

## Döner Tip Rejeneratör Diferansiyel Denklemlerinin Sonlu Farklar Yöntemi ile Çözümünde En Uygun Adım Sayısının Belirlenmesi

Şaban ÜNAL<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 8000, Osmaniye

\*<https://orcid.org/0000-0002-4276-2412>

\*Sorumlu yazar: [saban.unal@osmaniye.edu.tr](mailto:saban.unal@osmaniye.edu.tr)

### Araştırma Makalesi

#### Makale Tarihiçesi:

Geliş tarihi: 27 Eylül 2020  
Kabul tarihi: 29 Aralık 2020  
Online Yayınlanma: 2 Mart 2021

#### Anahtar Kelimeler:

Döner tip rejeneratör  
Sayısal çözüm  
Sonlu farklar yöntemi  
Adım sayısı

### ÖZET

Döner tip rejeneratörler, özellikle iklimlendirme sistemleri gibi düşük sıcaklık uygulamalarında atık ısıdan enerji geri kazanımı için kullanılmaktadırlar. Rejeneratörün ısı geri kazanım oranı rejeneratör etkinliğine bağlıdır. Rejeneratör etkinliği de rejeneratördeki sıcaklık dağılımı belirlendikten sonra hesaplanabilir. Döner tip rejeneratörlerin etkinliğinin hesaplanması için geliştirilen matematiksel modellerin çözüm yollarından biri de sonlu farklar yöntemidir. Bu çalışmada, döner tip rejeneratörlerin analizi için geliştirilen ve analitik çözümü mümkün olmayan diferansiyel denklemlerin çözümünden elde edilecek sonuçların doğruluğundan emin olabilmek için, ilgili diferansiyel denklemler özel şartlar altında, sonlu farklar yöntemi ile farklı adım sayıları kullanılarak çözülmüştür. Özel şartlar altında rejeneratör diferansiyel denklemlerin analitik çözümü mümkün olmakta ve dolayısı ile sayısal ve analitik sonuçlar kıyaslanabilmektedir. Bu çalışmada farklı adım sayıları kullanılarak elde edilen sayısal sonuçlar, analitik sonuçlar ile karşılaştırılmış ve rejeneratör diferansiyel denklemlerinin çözümünde kullanılabilecek en uygun adım sayıları belirlenmeye çalışılmıştır.

## Determination of the Optimal Number of Steps for the Solution of Differential Equations of the Rotary Type Regenerators

### Research Article

#### Article History:

Received: 27 September 2020  
Accepted: 29 December 2020  
Published online: 2 March 2021

#### Keywords:

Rotary type regenerator  
Numerical solution  
Finite difference method  
Number of steps

### ABSTRACT

Rotary type regenerators are used for energy recovery from waste heat, especially in low temperature applications such as air conditioning systems. The heat recovery rate of the regenerator depends on the regenerator efficiency. Regenerator efficiency can be calculated after determining the temperature distribution in the regenerator. One of the solutions of the mathematical models developed to calculate the efficiency of rotary type regenerators is the finite difference method. In this study, in order to ensure the accuracy of the results to be obtained from the solution of differential equations, which are developed for the analysis of rotary type regenerators and not possible to solve analytically, the governing equations are solved under special conditions by using different number of steps with the finite difference method. Analytical solution of differential equations of the regenerators is possible under the special conditions, and therefore numerical and analytical results can be compared. In this study, the numerical results obtained by using different number of steps are compared with the analytical results and it is tried to determine the most suitable number of steps to be used in the solution of differential equations of regenerators.

**To Cite:** Ünal Ş. Döner Tip Rejeneratör Diferansiyel Denklemlerinin Sonlu Farklar Yöntemi ile Çözümünde En Uygun Adım Sayısının Belirlenmesi. Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi 2021; 4(1): 65-73.

## 1. Giriş

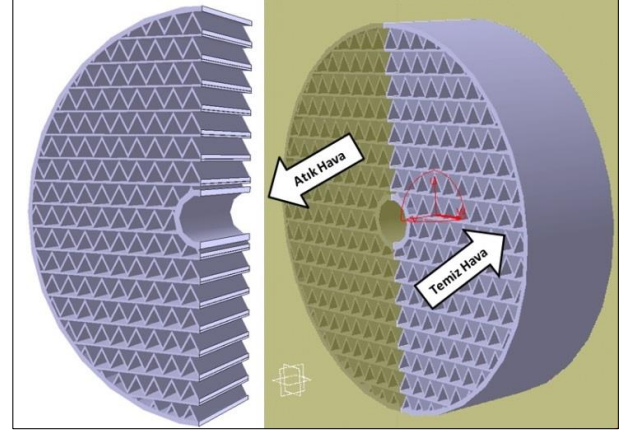
Gelişen teknoloji ile birlikte insanların konfor kavramları ve buna bağlı talepleri de değişmektedir. Günümüzde evlerde, işyerlerinde ve ulaşım araçlarında klima neredeyse vazgeçilmez bir ihtiyaç haline gelmiştir. Bu ihtiyacın karşılanmasında kullanılan enerjinin en verimli şekilde değerlendirilmesi ve tasarruf edilmesi, hem maliyetleri düşürmek hem de mevcut enerji kaynaklarının gelecek nesillere aktarılmasını sağlamak için önem taşımaktadır.

Atık ısı geri kazanım sistemlerinin kullanılması yoluyla birçok alanda enerji tasarrufu sağlanabilir. Atık ısı kaynakları, sıcaklık değerlerine göre  $650^{\circ}\text{C}$  üzerindeki yüksek sıcaklıkta ısı kaynağı,  $650^{\circ}\text{C}$ - $120^{\circ}\text{C}$  arası orta sıcaklıkta ısı kaynağı ve  $120^{\circ}\text{C}$  altındaki düşük sıcaklıkta ısı kaynağı şeklinde sınıflandırılabilir [1]. Bu çalışmada otel, hastane, alış-veriş merkezleri gibi büyük iş yerlerindeki merkezi iklimlendirme sistemlerinde ortaya çıkan düşük sıcaklıktaki atık ısı kaynaklarından faydalanılarak yapılabilecek enerji tasarrufu ele alınacaktır.

