru anlayıp çözüme yönelik doğru strateji geliştirip geliştirmediğini sorgulamadan sadece yaptıkları işlemi kontrol etmişlerdir. Oysa kontrol demek, bir problemin anlaşılıp, plan geliştirip uygulamanın doğru bir şekilde yapılıp yapılmadığının incelenmesidir. Öğrenciler problemi okuma ve planlama aşamalarını doğru bir şekilde anladıklarını varsayarak sadece işlemlerini kontrol etmeleri, aslında nasıl kontrol edileceğini bilmedikleri şeklinde de yorumlanabilir. Bunun yanında kontrole gerek duymayan öğrenciler de bulunmaktadır. Bu öğrenciler girecekleri çoktan seçmeli sınavlarda şıklardan giderek soruyu çözdüklerini belirterek kontrol etmeye ihtiyaç duymamaktadırlar. Çünkü şıklardan giderek çözüme ulaştıklarından buldukları çözüm onlara göre doğru olmalıdır.

Yapılan bu hataların dışında kişisel hatalar olarak kategorize edilen hata türleri ile de karşılaşmıştır. Bunlardan biri, öğrencilerin dikkat eksikliğine bağlı yaptıkları hatalardır. White (2005), Newman'ın hata kategorilerine öğrencilerin dikkatsizliğe bağlı hatalar yaptıklarını da öne sürerek çalışmasına dikkatsizlik hatasını da eklemiştir. Öğrencilerle yapılan görüşmeler sırasında doğru çözüme ulaşmak için yapılması gerekenleri bilmesine rağmen yanlış cevap elde ettiği durumlarla karşılaşmıştır. Bu durumda öğrencilerin dikkatsizliğe bağlı hatalar yaptıklarını öne sürmüştür. Benzer durum, bu çalışma için de geçerlidir.

Ayrıca öğrencilerin matematiğe karşı olumsuz tutum, özgüven eksikliği gibi psikolojik nedenlerden dolayı problemi çözmek için ilgisiz davrandıkları, bu sebeple de hatalar yaptıkları görülmüştür. Rutin olmayan problem bağlamında değerlendirilen bu tarz problemlerle daha önceden karşılaşmamış olan öğrenciler zorlandıklarını ve buna bağlı olarak çözüm yoluna alışık olmadıklarından hatalar yaptıklarını da belirtmişlerdir. Öğrenme ile benzer süreçler sonucunda gerçekleşen problem çözmeye de öğrenmeye olduğu gibi ilişkilendirme yapılmaktadır. Bu ilişkilendirme, öğretmen gibi daha bilgili bir otorite ile olabileceği gibi kitapta yazan ya da daha önceden sınıfta öğrendikleri bir bilgi ile de gerçekleşebilir. Öğrenmenin transfer edilmesi ilişkilendirme ile gerçekleşse bile öğrenciler yanlış ilişkilendirme yaptıklarından çözümlerinde hata yapmışlardır. Son olarak bazı öğrencilerin problemleri çözerken kendilerine özgü düşünme tarzları ya da teknikleri bulunabilir. Bu öğrenciler soruda verilen bağlamın uygun olup olmadığını



düşünmeden her soruya benzer tekniği uygulayarak sonuca gitmeyi denemektedirler. Bu çalışma kapsamında incelenen bir öğrenci, ondalıklı olsun ya da olmasın, problemin uygunluğuna da bakmadan gördüğü bütün sayıları yuvarlayarak problemleri çözmesi bu kategoride değerlendirilmiştir.

