

Über eine Resonanzmethode mit einer koaxialen Lecherleitung zur Messung der Dispersion und Absorption von Dipolflüssigkeiten im Dezimeter-Wellengebiet und ihre Durchführung.

Von Erich Fischer und Fritz Dieringer.*)

(Institut für allgemeine Physik der Universität Ankara)

Özet: Burada desimetre dalgalarının dipol sıvıları içindeki dispersiyonunu ve absorpsiyonunu ölçmek için kapalı koaxial Lecher iletkeni üzerinde rezonans metodu izah edilmiştir.

Ölçü metodu, ölçülecek sıvı ile kısmen doldurulmuş bulunan koaxial iletken için teorik olarak incelenmiştir. Bulunan formüller, havadaki λ_0 dalga boyu ölçülerinden, d rezonans kaymasından ve $2\Delta b$ rezonans eğrisi genişliğinden ϵ' ve ϵ'' büyüklüklerinin mutlak değerlerinin tayinini mümkün kılmaktadırlar.

Metodun tatbikineyariyacak ve 60 ile 80 cm dalga boyu bölgesini kapsayacak bir ölçü aletinin yapımı tasvir edilmiş ve değerlendirme metodunun mümkün olan 4 variantı Nitrobenzol üzerinde yapılan ölçülerle denenmiş ve bu esnada hata sınırları içinde birbirini tutan ϵ' , ϵ'' değerleri elde edilmiştir. Metod 60-80 cm arasındaki dalga boylarında Klorbenzol, α -Klornaftalin, α -Bromnaftalin, Nitrobenzol Eugenol, Benzilalkol, n-Butilalkol ve Propilalkol üzerine de tatbik edilmiştir.

I. Einleitung.

Die formale Theorie der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen führt zur Gleichsetzung der Dielektrizitätskonstante ϵ (DK) mit dem Quadrat des verallgemeinerten Brechungsindex $n = n(1 - jk)$

$$\epsilon = n^2 (1 - jk)^2 \quad (a)$$

*) Die vorliegende Veröffentlichung ist z.T. der Inhalt der Diplomarbeit (Tübingen 1952) von F. Dieringer, die vor meiner Berufung nach Ankara unter meiner Leitung begonnen und von Ankara aus weiterbetreut wurde. Messungen nach dieser Methode werden in Ankara weitergeführt werden. E. Fischer.

n ist dabei der gewöhnliche Brechungsindex, k der Absorptionsindex, ($j = \sqrt{-1}$). Mit den Ansätzen

$$\epsilon' = n^2 (1 - k^2) \quad (\text{b, 1})$$

$$\epsilon'' = 2n^2 k \quad (\text{b, 2})$$

nimmt ϵ die Form an:

$$\epsilon = \epsilon' - j\epsilon'' \quad (\text{c})$$

Ein mit einem absorbierenden Medium gefüllter und an eine Wechselspannung der Frequenz ω angelegter Kondensator (Leerkapazität C_0) ist dann als Parallelschaltung von $C = \epsilon' C_0$ und

$R = \frac{1}{\omega \epsilon'' C_0}$ aufzufassen. ϵ' ist also die DK im üblichen Sinne,

während ϵ'' die Verluste im Dielektrikum charakterisiert. Um Dispersion und Absorption eines Stoffes zu untersuchen, kann man somit entweder n und k , oder ϵ' und ϵ'' messen.

Gleichzeitige Bestimmungen von ϵ' und ϵ'' laufen darauf hinaus, Messmethoden zur Ermittlung komplexer Widerstände zu entwickeln. Im mittleren Frequenzgebiet beruhen die gebräuchlichsten Verfahren auf den Resonanzeigenschaften von Schwingkreisen. Auch bis zu Wellenlängen von 1 m und etwas darunter sind mit quasistationären Messmethoden DK -Messungen möglich, wenn das Dielektrikum verlustfrei ist, und man gewisse Korrekturen berücksichtigt, die durch den Beginn des nichtquasistationären Verhaltens bedingt sind [1]. Wegen dieser Beschränkungen sind zur Bestimmung beliebiger komplexer Widerstände im Dezimeterwellengebiet nur nichtquasistationäre Methoden von praktischem Wert.

Drude [2] hat als erster anomale Dispersion an Flüssigkeiten, d. h. das Abnehmen der DK mit zunehmender Frequenz für verhältnismässig lange Wellen, beobachtet. Er benutzte dabei zwei Messanordnungen. Die erste Drudesche Methode beruht auf der Fortpflanzung von elektromagnetischen Wellen entlang einer Zweidraht-Lecherleitung, die sich ganz oder zu einem grossen Teil in der Untersuchungsflüssigkeit befindet. Indem man die stehenden Wellen, die sich auf der Leitung bilden, untersucht, kann man ϵ' (und ϵ'') berechnen. Die zweite Drudesche Methode verwendet ebenfalls stehende Wellen auf einer Paralleldrahtleitung. Diese befindet sich jedoch in Luft,

die zu untersuchende Substanz in einem kleinen Messkondensator, der in das System eingehängt wird. Mit beiden Methoden haben in der Folge viele Forscher Messungen ausgeführt.

Neben dem Vorteil geringen Substanzverbrauches bei der zweiten Drudeschen Methode haben alle diese Anordnungen gewisse Nachteile. Die beträchtliche Abstrahlung einer offenen Zweidrahtleitung erhöht deren Eigendämpfung, die damit sehr schwer zu übersehen ist. Hinzu kommen bei beiden Methoden störende Reflexionen an den Wänden des Flüssigkeitsbehälters. Abadie [3] hat versucht, die Strahlungsverluste zu berücksichtigen. Jede Messung erfordert dann eine Berechnung mit schrittweisen Näherungen, und doch können die dabei gemachten Ansätze die unerwünschte Strahlung nicht vollständig erfassen. Eine als Zweidrahtsystem ausgebildete Lecherleitung stellt ausserdem in Wirklichkeit ein dreipoliges System dar, bei welchem benachbarte Metallbleche, Leitungen und Wände als dritte Leiter fungieren. Hier kann sich ausser der erwünschten Gegentaktwelle auch noch eine Gleichtaktwelle erregen, bei welcher die Ströme beider Lecherdrähte gleichphasig gegen den dritten Leiter schwingen. Man muss bei Messungen mit solchen symmetrischen Lecherleitungen alle Metallgegenstände möglichst vom System fernhalten und eine Sonde genau in die Mitte zwischen die beiden Drähte stellen und an der Ankopplung zum Sender so symmetrieren, dass die Sonde keinen Ausschlag zeigt [4]. Ganz allgemein ist auf gute Symmetrie und grosse Präzision beim Aufbau der Lecherleitung zu achten, wie die Untersuchungen von O. Schmidt [5] über «Das Paralleldrahtsystem als Messinstrument in der Kurzwellentechnik» ergeben. Die zweite Drudesche Methode hat ferner die Unannehmlichkeit, dass man eine vorhergehende Eichung mit Substanzen bekannter DK durchführen muss. Man gewinnt dadurch ausser der Leerkapazität C_0 , die mit der DK der Füllsubstanz multipliziert wird, die störenden Kapazitäten des eingehängten Messkondensators. Nun erfolgt die Eichung mit Flüssigkeiten ohne Dispersion, und es ist nicht sicher, dass die an sich schon schlecht bestimmte Störkapazität des Kondensators dieselbe bleibt, wenn man ein nicht absorbierendes Dielektrikum durch ein absorbierendes ersetzt.

Die Schwierigkeiten der offenen symmetrischen Zweidrahtleitung umgeht man mit koaxialen unsymmetrischen Leitungen

[6]. Bei einer solchen geschlossenen Lecherleitung, die ganz oder teilweise mit der Untersuchungsflüssigkeit gefüllt wird, pflanzen sich die Hochfrequenzströme auf der Leitung im Inneren einer fast vollständig geschlossenen Röhre fort. Dadurch sind alle Verluste durch Abstrahlung zu vernachlässigen. Das Experiment zeigt, dass man sich hier im Gegensatz zur offenen Zweidrahtleitung dem System nähern oder es berühren kann, ohne Störungen der Messung zu verursachen. Für die Eigendämpfung ist also nur der Leitungsverlust im Metall verantwortlich. Die benötigten Substanzmengen sind allerdings wesentlich grösser als bei der zweiten Drudeschen Methode. Doch gestattet die koaxiale Rohrleitung Absolutmessungen von ϵ' und ϵ'' .

Die meisten Arbeiten, die sich in neuerer Zeit im Dezimeterwellenbereich mit der Messtechnik mit Hilfe von Lecherleitungen in offener und geschlossener Ausführung beschäftigen, setzen keine Abstimmung der Leitung auf Resonanz voraus. Das Studium der Resonanzkurve wird hierbei ersetzt durch eine Aufnahme der Spannungsverteilung längs der Leitung [5,7]. Der Hauptgrund für die Entwicklung dieses jetzt üblichen «Abtastverfahrens» ist in seiner einfachen mathematischen Grundlage zu erblicken. H. Schwan [1] hat in einer neueren Arbeit die Vorteile der Resonanzverfahren gegenüber der Methode der Spannungsabtastung dargelegt. Insbesondere hat er nachgewiesen, dass die weitverbreitete Ansicht, nach der Resonanzverfahren bei wellenwiderstandsnahen Abschlusswiderständen ungeeigneter als das Abtastverfahren sein sollen, falsch ist. Beide Verfahren sind vielmehr weitgehend gleichwertig. Ueberlegen ist die Resonanzanordnung vor allem in folgenden beiden Punkten: Die Messleitung erregt sich bei gleicher Ankopplung stärker als bei der Abtastmethode, bei der die Leitung im allgemeinen nicht in Resonanz ist (dieser Vorteil geht allerdings durch die Notwendigkeit sehr loser Kopplung weitgehend verloren). Stark ins Gewicht fällt, dass beim Resonanzverfahren die geschlossenen Leitungen nicht in ihrer ganzen Länge geschlitzt zu werden brauchen; die mit der exakten Führung des Abtastorgans verbundenen Schwierigkeiten und, damit zusammenhängend, der vor allem bei langen Leitungen erforderliche Aufwand an Halterungen sind wesentlich geringer.