Gelişmiş ülkelerde ticari binalar, tüm enerjinin yaklaşık %19'unu tüketmektedir [2]. Bu enerjinin de %30'u iklimlendirme sistemlerinde kullanılmaktadır [3]. İklimlendirme sistemlerinde iklimlendirilen ortamdan alınan kirli havanın dışarıya atılarak, yerine konfor şartlarına uygun hale getirilmiş taze havanın verilmesi gerekmektedir. Hem yaz hem de kış şartlarında, iklimlendirme sisteminde dışarıya atılan havanın sıcaklığı iç ortamın konfor şartlarına daha yakındır. Dışarıdan alınan taze havanın yazın soğutulması kışın da ısıtılması için enerji tasarrufu sağlamak amacıyla döner tip rejeneratörler kullanılabilir. Şekil 1'de döner tip rejeneratöre ait bir model görülmektedir. Döner tip rejeneratörlerde matris olarak adlandırılan kütle belirli bir devirde dönmekte ve ısı bu metal kütlede depolanmaktadır. Rejeneratör matrisi metalik malzemeden, genellikle de alüminyumdan imal edilir. Bunun dışında nem alma özelliğine sahip matris malzemeleri de kullanılmaktadır. Matrisin bir yarısından sıcak akışkan, diğer yarısından da soğuk akışkan geçmektedir. Matrisi oluşturan küçük hücre kanalları önce sıcak akışkan bölgesinde kalmakta, daha sonra soğuk akışkan bölgesine geçmektedir.

Taze havanın yazın soğutulması kışın da ısıtılması işlemi enerji tasarrufu sağlamak amacıyla döner tip rejeneratörler kullanılabilir. Şekil 1'de döner tip rejeneratöre ait bir model görülmektedir. Döner tip rejeneratörlerde matris olarak adlandırılan kütle belirli bir devirde dönmekte ve ısı bu metal kütlede depolanmaktadır. Rejeneratör matrisi metalik malzemeden, genellikle de alüminyumdan imal edilir. Bunun dışında nem alma özelliğine sahip matris malzemeleri de kullanılmaktadır. Matrisin bir yarısından sıcak akışkan, diğer yarısından da soğuk akışkan geçmektedir. Matrisi oluşturan küçük hücre kanalları önce sıcak akışkan bölgesinde kalmakta, daha sonra soğuk akışkan bölgesine geçmektedir.

Böylece matriste depolanan ısı periyodik olarak sıcak akışkandan soğuk akışkana aktarılmış olmaktadır. Döner tip rejeneratörlerde nem alma özelliğinin de bulunabilmesi ve dolayısıyla daha yüksek etkinlik değerine ulaşılabilmesi nedeniyle iklimlendirme sistemleri gibi düşük sıcaklık uygulamalarında tercih edilmektedir [4].



Şekil 1. Döner tip rejeneratör

Döner tip rejeneratörler ile ilgili, literatürde teorik ve deneysel birçok çalışma bulmak mümkündür. Teorik çalışmalar da analitik ve sayısal çalışmalar olarak gruplandırılabilir. Rejeneratör diferansiyel denklemlerinin analitik çözümünün yapılabilmesi için birçok basitleştirici kabullerin yapılması gerekmektedir. Fiziksel modelin, gerçek veya gerçeğe yakın matematiksel modeli oluşturulduğunda ise elde edilen diferansiyel denklemlerin analitik çözümü mümkün olmamaktadır. Bu tür diferansiyel denklemlerin çözümünde sayısal yöntemler kullanılmaktadır.

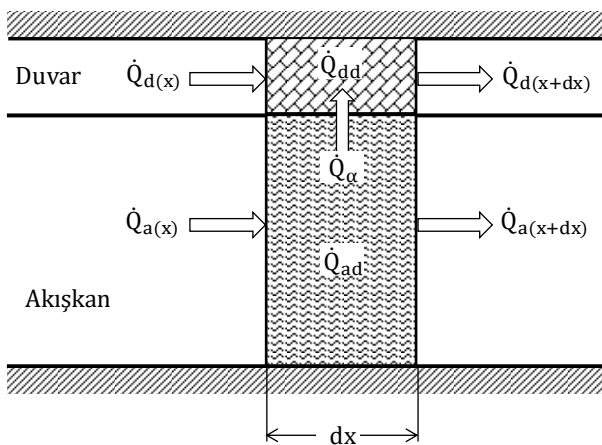
Rejeneratör diferansiyel denklemlerinin sayısal çözüm yöntemlerinden biri de sonlu farklar yöntemidir. Döner tip nem almalı rejeneratörler için basitleştirilmiş ısı ve kütle transferi diferansiyel denklemleri Holmberg [5] tarafından sonlu farklar yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Li [6] tarafından yapılan çalışmada da döner tip rejeneratörlerin etkinliği sayısal yöntemler kullanılarak hesaplanmıştır. Burada duvarın akış yönündeki ısı iletim katsayısı da dikkate alınmış ve bunun rejeneratör etkinliğini nasıl değiştirdiği araştırılmıştır. Söz konusu çalışmada akışkan ve duvarın ısı özelliklerinin sıcaklıkla değiştiği kabulü yapılarak rejeneratör diferansiyel denklemleri çözülmüştür. Döner tip rejeneratör etkinliğinin sabit basınç kaybı ile değişiminin incelendiği bir başka çalışmada, oluşturulan matematiksel model sayısal yöntemlerle çözülmüş, rejeneratörün akış alanı oranına göre

etkinliğin bir maksimum değerinin olduğu belirlenmiştir [7]. Hesaplamalı akışkanlar dinamiği yöntemi kullanılarak döner tip rejeneratör etkinliğinin hesaplanması amacıyla Kaydan ve Hajidavalloo [8] tarafından yapılan çalışmada, döner tip rejeneratör modeli Fluent ortamında çözülmüş ve rejeneratördeki akışkan ve duvar sıcaklıkları üç boyutlu model üzerinde gösterilmiş, buna bağlı olarak rejeneratör etkinliğinin çeşitli parametrelere göre değişimi incelenmiştir. Alhusseny ve Turan [9] ise döner tip rejeneratörü gözenekli bir yapı olarak ele almışlar ve üç boyutlu modelini oluşturarak hesaplamalı akışkanlar dinamiği yöntemi ile analiz etmişlerdir. Baca gazı kükürt giderme ünitesinde kullanılan bir döner tip rejeneratörün termal ve akış özelliklerini belirlemek amacıyla hesaplamalı akışkanlar dinamiği modeli ise Özdemir ve Serincan [10] tarafından yapılan çalışmada sunulmuştur.

