Başhoca İshak Efendi'nin Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye Adlı Eserinin Analitik Geometri Açısından Değerlendirilmesi*

*Semiha Betül BAYAM TAKICAK***

Makale Geliş / Recieved: 17.10.2021
Makale Kabul / Accepted: 18.03.2022

Öz

Başhoca İshak Efendi'nin Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye adlı eseri modern bilimleri Osmanlı'ya tanıtan ilk kapsamlı eser olarak kabul edilmektedir. Eserin ikinci cildi matematiğe ayrılmıştır. Eserde, analitik geometrinin kurucusu kabul edilen René Descartes'ın (1596-1650) geometri çalışmalarından bahsedilmemiştir. Bununla birlikte Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye'de, Antik Çağ ve Orta Çağ İslam matematiğinde de karşılaşılan ve analitik geometrinin öncüsü kabul edilen "cebirsel geometri" ve "geometrik cebir" mevcuttur. Bu bağlamda eserde iptidai düzeyde analitik geometrinin kullanıldığı söylenebilir. Ayrıca eldeki bu makalede, Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye (MUR) günümüzdeki ve Osmanlıca yazılan diğer analitik geometri kitapları ile konuların işlenişi ve kullanılan terminoloji açısından karşılaştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Osmanlılar'da analitik geometri, Başhoca İshak Efendi, Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye.

---

* Bu makale, yazarın Ankara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsüne sunduğu ve 2017 yılında savunduğu "Osmanlılar'da Analitik Geometri: Hendese-i Halliyye ve Hendese-i Tahlîliyye" adlı doktora tezinin ilgili bölümünün gözden geçirilmiş şeklidir.

** Dr. Öğr. Üyesi, Kastamonu Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Felsefe Bölümü, sbtakicak@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8196-5589.

Künye: BAYAM TAKICAK, Semiha Betül, (2022). Başhoca İshak Efendi'nin *Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye* Adlı Eserinin Analitik Geometri Açısından Değerlendirilmesi, *Dört Öge*, 21, 89-114. http://dergipark.gov.tr/dortoge.

The Evaluation of Bashoca Ishak Efendi's Work Titled Mecmûa-ı Ulûm-ı Riyâziye In Terms of Analytic Geometry

Abstract

The work titled Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye by Başhoca İshak Efendi is accepted as the first comprehensive work that introduced modern sciences to the Ottoman Empire. The second volume of the work is devoted to mathematics. In the work, the geometry studies of René Descartes (1596-1650), who is accepted as the founder of analytical geometry, are not mentioned. However, there are "algebraic geometry" and "geometric algebra" in Mecmua-i Ulûm-ı Riyâziye, which are also encountered in Ancient and Medieval Islamic mathematics and are accepted as the precursors of analytical geometry. In addition, in this article, Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye is compared with other analytical geometry books written in Ottoman and today in terms of the treatment of the subjects and the terminology used.

Keywords: Analytic geometry in the Ottomans, Başhoca İshak Efendi, *Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye.*

1. Giriş

Başhoca İshak Efendi'nin en büyük hizmeti kuşkusuz modern Batı biliminin ülkeye girişini sağlamasıdır. Bunun yanında, kaleme aldığı eserlerin yabancı kaynaklara dayanmasına rağmen, matematik, fizik, kimya ve mekaniğe ait modern terimleri mümkün olduğu ölçüde Türkçeye aktarmıştır (Adıvar, 1982, s. 219-220; Dosay, 2002, s. 209-210; İhsanoğlu, 1989, s. 33, 64). Şemseddin Sami (1306/1889, s. 50), Doğu'da karşılıkları bulunmayan yeni bilimsel terimlere isim bulma konusunda İshak Efendi'yi takdir etmekte, Mehmed Esad (1312/1894, s. 39) ise kimya alanındaki bazı isimlendirmeleri ilk defa İshak Efendi'nin yaptığını, Başhoca'dan sonra gelenlerin ise ondan alıntı yaptığını belirtmektedir. Bezer durum matematikte de söz konusudur; *MUR* diferensiyel integral hesap notasyonlarının ve terimlerinin Türkçe karşılıklarının kullanılması açısından bir ilktir (Kökçü, 2014, s. 78).

Acaba analitik geometri, modern bilimlerin diğer alanlarında olduğu gibi, Osmanlı'ya ilk defa Başhoca İshak Efendi vasıtasıyla mı girmiştir? Diferensiyel integral hesap ve kimya terimlerini Türkçeleştiren Başhoca İshak Efendi, analitik geometri terimlerinin Türkçeleştirmesini de yapmış mıdır? Bu sorular, araştırmamızın problem durumlarından birkaçıdır.

Bu makalede ayrıca, Başhoca'nın eseri matematiksel olarak, Osmanlı'da kaleme alınmış diğer analitik geometri kitapları ile karşılaştırılarak, kavramların yazarlar tarafından adlandırılma şekli tartışılacaktır. Kavramı karşılayan terim üretebilme konusunda yazarların zayıf ve güçlü yönleri ile yeni üretilen ve tekrar edilen terimler ortaya konulmaya çalışılacaktır.

2. Başhoca İshak Efendi

Osmanlı Tarihi kayıtlarında İshak Efendi adına ilk olarak Ahmed Cevdet Paşa'nın *Tarih-i Cevdet* (1301/1884, s. 105) adlı kitabında rastlanmaktadır:

> Zi'l-ka'denin onyedinci günü (1239/1824) Mühendishâne hocalarından Yanyalı muhtedî İshak Efendi Dîvân-ı Hümâyûn tercümanı oldu.

İshak Efendi'nin, Osmanlıların önemli devlet meselelerinin konuşulduğu Divân-ı Hümâyûn'a tercüman olarak görevlendirilmesinin en büyük nedeni hem Doğu'nun hem Batı'nın birçok dilini kurallarıyla birlikte iyi şekilde biliyor olmasıydı (Mehmed Esad, 1312/1894, s. 37). Bu dil becerisinin yanında, fen ve matematik alanında da derin bilgi birikimine sahip olan İshak Efendi, modern bilimleri Osmanlılar'a ilk tanıtan bilim adamı olmuştur:

> Avrupa lisanlarında en evvel Türkçeye kitab-ı fenniyye tercüme eden bu zât olup…fünûn-u cedîdenin lisanımıza nakline çalışanların reisi ve imamıdır (Şemseddin Sami, 1306/1889, s. 49-50; Bursalı M. Tahir, 1342/1926, s. 254; Mehmed Esad, 1312/1894, s. 37).

İshak Efendi, II. Mahmud devrinde, 1830 yılında Mühendishâne başhocalığına getirilmiş, 1836 yılında ise resmi bir görev için gönderildiği Hicaz dönüşünde vefat etmiştir (Bursalı M. Tahir, 1342/1926, s. 254).

3. *Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye (Mur)*

Başhoca İshak Efendi'nin en önemli eseri *Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye*'dir. Bu eserin ilk baskısı 1831-1834 yılları arasında İstanbul'da, ikinci baskısı ise 1841-1845 yılları arasında Mısır Bulak Matbaasında yapılmıştır (Mehmed Esad, 1312/1894, s. 40). Eldeki bu çalışmada, *Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye*'nin 1842 yılında Mısır Bulak Matbaasında basılmış 2. cildi esas alınmıştır.

Başhoca birinci cildin önsözünde, ifadeleri eski tarzda olan Türkçe eserleri öğrencilerin anlamakta zorluk çektiğini, bu nedenle *MUR*'u kaleme alırken Avrupa'da yazılmış eserlerden faydalandığını belirtmektedir (Başhoca İshak Efendi, 1257/1841, s. 3-4). Ancak kitabı için kesin bir kaynak belirtmemiştir. Bunun yanında Başhoca'nın derslerinde Bézout'un[1] matematik kitaplarını okuttuğundan

[1] Étienne Bézout (1739-1783) Fransız matematikçi. Genç yaşta Euler'in çalışmalarını büyük bir ilgiyle okumuştur. İlk önce geometri, ardından cebir üzerine çalışmalarda bulunan Bézout'un eserleri İngilizceye tercüme edilmiş ve 19. yüzyılda Amerikan matematik eğitim sistemini önemli ölçüde etkilemiştir (Grabiner, 1970, s. 111-114).

Takvim-i Vekâyi gazetesinde bahsedilmektedir:

> …İşbu tahtaya tebeşir ile tahrîr edip (yazarak) şöyleki kitab-ı efrenciyyeden (Avrupa kitaplarından) ‘ilm-i riyâziyyeye dair Bezu (بزو) nâm müellifin te’lîf-kerdesi olan Franseviyyülibare mecmûanın cild-i sâlisi (3. cildi) tâlim olunarak … (Mehmed Esad, 1249/1833, s. 4)[2]

Başhoca’nın eserini kaleme alırken Bézout’dan faydalandığını delillendiren başka kaynaklarla da karşılaşmak mümkündür. Kaçar vd. (2012, s. 135-136), İstanbul Teknik Üniversitesi Merkez Kütüphanesi’nde 1102 demirbaş numarası ile kayıtlı, Bézout’un *Cours de Mathématiques* adlı eserini tespit etmişlerdir. Bu eserin giriş kapağına İshak Efendi, Başhoca olunca kendisi için talep ettiği nişanın eskizini çizmiştir. Gerçekten de Bézout’un kitabının kapağına çizilen madalyonun eskizi ile Başbakanlık Osmanlı Arşivi’nde bulunan ve Başhoca’nın kendisine verilmek üzere II. Mahmud’a sunduğu belirtilen nişanın resmi örtüşmektedir. Başhoca’nın tüm çabalarına rağmen II. Mahmud, daha az gösterişli başka bir madalyonun hazırlatılıp kendisine verilmesine emretmiştir.