In dieser Arbeit wird eine Resonanzmethode zur Messung der Dispersion und Absorption von Dezimeterwellen in Dipolflüssigkeiten verwendet. Die Theorie der Messmethode mit einer koaxialen Lecherleitung, die zu einem Teil mit Flüssigkeit gefüllt ist, wird im folgenden abgeleitet (II). Mit einer der Theorie der Messung entsprechenden Apparatur (unter III beschrieben) wird die Methode mit ihren verschiedenen möglichen Auswertungsverfahren erprobt und auf eine Reihe von Flüssigkeiten mit verschiedenen Werten der DK und der Absorption angewandt (IV).

II. Theorie der Messmethode.

Das Prinzip der Messanordnung, das zunächst theoretisch behandelt werden soll, ist in Abb. 1 wiedergegeben. Es handelt sich um eine koaxiale Rohrleitung mit Innen- und Aussenleiter (I und A) und den Kurzschlüssen K_1 und K_2 an den Enden. Der mit der Untersuchungsflüssigkeit F gefüllte Teil l_2 der Leitung ist, wie weiter unten beschrieben wird, zusammen mit K_2 beweglich, so dass jeweils bei konstant gehaltener Füllhöhe l_3 die Länge l_1 des ungefüllten Teils variiert werden kann. Die lose Senderankopplung erfolgt bei unserer Anordnung kapazitiv im festen Abstand $3\lambda_0/4$ von K_1 . Die Spannungsverteilung auf dem Leiterteil l_1 , der bei K_1 kurzgeschlossen ist, wird dann allein durch die Länge l_1 und den Eingangswiderstand \mathfrak{R}_1 des Leitungsstückes l_2 bestimmt. Die Erregung der Leitung können wir z. B. durch den Eingangswiderstand

$\mathfrak{R}_a = \frac{U_a}{S_a}$ an der Stelle K_1 ausdrücken. In der Entfernung $\lambda_0/4$ von K_1 ist die Spannung dem Eingangswiderstand \mathfrak{R}_a umgekehrt proportional. An dieser Stelle befindet sich der Empfänger E und zeigt einen dem Quadrat der dort herrschenden Spannung proportionalen Wert an. Wenn wir bei gegebenem \mathfrak{R}_1 durch Änderung von l_1 den Eingangswiderstand

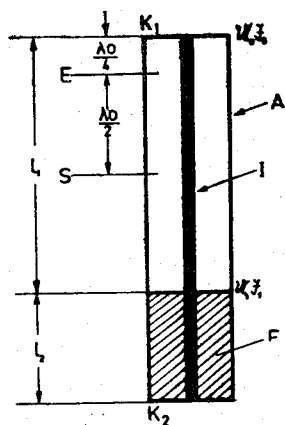


Abb. 1. Zum Prinzip der Messmethode

\mathfrak{R}_a ändern, wird eine Resonanzeinstellung (maximale Spannung in E) für den Minimalwert von \mathfrak{R}_a erfolgen. Wir haben den Ausdruck für \mathfrak{R}_a als Funktion von l_1 und \mathfrak{R}_1 aufzustellen, so dass \mathfrak{R}_1 durch die Resonanzmessung ($|\mathfrak{R}_a| = \text{Minimum}$) erhalten werden kann. Die weitere Aufgabe ist dann, \mathfrak{R}_1 durch l_2 , ε' und ε'' auszudrücken und einen Weg zu finden, in einfacher Weise ε' und ε'' aus \mathfrak{R}_1 zu bestimmen.

Zur theoretischen Behandlung unserer Messanordnung geht man von den allgemeinen Leitungsgleichungen für Hochfrequenzleitungen aus. Für eine solche Leitung gilt bei angenommener sinusförmiger Erregung [8]

$$\left. \begin{aligned} U_a &= U_x \cdot \cosh \gamma x + \mathfrak{S} \mathfrak{S}_x \cdot \sinh \gamma x \\ \mathfrak{S}_a &= \mathfrak{S}_x \cdot \cosh \gamma x + \frac{U_x}{\mathfrak{S}} \cdot \sinh \gamma x \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

(Die Bezeichnungen sind in der üblichen Weise gewählt:

$U_a, \mathfrak{S}_a, U_x, \mathfrak{S}_x$ = Spannungen und Ströme am Anfang der Leitung und in der Entfernung x vom Anfang der Leitung; $\gamma = ja + b = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$ = Fortpflanzungskonstante; b = Dämpfungskonstante; a = Wellenlängenkonstante;

$\mathfrak{S} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$ = Wellenwiderstand der Leitung; R, L, C, G = Widerstand, Selbstinduktion, Kapazität und Ableitung pro cm der Leitung).

Bei der Anwendung dieser Gleichungen auf das Leitungsstück l_1 können wir die Eigendämpfung der Leitung vernachlässigen, also $R = 0, G = 0$ und $\mathfrak{S}_1 = Z_1 \sqrt{L/C_0}$ setzen (C_0 = Kapazität pro cm der ungefüllten Leitung). Ausserdem

ist, da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit $v = \frac{\omega}{2\pi} \lambda_0 = \frac{1}{\sqrt{LC_0}}$ ist,

$\gamma_1 = j\omega \sqrt{LC_0} = j\alpha$, mit $\alpha = 2\pi/\lambda_0$ (λ_0 = Wellenlänge in Luft).

Mit diesen Vereinfachungen erhält man für den Eingangswiderstand $\mathfrak{R}_a = U_a/\mathfrak{S}_a$ am Ort der Kurzschluss-Brücke K_1 als Funktion des Widerstandes $\mathfrak{R}_1 = U_1/\mathfrak{S}_1$ am Orte $x = l_1$ (Grenze des Dielektrikums) den Ausdruck

$$\mathfrak{R}_a = \frac{U_a}{\mathfrak{S}_a} = \frac{\mathfrak{R}_1 Z_1 \cos \alpha l_1 + j Z_1^2 \sin \alpha l_1}{Z_1 \cos \alpha l_1 + j \mathfrak{R}_1 \sin \alpha l_1} \quad (2)$$

Wendet man das Gleichungspaar (1) auf das Leitungsstück l_2 ,

an, indem man U_a und S_a durch die Werte U_1 und S_1 an der Grenze der Dielektrika und weiterhin U_x und S_x durch U_e , S_e an der davon entfernten Stelle $x = l_2$ (Kurzschluss K_2) ersetzt, so erhält man mit $U_e = 0$

$$\mathfrak{R}_1 = \frac{U_1}{S_1} = \mathfrak{Z}_2 \cdot \operatorname{tg} h \gamma_2 l_2 \quad (3)$$

wobei in \mathfrak{Z}_2 und γ_2 die zu messende komplexe DK $\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon''$ eingeht. Der wesentliche Teil der Aufgabe wird sein, aus \mathfrak{R}_1 die komplexe DK ε zu bestimmen, nachdem der Eingangswiderstand \mathfrak{R}_1 des gefüllten Leitungsstückes gemessen ist. Für diese zunächst vorzunehmende Bestimmung von \mathfrak{R}_1 durch Resonanzbeobachtung (Minimum von $|\mathfrak{R}_a|$) schreibt man \mathfrak{R}_1 zweckmässig in der Form (H. Schwan [1])

$$\mathfrak{R}_1 = \frac{1+g}{1-g} \cdot Z_1 = \frac{1+\rho e^{-j\varphi}}{1-\rho e^{-\varphi j}} Z_1 \quad (4)$$

$g = \rho e^{-j\varphi}$ ist der sogenannte Reflexionsfaktor. ρ gibt das Verhältnis der von der Probe reflektierten Wellenamplitude zur einfallenden Amplitude an, φ die von der Probe hervorgerufene Phasendrehung. Mit dem Ansatz (4) geht die Gleichung (2) in die Beziehung zwischen \mathfrak{R}_a und ρ, φ über:

$$\mathfrak{R}_a = Z_1 \cdot \frac{1 + \rho e^{-j(2\alpha l_1 + \varphi)}}{1 - \rho e^{-j(2\alpha l_1 + \varphi)}} \quad (5)$$

Durch Multiplikation mit dem konjugiert-komplexen Wert erhält man den Betrag von \mathfrak{R}_a :

$$|\mathfrak{R}_a|^2 = Z_1^2 \frac{1 + \rho^2 + 2\rho \cos(2\alpha l_1 + \varphi)}{1 + \rho^2 - 2\rho \cos(2\alpha l_1 + \varphi)} \quad (6)$$

Das Leitungssystem befindet sich in Resonanz, wenn $|\mathfrak{R}_a|$ seinen minimalen Wert annimmt. Der Zähler von (6) hat seinen Minimalwert, wenn $\cos(2\alpha l_1 + \varphi) = -1$ ist. Gleichzeitig erreicht der Nenner seinen maximalen Wert. Die Resonanzbedingung lautet also

$$2\alpha l_1 + \varphi = (2m + 1) \cdot \pi \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (7)$$

und ergibt aus der Resonanzlänge $(l_1)_0$ den Wert von φ .

