

| Araştırma Makalesi / Research Article |

## İlköğretim Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı Öğrencilerinin Tanım ve Yakınsaklık Kriterlerini Kullanabilme Becerileri<sup>1</sup>

### The Ability to Use of the Definition and Convergence Criteria of Primary School Mathematics Education Students

Ahmet Işık<sup>2</sup>, Kamer Arslan<sup>3</sup>

#### Anahtar Kelimeler

diziler

yakınsak diziler

seriler

yakınsaklık kriteri

#### Keywords

sequences

convergent sequences

series

convergence criterion

#### Başvuru Tarihi/Received

13.01.2020

#### Kabul Tarihi /Accepted

27.05.2020

#### Öz

Matematik sadece işlemlerden ibaret olan bir disiplin değildir. Matematiğin içerisinde kavramlar, bu kavramlara ait tanımlar ve tanımlarla ilişkili işlemler de yer alır. Bahsi geçen bu unsurlar matematik öğrenenler için oldukça önemlidir. Aynı şekilde matematik müfredatı içerisinde yer alan Analiz derslerine ait tanımlar ve tanımlarla ilgili işlemler de ilköğretim matematik öğretmenliği öğrencilerinin yeterli alan bilgisine sahip olmaları açısından oldukça önemlidir. Bu doğrultuda yapılan bu araştırmanın amacı ilköğretim matematik öğretmenliği öğrencilerinin Analiz-III dersine ait tanımlar ve yakınsaklık kriterlerini ilgili problemlerin çözümünde kullanabilme becerilerini incelemektir. Araştırmada model olarak durum çalışması kullanılmıştır. Araştırmanın katılımcıları ise Kırıkkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim matematik öğretmenliği anabilim dalında öğrenim görmekte olan 32 üçüncü sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Veri toplama aracı olarak açık uçlu test maddeleri ve yarı yapılandırılmış mülakat formu kullanılmıştır. Araştırmada açık uçlu test maddelerinden elde edilen veriler betimsel içerik analizine tabi tutulmuştur. Yarı yapılandırılmış mülakattan elde edilen veriler ise içerik analizi tekniğiyle transkript edilmiştir. Araştırmadan elde edilen sonuçlara göre öğrencilerin bazı tanımlar ve tanımlarla ilgili işlemsel problemler arasında ilişki kurmakta problem yaşadıkları tespit edilmiştir.

#### Abstract

Mathematics is not just a discipline to be an operation. In mathematics, concepts, definitions of these concepts and related operations are also included. These elements are very important for mathematics learners. Similarly, the definitions and the procedures related to the definitions of the analysis courses in the mathematics curriculum are very important for the elementary mathematics teacher students to have sufficient field knowledge. The aim of this study is to determine the level of mathematics students' ability to use of the definitions and convergence criteria of the Analysis-III course. Case study was used as a model in the research. The participants of the research consisted of 32 third grade students studying in the department of elementary mathematics teaching at Kırıkkale University Faculty of Education. Open-ended test items and semi-structured interview form were used as data collection tools. The data obtained from the open-ended test items were subjected to descriptive content analysis. The data obtained from the interview were transcribed by content analysis technique. According to the results of the study, it was found out that the students had problems in establishing a relationship between some definitions and operational problems related to the definitions.

<sup>1</sup> Bu çalışmanın bir kısmı 19-22 Haziran 2019 tarihleri arasında Ankara'da düzenlenen IV. Uluslararası Avrasya Eğitim Araştırmaları Kongresinde sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

<sup>2</sup>Kırıkkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Kırıkkale, Türkiye ; <https://orcid.org/0000-0002-1055-2330>

<sup>3</sup> Kırıkkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Kırıkkale, Türkiye; <https://orcid.org/0000-0002-6691-5663>

### Introduction

The analysis course is taught in a two-year period under the name of Analysis-I, Analysis-II and Analysis-III in primary school mathematics teaching programs. Sequences and series topics and the basic definitions and theorems related to these subjects constitute the content of Analysis-III course which is a continuation of each other. Definitions are necessary and extremely important in every step of mathematics. Since the definitions are obtained by abstractions, the concepts in mathematics should be understood in a way that is not memorized (Altun, 2014). At the same time, the definitions of mathematical concepts and the relationship between the concepts away from memorization and meaningful learning (Baki, Kartal; 2004). Mathematical knowledge includes process information as well as concept information in general. Conceptual information is the basis of transactional information, and it consists of routine operations and generalizations built on conceptual information (Olkun, 2009). According to MEB (2013) mathematics education program, one of the behaviors aimed at gaining individuals is establishing relationships between concepts and procedures.

### Method

In this respect, it is very important that the students studying in the elementary mathematics teaching program be able to establish a relationship between the concepts and the processes related to the concepts of Analysis-III course. Therefore, this research was conducted in order to investigate the conceptual skills of convergence criteria used in the solution of the problems related to the series and the basic definitions of the students in the third grade of the elementary mathematics education and taking Analysis-III course. In this direction, the problem of the research is "What are the skills of primary mathematics teacher candidates to use the definitions and convergence criteria related to series and series in problem solving process?"

The method of the study is the case study because it allows in-depth information gathering. Special case study is a scientific research method in which an event or a situation is examined in detail and the data is collected and analyzed systematically. The conclusions reached in the case study provide clarity on what issues researchers should focus on (Davey, 1991). The research was carried out with 32 students that have taken Analysis-III course in the third year of the in Kirikkale University Faculty of Education in the fall semester of 2018-2019 academic year. These 32 students were coded as Ö1, Ö2, Ö3,..., Ö32 in order to comply with the ethical rules. In the research, open-ended test items about sequence and series and semi-structured interview questions were used as data collection tools.

### Result and Discussion

According to the findings obtained from the study, it was found that students had problems in establishing the relationship between the definitions of geometric series, convergent series and monotone series and the operations of these definitions. Likewise, it was found that the majority of the students could not provide information about the convergence criteria in the series, but again, the majority of these students answered the relevant operational problems correctly. This situation revealed that the students were inadequate in explaining the concepts related to convergence in the series and that the questions focused on the exercise part.