Tüm bu bilgilerin yanında, *MUR*’un içeriğinde Bézout’un izleri de mevcuttur; birinci ciltte yer alan uzunluk, ağırlık gibi çeşitli birimlere ait cetveller (Başhoca İshak Efendi, 1257/1841, s. 44-49)[3], Bézout’un (1815, s. 208-210) Fransız ölçü birimleri için verdiği cetvellerle büyük benzerlik göstermektedir. İlerde ayrıntılı incelenecek olan, *MUR*’un 2. cildinde Başhoca’nın bazı geometrik problemlerin çözümü için kullandığı şekiller ve bunların veriliş sırası (Başhoca 1258/1842, s. 1-6) yine Bézout’un verdiği şekillerle örtüşmektedir (Bézout, 1764-1769, s. 1-3). Benzer paralelliklere İhsanoğlu da dikkat çekmektedir; diferansiyel hesaba ayrılan makale her iki kitapta aynı başlıkları taşıyan 11 kısma, integral hesaba ayrılan makale ise her iki kitapta 17 kısma ayrılmıştır (İhsanoğlu 1989, s. 58; Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 250-249)[4].

4. Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye ve Analitik Geometri

Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye, müstakil bir analitik geometri kitabı değildir. Dört ciltten oluşan eserin, sadece ikinci cildi (1258/1842) matematiğe

---

[2] Kemal Beydilli Bézout’un kitabının 2. cildinin okutulduğunu belirtmektedir, ancak M. Esad *Takvîm-i Vekâyi’de* 3. cildinin okutulduğu yazmaktadır (Beydilli 1995: 66).

[3] Ekmeleddin İhsanoğlu 1989 tarihli eserinde dipnot 28, s. 56’da bu sayfaları 50-55 olarak yanlış belirtmiştir; doğrusu 44-49 şeklindedir.

[4] E. İhsanoğlu 1989 tarihli eserinde dipnot 33’te bu sayfaları 250-386 olarak vermiş, doğrusu 250-459 şeklindedir

ayrılmıştır. Buradaki yedi ana başlığın ilk üçü bugün adî geometri diyebileceğimiz Antik Çağ'dan beri bilinen geometrik problemlere ve uygulamalı geometriye, Başhoca'nın da *hendese-i âlâ* (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 88, 196) olarak belirttiği iki konu yüksek geometriye, son iki konu da diferensiyel integral hesaba ayrılmıştır[5]. Eserin ikinci cildinin giriş kısmı şu şekildedir:

> Mühendishane-i Berrî-i Hümâyun Başhocası El-hac Hafız İshak Efendi'nin te'lîf-kerdesi (telîf ettiği) olan *Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye'nin,* müsellesât-ı müsteviyye (düzlem trigonometri) ve ameliyyât-ı hendesiyye ve cebrin hendeseye tatbiki ve ilm-i kutu'-u mahrutiyât (koni kesitleri) ve hesâb-ı tefâzulî ve tamâmîyi (diferensiyel integral hesap) şâmil cild-i sanisidir (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 1).

Görüldüğü gibi giriş kısmında Osmanlılar'da analitik geometri için kullanılan *hendese-i tahlîliyye* veya *hendese-i halliyye* ifadelerine yer verilmemiştir; sadece *hall-i hendesî* ifadesi kitabın içinde birkaç yerde geçmektedir (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 35, 58). Cebir ve geometrinin birlikte kullanımını analitik geometri olarak değerlendirdiğimizde karşımıza,

> İlm-i hendeseden düsturât-ı cebriyenin hutut-u hendesiyyeye ve hutut-u hendesiyyenin düsturât-ı cebriyeye tatbikını şamil makale-i sadis (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 26)[6]

başlığı çıkmaktadır. Bu başlık ise ilkinde on üç, ikincisinde ise sekiz *da'vâ* yani teoremin[7] ele alındığı,

> Bâb-ı evvel: Düsturât-ı cebriyenin hutut-u hendesiyyeye tatbikı beyânındadır (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 26)[8]

> Bâb-ı sânî: Mesâ'il-i hendesiyenin cebir tarîkîyla halleri beyânındadır (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 35)[9].

şeklinde iki alt başlığa ayrılmaktadır.

---

5 *MUR*'un 2. cildindeki diferensiyel integral hesab ile ilgili ayrıntılı bilgi için bkz. (Tezer, 2012).

6 Cebir kanunlarının geometrik çizgilere ve geometrik çizgilerin cebir kanunlarına uygulanmasını içeren 6. makale.

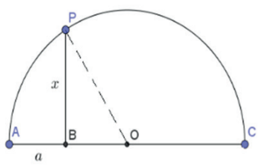
7 Burada Başhoca'nın, *da'vâ* olarak kastettiği kanıtlanabilir önerme yani teoremdir (Devellioğlu, 2012, s. 191).

8 Cebir kanunlarının geometrik çizgilere uygulanması hakkındadır.

9 Geometrik problemlerin cebirsel yollarla çözülmesi hakkındadır.

Burada dikkat edilmesi gereken en önemli konu, bölümlerin adlandırılma şeklidir. Başhoca'nın, *düsturât-ı cebriyyenin hutut-u hendesiyyeye tatbiki* başlığının içeriğini, Boyer'in *A History of Mathematics* adlı kitabını Türkçeye çeviren Bağcacı'nın *cebirsel geometri* ifadesi karşılamaktadır.[10] Boyer'den aktaran Bağcacı bu başlığı şu şekilde açıklamıştır:

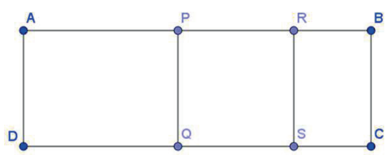
> $ax = bc$ biçimindeki birinci dereceden denklem, $a{:}b$ ve $c{:}x$ gibi oranlarla değil de ax ve bc alanlarından oluşan bir eşitlik olarak görülmektedir (Boyer, 2015, s. 101; Boyer, 1968, s. 86; Boyer 2010, s. 71).



Şekil 1. (Boyer 2015: 102)

> Başka bir örnek daha vermek gerekirse (Şekil 1),
>
> $x^2 = ab$ ifadesinde x bulunmak isteniyorsa… $AB = a,\ BC = b$ olan bir ABC doğru parçası çizeriz. O noktasından AC çaplı bir yarım dâire çizip B noktasından P'ye bir BP dikmesi çıkartırız. BP aradığımız x doğru parçasıdır (Boyer, 2015, s. 102).

Bu örneklerin çok benzeri, Başhoca tarafından ilk bölümdeki on üç teorem içinde ele alınmıştır. Eldeki bu makalede, "cebirsel geometri" ifadesi, "cebirsel eşitlikler açıklanırken geometrik yapılardan yararlanma" veya "cebirsel eşitliklerin geometrik yapılara uygulanması" anlamında kullanılmıştır.



Şekil 2. (Boyer 2015: 135)

Başhoca'nın diğer başlığı olan, *mesâ'il-i hendesiyenin cebir tarîkîyla halleri* ifadesinin içeriği, Bağcacı'nın yine Boyer'in eserini çevirirken kullandığı *geometrik cebir* ifadesini karşılamaktadır[11]. Boyer'den aktaran Bağcacı, bu yöntemin daha çok Eukleides'te karşılaşıldığını belirterek, yöntemi şu şekilde örneklendirmiştir:

> Eukleides'in II. kitabının 1. önermesi olan "Eğer birbirine paralel iki doğru parçası varsa ve bunlardan biri birden çok parçaya bölü-

[10] Boyer'in "geometric algebra" (Boyer, 2010, s. 70-71) ve "geometrical algebra" (Boyer, 1968, s. 85-87) şeklindeki ifadelerini, Bağcacı "cebirsel geometri" olarak Türkçeye çevirmiştir (Boyer, 2015, s. 100).

[11] Boyer'in "geometric algebra" (Boyer, 2010, s. 98) ve "geometrical algebra" (Boyer, 1968, s. 121) şeklindeki ifadelerini, Bağcacı "geometrik cebir" olarak Türkçeye çevirmiştir (Boyer, 2015, s. 134).