Alan yazın incelendiğinde benzer öğrenci hataları ile karşılaşılabilir. Memnun (2014) beşinci ve altıncı sınıf öğrencileri ile yürüttüğü çalışmasında öğrencilerin sözel problemleri çözerken problemin anlaşılması, çözüm için plan yapmada yetersizliklerinin olduğunu ve hatalar yaptıklarını belirlemiştir. Ekwueme ve Ali (2012) çalıştıkları öğrenci grubunun yaptıkları hataları keyfi, yapısal, yürütücü ve yazım hatası olarak kategorize etmişlerdir. Idris ve Narayanan (2011) öğrencilerin en çok dikkatsizlik hataları yaptıklarını daha sonra ise ihmal ve sistematik rastlantısal hata yaptıklarını ifade etmişlerdir. Tong ve Loc (2017) öğrencilerin çoğunlukla dikkatsizlik, çözüme yönelik kuralların ve işlemlerin yanlış uygulanması ve kişisel nedenlerden dolayı hata yaptıklarını belirtmişlerdir. Kılıç (2009) dördüncü sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problemleri çözerken ne tür zorluklarla karşılaştıklarını belirlediği çalışmasında, öğrencilerin problemi okumada ve anlamada zorlandıkları buna bağlı olarak da planlamada yanlışlıklar yaptıklarını belirtmiştir. Uygun bir planlama yapmadan öğrencilerin hemen uygulama basamağına geçtikleri, bu aşamada işlemsel hatalar yaptıkları, elde ettikleri sonucu kontrol ederken mantıksal değil de işlemlerin matematiksel olarak doğruluğunun kontrol edildiği sonucu da yine bu araştırmada elde edilmiştir. Yine bu sonuçları destekler şekilde Csáky ve arkadaşları (2015) öğrencilerin problem durumunu anlamaya yönelik anahtar kelimeyi yanlış yorumlamaları sonucu problemi kavramada hatalar yaptıklarını belirlemiştir. Uygun olup olmadığını değerlendirmeden işlemleri uygulamalarına ve matematiksel bağlamı düşünmeden gerçek hayatlarında karşılaştıkları durumlara uyarlamalarına bağlı olarak dönüştürme hataları da yapmışlardır. Dönüştürme kategorisi kapsamında işlemsel hatalar da yapmışlardır. Öğrencilerin cebirsel ifadelerde yaptıkları işlem hataları ve birimleri birbirine dönüştürürken yaptıkları hatalar ise matematiksel süreç hataları kapsamında değerlendirilmiştir. Öğrencilerin elde ettikleri çözümü gerçek hayat problemi olarak değerlendirip ifade edememeleri ise çözümlenme hatası olarak belirlenmiştir. Movshovitz-Hadar, Zaslavsky ve Inbar (1987) öğrenci hatalarını kullanılmayan bilgi, yanlış anlaşılma dil, mantıksal olarak geçersiz çıkarım, hatalı teorem ya da tanım, doğrulanmayan çözüm, teknik hata olarak 6 kategoride incelenmiştir. Rafi ve Retnawati (2018) öğrencilerin logaritma sorularını çözerken yaptıkları hataları incelemişler ve Movshovitz-Hadar ve arkadaşlarının (1987) sınıflandırmasına

göre en çok teknik hata, hatalı teorem ya da tanım, doğrulanamamış çözüm ve kullanılmayan bilgi kategorilerinde hata yaptıkları sonucuna ulaşmışlardır.

İlgili literatür incelendiğinde öğrencilerin problem çözümlerinde yaptıkları hataların benzer olduğu görülmektedir. Clarkson (1983) yaptığı çalışmada öğrencilerin problem çözümlerinde yaptıkları hataları okuma, kavrama, dönüştürme ve dikkatsizlik hataları olarak kategorize etmiştir. Günümüzde de yapılan hataları benzer şekilde kategorize etmekteyiz. Nitekim bu çalışmada da öğrencilerin yaptıkları hatalar, dil bilgisi ve matematiksel beceri bağlamında incelenebilecek türden hatalardır. Öğrencilerin problem çözümünün ilk aşaması olan problemi anlama aşamasında zorlandıkları ve buna bağlı olarak hata yaptıkları belirlenmiştir. O halde problem çözme aşamalarının farkında olacakları şekilde öğretim yapmak, öğrencilerin hata yapmalarını önlemek adına alınacak önlemlerden biri olabilir. Öğrencilerin problem çözümlerini kontrol etmedikleri belirlenmiştir. Öğrencilerin kontrol etme alışkanlığı kazanmalarını sağlamak, sadece işlemlerin değil planlama aşamasının kontrol edilmesi yönünde önlemler alınabilir. Öğrenciler rutin olmayan problem bağlamında değerlendirilen bu tarz soruları daha önceden çözmediklerini belirtmişlerdir. Bu problemleri sınıf ortamında öğrencilere sunarak farklı şekilde düşünmelerini sağlamak, bir diğer öneri olabilir. Öğrencilerin yaptıkları hatalar, matematik öğretiminin ve bilginin oluşturulmasının önemli bir parçasıdır. Dolayısıyla hata analizi çalışmaları da matematik öğretimi ve öğrenimi sürecinin önemli bir parçası olarak görülmelidir. Ayrıca öğrencilere soruların hatalı çözümleri verilerek öğrencilerin yapılan hataların analizini yapmaları sağlanabilir. Farklı sınıf seviyelerinde, farklı konularda da hata analizi çalışmaları yapılabileceği gibi fen bilgisi gibi başka derslerde de öğrencilerin yaptıkları hataların nedenleri araştırılabilir.