As a result of the interviews, it was found that the students could not make sense of the definitions of geometric sequence and convergent sequence and evaluated the definitions as verbal information independent of mathematics. Another noteworthy result is that the majority of students were unable to provide correct answers to the open-ended question about the monotonous sequence in terms of definition and answer, but not to answer the open-ended question about the convergent array. In the interviews, the reason for this situation was examined and it was found that the students could not establish a relationship between the concepts of monotony and limitation which are closely related to the convergence in the series. Furthermore, when the answers given by the students during the interviews were examined, it was found that they tried to reach the solution of operational questions about convergent and monotonous series by using an intuitive way instead of using a method. In addition to these results, it was found out that the students tried to solve the problem by going from the information in the textbooks and notebooks to the memorization-imitation method in the operational questions that should use the information related to the geometric sequence, monotone sequence and convergence criteria.

## GİRİŞ

Matematik insanların doğruyu bilme ve anlama eylemi sonucunda gelişen düşünsel bir uğraştır. Diğer bir ifadeyle matematik, matematiksel kavramların soyutlanması ile ortaya çıkan bir soyutlama bilimidir (Altun, 2014). Matematik kendi içerisinde çeşitli alt dallara ayrılmıştır. Bu alt dallar içerisinde Analiz dersleri matematik lisans programlarında önemli bir yere sahiptir. Analiz, “Değişimin matematiksel açıdan incelenmesidir” (Strogatz, 2016). Matematik öğretmen adayları için mesleki gelişimlerinde öneme sahip olan analiz dersi, ilköğretim matematik öğretmenliği programlarında Analiz-I, Analiz-II ve Analiz-III adı altında iki yıla yayılmış bir süreç içinde verilmektedir. Birbirlerinin devamı niteliğinde olan bu derslerden Analiz-III dersi, YÖK’ün 2007’de yayınladığı ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programı müfredatına göre üçüncü sınıfın birinci yarısında haftada üç saat olarak okutulmaktadır. YÖK’ün 2018 yılında yayınladığı ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programı müfredatına göre ise Analiz-III dersinin haftada iki saat okutulması planlanmıştır. Bu dersin içeriğini diziler ve seriler konuları ve bu konularla ilgili temel tanım ve teoremler oluşturmaktadır.

Tanımlar, matematiğin en temel kavramlarından başlayarak tüm basamaklarında yer aldığı için son derece önemlidir. Tanımlar soyutlamalar sonucu elde edilir bu anlamda matematikteki kavramların ezberden uzak bir şekilde anlaşılması gerekir (Altun, 2014). Kavram bilgisinin yeterli olabilmesi için bir kavramın tanımını ve ismini bilmek yeterli değildir. Kavramla ilgili tanımın yanı sıra kavramlar arasındaki ilişkilerin de bilinmesi gerekir. Ayrıca kavramın bir anlam ifade edebilmesi için işaret ettiği anlamın da içselleştirilmesi gerekir. (Baki, Kartal; 2004). Matematiksel bilgi genel anlamda kavram bilgisinin yanı sıra işlem bilgisini de içerir. Kavramsal bilgi, işlemsel bilgiye temel oluşturarak onu anlamlı kılar. İşlemsel bilgi ise kavramsal bilgiler üzerine inşa edilen rutin işlemler ve genellemelerden meydana gelir (Olkun, 2009). MEB (2013), Matematik eğitim programına göre, bireylere kazandırılması hedeflenen davranışlardan bir tanesi de kavramlar ve işlemler arasında ilişki kurmadır. Bu bağlamda matematiksel bilginin bir anlam ifade edebilmesi için kavramlar ve işlemler arasında anlamlı bir ilişki kurulmalıdır. Kavramların tanımlanması ve ilgili kavrama dair işlemin yapılması matematiğin her konusunda önemli olduğu gibi diziler ve seriler konusunda da önemli bir yere sahiptir.

Literatürde dizilerle ilgili yapılmış birçok çalışma vardır (Mamono- Dows; 2001; Baştürk, 2007; Roh, 2008; Doruk ve Kaplan, 2013; Doruk ve Kaplan; 2018). Baştürk (2007)’ün öğretmenlerin dizi ve yakınsak dizi kavramlarına ait bilgilerini ve dizi kavramını derslerinde nasıl anlattıklarını ortaya koymaya çalıştığı araştırmadan elde edilen sonuçlara göre ortaokul öğretmenlerinin de dizilerde yakınsaklıkla ilgili yeterli bilgiye sahip olmadıkları görülmüştür. Roh (2008)’un öğrencilerin dizilerde limite dair sahip oldukları kavram imajlarının, dizilerde limit tanımını nasıl etkilediğini araştırdığı çalışmanın sonucunda bazı öğrencilerin dizilerde yakınsaklık tanımını tam anlamlandırmadığı görülmüştür. Doruk ve Kaplan (2013)’in öğretmen adaylarının dizilerde yakınsaklık kavramının ispat sürecini inceledikleri araştırmanın sonucuna göre öğretmen adaylarının yakınsak dizi kavramını anlamlandırma noktasında sıkıntı yaşadıkları tespit edilmiştir.

Yine literatür incelendiğinde diziler ve serileri birlikte ele alan birçok çalışmaya rastlanmıştır (Alcock ve Simpson, 2004; Akgün ve Duru, 2007; Çiltaş, 2011; Çiltaş ve Işık, 2012; Dereli, 2015; Ünveren ve Bilgiç, 2018a; Ünveren ve Bilgiç, 2018b). Alcock ve Simpson (2004), çalışmalarında diziler ve serilerde yakınsaklık konularını ele almışlar ve matematik bölümü öğrencilerinin dizilerde ve serilerde yakınsaklığı belirtirken kullandıkları görsellerin ne olduğunu araştırmışlardır. Çiltaş (2011), çalışmasında dizi ve seriler konusunda modelleme yönteminin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının öğrenmesine ve modelleme becerilerine olan etkisini araştırmıştır. Dereli (2015) ise yaptığı çalışmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının dizi ve seriler konusunda sahip oldukları kavram yanlışlarında cinsiyetin etkisini araştırmıştır.

Araştırma sürecinde literatür taraması yapılırken bu çalışmanın benzeri olan, yani problem çözümlerinde ilgili kavramların tanımlarını kullanma becerileri üzerine, bire-bir uyumlu, diziler ve serilerle ilgili bir çalışma olmadığı tespit edilmiştir. Bu nedenle diziler ve serilerde temel kavramlar ve temel kavramlara ait işlemsel bilginin ilişkisinin incelendiği bir özel durum çalışmasının, ileride yapılacak olan çalışmalara yön vermesi ve ayrıntılı veri sağlaması bakımından literatüre önemli bir katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Verilen bilgiler ışığında bu araştırma ilköğretim matematik eğitimi ana bilim dalının üçüncü sınıfında öğrenim gören ve Analiz-III dersini alan öğrencilerin, bu derse ait temel tanımları ve serilerle ilgili problemlerin çözümünde yakınsaklık kriterlerini kavramsal olarak kullanabilme becerilerini araştırmak amacıyla yapılmıştır. Bu doğrultuda araştırmanın problemi “İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının dizi ve serilerle ilgili tanımları ve yakınsaklık kriterlerini problem çözme sürecinde kullanma becerileri nasıldır?” şeklindedir.