Für die Resonanzstelle $(l_1)_0$ ergibt sich mittels (7) und (6)

$$|\mathfrak{R}_a|_{l_0} = Z_1 \frac{1 - \rho}{1 + \rho}. \quad (8)$$

Der Wert von ρ kann aus der Halbwertsbreite der Resonanzkurve ermittelt werden. Ist nämlich l_0 die genaue Resonanzstelle und Δb die halbe Resonanzbreite, so muss, wenn der Indikatorstrom proportional dem Quadrat der Spannung ist, für die Stellen $l_0 \pm \Delta b$ gelten:

$$\frac{|\mathfrak{R}_a|_{l_0 \pm \Delta b}^2}{|\mathfrak{R}_a|_{l_0}^2} = 2.$$

Durch Einsetzen der Werte aus (8) und (6) (mit $l = l_0 + \Delta b$) ergibt eine bereits von Schwan [1] durchgeführte Rechnung die Beziehung zwischen Δb und ρ :

$$2 \sin \frac{2\pi \Delta b}{\lambda_0} = \pm \frac{1 - \rho^2}{\sqrt{3\rho - 2\rho^2 + 3\rho^3}}. \quad (9)$$

Diese Gleichung lässt sich nicht explizit nach ρ auflösen. Man wird daher den rechts stehenden Ausdruck für Werte $\rho < 1$ tabellieren und in die Tabelle auch die zugehörigen Werte $\frac{2\Delta b}{\lambda_0}$ aufnehmen. Dann lässt sich für jede Wellenlänge λ_0 und jede experimentell gewonnene Resonanzkurvenbreite $2\Delta b$ der ρ -Wert graphisch ermitteln. Tabelle 1 gibt für ρ -Werte von 1,00 bis 0,10 die zugehörigen Werte

$$F(\rho) = \frac{1 - \rho^2}{\sqrt{3\rho - 2\rho^2 + 3\rho^3}} \text{ und } \frac{2\Delta b}{\lambda_0}.$$

Nach Gleichung (9) ist es also möglich, Absolutmessungen von ρ allein durch Ermittlung von Resonanzkurvenbreiten vorzunehmen. Die beiden Vorzeichen sind durch die Tatsache bedingt, dass gemäss der Definition $\Delta b = l_1 - l_0$ zwei Δb -Werte zu beiden Seiten der Resonanzstelle existieren. Weiter folgt, dass die Resonanzkurve symmetrisch ist, denn die beiden Δb -Werte unterscheiden sich nur in den Vorzeichen, nicht aber im Betrag. Dies bedeutet umgekehrt, dass experimentell gute Symmetrie der Resonanzkurven angestrebt werden muss, um die abgeleiteten Formeln anwenden zu können.

Damit ist zunächst gezeigt, wie durch Aufnahme der Resonanzkurve die Grössen φ (Gleichung 7) und ρ (Gleichung 9)

Tabelle I.

ρ	$F(\rho)$	$\frac{2\Delta b}{\lambda_0}$	ρ	$F(\rho)$	$\frac{2\Delta b}{\lambda_0}$	ρ	$F(\rho)$	$\frac{2\Delta b}{\lambda_0}$
1,00	0,0000	0,00000	0,70	0,3481	0,0557	0,40	0,8112	0,1328
0,99	0,0101	0,00161	0,69	0,3612	0,0578	0,39	0,8298	0,1369
0,98	0,0202	0,00322	0,68	0,3747	0,0599	0,38	0,8488	0,1393
0,97	0,0291	0,00463	0,67	0,3888	0,0623	0,37	0,8683	0,1428
0,96	0,0408	0,00649	0,66	0,4020	0,0643	0,36	0,8882	0,1462
0,95	0,0495	0,00788	0,65	0,4158	0,0666	0,35	0,9082	0,1504
0,94	0,0618	0,00984	0,64	0,4298	0,0689	0,34	0,9288	0,1540
0,93	0,0742	0,01181	0,63	0,4439	0,0713	0,33	0,9499	0,1574
0,92	0,0832	0,01324	0,62	0,4581	0,0736	0,32	0,9716	0,1614
0,91	0,0941	0,01498	0,61	0,4724	0,0759	0,31	0,9938	0,1653
0,90	0,1051	0,01672	0,60	0,4869	0,0782	0,30	1,0168	0,1696
0,89	0,1162	0,01849	0,59	0,5015	0,0807	0,29	1,0404	0,1740
0,88	0,1274	0,02025	0,58	0,5162	0,0831	0,28	1,0648	0,1785
0,87	0,1387	0,02208	0,57	0,5312	0,0856	0,27	1,0902	0,1838
0,86	0,1501	0,02388	0,56	0,5462	0,0880	0,26	1,1164	0,1884
0,85	0,1616	0,02575	0,55	0,5613	0,0904	0,25	1,1437	0,1937
0,84	0,1733	0,02759	0,54	0,5766	0,0931	0,24	1,1723	0,1993
0,83	0,1850	0,02944	0,53	0,5921	0,0957	0,23	1,2022	0,2050
0,82	0,1968	0,0314	0,52	0,6084	0,0979	0,22	1,2334	0,2151
0,81	0,2088	0,0333	0,51	0,6238	0,1009	0,21	1,2666	0,2182
0,80	0,2209	0,0352	0,50	0,6396	0,1035	0,20	1,3016	0,2258
0,79	0,2331	0,0372	0,49	0,6552	0,1062	0,19	1,3388	0,2338
0,78	0,2454	0,0391	0,48	0,6712	0,1089	0,18	1,3784	0,2420
0,77	0,2578	0,0412	0,47	0,6887	0,1118	0,17	1,4212	0,2518
0,76	0,2703	0,0431	0,46	0,7059	0,1149	0,16	1,4671	0,2620
0,75	0,2830	0,0452	0,45	0,7225	0,1176	0,15	1,5172	0,2742
0,74	0,2957	0,0472	0,44	0,7404	0,1206	0,14	1,5719	0,2817
0,73	0,3122	0,0498	0,43	0,7572	0,1238	0,13	1,6322	0,3039
0,72	0,3216	0,0514	0,42	0,7745	0,1263	0,12	1,6994	0,3234
0,71	0,3347	0,0535	0,41	0,7928	0,1297	0,11	1,7749	0,3478
						0,10	1,8610	0,3805

und daraus der komplexe Eingangswiderstand \mathfrak{R}_1 des gefüllten Leitungsstücks (im Verhältnis zu Z_1) durch den Ausdruck

$$\frac{\mathfrak{R}_1}{Z_1} = \frac{1 + \rho e^{-j\varphi}}{1 - \rho e^{-j\varphi}}$$

bestimmt werden.

Es ist nun die wesentliche Aufgabe, aus den auf diese Weise (durch ρ und φ) erhaltenen Werten $\mathfrak{R}_1/Z_1 = \mathfrak{Z}_2/Z_1 \cdot \operatorname{tgh} \gamma_2 l_2$ die komplexe DK $\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon''$ der eingefüllten Flüssigkeit zu bestimmen. Dazu sind in der Beziehung

$$\frac{1 + \rho e^{-j\varphi}}{1 - \rho e^{-j\varphi}} = \frac{\mathfrak{Z}_2}{Z_1} \cdot \operatorname{tgh} \gamma_2 l_2$$

γ_2 und \mathfrak{Z}_2 in ihrer Abhängigkeit von ε anzugeben.

Da man bei Hochfrequenzleitungen R gegen ωL vernachlässigen darf und die Ableitung G im Leitungsteil l_1 ebenfalls Null ist und im Leitungsteil l_2 nur durch den Imaginärteil der DK $\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon''$ ($j\omega\varepsilon C_0 = j\omega\varepsilon' C_0 + \omega\varepsilon'' C_0$, $G = \omega\varepsilon'' C_0$) gegeben wird, erhalten wir für Z_1 und \mathfrak{Z}_2 die Ausdrücke

$$Z_1 = \sqrt{\frac{L}{C_0}}, \quad \mathfrak{Z}_2 = \sqrt{\frac{L}{\varepsilon C_0}}$$

also

$$\frac{\mathfrak{Z}_2}{Z_1} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}$$

Ausserdem ist die Fortpflanzungskonstante γ_2 unter denselben Voraussetzungen ($R = 0$, $G = \omega\varepsilon'' C_0$) gegeben durch

$$\gamma_2 = ja + b = j \frac{2\pi}{\lambda} + b = \sqrt{j\omega L j\omega\varepsilon C_0} = j\omega \sqrt{LC_0} \sqrt{\varepsilon} = j\alpha \sqrt{\varepsilon}$$

mit $\alpha = \frac{2\pi}{\lambda_0}$, $\gamma_1 = j\alpha$ ($\lambda =$ Wellenlänge im Medium, $\lambda_0 =$ Wellenlänge in Luft). Es ergibt sich dann zwischen den aus der Resonanz bestimmten Grössen φ , ρ und der komplexen DK die Beziehung:

$$\frac{1 + \rho e^{-j\varphi}}{1 - \rho e^{-j\varphi}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \operatorname{tgh} (j\alpha \sqrt{\varepsilon} l_2) \quad (10)$$

Dieser Ausdruck $\frac{\mathfrak{R}_1}{Z_1}$ sei weiterhin mit \mathfrak{B} bezeichnet. Die Schreibweise

$$\operatorname{tgh} \gamma_2 l_2 = \operatorname{tgh} (ja + b) l_2 = \frac{1 - e^{-j2al_2} e^{-2bl_2}}{1 + e^{-j2al_2} e^{-2bl_2}} \quad (11)$$

zeigt, dass obige Funktion eine Spirale in der komplexen Ebene darstellt. Aus der Schreibweise (11) für $\operatorname{tgh} \gamma_2 l_2$ lassen sich gleich zwei Grenzfälle ableiten.