### Kaynakça

- Aksoy, N. C., & Yazlık, D. O. (2017). Student errors in fractions and possible causes of these errors. *Journal of Education And Training Studies*, 5(11), 219-233.
- Aktaş Polat, S. & Polat, S. (2014). Yabancı turistlerin müşteki “mağdur” olarak müdahil oldukları asayiş suç türlerinin belirlenmesine yönelik bir araştırma. *Seyahat ve Otel İşletmeciliği Dergisi*, 11(1), 38-57.
- Altıparmak, K., & Palabıyık, E. (2017). 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin ondalık gösterim konusundaki kavram yanlışlarının ve hatalarının tespiti ve analizi. *Anemon Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 5(2), 447-470.

- Birgin, O., & Gürbüz, R. (2009). İlköğretim II. kademe öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerinin incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22(2), 529-550.
- Bursal, M. (2017). *SPSS ile temel veri analizleri*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Büyüköztürk, Ş. (2011). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı* (17. baskı.). Ankara: Pegem Akademi.
- Can, A. (2014). *SPSS ile bilimsel araştırma sürecinde nicel veri analizi* (2. baskı.). Ankara: Pegem Akademi.
- Casey, D. P. (1978). Failing students: A strategy of error analysis. *Aspects of motivation*, 295-306.
- Charles, L., Lester, F., & O'Daffer, P. (1987). *How to evaluate progress in problem solving*. NCTM, Reston: Virginia.
- Chinamasa, E., Nhamburo, V. & Sithole, M. (2014). Analysis of students' errors on linear programming at secondary school level: implications for instruction. *Zimbabwe Journal of Educational Research*, 26(1), 54-72.
- Clarkson, P. (1983). Types of errors made by Papua New Guinean students. *Educational Studies in Mathematics*, 14(4), 355-367.
- Clements, M. K. (1980). Analyzing children's errors on written mathematical tasks. *Educational Studies In Mathematics*, 11(1), 1-21.
- Creswell, J. W. (2016). *Araştırma deseni: Nitel, nicel ve karma yöntem yaklaşımları*. (M. Bütün ve S. B. Demir çev. ed.). Ankara: Eğiten Kitap. (Çalışmanın orijinali 2014'te yayımlanmıştır).
- Csaky, A., Szabova, E., & Naštická, Z. (2015). Analysis of Errors in Student Solutions of Context-Based Mathematical Tasks. *Acta Mathematica Nitriensia*, 1(1), 68-75.
- Çokluk, Ö., Şekercioğlu, G. & Büyüköztürk, Ş. (2012). *Sosyal bilimler için çok değişkenli istatistik SPSS ve Lisrel uygulamaları* (2.baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Ekwueme, C. O., & Ali, A. (2012). Process error and students' academic achievement in senior secondary certificate examination in mathematics in Nigeria. *Journal of Emerging Trends in Educational Research and Policy Studies*, 3(4), 600.
- Harel, G. (2008). DNR perspective on mathematics curriculum and instruction, Part I: Focus on proving. *ZDM*, 40(3), 487-500.
- Idris, N., & Narayanan, L. M. (2011). Error patterns in addition and subtraction of fractions among form two students. *Journal of Mathematics Education*, 4(2), 35-54.
- Işık, C., & Kar, T. (2012). An error analysis in division problems in fractions posed by pre-service elementary mathematics teachers. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 12(3), 2303-2309.