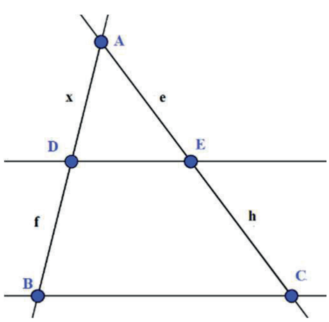
nürse, iki doğru parçasının arasında kalan dikdörtgenin alanı, bölünme sırasında oluşan parçaların toplamına eşittir". Şekil 2'de görülen bu teorem $AD(AP + PR + RB) = AD.AP + AD.PR + AD.RB$ biçiminde yazılabilir ve temel aritmetik yasalarından biri olan dağılma yasasının yani $a(b + c + d) = ab + ac + ad$ ifadesinin geometrik olarak ifadesinden başka bir şey değildir (Boyer, 2015, s. 134; Boyer, 1968, s. 120-121; Boyer, 2010, s. 98).

Bu yaklaşımlar, modern analitik geometriden çok önce, Eukleides'in *Elementler* kitabında karşımıza çıkmaktadır. T. L. Heath, Eukleides'in 2. kitabında birçok cebirsel formül için geometrik ispatlar verdiğini, herhangi iki niceliğin çarpımının Eukleides'ten önce de dikdörtgenin alanı olarak kabul edildiğini belirtmektedir (Heath, 1956, s. 372).

Benzer örnekler, Başhoca tarafından ikinci bölümdeki sekiz teoremde de ele alınmıştır. Sonuç olarak, bu çalışma kapsamında "geometrik cebir" ifadesi, "geometrik problemlerin çözümünde cebirsel yöntemlerin kullanılması" anlamıyla kullanılmıştır.

İşin ilginç yanı, "cebirsel geometri" ve "geometrik cebir" ifadelerinin her ikisi için de Boyer'in "geometrical algebra" veya "geometric algebra" ifadelerini kullanmış olması, bu iki kavramın aslında birbirinden çok da uzak olmadığını göstermektedir. Ancak çevirmenin kullandığı yorum hakkı ile dikkat çektiği bu ayrımı, Başhoca'nın da iki başlığı farklı şekilde ele alarak göz önünde bulundurduğu görülmektedir. Bu sınıflandırma, *MUR*'un analitik geometri açısından değerlendirilmesi sırasında göz önünde bulundurulmuştur.

4.1 Cebirsel Geometri

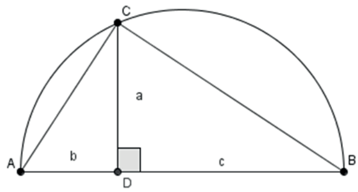


Şekil 3. (Başhoca'da, 1258/1842, Şekil 12).

Birinci bölümde Başhoca, cebri geometriye uygulamak için, uzunluğu bilinen üç doğrudan *râbi'-i mütenâsib* yani (dörtlü) orantı meydana getirilebileceğini söyler (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 26). İlk teoremde de, değeri bilinen üç cebirsel niceliği geometriye uygulamak için bugün temel benzerlik teoremi (veya Thales teoremi) olarak bilinen yöntemi kullanmaktadır:

e, f, h doğru parçalarının uzunlukları bilinmektedir, $|AB| = b$, $|AC| = c$ ve $|DE| \mathbin{/\!/} |BC|$ olmak üzere $\frac{e.b}{c}$ ifadesi geometriye uygulanmak istenildiğinde $\frac{x}{b}=\frac{e}{c}$ olur ve buradan $x=\frac{e.b}{c}$ bulunur (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 27) (Şekil 3).

Başhoca, kareköklü ifadeleri geometriye uygulamak için *vasat-ı mütenasib* yani geometrik orta[12] ve dik üçgenin kenarlarının kullanılması olmak üzere iki yöntem önermektedir (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 30, 34). 8. teoremde $\sqrt{(b.c)}$ köreköklü cebirsel ifadesinin geometriye uygulanması şu şekilde anlatılmaktadır:

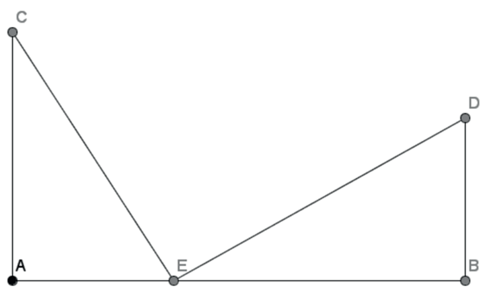


Şekil 4. (Başhoca'da, 1258/1842, Şekil 15)

Şekil 4'te $\left(\overset{\Delta}{ACD}\right)\approx\left(\overset{\Delta}{CBD}\right)$ olduğundan $\frac{|CD|}{|DB|}=\frac{|AD|}{|CD|}$ yazılır. Buradan $\frac{a}{c}=\frac{b}{a}$ olur ve geometrik ortadan $a^2=b.c$ bulunacağından $a=\sqrt{(b.c)}$ elde edilir (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 31).

4.2 Geometrik cebir

Başhoca, ilk bölüme göre daha karmaşık problemler içeren ikinci bölümde, çeşitli geometrik problemlerin çözümünde cebirsel yöntemlerin kullanılmasını *hall-i hendesî* olarak isimlendirmektedir (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 35, 58). Kitapta sadece birkaç yerde geçen bu ifade, Başhoca'dan sonra yazılmış olan *hendese-i halliyye* kitaplarının isimlerini andırmaktadır.



Şekil 5. (Başhoca'da, 1258/1842, Şekil 19)

12 Vasat-ı mütenasib: Tuncer, geometrik orta ve orta orantılı kavramlarını farklı iki kavram gibi değerlendirmiştir (Tuncer, 1995, s. 205). Ancak Altun, kitabında *"Geometrik orta (orta orantılılık)"* şeklinde bir başlık kullanarak bu ikisinin aynı şey olduğunu belirtmektedir (Altun, 2008, s. 36). Yaygın kullanım da bu şekildedir.

Başhoca (Şekil 5), bir düzlemdeki paralel iki dik doğru parçasının uçlarını $|AB|$ ile birleştiren E noktasının yerini, çeşitli geometrik çizimler, cebirsel işlemler ve Pisagor teoremi sonucu şu şekilde elde etmiştir (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 36-37):

$$|CA| = c, |DB| = b \; ve \; |AB| = d \text{ olmak üzere}$$

$$|AE| = \frac{1}{2}d - \frac{1}{2}\frac{(b+c)(b-c)}{d}$$

Teoremin "tenbîh" kısmında, "Da'vâ-ı mezkûre yalnız hendese ile dahi istihraç olunur" diyerek, söz konusu teoremin sadece geometri kullanılarak da çözülebileceği belirtilmiştir (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 37). Buradaki "yalnız hendese ile dahi" ifadesi sentetik bir çözümün de varlığını işaret etmektedir. Yukarıda verilen çözüm, Başhoca'ya göre sentetik yani geometrik değilse o halde analitiktir, şeklinde düşünülebilir.

Bu bölümde incelenen bir diğer teorem,

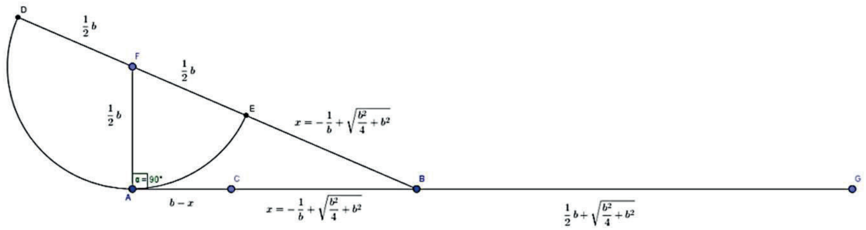
> Bir hatt-ı müstakim-i ma'lûmu hatt-ı mezkûr kısımlarından her biri hatt-ı merkum ile kısm-ı âhir beyninde vasat-ı mütenâsib olmak üzere taksîm olunmak için hatt-ı merkum üzere bir nokta tayin etmenin tarikidir (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 48).[13]

Bu teoremde, Şekil 6'da verilen $|AB|$'nın $\frac{b}{x} = \frac{x}{b-x}$ geometrik orantısını sağlayacak şekilde, C noktası ile iki kısma nasıl ayrılacağı açıklanmaktadır. Yapılan işlemler şu şekildedir:

$$\frac{b}{x} = \frac{x}{b-x}$$
$$x^2 = b^2 - b.x$$
$$x^2 + b.x - b^2 = 0$$

Burada elde edilen ikinci derece denkleme, $\Delta = b^2 - 4ac$ diskriminantı uygulandığında $\Delta = \; b^2 + 4b^2$ olacağından, denklemin kökleri

[13] Bu teoremde, bir doğruyu Altın Oran'a göre bölmenin yöntemi anlatılmaktadır.