1. **Grenzfall:** $b = 0$, d. h. keine Dämpfung im Leitungsteil l_2 , d. h. absorptionsfreie Substanz ($\rho = 1$, $\varepsilon'' = 0$, $\varepsilon = \varepsilon'$). Dann folgt wegen $e^{-2bl_2} = 1$

$$\operatorname{tgh} \gamma_2 l_2 = \frac{1 - e^{-j2\alpha l_2}}{1 + e^{-j2\alpha l_2}} = \operatorname{tg} j\alpha l_2$$

Es ist $\frac{\lambda_0}{\lambda} = n = \sqrt{\epsilon'}$, damit $a = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{\epsilon'} = \alpha \sqrt{\epsilon'}$, d.h. es ergibt sich für diesen Fall

$$\operatorname{tgh} \gamma_2 l_2 = j \operatorname{tg} \alpha \sqrt{\epsilon'} l_2 \quad (12)$$

Die Spirale \mathfrak{B} wird ein Kreis durch den Nullpunkt (für $l_2 = m \frac{\lambda}{2}$, $m = 1, 2, \dots$) und den unendlich fernen Punkt (für $l_2 = (2m + 1) \frac{\lambda}{4}$).

Es werden nun im Hinblick auf die Messungen die dort auftretenden Größen in die Gleichungen eingeführt:

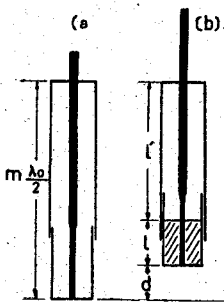


Abb. 2. Leere (a) und teilweise gefüllte (b) Messleitung, jeweils auf Resonanz abgestimmt.

l = Höhe der in die Messleitung eingefüllten Substanz ($l = l_2$).

d = Die durch Einbringen der Probe verursachte Änderung der Resonanzlänge $l_1 + l_2$ der gesamten Leitung gegen die Resonanzlänge bei leerer Leitung.

l' = Die Länge des von Substanz freien Teiles der Leitung ($l' = l_1$). Da die leere Messleitung immer für ganze

Vielfache von $\frac{\lambda_0}{2}$ Resonanz ergibt, gilt bei teilweise gefüllter Leitung (s. Abb.2):

$$m \frac{\lambda_0}{2} = l' + l + d$$

$$l' = m \cdot \frac{\lambda_0}{2} - (l + d)$$

$$\varphi = (2m + 1)\pi - 2\alpha l'$$

Obige Bezeichnungen und die Beziehung (12) ergeben für unseren Grenzfall nichtabsorbierender Substanzen ($\rho = 1$, $\epsilon = \epsilon'$) an Stelle von (10) folgende Gleichung:

$$\frac{1 + e^{-j\varphi}}{1 - e^{-j\varphi}} = \frac{j}{\sqrt{\epsilon'}} \operatorname{tg} \alpha \sqrt{\epsilon'} l$$

oder

$$\frac{1}{\sqrt{\epsilon'}} \operatorname{tg} \alpha \sqrt{\epsilon'} l = - \frac{\sin 2\alpha l'}{1 + \cos 2\alpha l'} = - \operatorname{tg} \alpha l' = \operatorname{tg} \alpha (l + d)$$

mit welcher sich aus den für eine bestimmte Füllhöhe l gemessenen d die DK ϵ' erhalten lässt. Nimmt die Füllhöhe z.B.

den speziellen Wert $l_1 = \frac{\lambda}{4}$ an, so folgt

$$\begin{aligned} \alpha \sqrt{\epsilon'} l_1 &= \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{\epsilon'} \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2} \\ \epsilon' &= \left(\frac{\lambda_0}{4 \cdot l_1} \right)^2 \end{aligned} \quad (13)$$

Ausserdem ist dann

$$\begin{aligned} \alpha (l + d) &= \frac{\pi}{2} \\ (l + d) &= \frac{\lambda_0}{4} \end{aligned} \quad (14)$$

2. Grenzfall: $b \rightarrow \infty$, d. h. sehr starke Dämpfung. Dann ergibt sich aus Gleichung (11) wegen $e^{-2bl_2} \rightarrow 0$:

$$\operatorname{tgh} \gamma_2 l_2 = 1$$

und es folgt aus (10)

$$\mathfrak{B} = \frac{1 + \rho e^{-j\varphi}}{1 - \rho e^{-j\varphi}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} = \text{const.} \quad (15)$$

Die Spirale ist also in einen Punkt in der komplexen Ebene entartet. Dieser Punkt liefert die Werte ϵ' und ϵ'' : Aus

$$\mathfrak{B} = P' + jP'' = \frac{1}{\sqrt{\epsilon' - j\epsilon''}}$$

folgt nämlich

$$\begin{aligned} \epsilon' - j\epsilon'' &= \frac{P'^2 - P''^2 - j2P'P''}{(P'^2 + P''^2)^2} \\ \epsilon' &= \frac{P'^2 - P''^2}{(P'^2 + P''^2)^2} \end{aligned} \quad (16 a)$$

$$\epsilon'' = \frac{2P'P''}{(P'^2 + P''^2)^2} \quad (16 b)$$

Allgemeiner Fall. Es ist

$$\operatorname{tgh} \gamma_2 l = \operatorname{tgh} j\alpha \sqrt{\varepsilon} l = \operatorname{tgh} j\alpha \sqrt{\varepsilon' - j\varepsilon''} l$$

$$\gamma_2 = ja + b = j\alpha \sqrt{\varepsilon' - j\varepsilon''}$$

Man trennt Real- und Imaginärteil und löst nach ε' und ε'' auf:

$$\varepsilon' = \frac{1}{\alpha^2} (a^2 - b^2) \quad (17 \text{ a})$$

$$\varepsilon'' = \frac{2}{\alpha^2} ab \quad (17 \text{ b})$$

Die Gleichungen (17) gestatten, ε' und ε'' zu berechnen, wenn die Grössen a und b bekannt sind. Zu ihrer Ermittlung wird der Ausdruck für die Spirale \mathfrak{P} herangezogen. Setzt man in

$$\mathfrak{P} = \frac{1 + \rho e^{-j\varphi}}{1 - \rho e^{-j\varphi}}$$

folgende Beziehungen ein

$$\varphi = (2m + 1)\pi - 2\alpha l'$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda_0}, \quad l' = m \frac{\lambda_0}{2} - (l + d),$$

so erhält man nach einigen Umformungen

$$\mathfrak{P} = \frac{1 - \rho \cos 2\alpha(l + d) + j\rho \sin 2\alpha(l + d)}{1 + \rho \cos 2\alpha(l + d) - j\rho \sin 2\alpha(l + d)}$$

Trennung in Real- und Imaginärteil ergibt:

$$\operatorname{R}(\mathfrak{P}) = \frac{1 - \rho^2}{1 + \rho^2 + 2\rho \cos 2\alpha(l + d)} \quad (18 \text{ a})$$

$$\operatorname{Im}(\mathfrak{P}) = \frac{2\rho \sin 2\alpha(l + d)}{1 + \rho^2 + 2\rho \cos 2\alpha(l + d)} \quad (18 \text{ b})$$

Diese Ausdrücke enthalten nur experimentelle Grössen, die Füllhöhe l , die Resonanzverschiebung d , die Wellenlänge λ_0 in $\alpha = \frac{2\pi}{\lambda_0}$, und ρ , das aus der Halbwertsbreite Δb nach Gleichung (9) gewonnen wird. Man kann also die Spirale in der komplexen Ebene für verschiedene Füllhöhen l als Parameter zeichnen. Wie weiter unten gezeigt wird, liegen die Punkte

$$p = \frac{1 + \operatorname{tgh}^2 bl_1}{2 \operatorname{tgh}^2 bl_1}$$

$p = \frac{\mathfrak{P}_{l_1}}{\mathfrak{P}_{l_n}}$ ist positiv reell; das bedeutet, dass die Verbindungslinie der Punkte \mathfrak{P}_{l_1} und \mathfrak{P}_{l_n} durch den Nullpunkt geht. Das gibt die Möglichkeit, die beiden zugehörigen Punkte der Spirale mit den Füllhöhen $l_1 = \frac{\lambda}{4}$ und $l_n = \frac{\lambda}{2}$ aufzusuchen.