## YÖNTEM

### Araştırmanın Modeli

Çalışmanın yöntemi, derinlemesine bilgi toplamaya olanak sağlayan özel durum çalışmasıdır. Özel durum çalışması, bir olayın veya bir durumun detaylı bir şekilde incelendiği, verilerin sistematik bir şekilde toplanıp analiz edildiği bir bilimsel araştırma yöntemidir. Özel durum çalışmasında ulaşılan sonuçlar, araştırmacıların hangi konulara odaklanması gerektiği konusunda fikirlerinin netleşmesini sağlar (Davey,1991).

## Çalışma Grubu

Araştırma 2018-2019 öğretim yılının güz döneminde Kırıkkale Üniversitesi Eğitim Fakültesinde öğrenim gören ve Analiz-III dersini alan üçüncü sınıftaki 32 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Etik kurallarına uygun olması bakımından bu 32 öğrenciye kod numaraları verilerek Ö1, Ö2, Ö3, ... , Ö32 şeklinde kodlanmıştır.

## Veri Toplama

Araştırmada veri toplama araçları olarak diziler ve serilerle ilgili YÖK'ün 2007 yılında yayınladığı ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programı ders içerikleri kazanımlarına uygun olarak hazırlanmış açık uçlu test maddeleri ile yarı yapılandırılmış mülakat soruları kullanılmıştır. Bu testte geometrik dizi, yakınsak dizi, monoton dizi kavramlarının tanımı ve serilerde yakınsaklık şartları ile ilgili bilgi sunulması istenmiştir. Daha sonra bu kavramlarla ilgili sorulara cevap verilmesi istenmiştir. Öğrencilerin tanımlara yönelik açık uçlu test maddelerine verdiği cevaplar Doğru tanım(2), Kısmen doğru tanım(1), Yanlış tanım/Boş(0) olarak kodlanıp puanlanarak değerlendirilmiştir. Daha sonra bu tanımlarla ilgili sorular ise Doğru(2), Kısmen doğru(1) ve yanlış/Boş(0) olarak kodlanıp puanlanarak değerlendirilmiş, serilerin yakınsaklık kriterlerini inceleyen bir soru da kendi içinde dört kritere bağlı olarak incelenmiştir. Bu kriterlerin kodlaması ve puanlanıp değerlendirilmesi diğer kodlamalara benzer şekilde yapılmıştır.

Katılımcılardan elde edilen veriler betimsel analize tabi tutularak ayrıştırılmış ve yorumlanmıştır. Ayrıca yapılan hataların gerçek anlamda hata olup olmadığını anlamak amacıyla en çok hata yapan 5 öğrenci ile yarı yapılandırılmış mülakat yapılmıştır. Gerçekleştirilen mülakatta ilk önce her öğrenciye belirli sayıda aynı soru sorulması hedeflenmiş ancak mülakata tabi tutulan 5 öğrencinin açık uçlu test maddelerinde genel olarak birbirinden bağımsız hatalar yapmalarından dolayı her öğrenciye, verdiği yanıtlar dikkate alınarak önceden hazırlanmış olan farklı sorular yöneltilmiştir. Amaçlı olarak yöneltilmiş olan sorular iki uzman tarafından kontrol edildikten sonra uygulanmıştır.

Mülakat soruları;

- Öğrencilerin tanım/kavram ile ilgili olan problemler arasında ilişki kurmada nasıl düşündüklerini ortaya koymak,
- Tanımlar ve kavramları içselleştirip-içselleştiremediklerini anlamak,
- Gerek tanım ve kavramları gerekse problemleri çözme esnasında ezber veya taklit yoluna gidip gitmediklerini ortaya çıkarmak,
- Öğrencilerin dizi ve serilerde benzer bazı kavramları birbiri yerine kullanıp kullanmadığını anlamak,
- Hata yaptıkları sorularda çözüme ulaşmaya çalışırken nasıl düşündüklerini anlamak,

amacıyla sorulmuştur.

## Veri Analizi

Bu çalışmanın veri analizi iki aşamada gerçekleştirilmiştir. Birinci aşamada katılımcıların yanıtlamış olduğu açık uçlu test maddelerinden elde edilen veriler betimsel analize tabi tutularak ayrıştırılmış veriler tablolastırılarak yorumlanmıştır. Veri analizinin ikinci aşamasında ise en çok hata yapan 5 öğrenciyle gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış mülakattan elde edilen veriler içerik analizi tekniği kullanılarak analiz edilmiş ve veriler kategorilere ayrılarak yorumlanmıştır. Çünkü içerik analizi bireye ait davranış ve özellikleri dolaylı yollarla anlamaya olanak sağlayan bir yöntemdir. Bunun yanı sıra içerik analizi, araştırmada örneklemden elde edilen metinlerin, anlamayı kolaylaştıracak şekilde kodlara ayrılarak özetlendiği kullanışlı bir araştırma tekniğidir. Bu teknikle belirlenen kodlar ile bireylerin davranışları arasında ilişki kurulum ve yapılan analizler sonucunda araştırmaya ait çıkarımlar okuyucuya sunulur (Büyüköztürk, Çakmak, Demirel, Karadeniz, & Akgün, 2018).

## BULGULAR

Bu bölümde araştırmaya katılan ilköğretim matematik eğitimi anabilim dalı öğrencilerinin açık uçlu sorulara verdikleri cevaplar ile en çok hata yapanlarla gerçekleştirilmiş olan yarı yapılandırılmış mülakatla ilgili bulgular ve yorumlar sunulmuştur.

Öğretmen adaylarının kavramlar ve problemler ile ilgili yaptığı hatalar;

- Tanımı/Kavramı anlamlandırılmama
- Problem çözümüne sezgisel yaklaşma
- Problem çözümü için ezber/taklit yoluna gitme
- Benzer iki kavramı birbirine karıştırma
- İşlem hatası yapma

olmak üzere beş kategoriye ayrılmıştır. Kriterlerle ilgili problemin mülakatından elde edilen veriler ise bu kategorilerden ayrı olarak yorumlanmıştır. Öğrencilere yöneltilen sorulara verilen cevaplar bu kategorilerden uygun olanlara dahil edilerek yorumlanmış ve okuyucuya sunulmuştur.