- Jha, S. K. (2012). Mathematics performance of primary school students in Assam (India): An analysis using Newman procedure. *International Journal of Computer Applications in Engineering Sciences*, 2(1), 17-21.
- Kalaycı, Ş. (2010). *SPSS uygulamalı çok değişkenli istatistik teknikleri* (5. Baskı). Ankara: Asil Yayın Dağıtım.
- Kılıç, A. (2009). *İlköğretim 4. Sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problem çözümlerinde karşılaştıkları zorluklarının incelenmesi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Kingsdorf, S., & Krawec, J. (2014). Error analysis of mathematical word problem solving across students with and without learning disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice*, 29(2), 66-74.
- Kocaoğlu, T. & Yenilmez, K., (2010). Beşinci sınıf öğrencilerinin kesir problemlerinde yaptıkları hatalar ve kavram yanılgıları. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14, 71-85.
- Kolovou, A. (2011). *Mathematical problem solving in primary school*. Doctoral dissertation. Utrecht University: Freudenthal Institute for Science and Mathematics Education, Utrecht.
- Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1988). *Problem solving: a handbook for elementary school teachers*. Massachusetts: Allyn and Bacon.
- Lambdin, D. V. (2003). Benefits of teaching through problem solving. *Teaching Mathematics Through Problem Solving: Grades PreK, 6*, 3-14.
- London, R. (1993). A curriculum of nonroutine problems. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, Atlanta, GA.
- Mabilangan, R.A., Limjap A.A. & Belecina, R.R. (2011). Problem solving strategies of high school students on nonroutine problems: a case study. *Alipato*, 5, 23-46.
- Makonye, J. P. (2011). *Learner mathematical errors in introductory differential calculus tasks: A study of misconceptions in the senior school certificate examinations* (Unpublished doctoral dissertation). University of Johannesburg: Johannesburg.
- Makonye, J. (2016). Mathematics learner error analysis protocol. *Association for Mathematics Education of South Africa*, 1, 314-323.
- Makonye, J. P., & Khanyile, D. W. (2015). Probing grade 10 students about their mathematical errors on simplifying algebraic fractions. *Research in Education*, 94(1), 55-70.
- Martinez, M. E. (1998). What is problem solving? *The Phi Delta Kappan*, 79(8), 605-609.

- Memnun, D. S. (2014). Beşinci ve altıncı sınıf öğrencilerinin sözel problemleri çözme konusundaki yetersizlikleri ve problem çözümlerindeki hataları. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 5(2), 158-175.
- Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis*. (2nd ed.). California: SAGE.
- Movshovitz-Hadar, N., Zaslavsky, O., & Inbar, S. (1987). An empirical classification model for errors in high school mathematics. *Journal For Research In Mathematics Education*, 18(1), 3-14.
- Nesher, P. (1987). Towards an instructional theory: The role of student's misconceptions. *For The Learning Of Mathematics*, 7(3), 33-40.
- Newman, M. A. (1977). An analysis of sixth-grade pupils' errors on written mathematical tasks. In M. A. Clements, and J. Foyster (eds.), *Research in Mathematics Education in Australia, Melbourne*, 1,239-258.
- Oflaz, G. (2018, Nisan). Sekizinci sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problemleri çözerken yaptıkları hataların analizi. 17.Uluslararası Sınıf Öğretmenliği Sempozyumu'nda sunulan bildiri, Kızılcahamam, Ankara.
- Phonapichat, P., Wongwanich, S., & Sujiva, S. (2014). An analysis of elementary school students' difficulties in mathematical problem solving. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 116, 3169-3174.
- Piaget, J. (1970). *Structuralism*. New York: Basic.
- Polya, G. (1973). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press.
- Prakitipong, N., & Nakamura, S. (2006). Analysis of mathematics performance of grade five students in Thailand using Newman procedure. *Journal of International Cooperation in Education*, 9(1), 111-122.
- Radatz, H. (1979). Error analysis in mathematics education. *Journal For Research In Mathematics Education*, 163-172.
- Radatz, H. (1980). Students' errors in the mathematical learning process: a survey. *For The Learning of Mathematics*, 1(1), 16-20.
- Rafi, I., & Retnawati, H. (2018). What are the common errors made by students in solving logarithm problems? *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1097, No. 1, p. 012157): IOP Publishing.
- Santoso, D. A., Farid, A., & Ulum, B. (2017, June). Error analysis of students working about word problem of linear program with NEA procedure. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 855, No. 1, p. 012043): IOP Publishing.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.

- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. Grouws (Ed.) *Handbook Of Research On Mathematics Teaching And Learning*. New York: Macmillan.
- Seng, L. K., (2010). An error analysis of Form 2 (Grade 7) students in simplifying algebraic expressions: A descriptive study. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 8(1), 139-162.
- Singh, P., Rahman, A. A., & Hoon, T. S. (2010). The newman procedure for analyzing primary four pupils errors on written mathematical tasks: A Malaysian perspective. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 8, 264-271.
- Skemp, R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.
- Smith III, J. P., Disessa, A. A., & Roschelle, J. (1993). Misconceptions reconceived: A constructivist analysis of knowledge in transition. *The Journal Of The Learning Sciences*, 3(2), 115-163.
- Stanic, G. & Kilpatrick, J. (1989). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In R. Charles & E. Silver (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp. 1-22). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Şandır, H., Ubuz, B., & Argün, Z. (2007). 9. sınıf öğrencilerinin aritmetik işlemler, sıralama, denklem ve eşitsizlik çözümlerindeki hataları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 32(32), 274-281.
- TIMSS, (2011). [https://pisavetimsssinavlar.files.wordpress.com/2014/11/timss2011\\_8-sinif\\_matematik\\_sorulari.pdf](https://pisavetimsssinavlar.files.wordpress.com/2014/11/timss2011_8-sinif_matematik_sorulari.pdf) sayfasından erişilmiştir.
- TIMSS, (2015). [http://timss.meb.gov.tr/wp-content/uploads/TIMSS\\_2015\\_Aciklanan\\_sorular.pdf](http://timss.meb.gov.tr/wp-content/uploads/TIMSS_2015_Aciklanan_sorular.pdf) sayfasından erişilmiştir.
- Tong, D. H., & Loc, N. P. (2017). Students' errors in solving mathematical word problems and their ability in identifying errors in wrong solutions. *European Journal of Education Studies*, 3(6), 226-241.
- Trance, N. J. C. (2013). Process inquiry: Analysis of oral problem-solving skills in mathematics of engineering students. *Online Submission*, 3(2), 73-82.
- Tuluk, G. (2014). Sınıf öğretmeni adaylarının nokta, çizgi, yüzey ve uzay bilgileri ve çoklu temsilleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 22(1), 361-384.
- Ulu, M. (2017). Errors made by elementary fourth grade students when modelling word problems and the elimination of those errors through scaffolding. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 9(3), 553-580.

- Ulu, M., Tertemiz, N., & Peker, M. (2016). Okuduğunu anlama ve problem çözme stratejileri eğitiminin ilköğretim 5. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problem çözme başarısına etkisi. *Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 18(2), 303-340.
- White, A. L. (2005). Active mathematics in classrooms: Finding out why children make mistakes—and then doing something to help them. *Square one*, 15(4), 15-19.
- Wijaya, A., van den Heuvel-Panhuizen, M., Doorman, M., & Robitzsch, A. (2014). Difficulties in solving context-based PISA mathematics tasks: An analysis of students' errors. *The Mathematics Enthusiast*, 11(3), 555-584.
- Yılmaz, Z., & Yenilmez, K. (2008). İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin ondalık sayılar konusundaki kavram yanlışları (Uşak ili örneği). *Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Ve Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 8(1), 269-289.
- Yusof, J., & Langkan, J. (2016). Word problems involving fractions: a case of year 5 pupils in Brunei Darussalam. Paper presented in 6th International Conference on Language, Education, and Innovation.