Şekil 6. (Başhoca'da 1258/1842, Şekil 30)

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

formülünden

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2+4b^2}}{2}$$

$$x=-\frac{1}{2}b\pm\sqrt{\frac{b^2}{4}+b^2}$$

bulunur. Başhoca, elde edilen bu ifadeyi geometriye tatbik etmek için A noktasından $|AF|=\frac{1}{2}b$ dikmesi çıkılarak, Pisagor teoreminin uygulanması gerektiğini ifade eder (Şekil 6). Buradan:

$$|BF|^2=|AF|^2+|AB|^2$$

$$|BF|^2=\frac{b^2}{4}+b^2$$

$$|BF|=\sqrt{\frac{b^2}{4}+b^2}$$

$$|BE|=x=-\frac{1}{2}b+\sqrt{\frac{b^2}{4}+b^2}$$

bulunur. $|BE|=|BC|=x$ olduğundan istenen oranda doğru parçasını iki kısma ayıran C noktasının yeri tespit edilmiş olur. Daha sonra $|BD|=|BG|=+\frac{1}{2}b+\sqrt{\frac{b^2}{4}+b^2}$ olacak şekilde $|AB|$ uzantısına $|BG|$ çizildiğinde $|AG|$ ve $|AB|$ arasında teoremin en başında Başhoca'nın belirttiği geometrik orta bu sefer $\frac{|AG|}{|BG|}=\frac{|BG|}{|AB|}$ şeklinde yazılır, istenen bu kez B noktasıdır. Gerekli cebirsel işlemler yapıldığında bu eşitliğin doğruluğu görülür (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 48-49).

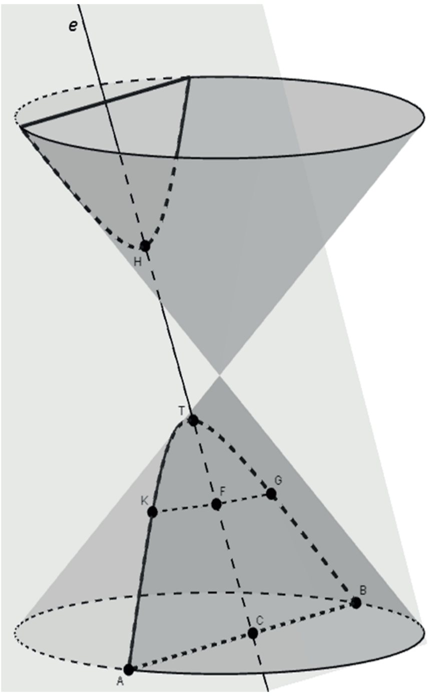
$$|BD| = |BG| = +\frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{b^2}{4} + b^2}$$

Başhoca'nın verdiği bu ifadede $b = 1$ aldığımızda ifade

$$\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 1} = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \varphi$$

şeklini alır ve bu da Altın Oran'dan başkası değildir. Bu teoremin sonunda Başhoca:

> Da'vâ-ı mezkûre 'ilm-i hendesede meşhûr ve mütearrif olan vasat ve tarafeyn nisbeti üzere hattı taksîm etmenin da'vâsının aynı ise de (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 49).



Şekil 7. (Başhoca'da 1258/1842, Şekil 64)

ifadesiyle, söz konusu teoremde geometrinin meşhur ve çok bilinen *vasat ve tarafeyn nisbeti* yani "altın oran"a göre bir doğruyu bölmenin yönteminin anlatıldığını ifade etmektedir.[14]

Geometrik cebir konulu bu bölümün sonunda Başhoca,

> Hall-i hendesî bu vechle olarak tahsîli ancak ziyâde-i iştigâl (çok meşgul olma) ile kesret-i mümâresâta menût (çok alıştırmaya bağlı) olmakla bu mahalde bu kadarca ile iktifâ (yeterli) olunarak hendese-i a'lâda inşallah te'âlî ziyâdesiyle tafsîl ve beyân olunsa gerektir (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 58).

ifadesiyle geometrik cebir konusunun kitabın ilerleyen kısımlarında yüksek geometride de kullanılacağını belirtmektedir.

[14] Vasat ve taraf nisbetinde taksim: Orta ve yan oranında bölüm, altın oran (İn. golden section) (Tuncer, 1995 s. 205).

4.3 Koni kesitleri

Yüksek geometriden koni kesitlerine bakıldığında, Başhoca önce koninin bir düzlemle kesilme şekillerine göre elipsin, hiperbolün ve parabolün tanımlarını yapmıştır (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 88-90). Ardından koni kesitlerinin elemanlarını tanıtmıştır. Şekil 7'de F koni kesitinin odak noktasıyken, $|TC|$ doğru parçası (veya e doğrusu) ise dönme eksenidir. Başhoca'dan sonra analitik geometri konulu kitap kaleme alan matematikçiler, *mihver* (eksen) sözcüğünü kartezyen koordinat sistemindeki x ve y eksenleri yerine kullanacaklarken, Başhoca bu kelimeyi, dönme ekseni anlamında kullanmıştır:

> Her bir kat'ın üzerinde vâki' olup (var olup) üzerinde deverân eylediği (döndüğü) hatt-ı müstakime mihver (eksen) tesmiye olunarak (adlandırılarak)… (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 90).

Şekil 9'da görülen koni kesitinin T tepe noktası şu şekilde tanımlanmıştır:

> …mihver-i mezkûrun re's noktasına (tepe noktası) evvel katı'ın re'si ve nokta-ı muhdese[15] ıtlâk (söyleme) ve… (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 90).

Başhoca, Şekil 7'deki yatay $|KF|$'nı *tertib*, $|KG|$'nı ise *zı'f-ı tertib* olarak adlandırırken, kendisinden sonra gelen matematikçiler *tertib* sözcüğünü koordinat sistemindeki ordinat kavramı[16] için kullanmaktadırlar:

> …mihver-i mezkûr üzerine ihrâc olunan (indirilen) 'amûdlara (dikmelere) evvel mihverin tertibleri, ve iki müsâvî (eşit) tertiblerin mecmûna (toplamına) zı'f-ı (iki kat) tertîb… (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 90).

Benzer şekilde Osmanlı döneminde yazılan modern analitik geometri kitaplarında *fasla* sözcüğü apsis kavramının karşılığı olarak kullanılırken, Başhoca Şekil 7'deki düşey $|TF|$'nı, $|KF|$ tertibinin *faslası*; ele alınan koni kesiti hiperbol ise $|CT|$'nı yine $|KF|$ tertibinin *tamam-ı fasla* olarak adlandırmaktadır:

---

15 Muhdese (محدثه): (Muhdes'in müennesi) İhdas edilmiş, sonradan meydana gelmiş, eskiden olmayan (Devellioğlu 2012, s. 783). Başhoca, koniklerin tepe noktasını *nokta-ı muhdese* olarak da isimlendirmiştir. Başka herhangi bir kaynakta bu kullanıma rastlanmamıştır. Bilindiği gibi kompleks sayılar da *muhdes aded* olarak isimlendirilmektedir (Tuncer 1995, s. 328), Başhoca'da da bu kullanım mevcuttur. Görünen o ki Başhoca, sonradan ihdas edilmiş yani kurulmuş herhangi bir şey için *muhdes* sözcüğünü tercih etmektedir.

16 Bkz. (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 26-27; Takıcak, 2016, s. 86; Sayan, 1331/1915, s. 3-4).

…ve zikr olunan tertiplerden mihverin nokta-ı re's (tepe noktası) tarafından fasl eyledikleri hatlara evvel tertibin faslası ve tertibin mihverden fasla eylediği fasla ile katı'ın re's mukabili arasında vâki' mihverin kısmına tamam-ı fasla ta'bîr olunur (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 90, 91).

Tam tersi olması gerekirken, düşey mesafe *x* ile gösterilerek *fasla* denilmiş, yatay mesafe *y* ile gösterilerek *tertib* denilmiştir (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 91-93, 99, 109, 110, 116, 125, 208). Bahsi geçen *tertib* ve *fasla* kullanımlarının analitik geometri açısından yanlıştır ancak Başhoca, ilerleyen sayfalarda koordinat sistemindeki xx', yy' eksenlerinin tanımını yapmaktadır:

İşbu fende hatt-ı tertibler Y harfiyle ve faslalar X harfiyle ve muhtelif olarak iki hatt-ı tertib yy', ve iki fasla xx' harfiyle işa'r ve ifade olunmak… (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 91, 96).

Bu eksen tanımında olduğu gibi Başhoca, kitabın diğer yerlerinde de doğru bir şekilde, düşey mesafe için *y*, yatay mesafe için *x* ifadesini de kullanmıştır (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 129, 189); çelişkili bir kullanım mevcuttur. *MUR*'da analitik geometrinin varlığına dair önemli bir delil olan eksen kullanımı için Başhoca'nın standart bir kullanımı tercih etmediği görülmektedir.