### Açık Uçlu Sorulardan Elde Edilen Bulgular

Araştırma sürecinde öğrencilerin açık uçlu sorulara verdiği cevaplar incelenerek Tablo 1, Tablo 2, ve Tablo 3 teki bulgular elde edilmiştir

**Tablo 1. Kavramların tanımlanmasına yönelik soruların açık uçlu sorulara öğrencilerin verdiği cevapların analizi**

Öğrencilerin yanıtları	T1		T2		T3		T4		Toplam
	Geometrik diziyi tanımlayınız		Yakınsak diziyi tanımlayınız		Monoton diziyi tanımlayınız		Bir serinin yakınsaklık şartlarını yazınız		
	f	%	f	%	f	%	f	%	
Doğru tanım	30	93,75	17	53,125	21	65,625	11	34,375	69
Kısmen doğru tanım	0	0	5	15,625	5	15,625	13	40,625	23
Yanlış tanı/Boş	2	6,25	10	31,25	6	18,75	8	25	26
Toplam	32		32		32		32		

**Tablo 2. Kavramlarla ilgili işlemsel sorulara öğrencilerin verdiği cevapların analizi**

Öğrencilerin yanıtları	P1		P2		P3		P4		Toplam
	f	%	f	%	f	%	f	%	
Doğru	11	34,375	0	0	21	65,625	12	37,375	44
Kısmen doğru	1	6,25	7	21,875	4	12,5	10	31,25	22
Yanlış/Boş	20	59,375	25	78,125	7	21,875	10	31,25	62
Toplam	32		32		32		32		

Tablo 1 ve Tablo 2 incelendiğinde temel kavramlara ait tanımlardan biri olan yakınsak dizi tanımını doğru olarak yanıtlayan öğrenci sayısının, kısmen doğru yanıtlayan ve yanlış yapan veya boş bırakan öğrenci sayısından fazla olduğu ancak yakınsak dizi kavramıyla ilgili olan işlemsel probleme öğrencilerden hiçbirinin doğru yanıt veremediği tespit edilmiştir. Bu öğrencilerin büyük çoğunluğunun tanımla ilgili işlemsel problemi ise yanlış/boş olarak yanıtladığı tespit edilmiştir. Benzer olarak geometrik dizi ve monoton dizi tanımlarını doğru olarak yanıtlayan öğrenci sayısının kısmen doğru yanıtlayan ve yanlış yapan veya boş bırakan öğrenci sayısından fazla olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca geometrik dizi tanımını öğrencilerin büyük çoğunluğu doğru olarak yanıtlarken, tanımla ilgili işlemsel soruyu öğrencilerin büyük çoğunluğu yanlış yapmış veya boş bırakmıştır. Bir serinin yakınsaklık şartlarıyla ilgili temel kavramsal bilgilerin istendiği soruda öğrencilerin birbirine yakın sayıda doğru, kısmen doğru ve yanlış veya boş olarak yanıt verdiği görülmüştür. Daha genelde ise öğrencilerin tüm kavramların tanımları için daha çok doğru yanıt verdiği ancak tanımlarla ilgili işlemsel sorular için daha çok yanlış veya boş yanıt verdiği görülmüştür. Bu durum ise öğrencilerin tanımlar ve tanımlarla ilgili işlemsel sorular arasında ilişki kurma konusunda güçlük çektiği sonucunu ortaya çıkarmaktadır.

Öğrencilerin, bahsi geçen açık uçlu sorulara vermiş oldukları cevaplar ayrıntılı bir şekilde incelenmiş ve soruları doğru, kısmen doğru ve yanlış olarak yanıtlayan bazı öğrencilerin cevapları ise aşağıda sunulmuştur.

Geometrik Dizi:  $a_1, r \in \mathbb{R}$  olmak üzere  $(a_n) = a_1 \cdot r^{(n-1)}$  genel terimle tanımlanan diziye geometrik dizi denir. ( $n \in \mathbb{N}^+$ )

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1-r^n}{1-r}$$

$$a_n = \{ a_1, a_1 \cdot r, a_1 \cdot r^2, a_1 \cdot r^3, \dots, a_1 \cdot r^{n-1} \}$$

$$S_n = (a_1 + a_1 \cdot r + a_1 \cdot r^2 + \dots + a_1 \cdot r^{n-1})$$

$$S_n = a_1 (1 + r + r^2 + \dots + r^{n-1})$$

$$r \cdot S_n = a_1 (r + r^2 + r^3 + \dots + r^n)$$

$$S_n - r \cdot S_n = a_1 (1 - r^n)$$

$$S_n (1 - r) = a_1 (1 - r^n) \Rightarrow S_n = a_1 \cdot \frac{1 - r^n}{1 - r} //$$

**Şekil 1. Ö11'in P1 için verdiği yanıt**



Öğrencilerin çoğunluğunun geometrik dizi ile ilgili tanımı açıklamakta sorun yaşamadığı ancak bu kavram ile ilgili problemi işlemsel olarak çözmekte zorlandığı tespit edilmiştir. Ancak Şekil 1 incelendiğinde Ö11'in geometrik dizi tanımını ve tanımla ilgili soruyu doğru yanıtladığı ve geometrik dizi tanımıyla ilgili problemi işlemsel olarak çözmekte başarılı bir performans sergilediği görülmektedir.

Geometrik Dizi  $a \in \mathbb{R}$  için  $a_n = a \cdot r^{n-1}$  şeklinde tanımlanan dizilere denir.

$$S_n = 1, r, r^2, \dots, r^n$$

$$r \cdot S_n = r, r^2, r^3, \dots, r^n$$


---


$$S_n - r \cdot S_n = (1 - r^n)$$

$$S_n(1-r) = (1-r^n)$$

$$S_n = \frac{1-r^n}{1-r}$$

Şekil 2. Ö7'nin P1 için verdiği yanıt

Şekil 2 incelendiğinde Ö7'nin, geometrik dizi kavramına ait tanımı doğru olarak yanıtlamış olduğu ancak bu kavramla ilgili problemi işlemsel olarak kısmen doğru yanıtlamış olduğu tespit edilmiştir. Yine problemin çözüm yolu incelendiğinde öğrencinin dizilerin kısmi toplamlarını hatalı yazdığı ancak doğru çözüme ulaştığı görülmektedir.