### Extended Abstract

#### Purpose and Significance

Problem solving, seen as the heart of mathematics, occurs as a result of complex mental actions. Understanding the given problem situation, planning for the solution, expressing this plan mathematically, expressing the solution correctly by performing appropriate operations can be considered as difficult actions for the student depending on the lack of some knowledge and skills. Therefore, it becomes inevitable to make errors while solving problems. Errors are seen as part of the problem solving process. If there is no error, then it can be said that problem solving does not occur. Therefore, being able to correctly evaluate the errors students make provides information about their learning. Determining mathematical errors is important in terms of providing information about the missing points of the students. The analysis of these errors is very important for teachers in terms of informative evaluation. In this study, it was aimed to determine what kind of errors students make while solving non-routine problems. It is thought that determining the errors students make while solving problems that require them to think differently than they are accustomed to, will contribute to the relevant literature.

## **Method**

In conducting this research, an exploratory sequential mixed method design was adopted. In this context, non-routine problems test was applied to 181 eighth grade students. At the end of this application, one-to-one interviews were held with 15 high, medium and low achievement students and the solution processes were examined in detail. In order to determine the students' problem solving performances and their errors, students were asked to answer these questions in each problem: "What is the information given to you in the question ?, What are you asked to do in the question ?, What action do you plan to find the answer? Could you do the necessary operations and calculations ?, Is the answer you obtained logical, have you checked? ". Each of these questions was created to determine the error categories determined by Newman (1977). While answering these questions, the student was asked to think aloud and explain why he thinks so. Each interview lasted between 15-30 minutes and these interviews were recorded by video.

The quantitative data of the study were obtained by scoring the non-routine problems test. In scoring each question, an analytical scoring scale developed by Charles, Lester, and O'Daffer (1987) was used. In this rubric, the test score is obtained by summing the scores the student gets from each step of the solution process. This analytical scoring scale consists of understanding the problem situation, planning the solution and reaching the result. Spearman correlation coefficient was determined to reveal the relationship between problem solving steps and mathematics achievement. The chi-square test was used to analyze quantitative data to determine whether the errors made by students while solving problems differ according to their mathematical achievement.

The qualitative data were analyzed according to the content analysis technique. The qualitative data obtained in the study are the camera recordings of one-to-one interviews with the students and the worksheets of the students. The analysis of the data is based on the error categories of Newman (1977). However, within the scope of this study, it was determined that students also made errors within the categories determined as "control" and "personal errors". Therefore, content analysis technique was used to categorize the errors made by students into categories and themes.

## **Discussion and Conclusion**



There is a moderate relationship between the students' comprehension, planning and answering scores from the non-routine problem test and their math scores. Accordingly, a moderate relationship was found between the total scores from this test and the mathematics scores. In addition, it is another result that the errors made by students while solving non-routine problems differ significantly according to their mathematics achievements.

In addition, it can be said that the more mathematical skills students need to work on problem solving, the more errors they make. It is seen that these errors originate from reading the problem, comprehending, transforming, process skills, encoding, control and personal reasons related to students. The errors can be analyzed in various sub-categories under these categories.

In the study, it was determined that the students do not have the habit of checking after solving the questions. While some students did not know how to check the solution, all of the students did their checks only after the intervention of the researcher by simply checking whether their operations were correct. In other words, the students just checked the process they did without questioning whether they understood the problem correctly and developed the right strategy for a solution. Then, awareness can be provided to students to make solutions according to the problem solving steps. In addition, teachers may help students gain the habit of controlling and to control not only the processes but the planning phase. Errors are an important part of teaching mathematics and building knowledge. Therefore, error analysis studies should be seen as an important part of the mathematics teaching and learning process.

**ETİK BEYAN:** "Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Rutin Olmayan Problem Çözümlerine Yönelik Hata Analizi" başlıklı çalışmanın yazım sürecinde bilimsel, etik ve alıntı kurallarına uyulmuş; toplanan veriler üzerinde herhangi bir tahrifat yapılmamıştır ve veriler toplanmadan önce Sivas Cumhuriyet Üniversitesi Etik Kurulu'ndan 25.03.2020 tarih ve 60263016-050.06.04-E.451448 sayılı etik izin alınmıştır. Karşılaşılacak tüm etik ihlallerde "Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi Yayın Kurulunun" hiçbir sorumluluğunun olmadığı, tüm sorumluluğun Sorumlu Yazara ait olduğu ve bu çalışmanın herhangi başka bir akademik yayın ortamına değerlendirme için gönderilmemiş olduğunu taahhüt ederim."