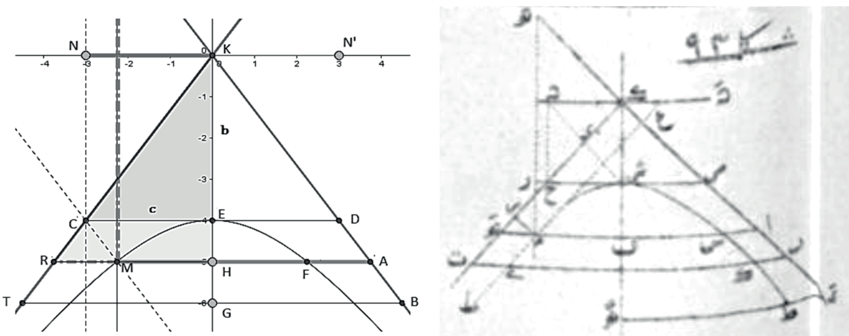
Hiperbolün odak noktalarını taşıyan asal eksen *mihver-i evvel*, buna dik olan yedek eksen *mihver-i sânî* veya *mihver-i müzdevic*, asal ve yedek uzunluğu eşit olan ikizkenar hiperbol ise *şibh-i kat'-ı nâkıs* şeklinde tanımlanmıştır (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 140). Başhoca, hiperbolün denklemini ise $b^2y^2 = c^2x^2 - b^2c^2$ şeklinde vererek, elementer geometri ile de ispatını yapmıştır (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 141-142). Gerekli düzenlemeler yapılarak eşitliğin her iki tarafını b^2c^2 ile böldüğümüzde:

$$\frac{c^2x^2}{b^2c^2} - \frac{b^2y^2}{b^2c^2} = \frac{b^2c^2}{b^2c^2}$$

$$\frac{x^2}{b^2} - \frac{y^2}{c^2} = 1$$

hiperbolün analitik denklemini elde ederiz. Konunun ilerleyen kısımlarında odakları xx' ekseni üzerinde olduğu belirtilen hiperbolün denklemi de $y^2 = \frac{c^2}{b^2}(x^2 - b^2)$ olarak verilmiştir (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 172). Bu ifade düzenlendiğinde yukarıda verilen hiperbolün genel analitik denklemi elde edilir. Sonuç olarak, Başhoca'nın *MUR*'da hiperbolün analitik denklemini verdiği görülmektedir.

Bâb-ı tâsi': Kat'-ı zâ'idin hatteyn-i mücânibeyni beyânındadır (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 147) kısmında Başhoca, hiperbolün asimptotları ile ilgili 4 teoremi ele almış, bu teoremlerin ilkinde de, $|KN|^2 = |EC|^2 = c^2 = |MR|.|MA|$ ifadesini ispatlamıştır. Başhoca'nın teoreme ilişkin verdiği şekil günümüz notasyonlarına çevrilerek Şekil 8'de verilmiştir. Başhoca'nın anlatımıyla, $|KH| = x$ olmak üzere, $(\overset{\Delta}{KEC}) \approx (\overset{\Delta}{KHR})$ benzerliğinden,



Şekil 8. (Başhoca'da 1258/1842, Şekil 93)[5]

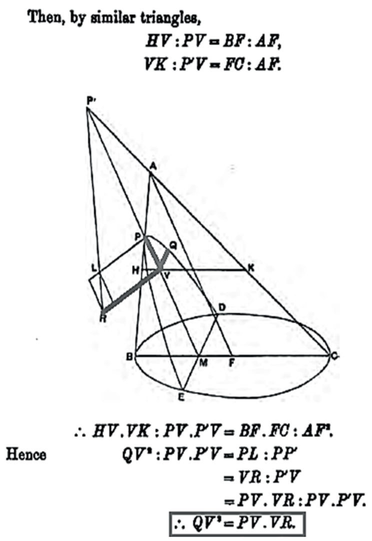
$$\frac{|KE|}{|EC|} = \frac{|KH|}{|HR|}$$
$$\frac{b}{c} = \frac{x}{|HR|}$$
$$|HR| = \frac{c.x}{b}$$

bulunur ve $|HM| = y$ alındığında:

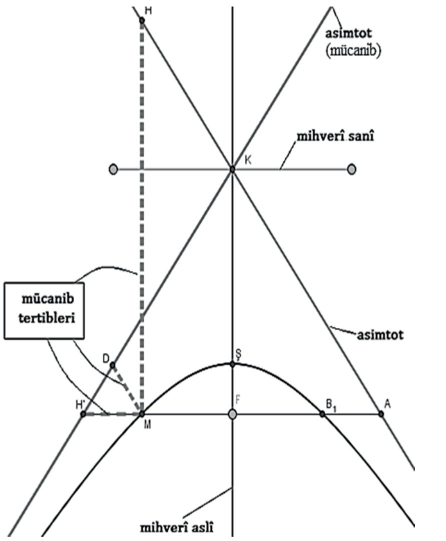
$$|MR| = |HR| - |HM| = \frac{c.x}{b} - y$$
$$|MA| = |HR| + |HM| \ (|HR| = |HA|) = \frac{c.x}{b} - y$$

$$|MR|.|MA| = \left(\frac{c.x}{b} - y\right).\left(\frac{c.x}{b} + y\right) = \left(\frac{c.x}{b}\right)^2 - y^2 \overset{?}{=} c^2$$

elde edilmiştir. Başhoca muhtemelen işlem hatası yaparak iki kare farkı özdeşliğini c^2 ifadesine eşitlemiş, ardından da ispatın tamamlandığını belirtmiştir (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 147-148).



Şekil 9. (Heath 2004: 10)



Şekil 10. (Başhoca'da 1258/1842, Şekil 93)

Benzer bir teoremin ispatı, Heath'ın anlatımıyla, Apollonius'da da karşımıza çıkmaktadır. Şekil 9'da da görüleceği gibi hiperbol için $|QV|^2 = |PV|.|VR|$ şeklinde verilen teorem, benzer üçgenlerden faydalanılarak ispatlanmıştır. Bu bağlamda Heath, Apollonius'un ve daha eski geometri uzmanlarının kullanmış olduğu temel donanımın, aslında geometrik cebir olduğunu vurgulamıştır (Heath, 2004, s. CI; Cajori, 2014, s. 52). Dolayısıyla Başhoca'nın yüksek geometride de geometrik cebir kullandığı açıktır.

Başhoca'nın Antik dönem matematikçilerine benzer bir yaklaşım sergilemesi, sadece geometrik cebir kullanımında değil, asimptotları eksen olarak kabul etmesi gibi farklı konularda da karşımıza çıkmaktadır. Başhoca, hiperbolün üzerindeki bir noktanın tertiblerini (ordinatlarını) mücâniblere yani asimptotlara göre belirlemiştir. Şekil 10'da görülen $|MH|, |MD|, |MH'|$ doğru parçalarını *mücânib tertibleri* (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 147), $|KD|$'nı ise *fasla* (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 149) olarak adlandırmıştır. Benzer şekilde, Apollonius da eğri üzerindeki bir nokta ile eğriye sonsuzda teğet olan doğru yani asimptot arasındaki ilişkiyi inceleyerek asimptotu eksen olarak kabul etmiştir. Heath bu yaklaşımı, geometrik işlemleri cebirsel yöntemlerle yapmanın dışında, modern analitik geometriye yakın olarak değerlendirmektedir (Heath, 2004, s. CXVI). Başhoca da bu bağlamda değerlendirilebilir. Ayrıca Heath, Apollonius'dan önce de Menaechmus'un hiperbolün asimptotlarını koordinat ekseni olarak kullandığını belirtmektedir (Heath, 2004, s. CXV). Modern analitik geometride ise bu tertib/fasla (ordinat ve apsis) koordinat eksenlerine göre belirlenmektedir.

4.4 Mutlak Eğriler

Başhoca, koni kesitlerinden sonra yine yüksek geometri başlığı altında incelediği eğrileri, *münhaniyyât-ı mutlaka* olarak isimlendirmiştir (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 196). Münhaniyyât-ı mutlaka, Dosay (2002, s. 217) tarafından *mutlak eğriler* olarak ifade edilirken; Tezer (2012, s. 25), münhaniyyât-ı mutlakayı *denklemle verilen eğriler* olarak yorumlamıştır.

Bu bölümün mukaddimesinde Başhoca, her çizginin bir noktanın hareketinden doğduğunu, bu hareket istikrarlı olursa *hatt-ı muntazam* yani düzgün çizgi[17], hareket düzensiz olursa düzgün olmayan çizgi elde edileceğini, her düzgün çizginin üçgenin bir kenarı olabileceğini ve bu çizginin de birinci dereceden denklemlerle ifade edilebileceğini belirtmiştir. Buradan hareketle, her doğru çizginin düzgün olduğunu, doğru olmayan çizgilerin ise zorunlu olarak eğri olduğunu belirterek eğri çizginin de tanımını yapmıştır (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 196; Dosay, 2002, s. 217). Bunun yanında,

> Münhanînin (eğrinin) düstûrunda (formülünde) vâki‘ (var olan) hatların beynlerinde vâki‘ nisbetin ‘aded (sayı) ile tabiri mümkün ise evvela münhanîye münhanî-i ‘adedî ve münhanî-i hendesî tesmiyye olunup münhaniyyât-ı erbaa (dört eğriler) misillû (gibi) yani kutû‘-ı selâse (elips, hiperbol ve parabol kastediliyor) ile dâire gibi… (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 196)

ifadeleriyle, koni kesitleri ve dâire gibi formülünde sayısal yani rasyonel değerler bulunan eğriler, *geometrik eğriler* olarak tanımlanırken;

> …eğer münhanînin düstûrunda vâki‘ hatların beynindeki vâki‘ nisbetin ‘aded (sayı) ile tabiri bir vechle mümkün olmaz ise münhanî asamm tabir olunur. (Meselâ) bir münhanî tertiblerinin tabiri müctemi‘i (toplanmış, birleşmiş) ile faslalarının tabiri müctemi‘i beynindeki nisbet ceybin kavs-ı dâireye nisbeti gibi denilse nisbet asamm olur (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 196-197).