Yakınsak dizi: bir dizinin alt limiti ve üst limiti varsa limit değeri alt ve üst limit değerlerine eşitse limit değeri "R" sayılarının elemanıysa bu şartlar sağlanıyorsa yakınsak dizidir,

$$a_n = \frac{2^n}{(n+1)!} \Rightarrow \lim(a_n) = \infty = \overline{\lim(a_n)}$$

$\infty \notin \mathbb{R}$  old. iraksaktır,

Şekil 3. Ö4'nin P2 için verdiği yanıt

Şekil 3'te görüldüğü üzere Ö4 yakınsak dizi kavramıyla ilgili soruyu herhangi bir matematiksel tanım kullanmadan ve tahmine dayalı olarak düşünüp yanlış cevaplamıştır. Yine öğrencinin yakınsak dizi kavramıyla ilgili işlem sürecinde de herhangi bir çözüm yapamadığı ve dolayısıyla soruyu yanlış yanıtladığı görülmektedir.

Bir serinin kümü toplamlar serisinin limiti sıfır ise, yani kısmi toplamlar serisi yakınsak ise bu sonsuz seride yakınsaktır.

\*  $a_n$  ve  $b_n$  pozitif terimli iki seri olsun  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  serisi yakınsak ve  $b_n > a_n$  ise  $b_n$  serisinde iraksaktır.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  serisi iraksak  $a_n \leq b_n$  ise  $b_n$  serisinde iraksaktır.

\* Bir serinin genel teriminin limiti sıfırdan farklı ise o seri iraksaktır. Ancak genel teriminin limiti sıfır ise o seri yakınsaktır diyemeyiz. Yakınsak olabilir. Bir seri monoton ve sınırlı ise yakınsaktır.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$  serisinin kümü toplamlar serisine bakalım,  $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$

$$S_n = \sum_{n=1}^n \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n}$$

$$S_{2k} \geq 1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2k} + \frac{1}{2k} + \frac{1}{2k} + \frac{1}{2k}\right)$$

$$1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)$$

$\lim_{k \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{2}\right) = \infty$  iraksaktır.

$\frac{1}{n}$  harmonik bir seridir. Harmonik seriler iraksaktır.

Şekil 4. Ö17'nin P4 için verdiği yanıt

Şekil 4 incelendiğinde Ö17'nin bir serinin yakınsak olması için gerekli olan şartları doğru ifade ettiği ve serinin karakterini doğru bularak, problemi işlemsel olarak çözmekte başarılı bir performans sergilediği görülmektedir.

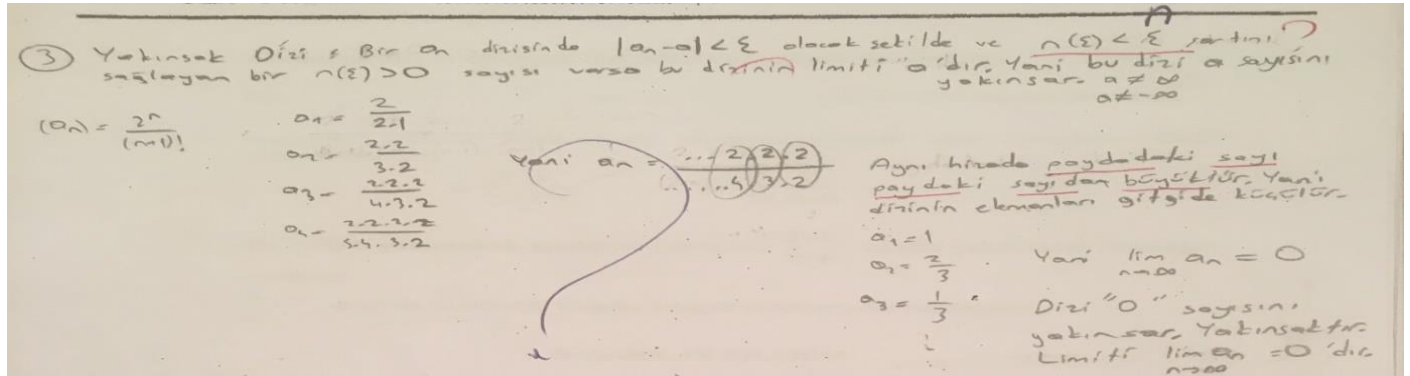
Tablo 3. Serilerde yakınsaklık kriteri ile ilgili açık uçlu soruya öğrencilerin verdiği cevaplar

Problem 5	Öğrencilerin Verdiği Cevaplar	f	%
	Belirtmiş	21	65,625
P5.1			
Öğrenci verilen serinin karakterini incelemek için bir yakınsaklık kriteri belirtmiş mi?	Kismen belirtmiş	6	18,75
	Yanlış kriter belirtmiş/ Boş	5	15,625
P5.2			
Öğrenci belirlediği kriteri tanımlamış mı? Bu kriterle ilgili bilgi sunmuş mu?	Sunmuş	2	6,25
	Kismen sunmuş	2	6,25
	Yanlış belirtmiş / Boş	28	87,5
P5.3			
Öğrenci belirlediği kriteri çözüm için doğru uygulamış mı?	Doğru uygulamış	20	62,5
	Kismen doğru uygulamış	9	28,125
	Yanlış uygulamış / Boş	3	9,375
P5.4			
Öğrenci verilen serinin karakterini doğru bulmuş mu?	Doğru bulmuş	24	75
	Kismen doğru Bulmuş	4	12,5
	Yanlış bulmuş / Boş	4	12,5

Tablo 3 incelendiğinde öğrencilerin yakınsaklık kriterleri hakkında bilgi sunma ve bu kriterleri kullanma becerilerinin ne düzeyde olduğunun ölçüldüğü soruda öğrencilerin büyük çoğunluğunun kriterlerle ilgili bilgi sunmadığı ancak bu öğrencilerin büyük çoğunluğunun ilgili işlemsel problemleri doğru olarak yanıtladığı tespit edilmiştir. Yakınsaklık kriterleri ile ilgili bu durum ise öğrencilerin temel kavramsal bilgileri açıklamakta yetersiz olduklarını ve soruya daha çok işlemsel problemi çözme odaklı yaklaşıtlarını ortaya çıkarmaktadır.

### Yarı Yapılandırılmış Mülakat Sorularından Elde Edilen Bulgular

Ö3'ün mülakatta verdiği yanıtlar incelendiğinde hatalarının; geometrik dizi, yakınsak dizi ve serilerde yakınsaklık kavramlarını anlamlandırmada güçlük çekmesinden kaynaklandığı tespit edilmiştir. Öğrenciye bu kavramları anlamlandırmada neden güçlük yaşadığı sorulduğunda tanımları/kavramları anlamlandıramadığını ve tanımları/kavramları özümsemek yerine ezberlediğini ifade etmiştir.