Literatürde yer alan çalışmalarda, rejeneratör diferansiyel denklemlerinin sonlu farklarla çözümünde adım sayısının hangi mertebelerde olması gerektiği üzerinde durulmamıştır. Bu çalışmanın amacı, döner tip rejeneratörler için basitleştirici kabuller yapılmadan, fiziki modele uygun olarak elde edilen diferansiyel denklemlerin sonlu farklar yöntemi ile çözümünde adım sayısının önemini ortaya koymaktır.

## 2. Matematiksel Model

Döner tip rejeneratörlerin matematiksel modelinin oluşturulmasında kullanılan birim hacim elemanı Şekil 2’de, otel ve hastane gibi merkezi iklimlendirme sistemlerinde uygulanması durumu da şematik olarak Şekil 3’te gösterilmiştir.



Şekil 2. Döner tip rejeneratör birim hacim elemanı

Rejeneratörlerdeki ısı transferi geçici rejimde olmaktadır. Dolayısıyla rejeneratördeki ısı transferinin doğru bir şekilde hesaplanabilmesi

için buna uygun kabullerin yapılması gerekir. Bu çalışmada döner tip rejeneratör diferansiyel denklemlerinin çıkarılmasında, akışkan ve duvarda akış yönündeki iletimle ısı transferi de dikkate alınarak, aşağıdaki kabuller yapılmıştır:

- 1) Rejeneratörün dış yüzeyi tamamen yalıtılmıştır.
- 2) Rejeneratördeki akışkanın fiziksel ve ısıl özellikleri rejeneratör boyunca değişmemektedir.
- 3) Akışa dik yönde duvarın ısıl direnci ihmal edilmiştir.
- 4) Duvarın ısıl özellikleri sabittir.
- 5) Bir periyottan diğerine geçerken akışkanlar birbirine karışmamaktadır.
- 6) Soğuk ve sıcak taraftaki akışkanın ısıl kapasiteleri birbirine eşittir.
- 7) Soğuk ve sıcak tarafta akışkan ile duvar arasındaki ısı transfer katsayısı sabit ve üniformdur.
- 8) Sıcak ve soğuk periyotlarda rejeneratörden geçen akışkanın kütle debisi sabit ve matris kanalcıklarına eşit olarak dağılmaktadır.
- 9) Sıcak ve soğuk periyotlarda akışkanın rejeneratöre giriş sıcaklığı zamanla değişmemektedir.

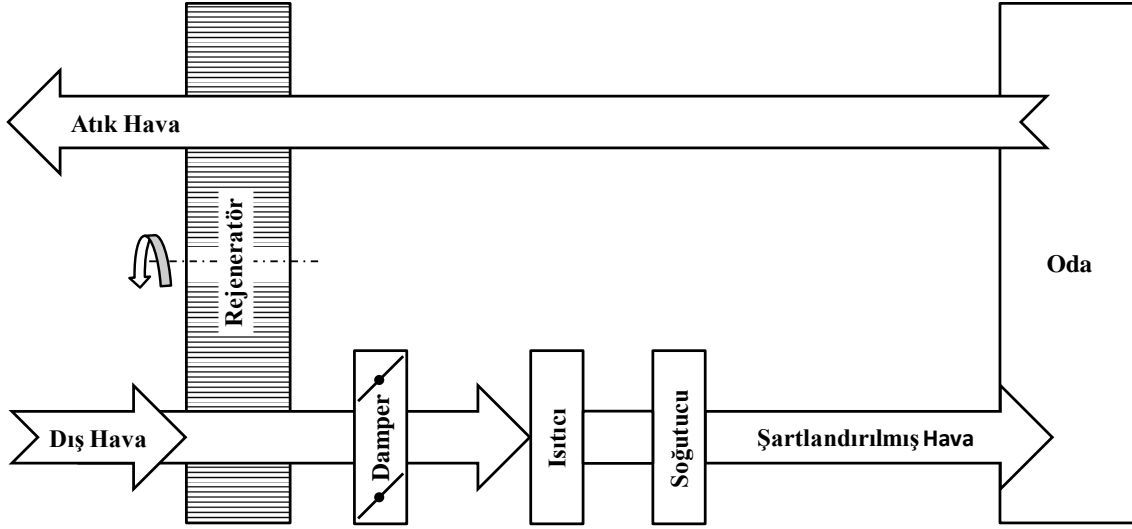
Bu kabullere göre elde edilen, rejeneratördeki akışkan ve duvar sıcaklıklarını hesaplamaya yarayan diferansiyel denklemleri analitik yöntemlerle çözmek mümkün değildir. Bu denklemlerin çözümünde sayısal yöntemlerden sonlu farklar yöntemi kullanılmıştır. Elde edilen rejeneratör diferansiyel denklemleri önce boyutsuz hale getirilmiş daha sonra da denklemler sonlu farklarla ifade edilmiştir. Benzer şekilde sınır şartları da boyutsuz halde yazılmıştır.