Nach b aufgelöst ergibt sich

$$b = \frac{1}{l_1} \operatorname{Ar} \operatorname{tgh} \sqrt{\frac{1}{2p-1}}$$

oder mit

$$X = \sqrt{\frac{1}{2p-1}}$$

$$b = \frac{1}{l_1} \left(X + \frac{X^3}{3} + \frac{X^5}{5} + \dots \right)$$

Für den Fall A hat man also die endgültigen Formeln:

$$\varepsilon' = \frac{\lambda_0^2}{16 l_1^2} - \frac{\lambda_0^2}{4\pi l_1^2} \left(X + \frac{X^3}{3} + \frac{X^5}{5} + \dots \right)^2 \quad (19 a)$$

$$\varepsilon'' = \frac{\lambda_0^2}{4\pi l_1^2} \left(X + \frac{X^3}{3} + \frac{X^5}{5} + \dots \right) \quad (19 b)$$

B. Sei $l = l_n = \frac{\lambda}{2}$ und $l = l_m = \frac{3\lambda}{4}$ also $l_m = \frac{3}{2} l_n$.

Dann ist $a = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{l_n}$; $\gamma_2 = ja + b = j \frac{\pi}{l_n} + b$

$$\gamma_2 l_n = j\pi + bl_n; \quad \gamma_2 l_m = j \frac{3\pi}{2} + \frac{3}{2} bl_n$$

$$\text{Damit folgt } q = \frac{\mathfrak{P}_{l_m}}{\mathfrak{P}_{l_n}} = \frac{\operatorname{tgh} \left(j \frac{3\pi}{2} + \frac{3}{2} bl_n \right)}{\operatorname{tgh} (j\pi + bl_n)}$$

Wegen

$$\operatorname{tgh} \left(j \frac{3\pi}{2} + \frac{3}{2} bl_n \right) = \operatorname{cth} \frac{3}{2} bl_n; \quad \operatorname{tgh} (j\pi + bl_n) = \operatorname{tgh} bl_n$$

ergibt sich

$$q = \frac{1}{\operatorname{tgh} bl_n \operatorname{tgh} \frac{3}{2} bl_n}$$

und mit Benutzung von

$$\operatorname{tgh} 3 \frac{bl_n}{2} = \frac{3 \operatorname{tgh} \frac{bl_n}{2} + \operatorname{tgh}^3 \frac{bl_n}{2}}{1 + 3 \operatorname{tgh}^2 \frac{bl_n}{2}}$$

$$q = \frac{1 + 4 \operatorname{tgh}^2 \frac{bl_n}{2} + 3 \operatorname{tgh}^4 \frac{bl_n}{2}}{6 \operatorname{tgh}^2 \frac{bl_n}{2} + 2 \operatorname{tgh}^4 \frac{bl_n}{2}}$$

q ist wieder reell, d. h. der Punkt $\mathfrak{P}_{l_{mn}}$ liegt auf derselben Geraden durch den Nullpunkt, nur ist das Verhältnis q von p verschieden, weil $\mathfrak{P}_{l_{mn}}$ nicht mit \mathfrak{P}_{l_1} zusammenfällt.

Es ist also folgende Gleichung für tgh^2 zu behandeln:

$$(2q - 3) \operatorname{tgh}^4 + (6q - 4) \operatorname{tgh}^2 = 1.$$

Die Lösung ist

$$\operatorname{tgh}^2 \frac{bl_n}{2} = \sqrt{\frac{1}{2q-3} + \left(\frac{3q-2}{2q-3}\right)^2} - \frac{3q-2}{2q-3}$$

Nach b aufgelöst

$$b = \frac{2}{l_n} \operatorname{Artgh} \sqrt{\sqrt{\frac{1}{2q-3} + \left(\frac{3q-2}{2q-3}\right)^2} - \frac{3q-2}{2q-3}}$$

Wählt man für das Argument des Artgh die Abkürzung Y , so hat man für den Fall B die Beziehungen:

$$\epsilon' = \frac{\lambda^2_0}{4 l_n^2} - \frac{\lambda^2_0}{\pi^2 l_n^2} \left(Y + \frac{Y^3}{3} + \frac{Y^5}{5} + \dots \right)^2 \quad (20 a)$$

$$\epsilon'' = \frac{\lambda^2_0}{\pi l_n^2} \left(Y + \frac{Y^3}{3} + \frac{Y^5}{5} + \dots \right) \quad (20 b)$$

C. Wählt man $l = l_1 = \frac{\lambda}{4}$ und $l_1 = l_{mn} = \lambda = 4l_1$, so gilt:

$$a = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{2l_1}; \quad \gamma_2 = ja + b = j \frac{\pi}{2l_1} + b$$

$$\gamma_2 l_1 = j \frac{\pi}{2} + bl_1; \quad \gamma_2 l_{\text{inn}} = 4 \left(j \frac{\pi}{2} + bl_1 \right).$$

Also ist

$$r = \frac{\mathfrak{P}_{l_1}}{\mathfrak{P}_{l_{\text{inn}}}} = \frac{\operatorname{tgh} \left(j \frac{\pi}{2} + bl_1 \right)}{\operatorname{tgh} 4 \left(j \frac{\pi}{2} + bl_1 \right)} = \frac{\operatorname{cth} bl_1}{\operatorname{tgh} 4 bl_1}$$

oder mit

$$\operatorname{tgh} 4 bl_1 = \frac{(1 + \operatorname{tgh}^2 bl_1) 4 \operatorname{tgh} bl_1}{(1 + \operatorname{tgh}^2 bl_1)^2 + 4 \operatorname{tgh}^2 bl_1}$$

$$r = \frac{1 + 6 \operatorname{tgh}^2 bl_1 + \operatorname{tgh}^4 bl_1}{4 \operatorname{tgh}^2 bl_1 + \operatorname{tgh}^4 bl_1}$$

Das gibt für tgh^2 die Gleichung

$$(4r - 1) \operatorname{tgh}^4 + (4r - 6) \operatorname{tgh}^2 = 1$$

mit der Lösung

$$\operatorname{tgh} bl_1 = \sqrt{\sqrt{\frac{1}{4r - 1} + \left(\frac{2r - 3}{4r - 1} \right)^2} - \frac{2r - 3}{4r - 1}}$$

der rechts stehende Wurzel Ausdruck sei mit Z bezeichnet. Dann folgen für den Fall C die Formeln:

$$\varepsilon' = \frac{\lambda_0^2}{16 l_1^2} - \frac{\lambda_0^2}{4\pi^2 l_1^2} \left(Z + \frac{Z^3}{3} + \frac{Z^5}{5} + \dots \right)^2 \quad (21 a)$$

$$\varepsilon'' = \frac{\lambda_0^2}{4\pi l_1^2} \left(Z + \frac{Z^3}{3} + \frac{Z^5}{5} + \dots \right) \quad (21 b)$$

D. Nimmt man endlich für l die Werte $l_n = \frac{\lambda}{2}$ und $l_{\text{inn}} = \lambda$, so ergibt sich:

$$a = \frac{\pi}{l_n}; \quad \gamma_2 l_n = j\pi + bl_n; \quad \gamma_2 l_{\text{inn}} = 2(j\pi + bl_n)$$

$$s = \frac{\mathfrak{P}_{l_n}}{\mathfrak{P}_{l_{\text{inn}}}} = \frac{\operatorname{tgh}(j\pi + bl_n)}{\operatorname{tgh} 2(j\pi + bl_n)} = \frac{\operatorname{tgh} bl_n}{\operatorname{tgh} 2 bl_n}$$

Wegen

$$\operatorname{tgh} 2bl_n = \frac{2 \operatorname{tgh} bl_n}{1 + \operatorname{tgh}^2 bl_n}$$

folgt $2s = 1 + \operatorname{tgh}^2 bl_n$; $\operatorname{tgh} bl_n = \sqrt{2s - 1}$

und mit $U = \sqrt{2s - 1}$ die Endformeln:

$$\varepsilon' = \frac{\lambda_0^2}{4 l_n^2} - \frac{\lambda_0^2}{4\pi^2 l_n^2} \left(U + \frac{U^3}{3} + \frac{U^5}{5} + \dots \right)^2 \quad (22 a)$$

$$\varepsilon'' = \frac{\lambda_0^2}{2\pi l_n^2} \left(U + \frac{U^3}{3} + \frac{U^5}{5} + \dots \right) \quad (22 b)$$

Die Aufgabe besteht also darin, die Spirale \wp in der Nähe der Parameterwerte (Füllhöhen) $l = m \frac{\lambda}{4}$ aufzunehmen, und zwar mindestens an zwei solchen Stellen (m_1, m_2), dann mit Hilfe der «Geradenbeziehung» die beiden $l = \frac{\lambda}{4}$ - Werte (m_1, m_2) genau festzulegen und die zugehörigen \wp - Werte abzulesen. Dann hat man die in die obigen Formeln einzusetzenden Grössen.

III. Beschreibung der Apparatur.

Den Aufbau einer Apparatur, die zu Messungen nach dieser Methode geeignet ist, zeigt Abb. 4. Das Messsystem mit Sender und Detektor ist an einem 1.70 m hohen Holzgestell, bestehend aus zwei Holzplatten und zwei Verbindungsbalken, fest montiert. Als Sender dient eine Röhre LD 15 in einer einfachen Schaltung, bei welcher als Schwingkreis ein kleines, durch einen Kurzschlussbügel abstimmbares Paralleldraht - Lechersystem verwendet wird. Es gestattet kontinuierliche Variation der Wellenlänge im Bereich von 60 bis 80 cm. Sender und Senderkreis befinden sich in einem geerdeten Aluminiumkasten. Die grossen Spannungsunterschiede, die zwischen Sender und Empfängersonde bestehen, sind nur dann störungsfrei zu

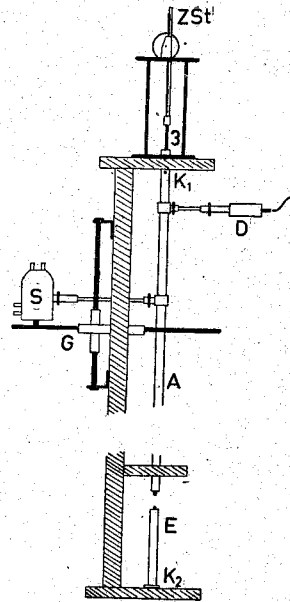


Abb. 4. Schema des Aufbaus der koaxialen Rohrleitung.

beherrschen, wenn man zuverlässige Abschirmungsmassnahmen trifft, insbesondere für den Bezirk der hohen Spannungen im Sender und für den Bezirk der kleinsten Spannungen in der Messsonde. Diese beiden extremen, aber räumlich begrenzten Bereiche müssen gut abgeschirmt werden, d. h. man muss mit wirklich dichten Einzelkästen ohne Fugen arbeiten. Notwendige Lüftungslöcher werden mit einem Zylinder umgeben, dessen Durchmesser kleiner als $\frac{\lambda_0}{4}$ sein soll, damit man sich nicht den Frequenzen nähert, wo in dem Zylinder eine Hohlrohrwelle möglich ist [9]. Die Anodenspannung 370 V (70 mA) lieferte ein Doppelweggleichrichter mit Stabilisator.