17 منتظم (Muntazam): Düzgün (Devellioğlu, 2012, s. 796).

ifadeleriyle de *asamm* eğrileri açıklamaktadır. Dosay (2002, s. 217), *asamm* eğrileri irrasyonel eğriler olarak, Tezer (2012, s. 25)[18] ise "biraz muğlak da olsa rasyonel olmayan, köklü hatta transcendental" şeklinde yorumlamıştır. Bunun yanında Tezer (2012, s. 25), Başhoca'nın eğrileri geometrik (rasyonel) ve irrasyonel (asamm) olarak sınıflandırmasını, "bugünün okuyucusu için suni ve muğlak" olarak değerlendirmektedir.

Başhoca mutlak eğriler bahsini üç alt başlıkta incelemiştir.

4.4.1. Geometrik Eğriler

"Münhaniyyât-ı hendesiyye" yani geometrik eğriler başlığı altında incelenen ilk teoremde, $y^2 = \frac{c^2x^2 - b^2c^2}{b^2}$ ikinci derece eğrisinin çizimi ele alınmıştır. $b = 6$ ve $c = 3$ değerleri verildiğinde, $x = 7$ değeri için $y = \sqrt{\frac{117}{6}}$ bulunmuştur. Daha sonra x'e 8, 9 ve devam eden değerler verilerek y değerleri bulunmuş ve eğrinin çizimi tamamlanmıştır (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 197).

x'e değer verip y'nin değerini bularak bir denklemin grafiğini çizmek bugün de analitik geometride kullanılan bir yöntemdir. İlginç olan, Başhoca'nın ilk defa bir eğrinin analitik denkleminde x ve y değerleri yerine negatif nicelikleri de koyarak işlem yapmasıdır.

Başhoca, takip eden 2. teoremde $y^3 - bx^2 = 0$, 3. teoremde ise $y = \sqrt{x} \pm \sqrt[4]{x^3}$ eğrilerinin çizimlerini anlatırken yine x ve y'ye pozitif ve negatif değerler vererek çizimi tamamlamıştır (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 198-199).

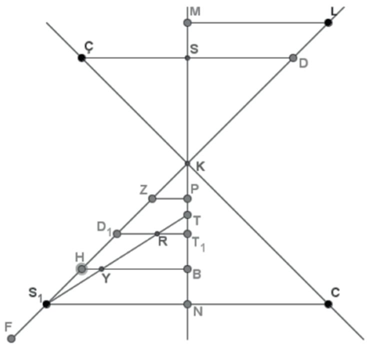
2. teoremde geçen "her bir tertib kendi faslası üzerine yine 'amûd farz olunarak" (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 198) ifadesi modern bağlamda kartezyen koordinat sisteminde bir noktanın belirlenmesi olarak düşünülebilir. Başhoca'daki analitik geometriye dair başka bir ipucu da, yukarıda bahsi geçen 2. teoremde "K noktası faslaların mebde'i…" (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 198), 3. teoremde ise "A noktası faslaların mebde'i farz olunsa…" (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 199) ifadeleriyle orijin yani $(0,0)$ başlangıç noktasının tanımlanmasıdır, ancak bugünkü kullanımın aksine standart bir harf kullanımı tercih edilmemiştir.

---

18 Cem Tezer (2012, s. 25) ayrıca aynı sayfada, *asamm* sözcüğünün farklı dillerdeki sözlük karşılığını şu şekilde aktarmaktadır: Asamm: Sağır, söz anlamaz, zor, sert…Latince *surdus*, Fransızca *sourd* kelimeleri sağır manasına gelirken bunlara müştak olan İngilizce *surd* köklü miktar demektedir.

4.4.2 "Muâdelât-ı gayr-ı mahdûde"[19]

Bu başlıktaki *muâdelât-ı gayr-ı mahdûde* **ifadesinin bugünkü terminolojide bir karşılığı yoktur.** Başhoca, bu başlığı şu şekilde tanımlamıştır:

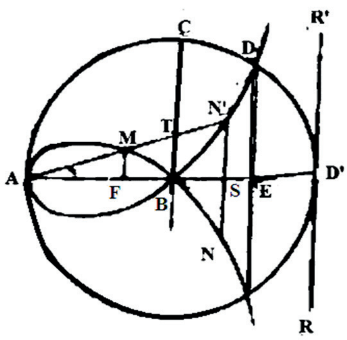


Şekil 11. (Başhoca'da 1258/1842, Şekil 129)

Hatt-ı müstakimi (doğru) veya münhaniyi (eğri) iş'ar edip x, y iki meçhule (bilinmeyen) hâvî (içeren) olan muâdele-i gayr-ı mahdûdeye mahall-i hendesî (geometrik yer) denilir (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 200).

Başhoca, *muâdele-i gayr-ı mahdûde* ifadesiyle, doğrular için $y = mx + n$ veya $ax + by + c = 0$ şeklindeki genel doğru denklemini, eğriler için ise iki ve üstü dereceden x ve y bulunduran denklemlerin geometrik yerini[20] kastetmektedir. Bu tanımdan sonra Başhoca x ve y eksenlerinin tanımlarını hatalı ve konu akışıyla alakasız olarak şu şekilde vermiştir (Şekil 11):

> MN hattı x fasla-ı meçhûllerinin mihveri olarak ahz ve $FZ, SD, SÇ$ sair y tertibleri farz olunarak (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 200).



Şekil 12. (Başhoca'da 1258/1842, Şekil 143)

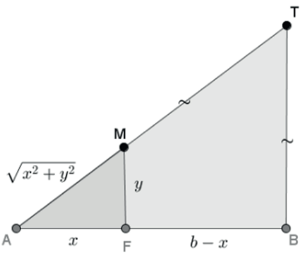
Bu bölümün bir diğer başlığında, yüksek dereceden eğrilerin geometrik yeri ile ilgili beş probleme yer verilmiştir. Bu problemlerin üçüncüsü daire yayının üç eş parçaya ayrılması (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 226-227), ikinci ise Şekil 12'de verilen eğrinin çiziminin ve denkleminin elde edilmesi hakkındadır.

Şekil 12'deki şeklin çizimini Başhoca şu şekilde ele almıştır: ABC dik açısının A noktasından başlayarak, BC kenarını T noktasında kesen bir doğru parçası çizilsin. BT uzunluğuna eşit uzunlukta

[19] Gayr-ı mahdûd: Sınırsız, belirsiz (Devellioğlu, 2012, s. 323).

[20] Geometrik yer: Mahall-i hendesî (Devellioğlu, 2012, s. 650), hendesî mahall (Nazmi & Hilmi, 1933, s. 13), [Fr. lieu géométrique, İng. locus].

$|TM|$'nın M noktasından geçen bir eğri çizmek için, $|AB|'$na MF dik doğru parçası indirilsin. $|AF| = x, |MF| = y, |AB| = b, |FB| = b - x$ olmak üzere, $|MF| \mathbin{/\!/} |TB|$ ve $|MT| = |BT| = |N'T|$ olduğundan:



Şekil 13.

$\left(\overset{\Delta}{AFM}\right) \approx \left(\overset{\Delta}{ABT}\right)$ benzerliğinden (Şekil 13)

$$\frac{x}{y} = \frac{b}{|BT|}$$

$$|BT| = |MT| = \frac{b.y}{x}$$

olur. Aynı üçgende yine benzerlikten faydalanılarak:

$$\frac{|AF|}{|FB|} = \frac{|AM|}{|MT|}$$

$$\frac{x}{b-x} = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{|MT|}$$

elde edilir ve ilk eşitlikte elde edilen $|MT|$ yerine yazıldığında:

$$\frac{x}{b-x} = \frac{\left(\sqrt{x^2+y^2}\right).x}{b.y}$$

$$b.y = (b-x)\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)$$

$$(b.y)^2 = (b-x)^2(x^2+y^2)$$

Şeklinde her iki tarafın karesi alınarak ve bu ifadeler düzenlenerek gerekli cebirsel işlemler yapıldığında

$$y^2 = \frac{(x-b)^2.x^2}{2bx-x^2} = \frac{(b-x)^2.x^2}{2bx-x^2}$$

$$y = \pm\frac{bx-x^2}{\sqrt{2bx-x^2}}$$ [21]

[21] Başhoca, bu kısma kadar tüm işlemleri doğru bir şekilde ilerletip, son kısımda yazım hatası veya işlem hatası sonucu $y = \pm\frac{bx-x^2}{\sqrt{bx-x}}$ şeklinde y değerini vermiştir, olması gereken ifade yukarda verildiği gibidir (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 225).

sonucu elde edilir. Daha sonra Başhoca elde edilen bu eşitliği yorumlayarak, *fasla* yani apsislerden birinin pozitif diğerinin negatif olduğunu, oluşan şeklin *tertib* yani ordinatlara göre simetrik konumlandığını, x mikdarı $2b$'den küçük olduğunda, eğrinin B noktasından daha sonra ise N ve N' noktalarından geçerek iki kola ayrıldığını belirtmiştir (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 225) (Şekil 12). Başhoca'nın herhangi bir ispata gitmeden, işlem yapmadan bu son açıklamayı sözel olarak ifade etmesi dikkate değerdir.