Şekil 2’de görülen birim hacim elemanına termodinamiğin birinci yasası ve süreklilik denklemi uygulandığında, döner tip rejeneratördeki akışkan ve duvar sıcaklıklarını hesaplamaya yarayan diferansiyel denklemler Eş.(1) ve Eş.(2)’de görüldüğü gibi olacaktır.

$$\frac{1}{R} \frac{\partial T_d^*}{\partial t^*} + \frac{\partial T_d^*}{\partial x^*} - \frac{Fo_d}{R} \frac{\partial^2 T_d^*}{\partial x^{*2}} + Ntu \cdot T_a^* = Ntu \cdot T_d^* \quad (1)$$

$$\frac{\partial T_d^*}{\partial t^*} - Fo_d \frac{\partial^2 T_d^*}{\partial x^{*2}} + \frac{Ntu}{C_r^*} T_a^* = \frac{Ntu}{C_r^*} T_d^* \quad (2)$$

Eş. (1) ve Eş.(2)’deki rejeneratör genel diferansiyel denklemlerinde  $R = \infty$ ,  $Fo_d = 0$  ve  $Fo_d = 0$  olarak alındığında, analitik çözümü mümkün olan basitleştirilmiş diferansiyel denklemler elde edilir.



Şekil 3. Döner tip rejeneratörün merkezi klima sisteminde kullanımı

$R = \infty$ ,  $Fo_a = 0$  ve  $Fo_d = 0$  şartları altı elde edilen basitleştirilmiş, analitik çözümü mümkün olan rejeneratör diferansiyel denklemlerini Eş.(3) ve Eş.(4)'te görüldüğü gibi yazmak mümkündür.

$$\frac{1}{Ntu} \frac{\partial T_a^*}{\partial x^*} = T_a^* - T_a \quad (3)$$

$$-\frac{C_r^*}{Ntu} \frac{\partial T_a^*}{\partial t^*} = T_a^* - T_a \quad (4)$$

Eş.(1) ve Eş.(2)'deki boyutsuz parametreler Eş.(5)-(13)'te görüldüğü gibi tanımlanmıştır.

$$t^* = t/t_0 \quad (5)$$

$$x^* = x/L \quad (6)$$

$$T_a^* = (T_a - T_{gmin}) / (T_{gmax} - T_{gmin}) \quad (7)$$

$$T_d^* = (T_d - T_{gmin}) / (T_{gmax} - T_{gmin}) \quad (8)$$

$$R = (\dot{m}t_0) / (\rho_a A_a L) \quad (9)$$

$$Ntu = (\alpha F) / (\dot{m} C p_a) \quad (10)$$

$$Fo_a = (a_a t_0) / L^2 \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \left( \frac{T_a^*(i,j+1) - T_a^*(i,j)}{\Delta t^*} \right) + \left( \frac{[T_a^*(i+1,j+1) + T_a^*(i+1,j)] - [T_a^*(i-1,j+1) + T_a^*(i-1,j)]}{4\Delta x^*} \right) \\ - \frac{Fo_a}{R} \left( \frac{[T_a^*(i+1,j+1) + T_a^*(i+1,j)] - 2[T_a^*(i,j+1) + T_a^*(i,j)] + [T_a^*(i-1,j+1) + T_a^*(i-1,j)]}{2\Delta x^{*2}} \right) \\ + Ntu \left( \frac{T_a^*(i,j+1) + T_a^*(i,j)}{2} \right) = Ntu \left( \frac{T_d^*(i,j+1) + T_d^*(i,j)}{2} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

$$Fo_d = (a_d t_0) / L^2 \quad (12)$$

$$C_r^* = (\rho_a A_a C_d L) / (\dot{m} C p_a t_0) \quad (13)$$

Matematiksel modelin oluşturulması ve boyutsuz parametrelerle ifade edilmesinde Ünal [11] tarafından yapılan çalışma referans olarak alınmıştır. Eşitliklerde boyutsuz parametreler  $t^*$  zamanı,  $x^*$  uzunluğu,  $T_a^*$  akışkan sıcaklığını,  $T_d^*$  duvar sıcaklığını,  $R$  debi oranını,  $Ntu$  transfer birimi sayısını,  $Fo_a$  akışkan için Fourier sayısını,  $Fo_d$  duvar için Fourier sayısını ve  $C_r^*$  ısı kapasite oranını ifade etmektedir.

Döner tip rejeneratörde akışkan ve duvar sıcaklıklarını hesaplamak için Eş.(1) ve Eş.(2) ile verilen rejeneratör diferansiyel denklemlerinin sonlu farklarla yazılmış hali Eş.(14) ve Eş.(15)'te verilmiştir. Akışkan ve duvar için verilen sınır şartları da sonlu farklarla ifade edildikten sonra oluşan denklem takımları çözülerek akışkan ve duvar sıcaklıkları hesaplanmıştır.

$$\left(\frac{T_{d(i,j+1)}^* - T_{d(i,j)}^*}{\Delta t^*}\right) - Fo_d \left(\frac{[T_{d(i+1,j+1)}^* + T_{d(i+1,j)}^*] - 2[T_{d(i,j+1)}^* + T_{d(i,j)}^*] + [T_{d(i-1,j+1)}^* + T_{d(i-1,j)}^*]}{2\Delta x^{*2}}\right) + \frac{Ntu}{C_r^*} \left(\frac{T_{d(i,j+1)}^* + T_{d(i,j)}^*}{2}\right) = \frac{Ntu}{C_r^*} \left(\frac{T_{a(i,j+1)}^* + T_{a(i,j)}^*}{2}\right) \quad (15)$$

### 3. Bulgular ve Tartışmalar

Birçok matematiksel modelin çözümünde kullanılan sonlu farklar yönteminde, doğru sonuçların elde edilmesi bakımından adım sayısının önemi oldukça fazladır. Bazı problemlerin çözümünde küçük adım sayısı ile hassas sonuçlar elde edilebilmesine rağmen, bazı durumlarda da adım sayısını çok fazla artırmak gerekmektedir. Bu çalışmada Eş. (3) ve Eş.(4) ile verilen diferansiyel denklemler  $R = \infty$ ,  $Fo_d = 0$  ve  $Fo_d = 0$  özel şartları altında çeşitli adım sayıları kullanılarak çözülmüştür. Belirtilen özel şartlar altında elde edilen diferansiyel denklemlerin analitik çözümü mümkün olmaktadır ve dolayısı ile analitik çözüm ile sayısal çözüm sonuçlarını kıyaslama imkânı doğmaktadır.