Şekil 5. Ö3'ün P2 için verdiği yanıt

Ayrıca Şekil 5'de görüldüğü gibi Ö3'ün yakınsak diziyle ilgili olan problemi belirli bir kural kullanarak çözmek yerine dizinin terimlerini tek tek yazarak tahmin etmeye dayalı sezgisel bir yol izlediği tespit edilmiştir. Bunun nedenin ne olduğuna yönelik sorular yöneltildiğinde öğrenci, dizilerde yakınsaklıkla yakından ilgili olan monotonluk kavramını tam olarak anlamlandıramadığını ve yine yakınsaklık kavramıyla ilişkilendiremediğini ifade etmiştir.

Arithmetik Dizi:  $(a_n) = a + r(n-1)$  şeklinde genel terimi olan dizilerdir.  
 Geometrik Dizi:  $(a_n) = a \cdot r(n-1)$  şeklinde genel terimi olan dizilerdir.

$S_n = a_1 \frac{1-r^n}{1-r}$   $n=1$  için  $S_1 = a_1 \frac{1-r}{1-r} = a_1$   $a_1 = a \cdot r^0$   
 $n=2$  için  $S_2 = a_1 \frac{1-r^2}{1-r} = a_1(1+r)$   $a_2 = a \cdot r$   
 $n=k$  için  $S_k = a_1 \frac{1-r^k}{1-r}$  doğru ise  $a_k = a \cdot r^3$   
 $n=k+1$  için  $S_{k+1} = a_1 \frac{1-r^{k+1}}{1-r}$  olur  $a_{k+1} = a \cdot r(n-1)r$

$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$

Şekil 6. Ö3'ün P1 için verdiği yanıt

Şekil 6'da görüldüğü gibi Ö3, geometrik diziyle ilgili sorunun çözümüne, derste öğrendiği bilgilerden hareketle ezber/taklit yoluyla ulaşmaya çalışmasından dolayı hata yaptığını ifade etmiştir.

Ö4'ün mülakatta verdiği yanıtlar incelendiğinde, yakınsak dizi kavramını anlamlandıramadığı ve bu yüzden hata yaptığını tespit edilmiştir.

Gev. dizi ise  $|r| < 1$  old. yakınsaktır.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \Rightarrow S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{n}$

$n = 2^k$

$S_{2^k} \geq \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^k}$

$(1 + \frac{k}{2})$   $\lim_{n \rightarrow \infty} S_{2^k}$

$\sum \frac{1}{n}$  serisi harmonik seri olup ıraksaktır.

Şekil 7. Ö4'ün P4 için verdiği yanıt

Şekil 7 incelendiğinde serilerde yakınsaklık kavramıyla ilgili olan soruda ise öğrencinin, sorunun çözümüne ezber/taklit yoluyla ulaşmaya çalışmasından dolayı hata yaptığını tespit edilmiştir. Ayrıca yapılan mülakat sonrasında Ö4'ün geometrik dizi ve geometrik seri kavramlarını tam olarak bilmediği ve ilgili sorularda bu iki kavramı birbirine karıştırdığı tespit edilmiştir.

Ö5'in mülakatta verdiği yanıtlar incelendiğinde, yakınsak dizi ve serilerde yakınsaklık kavramını anlamlandıramadığı ve bu sebeple hata yaptığını görülmüştür. Ö5'in dizilerle ilgili cevapladığı açık uçlu soruda matematik diliyle tanımlamış olduğu yakınsaklık kavramını tekrar tanımlaması istediğinde kavramla ilgili matematiksel tanımı yapamadığı görülmüştür. Öğrenciye bu durumun sebebi sorulduğunda tanımı ezberlemeye çalıştığını dile getirmiştir.

3. SORU: AER için  $(a_n)$  limiti da bir diziye  $(a_n)$  dizisi  $a$  sayısına yakınsıyor dendir.

$(a_n) = \frac{2^n}{(n+1)!}$

$a_1 = \frac{2}{2}$   $a_2 = \frac{4}{6}$   $a_3 = \frac{8}{24}$   $a_4 = \frac{16}{120}$

$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n) = 0$  dir. yakınsaktır.

Şekil 8. Ö5'in P2 için verdiği yanıt

Şekil 8 incelendiğinde yine tıpkı Ö3 gibi Ö5'inde yakınsak dizi ile ilgili problemin çözümüne sezgisel yaklaşarak hata yaptığını tespit edilmiştir. Ayrıca yapılan mülakatta öğrencinin dizilerde yakınsaklıkla yakından ilişkili olan monotonluk ve sınırlılık kavramları arasında ilişki kuramadığı saptanmıştır.



Bir serinin yakınsaklık belirtmesi için  $S_n$ 'in Cauchy dizi olması gerekir.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n}$$

$$= \left| \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{m}\right) \right|$$

$$= \left| \frac{1}{m+1} + \frac{1}{m+2} + \frac{1}{m+3} + \dots + \frac{1}{n} \right|$$

$|a_n - a_m| < \epsilon, \forall \epsilon > 0$  ve  $0 < m < n$  için

$m < n$  old. için günde vermiş olan terimler kaptır.

$\forall \epsilon \in \mathbb{R}^+$  için  $n(\epsilon) > \frac{1}{\epsilon}$  şartı sağlanmasın.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$  serisi yakınsaktır.

neden?

Şekil 9. Ö5'in P4 için verdiği yanıt

Ayrıca Şekil 9 incelendiğinde, Ö5'in geometrik dizi ve serilerde yakınsaklık kavramıyla ilgili olan problemlerin çözümünde, derste öğrendiği bilgilerden hareketle ezber/taklit yoluna gitmesinden dolayı hata yaptığı tespit edilmiştir.

Ö11'in mülakatta verdiği yanıtlar incelendiğinde, yakınsak dizi ve monoton dizi kavramlarını anlamlandıramadığı ve bu yüzden hata yaptığı tespit edilmiştir. Ayrıca Ö11'in yakınsak dizi kavramlarıyla ilgili soruda da hata yaptığı görülmüştür. Ö11'in mülakatta verdiği yanıtlar incelendiğinde, yakınsak dizi ve monoton dizi kavramlarını anlamlandıramadığı ve bu yüzden hata yaptığı tespit edilmiştir.