Der Senderkasten ist auf einem verschiebbaren Eisengestänge montiert, das die gewünschten Einstellungen des Senders für die Ankopplung an die Messleitung gestattet. An den Sender ist eine konzentrische Lecherleitung als Zwischenkreis Z kapazitiv angekoppelt, deren Länge zum Zwecke der Abstimmung variabel ist.

Die koaxiale Lechermessleitung ist ein vertikal am Holzgestell befestigtes Messingrohr von 1,10 m Länge mit einem inneren Durchmesser von 18 mm und einer Wandstärke von 0,5 mm. Zwei 0,5 cm breite Schlitz sind in den Aussenleiter A so eingeschnitten, dass bei Wellenlängen zwischen 50 und 100 cm die Detektorankopplung in $\frac{\lambda_0}{4}$, die Senderankopplung in $\frac{3\lambda_0}{4}$

Abstand vom oberen Kurzschluss erfolgen kann. Der Innenleiter I ist ein Messingstab von 8 mm Durchmesser. Das Durchmesser Verhältnis der Leitung beträgt also 2,25. Den oberen Kurzschluss K_1 bilden zwei Silberstifte, die von aussen mit einer Klemmfeder durch eine Bohrung im Aussenleiter hindurch gegen den Innenleiter gedrückt werden. An dem Dreifussaufsatz aus Aluminium befinden sich Drehknopf, Zahnrad und Nonius, mit deren Hilfe man die Zahnstange ZSt mit Millimeterskala bewegen und Einstellungen auf 0,1 mm ablesen kann. Der Innenleiter ist oben mit der Zahnstange verbunden, während sich an sein unteres Ende der Innenleiter des Einsatzrohres E anschrauben lässt. Die beiden benutzten Einsatzstücke haben eine Länge von 40 bzw 51,5 cm, einen äusseren Durchmesser von 18 mm und 0,5 mm Wandstärke. Sie passen also gerade in das feststehende Rohr

der Messleitung, E schliesst das Messsystem nach unten hin mit dem Kurzschluss K_2 ab und gestattet in gewissen Grenzen eine Längenänderung der gesamten Leitung. Der Innenleiter der Einsatzrohre ist 7,4 mm stark, so dass das Durchmesser Verhältnis mit 2,30 nur wenig von dem des feststehenden Leitungsteiles verschieden ist. In die beweglichen Einsätze werden die zu untersuchenden Flüssigkeiten gefüllt.

Für die Spannungsanzeige in $\frac{\lambda_0}{4}$ Entfernung von K_1 ragt die Spitze des Innenleiters einer kleinen abstimmbaren Detektor-Lecherleitung D durch einen Schlitz in die Messleitung hinein, so dass durch eine zwischen Innenleiter und Kurzschluss der Leitung D eingeschaltete Kristalldiode ein gleichgerichteter Strom fließt. Benutzt wurde eine Silizium-Diode DS 30 der SAF — Nürnberg. Der Anzeigestrom passiert einige Siebglieder, die hinter der Kurzschlussplatte von D gut abgeschirmt eingebaut sind und wird über eine ebenfalls abgeschirmte Leitung dem Anzeigeinstrument, einem Lichtmarken-Mikroamperemeter 1647 der Fa. Hartmann u. Braun, zugeführt.

IV. Ausführung, Prüfung und Anwendung der Messmethode.

Das beiderseits mit einem Kurzschluss abgeschlossene Lechersystem ist ohne Flüssigkeitsfüllung in Resonanz, wenn der Abstand der Kurzschlussbrücken ein ganzes Vielfaches der halben Wellenlänge beträgt. Es bilden sich dann im System stehende Wellen mit Strombäuchen in den Abständen $m \frac{\lambda_0}{2}$ ($m=1,2,3,\dots$) vom Kurzschluss. Dazwischen liegen, um $\frac{\lambda_0}{4}$ verschoben, die Spannungsbäuche. Unser System, dessen Gesamtlänge zwischen etwa 120 und 160 cm variieren konnte, liessen wir bei Benutzung von Wellenlängen zwischen 60 und 80 cm in $\frac{5}{2} \lambda_0$, $2 \lambda_0$ oder $\frac{3}{2} \lambda_0$ schwingen.

Da sich die Messungen einer Messreihe über mehrere Stunden erstreckten, musste auf gute Frequenzkonstanz geachtet werden. Der Sender wurde immer drei Stunden vor Beginn der Messungen eingeschaltet. Von da ab blieb die Wellenlänge über

weitere sechs Stunden bis auf 1 bis 1,5 $\frac{0}{100}$ konstant. Um Rückwirkungen auf die Frequenz und den Schwingungszustand des Senders zu vermeiden, muss der Zwischenkreis Z, der auf $\frac{\lambda_0}{2}$

abgestimmt wird, möglichst lose an Sender und Messsystem angekoppelt werden. Die lose Kopplung ist auch eine Voraussetzung für gute Symmetrie der Resonanzkurven. Andererseits muss so viel Energie in die Leitung eingespeist werden, dass auch bei stark absorbierenden Substanzen noch Messungen durchführbar sind. Eine Hilfe ist hierbei, dass der Spannungsdetektor infolge der Abstimmung seiner Ankopplungsleitung sehr empfindlich ist. Der Detektor ist im Abstand $\frac{\lambda_0}{4}$ vom oberen Kurz-

schluss K_1 , der Zwischenkreis Z in $\frac{3}{4} \lambda_0$ Abstand von K_1 an die Messleitung gekoppelt. Alle Abstimmungen wurden so vorgenommen, dass unter Berücksichtigung obiger Forderungen ein Optimum des Ausschlages am Instrument erzielt wurde. Die Halbwertsbreiten hatten dann bei leerer Leitung Werte zwischen 1 und 2 mm.

Die Messungen gehen so vor sich, dass man zunächst mittels eines Messingstabes bekannter Länge einen Fixpunkt für die Länge des Systems auf der Skala festlegt. Dann wird die Lage der Resonanzkurve der ungefüllten Leitung und damit die Wellenlänge ermittelt. Die Resonanzkurve wird immer in beiden Richtungen durchlaufen, um auftretende Zieherscheinungen sofort zu erkennen. Die Lage des Resonanzmaximums konnte bei unseren λ_0 -Bestimmungen ohne einen gegenüber der zeitlichen Aenderung der Frequenz ins Gewicht fallenden Fehler bestimmt werden.

In das Einsatzrohr werden nun mittels einer Bürette bestimmte Volumina der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt. Die Einsätze sind mit einer Genauigkeit von 0,1 $\frac{0}{100}$ geeicht. Jedem Volumen entspricht demnach eine genau angebbare Füllhöhe l . Für eine Reihe von l -Werten werden die Resonanzkurven aufgenommen, deren Lage und Breite je nach Substanz verschieden sind und bei gleicher Substanz mit der Füllhöhe variieren. Die Abstände dieser Resonanzkurvenmaxima von der λ_0 -Resonanzstelle ergeben die «Resonanzverschiebungen d », die Ver-

kürzungen oder auch Verlängerungen des Systems darstellen, also mit verschiedenen Vorzeichen auftreten können. Aus den jeweiligen Halbwertsbreiten Δb werden die zugehörigen ρ nach Gleichung (9) berechnet. Die Genauigkeit der Bestimmung von d und Δb hängt ab von der Dämpfung, welche die Flüssigkeit hervorruft, und wird immer weniger gut, je flacher und breiter die Resonanzkurve ist. Aus diesem Grunde haben wir bei stark absorbierenden Substanzen die Messungen möglichst vermieden, welche Füllhöhen in der Nähe von $l = \frac{\lambda}{4}$ zur Auswertung benutzen, da dort die Dämpfung am stärksten ist.

Die untersuchten Flüssigkeiten wurden in der besten erhältlichen Qualität (p. a., Flüssigkeiten von bestimmtem Brechungsindex) von E. Merck—Darmstadt bezogen und je dreimal unter vermindertem Druck destilliert und getrocknet.

Eine Ueberprüfung der Apparatur ist dadurch möglich, dass man Stoffe misst, die in dem verwendeten Frequenzgebiet noch keine Dispersion und Absorption zeigen, und deren DK bei langen Wellen bekannt ist. Die Ergebnisse bei langen Wellen und bei Dezimeterwellen mit unserer Methode müssen dann bei diesen Substanzen übereinstimmen.

Für solche Kontrollmessungen ist, z. B. Benzol mit $\epsilon = 2,2835$ (20°C) geeignet. Eine Messung bei $\lambda_0 = 70,66$ cm ist in Tab. 2.