Bu çalışmada rejeneratör uzunluğunun 200 mm ve rejeneratörün 3 dev/dak ile döndüğü, dolayısı ile bir tam turun 20 saniyede tamamlandığı kabul edilmiştir. Rejeneratörün yaz döneminde çalıştığı ve buna göre de iç ortamdan rejeneratöre giren soğuk hava sıcaklığının en düşük  $T_{gmin} = 25$  °C ve dış ortamdan rejeneratöre giren sıcak hava sıcaklığının en yüksek  $T_{gmax} = 45$  °C olabileceği varsayılmıştır. Literatürde yer alana analitik sonuçlarla kıyaslama yapılabilmesi için de ısı kapasite oranı  $C_r^* = 0,5$  olarak alınmıştır.

Döner tip rejeneratör diferansiyel denklemlerinin sonlu farklar yöntemi kullanılarak çözülmesi ve bu çözüm sonucunda doğru sonuçların elde edilebilmesi için en uygun adım sayılarının belirlenmesi gerekmektedir. Tüm sayısal yöntemlerde olduğu gibi, sonlu farklar yöntemi kullanılarak elde edilen sonuçların mümkünse analitik veya deneysel sonuçlarla kıyaslanarak doğrulanması gerekmektedir. Döner tip rejeneratörlerde bu kıyaslama işlemi, elde edilen sıcaklık dağılımı değerleri kullanılarak hesaplanan rejeneratör etkinlik değerine bakılarak yapılabilir.

Rejeneratördeki sıcaklık dağılımı belirlendikten sonra, rejeneratör çıkışındaki sıcaklıkların zamana göre ortalaması alınarak rejeneratör etkinliği hesaplanabilir. Rejeneratör etkinliği, rejeneratörde bir akışkandan diğerine gerçekte transfer edilen ısının ( $\dot{Q}$ ), rejeneratör ısı transfer yüzey alanının sonsuz olması durumunda transfer edilebilecek maksimum ısıya ( $\dot{Q}_{max}$ ) oranı olarak tanımlanır.

Rejeneratör etkinliğinin hesaplanmasında Eş. (16) kullanılabilir.

$$\varepsilon = \dot{Q} / \dot{Q}_{max} \quad (16)$$

Sıcak akışkandan rejeneratör matrisine gerçekte transfer edilen ısı Eş. (17) ve transfer edilebilecek maksimum ısı da Eş. (18) ile bulunabilir.

$$\dot{Q} = \dot{m}Cp_a(T_{gmax} - \bar{T}_\zeta) \quad (17)$$

$$\dot{Q}_{max} = \dot{m}Cp_a(T_{gmax} - T_{gmin}) \quad (18)$$

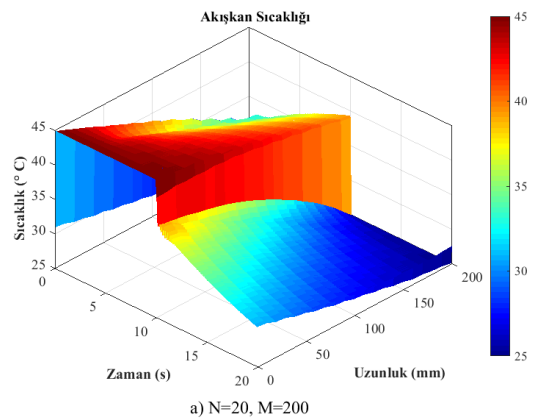
Buna göre rejeneratör etkinliği de Eş. (19)'dan hesaplanabilir.

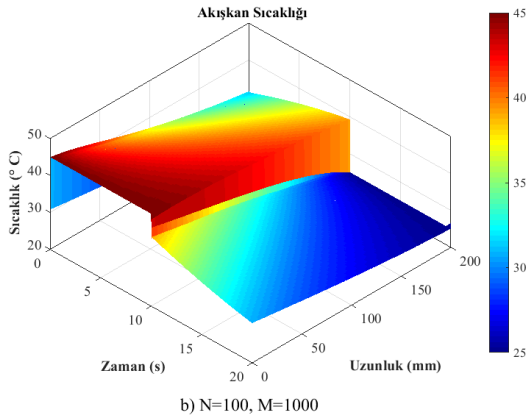
$$\varepsilon = 1 - \bar{T}_\zeta^* \quad (19)$$

Burada rejeneratör çıkışındaki akışkan sıcaklığının zamana göre ortalama değeri ise Eş.(20)'de görüldüğü gibi hesaplanabilir.

$$\bar{T}_\zeta^* = \frac{1}{0,5} \int_{t^*=0}^{t^*=0,5} T_{a(N+1,j)}^* dt^* \quad (20)$$

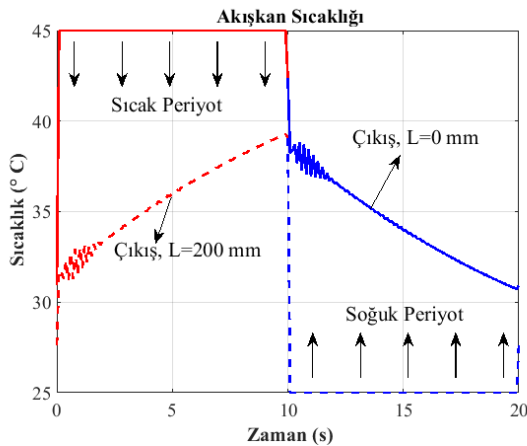
Bu çalışmada Eş. (5) ve Eş.(6) ile ifade edilen boyutsuz zaman ( $t^*$ ) ve boyutsuz uzunluk ( $x^*$ ) değerleri sırasıyla M ve N adet parçaya bölünerek rejeneratör diferansiyel denklemleri çözülmüş, elde edilen sıcaklık değerleri kullanılarak da rejeneratör etkinliği hesaplanmıştır.