Bu problemin ikinci kısmında Başhoca, Şekil 12'deki $\left(\overset{\Delta}{ABT}\right) \approx \left(\overset{\Delta}{ASN'}\right)$ benzerliğini kullanmıştır. Kenarların ilk isimlendirmesinden farklı olarak, $|AS| = x, |SN'| = y, |AN'| = \sqrt{x^2 + y^2}$ ifadeleri benzerlikte yerine yazıldığında ve gerekli cebirsel işlemler yapıldığında $y = \pm \frac{x^2 - xb}{\sqrt{2bx - x^2}}$ elde edilmiştir. Başhoca şekildeki düğümün $|BN|$ kolunun denkleminin $y = +\frac{x^2 - xb}{\sqrt{2bx - x^2}}$, $|BN'|$ kolunun denkleminin ise $y = -\frac{x^2 - xb}{\sqrt{2bx - x^2}}$ olduğunu ifade etmiştir ancak bu çıkarıma nereden ulaştığını açıklığa kavuşturmamıştır. Yine herhangi bir ispat veya işlem yoluna gitmeden, B noktası merkez ve AD' çap kabul edildiğinde, $RD'R'$ doğrusunun eğrinin asimptotu olduğunu belirtmiştir.

Görüldüğü gibi Başhoca'nın kullandığı araçlar, benzerlik ve cebirsel işlemlerin ötesine geçmemektedir. Ayrıca Başhoca bu eğri hakkında herhangi bilgi vermemiş, eğrinin adını zikretmemiştir (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 224-226). Lockwood'un strofoidler hakkında verdiği bilgilere bakıldığında, Şekil 12'deki eğrinin A kutbuna göre, BC doğrusunun strofoidi olduğu anlaşılmaktadır (Lockwood, 1963, s. 135).

4.4.3 Asamm Eğriler

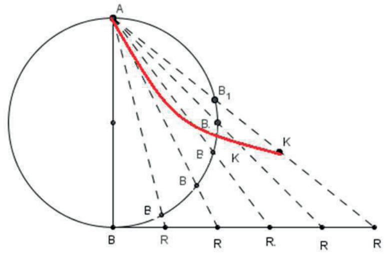
Başhoca, mutlak eğrilerin başında *asamm* yani rasyonel olmayan eğriler için yaptığı tanıma benzer ifadelerle konuya başlamıştır:

> Her bir ta'bir müctemi'-i hendesî olmaz ise asamm ta'bir olunur. Bu takdirce kavslar (yay) ve ceybler (sinüs) ve tamam-ı ceybler (kosinüs) ve mümasslar (tanjant) ve katta'lar (sekant) ve onlara müteallik (alâkalı) logaritmalar ve haricde vukû' olmayıp mevcûd sûretinde bulunan kemmiyyatların cümlesi asamm olur (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 234-235).

Bu tanımın ardından, $y = bcosx, y = bsinx, y = btanx, y = bsecx$ denklemleri çizildiğinde *asamm eğrileri* meydana getireceğini vurgulayan Başhoca, birçok *asamm* eğri olduğunu, ancak burada sadece meşhur olan eğrileri inceleyeceğini belirtmiştir (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 235).

Başhoca asamm eğrileri, *taz'îf-i mik'âb*[22] yani kübün hacminin iki katına çıkarılması (Tuncer, 1995, s. 130) ve *terbî'-i dâire* (Tuncer, 1995, s. 48) yani dairenin kareleştirilmesi problemlerinin çözümünde kullanılan *sarmaşıkî, murabbaî', m'izâvî, helezonî* olmak üzere 4 alt başlığa ayırmış ve bu eğrilerin mühendisler arasında meşhur ve iyi bilinen eğriler olduğunu vurgulamıştır (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 237). Antik dönemde ve görüldüğü gibi Başhoca'da da bu eğrilerin tamamı aynı grup içinde irdelenirken, Descartes sisoid ve konkoidi *geometrik eğriler* olarak nitelendirmiş, quadratrix ve spirali bu tanımlamanın dışında bırakarak *mekanik eğriler* olarak adlandırmıştır (Boyer, 2015, s. 376).

Başhoca burda Antik Çağ'ın üç ünlü problemi olan, Delos (veya Delia) problemi olarak da bilinen küpün hacminin iki katına çıkarılması, dairenin kareleştirilmesi ve bir açının üç eş parçaya ayrılması problemlerinden ilk ikisini saymaktadır. Pergel ve cetvel yardımıyla bu problemlerin çözülemeyeceği yaklaşık 2200 yıl sonra anlaşılsa da, çözüm için harcanan çaba Yunan matematiğine önemli donanımlar kazandırmıştır; bunlardan birkaçı da yukarıda sayılan eğrilerdir (Boyer, 2015, s. 86; Cajori, 2014, s. 28). Bu problemlerin çözümü için, Pisagorcuların hiç ilgilenmediği daire geometrisi ile ilgilenen Sofistler, bahsi geçen eğrilerle ilgili önemli ilerlemeler kaydetmiştir (Cajori, 2014, s. 29-30). Başhoca konunun felsefî ve tarihî arka planına değinmemiştir.



Şekil 14. (Başhoca 1258/1842, Şekil 156)*6*

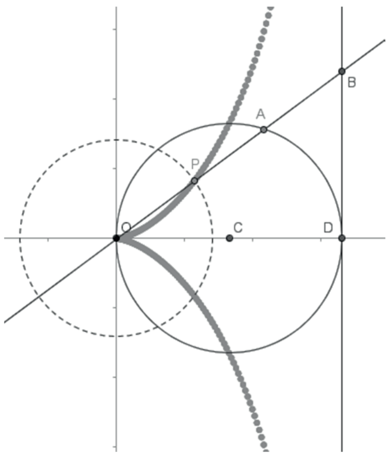
İncelenen ilk eğri *münhani-i şarmaşıkî,* bugün Yunanca'da da "sarmaşık" anlamına gelen sisoid (*cissoïde)* eğrisidir (Tezer, 2012, s. 25; Cajori, 2014, s. 217). Başhoca eğrinin tanımını şu şekilde yapmıştır (Şekil 14):

AB_1B nısf dâiresinin (yarım dâiresinin), BR mümass-ı (teğeti) sâ'iri, AR hatları dahi *hutut-u asliyyeden* (ana doğrular) olarak, her bir AR hattından AB_1 mik-

[22] Bu konuya Başhoca yine *MUR*'da s. 224-225'te de değinilmiştir.

tarı, R noktasından AR hattı üzerinde yani $RK = AB_1$ kat'ı alınsa hâsıl olan K K noktalarından mürûr ederek (geçerek) resm olunan münhanîye sarmaşıkiyye itlâk olunur (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 238).

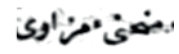
Bu tanımdan sonra Başhoca, yine eğri üzerindeki birkaç doğrunun nasıl davrandığını açıklayarak, Şekil 14'teki BR'nin, eğrinin asimptotu olduğunu belirtmiştir. Görüldüğü gibi eğri hakkında herhangi bir denklem verilmemiş, sadece sözel ifadelerle eğri üzerindeki çizgilerin hareketleri açıklanmıştır (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 238).



Şekil 15.

Modern anlatımla Başhoca'nın yaklaşımını kıyasladığımızda, Lockwood'un sisoid eğrisinin çizimini anlatış tarzı (Şekil 15) Başhoca ile benzerlik göstermektedir. Ancak şekil olarak özensiz bir çizim veren Başhoca, eğrinin tek kolunu vermekle yetinmiştir (Şekil 14). Lockwood eğrinin analitik ve diğer denklemlerinden bahsederken, Başhoca sözel anlatımın ötesine geçememiştir. Sisoid eğrisinin tarihine baktığımızda ise, Başhoca'dan çok önce 17. yy matematikçilerinin bu eğri ile ilgili hesaplamalar yaptıklarını görüyoruz: Fermat ve Roberval eğrinin tanjantını çizerken (1634), Huygens ve Wallis alanını hesaplamış (1658), Newton ise konu ile ilgili kübik denklemleri çözerek antik yaklaşımları örneklendirmiştir (Lockwood, 1963, s. 130-133; Lawrence, 1972, s. 53-56).