Tabelle 2. Messung von Benzol (als Beispiel)

$\lambda_0 = 70,66$ cm; $2\Delta b = 0,29$ cm (ohne Füllung); Abstimmung des Systems auf $2\lambda_0 = 141,32$ cm

l [cm]	d [cm]	$2\Delta b$ [cm]	$l + d$ [cm]	l' [cm]
10,53	4,47	0,29	15,00	126,32
11,00	5,01	0,28	16,01	125,31
11,71	5,97	0,27	17,68	123,64
12,18	6,60	0,30	18,78	122,54

als Beispiel angeführt. Die Auswertung erfolgt nach den Formeln (14) und (13), die für Substanzen ohne Absorption gelten, indem man die Füllhöhe l sucht, für welche $l + d = \frac{\lambda_0}{4} = 17,66$ cm ist. Die Werte l' in der Tabelle ergeben sich aus der Be-

ziehung $l' = m \frac{\lambda_0}{2} - (l + d) = 141,32 - (l + d)$. Zeichnet man (s. Abb. 5) die Gerade $l' = f(l) = 2 \lambda_0 - (l + d)$, so findet man den zu $l' = 2 \lambda_0 - \frac{\lambda_0}{4} = 123,66$ gehörenden l -Wert $l = 11,70$ cm. Damit folgt nach Formel (13): $\epsilon' = 2,28$. In gleicher Weise wurde für $\lambda_0 = 60,54$ $\epsilon' = 2,28$ und für $\lambda_0 = 78,00$ cm $\epsilon' = 2,25$ erhalten. Der Fehler der ϵ' -Werte liegt bei 1%. Die nach unserer Methode erzielten Ergebnisse stimmen gut mit dem zu erwartenden Wert überein. Dass Benzol nicht absorbiert, kommt in den gemessenen Resonanzkurvenbreiten $2 \Delta b$ der Tabelle 2 ebenfalls zum Ausdruck, die sich von der Breite $2 \Delta b = 0,29$ bei leerer Leitung nicht unterscheidet.

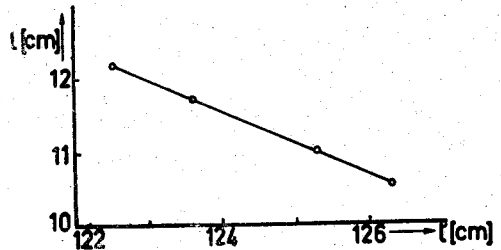


Abb. 5. Prüfung des Verfahrens durch eine DK-Messung an Benzol.

Bei der Auswertung der Messungen von absorbierenden Substanzen errechnet man aus den Messdaten $l, d, \Delta b$ ($\rightarrow \rho$) nach den Gleichungen (18 a, b) Real- und Imaginärteil von \mathfrak{P} und zeichnet die sich daraus ergebende Spirale. l ist Parameter. Aus dieser Darstellung lassen sich die Punkte der Folge $l = m \frac{\lambda}{4}$

leicht ermitteln. Sie müssen nämlich auf einer Geraden durch den Nullpunkt liegen. Aus den Schnittpunkten der Geraden mit

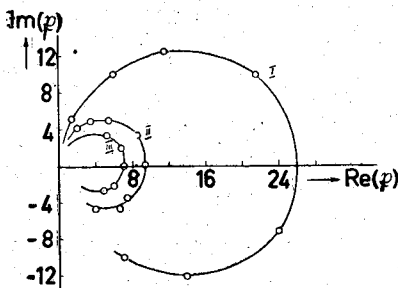


Abb. 6. Verlauf der Spiralen \mathfrak{P} in der komplexen Ebene für verschieden stark absorbierende Flüssigkeiten.

der Spirale folgen die Werte zur Berechnung der Verhältnisse p, q, r, s , und diese liefern die Argumente X, Y, Z, U der Artgh-Funktionen. Je nach Stärke der Absorption ist der Verlauf der Spirale verschieden. Dies soll Abb. 6 verdeutlichen. Es ist dort jeweils die erste Windung der Spiralen von Chlorbenzol(I),

α -Chlornaphthalin (II), und α -Bromnaphthalin (III) bei 70,5 cm Wellenlänge im gleichen Masstab gezeichnet. Die Absorption nimmt in der Reihenfolge Chlorbenzol, α -Chlornaphthalin, α -Bromnaphthalin zu. Im selben Masse sind die Spiralen immer mehr in Richtung auf den Nullpunkt zusammengedrängt. Noch stärker absorbierende Stoffe, wie Eugenol oder die Alkohole können in diesem Masstab nicht mehr gezeichnet werden, da die maximalen Werte der Realteile und Imaginärteile ihrer Spiralen meist weit weniger als 1 betragen.

Als Beispiel einer Auswertung sollen hier die Messungen von Nitrobenzol bei einer Wellenlänge von 60,86 cm etwas eingehender behandelt werden. Nitrobenzol wurde deshalb gewählt, weil man infolge seiner hohen DK nur geringe Mengen an Substanz benötigt, um mehrere Windungen der Spirale aufzunehmen. Bei allen anderen Flüssigkeiten wurden nur die Spiralenzweige ermittelt, auf denen entweder die Werte

$$l_1 = \frac{\lambda}{4} \text{ und } l_n = \frac{\lambda}{2} \text{ oder } l_n = \frac{\lambda}{2} \text{ und } l_m = \frac{3\lambda}{4} \text{ liegen.}$$

Letzteres Verfahren wurde meist für stark absorbierende Substanzen angewandt, um die grössere Ungenauigkeit infolge Dämpfung in der Nähe der $\frac{\lambda}{4}$ -Füllung zu umgehen.

Tabelle 3 gibt eine Zusammenstellung der Messdaten und der daraus errechneten Grössen, die für die weitere Auswertung wichtig sind. In der ersten Spalte stehen die Füllhöhen l , die folgende Spalte enthält die dazugehörigen Werte der Resonanzverschiebungen d . Um die Eigendämpfung der Messleitung zu berücksichtigen, setzt man die sie charakterisierende Resonanzkurvenbreite proportional der Leitungslänge. Von den bei gefüllter Leitung gemessenen Resonanzkurvenbreiten ist dann immer ein der Eigendämpfung entsprechender Wert abzuziehen. Die so korrigierten $2 \Delta b$ -Werte stehen in Spalte 3. Die folgende Spalte enthält die nach Gleichung (9) gewonnenen Werte von ρ , Spalte 5 und 6 geben Real- und Imaginärteil von \mathfrak{P} an, die aus (18a,b) zu berechnen sind.

In Abb. 7 ist die Spirale in der komplexen Ebene gezeichnet. Man findet, dass die Punkte mit $l = 2,56; 5,12; 7,68; 10,24; 13,80$; usw. gut auf eine Gerade durch den Nullpunkt

Tabelle 3. Beispiel einer Messung
Nitrobenzol. $\lambda_0 = 60,86$ cm; $2\Delta b = 0,34$ cm

1	2	3	4	5	6
l	d	$2\Delta b$	ρ	Re (°)	Im (°)
0,382	0,01	0,05	0,9950	0,003	0,040
0,948	0,15	0,10	0,9900	0,005	0,114
1,29	0,42	0,26	0,9738	0,014	0,178
1,67	1,08	0,73	0,9278	0,041	0,291
1,95	2,16	1,92	0,8190	0,119	0,445
2,29	4,10	4,49	0,6192	0,403	0,694
2,40	5,77	6,97	0,4610	0,712	0,828
2,62	13,06	13,35	0,2080	1,521	-0,094
2,82	20,27	8,15	0,3970	0,701	-0,660
2,92	22,09	6,00	0,5194	0,424	-0,542
3,00	23,01	4,93	0,5885	0,316	-0,451
4,55	25,37	1,02	0,9026	0,051	-0,053
5,17	25,39	1,03	0,8990	0,053	0,013
6,83	25,87	2,81	0,7452	0,154	0,223
7,36	25,98	7,60	0,4260	0,359	0,273
7,46	25,49	9,33	0,3420	0,516	0,199
7,57	24,63	10,42	0,2968	0,555	0,129
7,78	21,64	10,41	0,2972	0,546	-0,074
7,97	20,40	7,34	0,4402	0,404	-0,182
9,08	20,25	2,62	0,7607	0,138	-0,112
10,17	20,23	1,99	0,8132	0,103	-0,003
10,72	20,16	1,67	0,8411	0,087	0,046
12,21	19,85	4,21	0,6391	0,226	0,162
13,36	16,15	5,90	0,5254	0,314	-0,086
14,68	15,33	3,06	0,7258	0,240	-0,064
15,50	15,04	1,94	0,8179	0,144	0,016
16,67	14,64	2,75	0,7502	0,215	0,133
17,84	13,07	6,02	0,5180	0,318	0,045

passen. Eine geringe Streuung ist nicht zu vermeiden, doch lassen sich die Werte in ziemlich engen Grenzen festlegen, so dass der Fehler im Endergebnis hierdurch nicht stärker beeinflusst wird als durch die Messungen selbst.

Damit sind zur weiteren Rechnung alle Zahlenwerte ermittelt, nämlich l , l_{11} , l_{13} , l_{33} und die Verhältnisse p, q, r, s . Tabelle 4 gibt die Ergebnisse der Auswertungen nach den Formeln (19—22 = A bis D) wieder. Die Ergebnisse bestätigen die erwartete Gleichwertigkeit der benutzten Auswertverfahren.