**Şekil 4.** Akışkan sıcaklığının zamanla ve rejeneratör uzunluğu boyunca değişimi

Şekil 4a ve 4b'de,  $C_r^* = 0,5$  ve  $Ntu = 2$  için elde edilen akışkan sıcaklığının zamanla ve rejeneratör boyunca değişimi üç boyutlu olarak görülmektedir. Şekil 4a'da  $N=20$  ve  $M=200$  olması durumunda elde edilen sıcaklık dağılımı, Şekil 4b'de ise  $N=100$  ve  $M=1000$  olması durumunda, yani bu çalışmada kullanılan en düşük ve en yüksek ağ yapısına göre elde edilen sıcaklık dağılımları görülmektedir. Şekillerden de anlaşılacağı gibi,  $N=100$  ve  $M=1000$  durumunda elde edilen sıcaklık dağılımı çok daha düzgün, buna göre hesaplanan rejeneratör etkinlik değeri de analitik sonuca daha yakın olmaktadır.

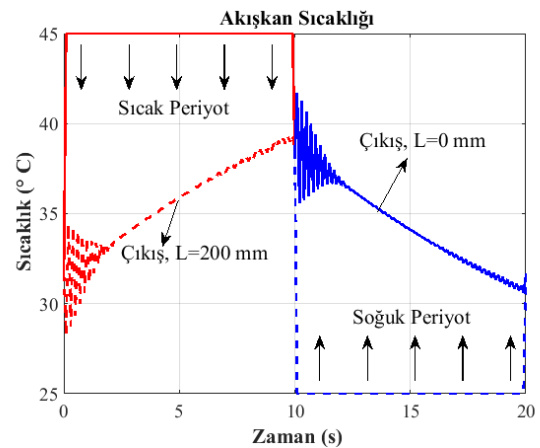


**Şekil 5.** Rejeneratör giriş ve çıkışında akışkan sıcaklığının zamanla değişimi ( $N=20$ ,  $M=200$ )

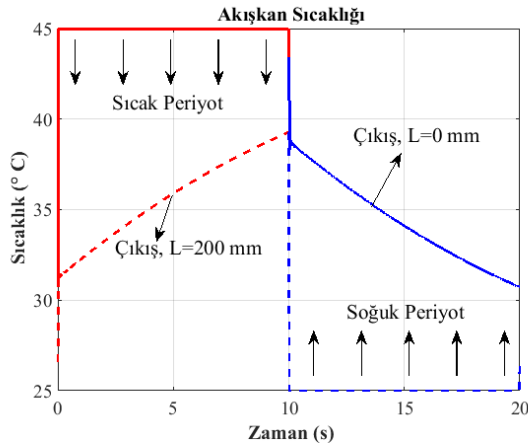
Şekil 5'te ise sıcak ve soğuk akışkanın rejeneratör giriş ve çıkışındaki sıcaklıklarının zamanla değişimi görülmektedir. Burada rejeneratör uzunluğu boyunca adım sayısının  $N=20$  ve zaman boyutundaki adım sayısının  $M=200$  olması durumundaki sıcaklık dağılımı verilmiştir. Şekildeki  $L=0$  mm sıcak periyot için rejeneratör girişini, soğuk periyot için ise rejeneratör çıkışını ifade etmektedir.  $L=200$  mm ise sıcak periyot için rejeneratör çıkışı, soğuk periyot için rejeneratör girişi anlamını taşımaktadır. Sıcak akışkan, yani yaz çalışma koşullarına göre düşünüldüğünde dış

ortam havası, periyodun ilk yarısında 10 saniye süresince rejeneratöre  $45^\circ\text{C}$  sıcaklıkta girmekte ve rejeneratörden ortalama  $35,72^\circ\text{C}$  sıcaklıkta çıkmaktadır. Soğuk akışkan ise, yani yaz çalışma koşullarına göre iç ortam havası, rejeneratöre  $25^\circ\text{C}$  sıcaklıkta girmekte ve rejeneratörden ortalama  $34,25^\circ\text{C}$  sıcaklıkta çıkmaktadır. Sıcaklık dağılımına bakıldığında periyotlar arası geçiş bölgelerinde dalgalanmalar olduğu görülmektedir. Elde edilen sıcaklık dağılımına göre rejeneratör etkinliği  $\varepsilon = 0,4637$  olarak hesaplanmıştır. Analitik olarak elde edilen etkinlik değeri ile sayısal sonuç arasında  $\%0,49$  fark ortaya çıkmaktadır.

Şekil 6'da yine sıcak ve soğuk akışkanın rejeneratör giriş ve çıkışındaki sıcaklıklarının zamanla değişimi verilmiştir. Burada rejeneratör uzunluğu boyunca adım sayısı  $N=100$  ve zaman boyutundaki adım sayısı  $M=200$  olarak alınmıştır. Rejeneratör uzunluğu boyunca adım sayısı artmış olmasına rağmen sıcaklık dağılımındaki dalgalanmalar da artmış; sıcak periyottaki akışkan çıkış sıcaklığı ortalama  $35,58^\circ\text{C}$  ve soğuk periyot bölgesindeki akışkanın çıkış sıcaklığı ise ortalama  $34,42^\circ\text{C}$  olmuştur. Rejeneratör etkinliği de  $\varepsilon = 0,4709$  ve analitik değer ile arasındaki bağıl hata  $\%1,05$  olarak hesaplanmıştır. Adım sayısının artması nedeniyle daha iyi bir sonuç beklenir iken, adım sayısı  $N=20$ 'ye göre adım sayısı  $N=100$  olduğunda bağıl hata oranı artmıştır. Buradan da görüleceği gibi sayısal yöntemlerde elde edilen sonuçların her zaman doğru sonuç olarak yorumlanmaması, bunların analitik veya deneysel sonuçlarla kıyaslanması gerektiği ortaya çıkmaktadır.