3. soru:  $(a_n) = \frac{2^n}{(n!)}$  dizisinin

$$a_1 = \frac{2}{2} = 1$$

$$a_2 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$a_3 = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

dizinin onda bir dizidir. Var limiti  $\lim(a_n) = 0$ 'dir.

neden?

Yakınsak dizi: limiti da ve limiti  $-\infty$  veya  $+\infty$  la eşit olmayan dizilerdir.

Şekil 10. Ö11'in P2 için verdiği yanıt

Ayrıca Şekil 10 incelendiğinde Ö11'in yakınsak dizi kavramlarıyla ilgili soruda da hata yapmış ve bu hatanın tıpkı Ö3 ve Ö5 gibi problemi herhangi bir özellik ve kural kullanarak çözmek yerine problemin çözümüne, dizinin terimlerini tek tek bularak sezgisel yaklaşmasından dolayı hata yaptığı görülmüştür. Bunun sebebinin ise öğrencinin dizilerde monotonluk ve yakınsaklık kavramları arasında ilişki kuramamasından kaynaklandığı tespit edilmiştir.

b) Dizinin terimleri ;

$$2, \frac{3}{4}, \frac{4}{9}, \frac{5}{16}, \frac{6}{25}, \dots$$

Dizinin terimleri giderek küçülüyor yani

$$a_{n+1} < a_n$$

$$= a_2 < a_1 \text{ gibi olduğunda dizi monoton azaladır.}$$

Şekil 11. Ö11'in P3 için verdiği yanıt

Şekil 11'de verildiği gibi Ö11'in monoton dizi kavramıyla ilgili olan problemin çözümüne de sezgisel olarak ulaşmaya çalıştığı görülmüştür. Yine Ö11'in serilerde yakınsaklık kavramıyla ilgili olan soruda işlem hatası yapmasından dolayı hata yaptığı tespit edilmiştir.

Ö18'in mülakatta verdiği yanıtlar incelendiğinde, yakınsak dizi ve monoton dizi kavramlarını anlamlandıramadığı ve bu yüzden hata yaptığı tespit edilmiştir. Ayrıca Ö18 buna sebep olarak tanımlara tam olarak hakim olmadığını ve tanımların karmaşık geldiğini ifade etmiştir.

$$b) \left( \frac{n+1}{n^2} \right)' = \frac{1 \cdot (n^2) - (n+1) \cdot (2n)}{(n^2)^2} = \frac{n^2 - 2n^2 - 2n}{n^4} = \frac{-n^2 - 2n}{n^4} < 0$$

neden furev alındı?

monoton azalardır.

### Şekil 12. Ö18'in P3 için verdiği yanıt

Şekil 12'de verildiği gibi yapılan mülakat sonucunda, Ö18'in monoton dizinin tanımından hareketle çözüme ulaşılması istenen soruda ise çözüme ezber/taklit yoluyla ulaşmaya çalıştığı için hata yaptığı tespit edilmiştir. Serilerde yakınsaklık kavramıyla ilgili soruda ise işlem hatası yapmasından dolayı hata yaptığı tespit edilmiştir.

Ayrıca tanımları doğru ancak tanımlarla ilgili problemleri yanlış yapan öğrencilere bu durumun sebebinin ne olduğu sorulmuştur. Öğrenciler ise derste defalarca tanımların ve kavramların ezberlenmemesi gerektiği konusunda uyarılmalarına rağmen bu duruma sebep olarak, tanımların ezber olduğunu ve bu yüzden tanımları sorularla ilişkilendiremediklerini söylemişlerdir.

Öğrencilerden serilerde yakınsaklık kriterleri ile ilgili sorunun çözümünde kullandıkları kriterlerle ilgili bilgi sunmaları istendiğinde kriterleri kavramsal olarak açıklayamadıkları görülmüştür. Bunun sebebi olarak kavramları anlamlandırmada problem yaşadıklarını dile getirmişlerdir. Ö11'in kriterlerle ilgili bir problemin çözümünde ezber/ taklit yolunu kullanmasından dolayı hata yaptığı görülmüştür. Ö3, kriterlerden birisini doğru uygulayamamasına rağmen soruyu doğru çözdüğünü, çözümde herhangi bir problem olmadığını iddia etmiştir. Soruları doğru veya kısmen doğru çözen; Ö4, Ö5, ve Ö18'e kriterler hakkında neden bilgi veremedikleri sorulduğunda öğrenciler, kavramlarla ilgili bilgidен ziyade sorunun alıştırma/uygulama kısmına odaklandıklarını ve kriterlerle ilgili bilgileri formülize ettiklerini dile getirmişlerdir.

Mülakatta verilen cevaplar göz önüne alındığında öğrencilerin, tanımlar ve kavramların ifade edilmesinde matematik dilini kullanamamalarından dolayı ya da bu kavramları anlamlandırma konusunda güçlük yaşamalarından dolayı kavramları ezberleme yoluna gittikleri görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin birbiriyle yakından alakalı olan kavramlar arasında ilişki kurmada problem yaşadıkları tespit edilmiştir.

### TARTIŞMA VE SONUÇ

Öğretmen adaylarının matematikle ilgili kavramlar ve kavramlarla alakalı işlemler arasında ilişki kurabilmeleri alan bilgilerine hakim olmaları bakımından önem arz etmektedir. Ayrıca öğretmen adaylarının alan bilgisine hakim olmaları, edindikleri bilgileri öğrencilere aktarabilmeleri bakımından da önemlidir (Ünveren Bilgiç ve Çaylan, 2018). Bu durumdan hareketle yapılan araştırmada, öğrencilerin geometrik dizi, yakınsak dizi, monoton dizi ve serilerde yakınsaklık kriterlerine ait tanımlar, kavramlar ve bu kavram/tanımlarla alakalı işlemler arasında ilişki kurabilme durumları incelenmiş ve araştırmadan elde edilen verilere göre öğrencilerin Analiz-III dersine ait tanımlar/kavramlar ve tanımlarla/kavramlarla ilgili işlemleri ilişkilendirmede yetersiz oldukları tespit edilmiştir.