Auswertungen nach dem Verfahren des zweiten Grenzfalles

($b \rightarrow \infty$) wurden nicht durchgeführt. Zur Erreichung dieses Grenzfalles sind im Vergleich zu den anderen Verfahren grös-

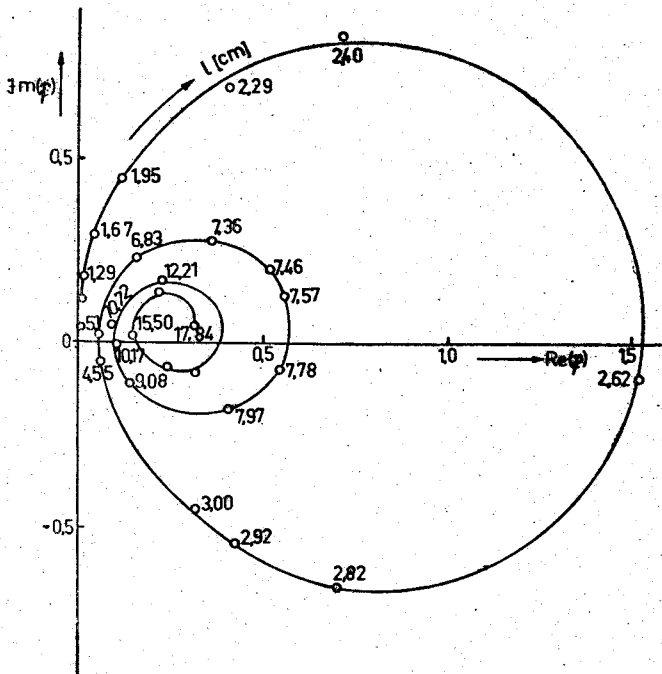


Abb. 7. Aufnahme der Spirale β für Nitrobenzol zur Anwendung der verschiedenen Auswertungsverfahren A, B, C, D.

sere Mengen Substanz erforderlich. Ausserdem sind die Endergebnisse auf geringe Verschiebungen des Punktes $P' + jP''$ so

Tabelle 4. Beispiel einer Messung

Nitrobenzol. $\lambda_0 = 60,85$ cm, 20°C

Formel	s'	s''
A	35,1	5,9
B	35,1	5,9
C	35,1	5,9
D	35,0	6,0

stark empfindlich, dass bei der vorhandenen unvermeidlichen Streuung die Resultate nicht mit vernünftigen Fehlergrenzen angebar sind.

In Tabelle 5 sind Messergebnisse mitgeteilt, die an α -Bromnaphthalin, α -Chlornaphthalin, Chlorbenzol, Eugenol, Benzylalkohol, n -Butylalkohol, Propylalkohol und Nitrobenzol bei Wellenlängen zwischen 60 und 80 cm nach den Verfahren A und B erhalten wurden. Alle ε' — und ε'' — Werte sind auf gleiche Tem-

Tabelle 5 Messergebnisse

λ_0 [cm]	ε' (20°C)	ε'' (20°C)	Verfahren
α — Bromnaphthalin	$\varepsilon_0 = 4,825$		$n^2 = 2,750$
60,18	4,70	0,476	A
70,48	4,76	0,446	A
78,05	4,78	0,427	A
α — Chlornaphthalin	$\varepsilon_0 = 4,92$		$n^2 = 2,700$
60,22	4,85	0,362	A
70,52	4,86	0,293	A
77,63	4,87	0,292	A
Chlorbenzol	$\varepsilon_0 = 5,685$		$n^2 = 2,325$
60,45	5,72	0,158	A
70,64	5,69	0,152	A
78,01	5,66	0,108	A
Eugenol	$\varepsilon_0 = 9,306$		$n^2 = 2,370$
60,90	6,0	3,5	B
70,61	6,3	3,1	B
78,23	6,7	3,2	B
Benzylalkohol	$\varepsilon_0 = 13,286$		$n^2 = 2,370$
59,98	9,9	4,9	B
70,68	10,4	4,9	B
77,78	10,9	4,8	B
n — Butylalkohol	$\varepsilon_0 = 17,80$		$n^2 = 1,958$
60,12	6,3	5,4	A
77,63	8,0	6,7	B
n — Propylalkohol	$\varepsilon_0 = 20,81$		$n^2 = 1,922$
60,19	12,2	9,1	B
70,91	13,7	8,9	A
77,67	14,8	8,3	B
Nitrobenzol	$\varepsilon_0 = 36$		$n^2 = 2,412$
60,86	35,1	5,9	A, B, C
70,58	36,2	5,3	B
78,09	35,9	5,3	B

peratur (20°C) bezogen. Für die Flüssigkeiten sind auch jeweils die Werte der statischen DK (ϵ_0 für Frequenz $\rightarrow 0$) und der DK für optische Frequenzen (n^2) angegeben. Die Werte $l = m\lambda/4$ können auf 1 bis 1,5 %, λ_0 auf 0,1 bis 0,15 % genau angegeben werden. Für die aus den Widerstandsverhältnissen p und q errechneten Klammerausdrücke muss man einen Fehler von 2 bis 2,5 % zulassen. Bei dieser vorsichtigen Abschätzung ist ϵ' also mit einem Fehler von 3 bis 4 %, ϵ'' mit einem solchen von 5 bis 6 % behaftet.

Ohne es im Einzelnen zu diskutieren, sei hier nur darauf hingewiesen, dass diese für ein enges Frequenzgebiet gewonnenen Messergebnisse bereits erkennen lassen, dass bei einigen der untersuchten Flüssigkeiten der Verlauf der Dispersion und Absorption sich nicht durch eine einzige Relaxationszeit darstellen lässt. Im Falle von α -Bromnaphthalin ist das in Berücksichtigung früherer Resultate (E. Fischer [10]) nicht auf Assoziation sondern auf die Struktur des Einzel-Moleküls zurückzuführen. In den anderen Fällen (Alkohole) beruhen die Abweichungen des Dispersions- und Absorptions-Verlaufes von demjenigen, der für eine einzige Relaxationszeit zu erwarten wäre, auf der Assoziation der Moleküle zu Komplexen. Nach einer früheren theoretischen Untersuchung (E. Fischer [11]) ist in Hinsicht auf Feststellung von Assoziation eine Analyse der Relaxationszeiten möglich, und bereits ϵ'' -Messungen bei längeren Wellen [12] lassen erkennen, dass Nitrobenzol, Eugenol, Benzylalkohol, n -Butyl- und Propyl-Alkohol assoziiert sind. Dies kommt in einer Vergrößerung der Relaxationszeiten gegenüber den für den Fall monomerer Moleküle zu erwartenden Werten zum Ausdruck und im Auftreten mehrerer Relaxationszeiten. Eine ausführliche Diskussion der Resultate wird erfolgen, wenn die geplante Erweiterung der Messungen nach der Seite kürzerer Wellen durchgeführt ist.

Mit den Messungen der Dispersion und Absorption, also mit Bestimmung der Relaxationszeiten, lässt sich das Ziel verfolgen, über den Assoziationszustand der Dipolflüssigkeiten quantitative Angaben zu machen, wozu die theoretischen Grundlagen vorliegen [11]. Besonders die Aufnahme des gesamten Dispersions- und Absorptionsverlaufes kann detailliertere Aussagen erbringen. Die hier nur in einem kleinen Wellenlängengebiet angewandte und erprobte Messmethode kann bei entsprechender Verkleinerung der

Dimensionen bis herab zu cm—Wellen zu Absolutmessungen von ϵ' und ϵ'' benutzt werden und damit der genannten Problemstellung dienen.

V. Zusammenfassung.

Es wird eine Resonanzmethode mit einer geschlossenen koaxialen Lecherleitung zur Messung der Dispersion und Absorption von dcm—Wellen in Dipolflüssigkeiten beschrieben.

Die Messmethode für eine teilweise mit Untersuchungsflüssigkeit gefüllte koaxiale Rohrleitung wird behandelt. Die erhaltenen Formeln ermöglichen aus Messungen der Wellenlänge λ_0 in Luft, der Resonanzverschiebung d und der Resonanzkurvenbreite $2\Delta b$ die absolute Bestimmung der Größen ϵ' und ϵ'' .

Der Aufbau einer entsprechenden Messapparatur für den Wellenbereich von 60 bis 80 cm wird beschrieben und vier mögliche Varianten des Auswertungsverfahrens werden durch Messungen an Nitrobenzol erprobt, wobei sich innerhalb der Fehlergrenzen übereinstimmende ϵ' , ϵ'' —Werte ergeben. Die Methode wird bei Wellen zwischen 60 und 80 cm auf Chlorbenzol, α —Chlornaphthalin, α —Bromnaphthalin, Nitrobenzol, Eugenol, Benzylalkohol, n —Butylalkohol und Propylalkohol angewandt.

Literatur

- 1) H. Schwan, Fiat Report Nr. 1099 und Ann. d. Physik (6) 6, 253 (1950)
- 2) P. Drude, in verschiedenen Arbeiten, zusammenfassender Artikel mit Lit.—Angaben in Z. f. physik. Chemie 23, 267, (1897)
- 3) P. Abadie, Thèse, 1936 (Paris, Chironedit.)
- 4) O. Zinke, Hochfrequenzmesstechnik 2 Aufl. Leipzig 1947
- 5) O. Schmidt, Hochfrequenztechnik u. Elektroak. 41, 2 (1933)
- 6) F. H. Drake, G. W. Pierce u. M. T. Dow, Phys. Rev. 35, 612, (1930)
- 7) K. S. Knol u. J. O. Strutt, Physica 9 577, (1942)
- 8) F. Vilbig, Lehrbuch der Hochfrequenztechnik Leipzig 1942
- 9) H. Meinke, Frequenz 2, 41, (1948)
- 10) E. Fischer, Z. f. Physik 127, 49 (1949)
- 11) E. Fischer. Ann. d. Physik (6) 6, 117 (1949) u. Z. Naturforschg. 6 a, 446 (1951)
- 12) E. Fischer, Zeitschr. f. Elektrochem. 53, 16, 1949, E. Fischer u. R. Fessler, Z. Naturforschg. 8 a, 177 (1953), E. Fischer, unveröffentl. Messungen.

(Eingegangen Am 18.6.1953)