**Şekil 6.** Rejeneratör giriş ve çıkışında akışkan sıcaklığının zamanla değişimi ( $N=100$ ,  $M=200$ )



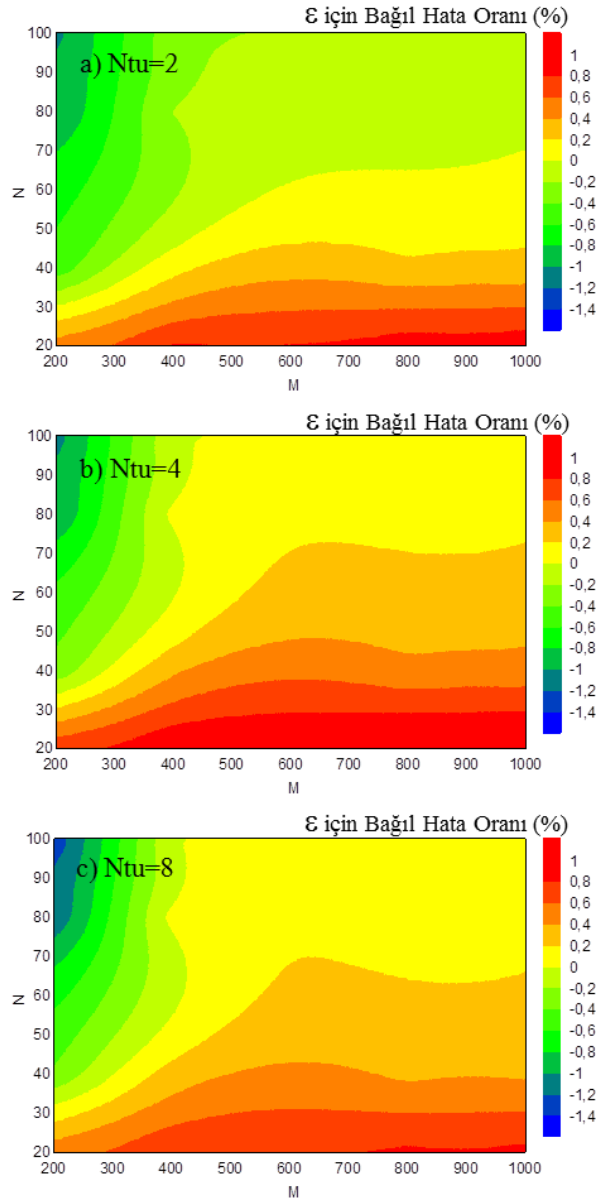
Şekil 7. Rejeneratör giriş ve çıkışında akışkan sıcaklığının zamanla değişimi (N=100, M=1000)

Şekil 7'de bu kez adım sayıları N=100 ve M=1000 olması durumunda rejeneratör çıkışında elde edilen sıcaklık dağılımı verilmiştir. Bu şartlar altında sıcak periyottaki akışkan çıkış sıcaklığı ortalama 35,67°C ve soğuk periyot bölgesindeki akışkanın çıkış sıcaklığı ise ortalama 34,33°C, rejeneratör etkinliği  $\varepsilon = 0,4666$  ve analitik sonuca göre arasındaki bağıl hata ise -%0,13 olarak hesaplanmıştır. N=100 ve M=1000 olması durumunda, sıcaklık dağılımının oldukça düzgün ve hesaplanan rejeneratör etkinlik değeri analitik sonuçlara çok daha yakın olmaktadır.

Döner tip rejeneratör diferansiyel denklemlerinin  $C_r^* = 0,5$ ,  $R = \infty$ ,  $Fo_a = 0$  ve  $Fo_d = 0$  şartları altında analitik olarak çözülmesi ile elde edilen rejeneratör etkinlik değerleri Tablo 1'de Ntu=2, Ntu=4 ve Ntu=8 için ayrı ayrı verilmiştir. Aynı tabloda rejeneratör uzunluğunu ifade eden  $x^*$ 'in N adet parçaya ve rejeneratörün bir tur dönmesine karşılık gelen boyutsuz zaman ifadesi  $t^*$ 'in da M adet parçaya bölünmesi durumunda elde edilen rejeneratör etkinlik değerleri ve bu değerlerin analitik sonuçlarla karşılaştırılması sonucu hesaplanan bağıl hata (B.H.) değerleri de görülmektedir. Bu tabloya göre aynı adım sayısında, örneğin N=20 ve M=1000 olması durumunda, bağıl hata değerleri Ntu=2, 4 ve 8 için sırasıyla +%0,92, +%1,10 ve +%0,85 olarak hesaplanmıştır. Buna karşılık N=100 ve M=1000 olması durumunda ise, yine Ntu=2, 4 ve 8 için bağıl hata değerleri sırasıyla -%0,13, +%0,10 ve +%0,08 olarak bulunmuştur. Görüldüğü gibi adım sayısına göre etkinlik değerleri de farklı farklı olmaktadır.

Transfer birim sayısı Ntu=2, 4 ve 8 için elde edilen bağıl hata değerlerinin farklı adım sayılarına bağlı olarak değişimi Şekil 8'de görüldüğü gibidir. Şekil 8a'da Ntu=2 için elde

edilen göre, rejeneratör etkinliği N=35 ve M=200 olması durumunda yani çok düşük adım sayılarında dahi analitik sonuca oldukça yakın bir sonucun elde edilebileceği görülmektedir. Ancak bu sonuç çok kısıtlı bir alanda elde edilebilmektedir. Rejeneratör etkinliğine ait bağıl hatanın  $\pm 0,2$  olduğu bölgenin N $\geq 50$  ve M $\geq 500$  olduğu daha geniş bir bölgeye karşılık geldiği görülmektedir. Şekil 8b ve 8c'deki Ntu=4 ve 8 için verilen grafiklerde ise adım sayısının N $\geq 70$  ve M $\geq 400$  olması durumunda bağıl hatanın  $\pm 0,2$  olabileceği görülmektedir. Rejeneratör diferansiyel denklemlerinin sonlu farklarla ifadesinde,  $t^*$ 'a bağlı türevlerin hata mertebesi  $\Delta t^*$ , buna karşılık  $x^*$ 'a bağlı türev ifadelerinin ise hata mertebesi  $\Delta x^{*2}$  seviyesindedir. Buna bağlı olarak  $t^*$  yönündeki adım sayısının  $x^*$  yönündeki adım sayısına göre fazla olması gerekmektedir.