Öğrenciler geometrik dizi ve yakınsak dizi tanımları ile ilgili açık uçlu sorulara çoğunlukla doğru yanıt verse de tanımları problemle ilişkilendirme konusunda çoğunluğunun sıkıntı yaşadığı tespit edilmiştir. Yapılan mülakatlar sonucunda öğrencilerin geometrik dizi ve yakınsak dizi tanımlarını anlamlandıramadığı, tanımları matematikten bağımsız sözel bilgiler olarak değerlendirdikleri tespit edilmiştir. Mülakatlardan elde edilen verilere göre öğrencilerin yakınsak diziye ait matematiksel tanımları anlamlandıramadığı (Doruk ve Kaplan, 2018) ve tanımları ezberleme yoluna gittikleri görülmüştür. Dikkat çeken bir başka sonuç ise, öğrencilerin çoğunluğunun, monoton dizi ile ilgili açık uçlu soruya, tanımlama ve tanımla ilgili işlemsel soruyu cevaplama bağlamında doğru yanıt verirken, yakınsak dizi ile ilgili açık uçlu soruya işlemsel olarak doğru cevap verememiş olmalarıdır. Bu noktada yapılan mülakatlarda, öğrencilerin dizilerde yakınsaklıkla yakından alakalı olan monotonluk ve sınırlılık kavramları arasında ilişki kuramadıkları tespit edilmiştir. Bu doğrultuda öğrencilerin monotonluk ve sınırlılık kavramına ait öğrenme güçlüğüne sahip oldukları tespit edilmiştir (Çiltaş, 2011). Ayrıca öğrenciler, serilerde yakınsaklık kriterlerine ait bilgileri sunmakta zorlandıklarını ve kavramları anlamlandıramadıklarını dile getirmişlerdir. Ulaşılan bu sonuca göre öğrencilerin matematik dilini kullanmada ve anlamada problem yaşadıkları görülmüştür (Dereli, 2015).

Öğrencilerin mülakatta verdiği yanıtlara bakıldığında yakınsak ve monoton dizi ile ilgili işlemsel soruların çözümüne bir yöntem kullanarak ulaşmak yerine sezgisel yolla ulaşmaya çalıştıkları görülmüştür. Bu duruma ise monotonluk ve sınırlılık kavramları konusunda eksik bilgiye sahip olmalarının sebep olduğu tespit edilmiştir.

Ayrıca öğrencilerin geometrik dizi, monoton dizi ve yakınsaklık kriterlerine ait bilgileri kullanması gereken işlemsel sorularda, ders kitaplarındaki ve sınıf içi tuttukları ders notlarındaki bilgilerden hareketle ezber-taklit yoluna giderek problemi çözmeye çalıştıkları saptanmıştır.

Mülakata katılan başka bir öğrencinin verdiği yanıtlar incelendiğinde, öğrencinin geometrik dizi ve geometrik seri arasındaki ayrımı bilmediği ve bu iki kavramı birbirine karıştırdığı tespit edilmiştir.

## ÖNERİLER

Araştırmadan elde edilen sonuçlara göre öğrencilerin Analiz-III dersine ait tanımlarda ve kavramlarda öğrenme güçlüğü yaşadığı saptanmıştır. Bilindiği üzere kavram bilgisi çok geniş bir alana sahiptir ve farklı temel kavramların bir araya gelmesiyle oluşur. Dolayısıyla kavramların güçlü bir bilgi birikimi oluşturması için ilgili kavramlar arasında bağlantı kurulması gerekir (Baki ve Kartal, 2004). Bu noktada ilköğretim matematik öğretmenliği programlarında diziler ve seriler konusu anlatılırken tanımlar ve kavramlar arasındaki ilişkilerin vurgulanması gerekir. Ayrıca matematiksel kavramların ve tanımların matematikten bağımsız düşünülmemesi gerektiği bilincinin de öğrencilere aşılması gerekir.

## KAYNAKÇA

- Akgün, L. & Duru, A. (2007). Misunderstanding and difficulties in learning sequence and series: A case study. *Journal of The Korea Society of Mathematical Education Series D: Research in Mathematical Education*, 11(2), 75–85.
- Alcock, L., & Simpson, A. (2004). Convergence of sequences and series: Interactions between visual reasoning and the learner's beliefs about their own role. *Educational Studies in Mathematics*, 57, 1-32. Doi: 10.1023/B:EDUC.0000047051.07646.92
- Altun, M. (2014). *Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi*. (10. Baskı). Bursa: Aktüel Yayınları.
- Baki, A. ve Kartal, T., (2004). Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Bağlamında Lise Öğrencilerinin Cebir Bilgilerinin Karakterizasyonu, *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 2(1), 27-46.
- Baştürk S., ve Zeybek N. (2007). 11. sınıf öğrencileri seviyesinde dizi kavramının öğretiminin öğretmenler bağlamında incelenmesi. *Sakarya Üniversitesi Fen Edebiyat Dergisi*, 9, Ek sayı, 284- 297.
- Dereli, A. (2015). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının diziler ve seriler konusundaki hata ve kavram yanlışlarının tespit edilmesi*. İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Malatya.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2018). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. (24. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Çiltaş A. (2011). *Dizi ve seriler konusunun matematiksel modelleme yoluyla öğretiminin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının öğrenme ve modelleme becerileri üzerine etkisi*. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Çiltaş, A. ve Işık, A. (2012). İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Dizi ve Serilerle İlgili Zihinsel Modellerinin Belirlenmesi, *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(2), 167-182.
- Davey, L. (2009). The Application of Case Study Evaluations. *Elementary Education Online*, 8(2), ç:1-3 (Çeviri; Tuba Gökçek).
- Doruk, M. ve Kaplan, A. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının dizilerin yakınsaklığı kavramı üzerine ispat değerlendirme becerileri. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 2(1), 231-2.
- Doruk, M. ve Kaplan, A. (2018). Matematik Öğretmeni Adaylarının Analizin Temel Tanımlarını Anlayışları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(3), 117-140. Doi: 10.17679/inuefd.298371
- Mamona-Downs, J. (2001). Letting the intuitive bear on the formal; a didactical approach for the understanding of the limit of a sequence. *Educational studies in mathematics*, 48 (2-3), 259-288.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2013). *T.C Milli eğitim bakanlığı talim terbiye kurulu Başkanlığı, ortaöğretim matematik (9.10.11 ve 12. sınıflar) dersi öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Ünveren Bilgiç, E.N. ve Çaylan, B. (2018a). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Zihin Alışkanlıklarının Problem Çözme Sürecinde İncelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 12(1), 63-82. Doi: 10.17522/balikesirnef.437659
- Ünveren Bilgiç, E. N. ve Çaylan, B. (2018b). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Örüntülere İlişkin Problem Tasarlama Durumları. *Sakarya University Journal of Education*, 8(3), 25-36. Doi: 10.19126/suje.377320