Şekil 8. Rejeneratör etkinliğine ait bağıl hata oranının adım sayılarına göre değişimi

Sonuç olarak, bu çalışmada analitik çözümü mümkün olmayan rejeneratör diferansiyel denklemleri sonlu farklar yöntemi ile çözülmüştür. Özel şartlar altında rejeneratör diferansiyel denklemlerinin analitik çözümü mevcuttur. Bu çalışmada da görüldüğü gibi, döner tip rejeneratör diferansiyel denklemlerin sayısal yöntemlerle çözümünden elde edilen sonuçların doğruluğundan emin olabilmek için, sonuçların

analitik veya deneysel sonuçlarla kıyaslanması gerekmektedir. Buna göre de sayısal çözümde kullanılması gereken en doğru adım sayısı belirlenmelidir. Bu çalışmada kullanılan matematiksel model için  $N=100$  ve  $M=1000$  olması durumunda oldukça güvenilir sonuçlar elde edilebileceğini söylemek mümkündür.

**Tablo 1.** Döner tip rejeneratör etkinliğinin adım sayısı ile değişimi

		Ntu=2 $\epsilon = 0,466$ [12]				Ntu=4 $\epsilon = 0,601$ [12]				Ntu=8 $\epsilon = 0,709$ [12]					
		M													
		200	400	800	1000	200	400	800	1000	200	400	800	1000		
N	20	$\epsilon$	<b>0,4637</b>	<b>0,4622</b>	<b>0,4618</b>	<b>0,4617</b>	<b>0,5966</b>	<b>0,5950</b>	<b>0,5945</b>	<b>0,5944</b>	<b>0,7053</b>	<b>0,7035</b>	<b>0,7031</b>	<b>0,7030</b>	
		B.H.	%0,49	%0,82	%0,90	%0,92	%0,73	%1,00	%1,08	%1,10	%0,52	%0,78	%0,83	%0,85	
		40	$\epsilon$	<b>0,4685</b>	<b>0,4654</b>	<b>0,4649</b>	<b>0,4648</b>	<b>0,6031</b>	<b>0,5988</b>	<b>0,5983</b>	<b>0,5982</b>	<b>0,7117</b>	<b>0,707</b>	<b>0,7065</b>	<b>0,7064</b>
		B.H.	-%0,54	%0,13	%0,24	%0,26	-%0,35	%0,37	%0,45	%0,47	-%0,38	%0,28	%0,35	%0,37	
		80	$\epsilon$	<b>0,4706</b>	<b>0,4669</b>	<b>0,4664</b>	<b>0,4663</b>	<b>0,6069</b>	<b>0,6007</b>	<b>0,6001</b>	<b>0,6001</b>	<b>0,7173</b>	<b>0,7086</b>	<b>0,7082</b>	<b>0,7081</b>
		B.H.	-%0,99	-%0,19	-%0,09	-%0,06	-%0,98	%0,05	%0,15	%0,15	-%1,17	%0,06	%0,11	%0,13	
		100	$\epsilon$	<b>0,4709</b>	<b>0,4673</b>	<b>0,4667</b>	<b>0,4666</b>	<b>0,6075</b>	<b>0,6013</b>	<b>0,6005</b>	<b>0,6004</b>	<b>0,7185</b>	<b>0,7092</b>	<b>0,7085</b>	<b>0,7084</b>
		B.H.	-%1,05	-%0,28	-%0,15	-%0,13	-%1,08	-%0,05	%0,08	%0,10	-%1,34	-%0,03	%0,07	%0,08	

### Araştırmacıların Katkı Oranı Beyanı

Araştırmacının katkı oranı %100'dür.

### Çatışma Beyanı

Yazar, bu yazıda bildirilen çalışmayı etkilemiş herhangi bir kişisel ve/veya mali çıkar çatışması olmadığını beyan etmektedir.

### Kaynakça

- [1] Tokgöz N., Ögün Ö. Atık ısı geri kazanım sistemlerine yönelik literatür araştırması ve sanayiden örnek vaka incelemesi, Çukurova Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi 2019; 34(2): 57-72.
- [2] Li N., Kwak JY., Becerik-Gerber B., Tambe M. Predicting HVAC energy consumption in commercial buildings using multiagent systems, Proceedings of the International Symposium on Automation and Robotics in Construction, IAARC Publications 2013; 30:1-7.
- [3] Roth KW., Westphalen D., Dieckmann J., Hamilton SD., Goetzler W. Energy consumption characteristics of commercial building HVAC systems Volume III: Energy Savings Potential, TIAX LLC 20 Acorn Park Cambridge, MA 02140-2390, 2012.
- [4] Ünal Ş. Determination of the optimal boundary conditions for the solution of differential equations of the rotary type

regenerators, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University 2020; 35(4): 2061-2073.

- [5] Holmberg RB. Combined heat and mass transfer in regenerators with hygroscopic materials, Journal of Heat Transfer, Transactions of ASME 1979; 101, 205-210.
- [6] Li CH. A numerical finite difference method for performance evaluation of a periodic-flow heat exchanger, Journal of Heat Transfer, Transactions of ASME 1983; 105, 611-617.
- [7] Mioralli PC., Ganzarolli MM. Thermal analysis of a rotary regenerator with fixed pressure drop or fixed pumping power, Applied Thermal Engineering 2013; 52, 187-197.
- [8] Kaydan AH., Hajidavalloo E. Three-dimensional simulation of rotary air preheater in steam power plant, Applied Thermal Engineering 2014; 73, 399-407.
- [9] Alhusseney A., Turan A. An effective engineering computational procedure to analyze and design rotary regenerators using a porous media approach, International Journal of Heat and Mass Transfer 2016; 95, 593-605.
- [10] Özdemir K., Serincan MF. A computational fluid dynamics model of a rotary regenerative heat exchanger in a flue gas desulfurization system, Applied Thermal Engineering 2018; 143, 988-1002.
- [11] Ünal Ş. Numerical calculation of the effectiveness of rotary regenerators, PhD Thesis, Çukurova University, Institute of



Natural and Applied Sciences Department of  
Mechanical Engineering, Adana, 1996.

- [12] Romie FE. A solution for the parallel-flow regenerator, *Journal of Heat Transfer, Transactions of ASME* 1992; 114: 278-280.