Başhoca üçüncü olarak *münhanî-i mezâvî* veya *münhanî-i m'izâvî* şeklinde ifade ettiği konkoid (conchoid) eğrisini incelemiştir. Konkoidin kelime anlamı midyeye benzer (Cajori, 2014, s. 53), sedef eğrisi (Boyer, 2015, s. 376) veya kavkı eğrisi (Tuncer, 1995, s. 152) şeklindedir. Ancak Başhoca'nın kullandığı ifade ile bu üç ifade arasında anlamsal bir yakınlık tespit edilememiştir. Bunun yanında *mezâvî* veya *mi'zâvî* ifadesinin anlamına sözlüklerde rastlanmamıştır. İfadenin yazımı metin içinde silik bir şekilde sadece iki farklı yerde geçmektedir ve şu şekildedir:

1.  ve 2.  (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 241)

İki sözcüğün tam ortasındaki harfin ع'mı yoksa □'mi olduğu net olarak okunamadığından sözcüğün kökeni ve anlamı ile ilgili iki ihtimal karşımıza çıkmaktadır:

1. منحني معزاوي (Münhanî-i M'izâvî): M'izâvî sözcüğünün, Arapça *'azv* (عزو) yani "birinin üstüne atma, ona yakıştırma, iftira" sözcüğünden (Devellioğlu, 2012, s. 66) türetildiği düşünülürse, *m'izâvî* sözcüğünün anlamı "bir şeyin üzerine atılan" olarak düşünülebilir.

2. منحنيء مزاوي (Münhanî-i Mezâvî): Mezâvî sözcüğünün, Arapça *zâviye* (زاويه) yani "açı" sözcüğünden (Devellioğlu, 2012, s. 1367) türetildiği düşünülürse, bu eğri için Başhoca'nın düşündüğü anlam *açısal eğri* şeklinde olabilir. Çünkü bu eğrinin bir açının üç eşit parçaya ayrılması için kullanıldığı bilinmektedir.

Son olarak Başhoca, *münhanî-i helezonî* olarak adlandırdığı Archimedes spirali veya sarmalını[23] incelemiştir. Denklemi $r = a.\theta$ olan bu eğri, dairenin kareye dönüştürülmesi ve bir açının üç eşit parçaya bölünmesi problemlerinde de kullanılabilmektedir (Boyer, 2015, s. 153-154; Lockwood, 1963, s. 173). Eğrinin dönme açılarından bahsederek, yayların ve doğruların nasıl hareket ettiğini açıklayan Başhoca, benzerlik, oran-orantı, logaritma gibi matematiksel işlemlere başvurmuştur (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 241-244).

5. Değerlendirme

Başhoca İshak Efendi, matematikle ilgili olan *MUR* 2. ciltte Descartes'ten hiç bahsetmezken, 4. ciltte astronomi başlığı altında Descartes'ın astronomik hareketlerle ilgili olan görüşlerine değinmiştir. Buradan hareketle, Başhoca'nın Descartes'in analitik geometri çalışmalarından haberdar olmadığı ve yine Descartes'in *La Géométrie* eserine atıfta bulunmadığı söylenebilir (Takıcak, 2019, s. 167).

MUR müstakil bir analitik geometri kitabı değildir. Osmanlıca literatürde analitik geometri için kullanılan *hendese-i tahlîliyye* ve *hendese-i halliyye* ifadeleri *MUR*'da kullanılmamıştır. Ancak Başhoca, geometri problemlerinin çözümünde cebirsel yöntemlerin kullanılmasını *hall-i hendesî* olarak isimlendirerek "yerinde"

[23] Archimedes, MÖ 287-212, Yunan geometricisi, fizikçisi. *On Spirals* adlı kitabında kendi adıyla anılan bu spirali tanıtmaktadır. Cajori (1909) bu spiralin Archimedes'in arkadaşı Conon tarafından keşfedildiği fikrini kabul etmemektedir (Cajori, 1909, s. 48). [İng. the spiral of Archimedes].

bir terminoloji tercih etmiştir. Ayrıca Başhoca *MUR* eserinde, Antik Çağ ve Orta Çağ İslam matematiğinde de karşılaşılan ve analitik geometrinin öncüsü kabul edilen "cebirsel geometri" ve "geometrik cebir" çalışmalarına yer vermiştir. Buna rağmen, Başhoca'nın Descartes'in aksine "yeni bir geometrik yapı kurgulama" güdüsünden uzak olduğunu söylemek mümkündür (Takıcak, 2019, s. 167).

Yapılan incelemeler sonucunda Başhoca İshak Efendi'nin *MUR* adlı eserinde iptidai düzeyde de olsa analitik geometrinin varlığına dair tespit edilen bulgular şu şekildedir:

- Kartezyen koordinat sistemindeki $x/\ y$ koordinat eksenlerini kullanmıştır (Takıcak, 2019, s. 167; Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 91, 96).
- Başhoca'nın analitik geometriye yanlış da olsa yaklaştığı diğer bir nokta da eksen olarak kabul ettiği doğrulara göre işaret incelemesidir (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 190, 194).
- Başhoca'daki analitik geometriye dair başka bir ipucu da, çeşitli teoremleri ifade ederken, "K noktası faslaların mebde'i..." (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 198) ve "A noktası faslaların mebde'i farz olunsa…" (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 199) gibi ifadelerle orijin yani $(0{,}0)$ başlangıç noktasının tanımlanmasıdır. Ancak bugünkü kullanımın aksine standart bir harf kullanımı tercih edilmemiştir.
- Yüksek geometriye baktığımızda Başhoca'nın, koni kesitlerinin bugün de kullandığımız analitik denklemini verdiği görülmektedir. Söz konusu denklemlerin birkaç yerde kullanılması, modern analitik geometri adına kayda değer bir bulgudur. (Takıcak, 2019, s. 167; Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 141-142).
- *MUR*'da modern analitik geometriye dair kayda değer başka bir bulguda da, Başhoca'nın cebirsel ifadeler birinci dereceden olur ise doğruları, ikinci dereceden olursa dairelerde bulunan çizgileri, ikinci derecenin üstünde olduğunda ise çeşitli eğrileri ifade ettiğini belirtmesidir (Başhoca İshak Efendi, 1258/1842, s. 34-35). Benzer bir durum Descartes'da de karşımıza çıkmaktadır: Descartes'ın Yunan geleneğinden ayrıldığı önemli noktalardan biri, Yunanlar'ın birer alan ve hacim ifadesi olarak aldığı x^2 ve x^3'ü de eğri / çizgi (line) olarak irdelemesidir (Boyer, 2010, s. 312).

Tüm bu veriler ışığında, Başhoca'nın *MUR* adlı eseri hakkında söylenebilecek en genel çıkarım, eserde Descartes'ın geometri çalışmalarından bahsedilmemesine rağmen, iptidai düzeyde analitik geometrinin mevcut olduğudur. İntegral kalkülüste olduğu gibi, analitik geometriyi Osmanlı'ya ilk defa tanıtan Başhoca İshak Efendi olmuştur. Ancak şu konunun da belirtilmesi gerekir ki, bugün analitik geometri kitaplarında karşılaştığımız, iki noktadan geçen doğru denklemi, eğimi ve bir noktası bilinen doğru denklemi, vektör hesabı gibi konular *MUR*'da mevcut değildir. Bu konuların *La Géométrie*'de de olmadığı unutulmamalıdır. Ayrıca Başhoca dışında, Osmanlıca analitik geometri kitabı kaleme almış diğer tüm yazarlarda bugün kullanıldığı anlamda analitik geometri mevcuttur. (Takıcak, 2016, s. 99-100; Takıcak, 2019, s. 169).

Kaynakça

Adıvar, A. (1982). *Osmanlı Türklerinde Bilim.* İstanbul: Remzi Kitapevi.

Ahmed Cevdet (1301/1884). *Tarih-i Cevde.* İstanbul: Matba-ı Osmaniyye.

Ahmed Zihnî Efendi (1310/1892). *Hendese-i Halliyye,* 1. Baskı. İstanbul: Mühendishane-i Berrî-i Hümayun Matbaası.

Ahmet Nazmi & Hilmi (1933). *Hendese Dersleri*, İstanbul: Devlet Matbaası.

Altun, M. (2008). *Matematik Öğretimi.* Bursa: Aktüel.

Başhoca İshak Efendi (1257/1841). *Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye.* C. 1. Mısır: Bulak Matbaası.

Başhoca İshak Efendi (1258/1842). *Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye.* C. 2. Mısır: Bulak Matbaası.

Beydilli, K. (1995). *Türk Bilim Ve Matbaacılık Tarihinde Mühendishane-Mühendishane Matbaası ve Kütüphanesi (1776-1826).* İstanbul: Eren Yayıncılık.

Bézout, E. (1764-1769). *Cours de mathématiques a l'usage des gardes du povillon et de la marine. 3.nde partie.* Paris: Bibliotheque Royale.

Bézout, E.(1815). *Cours de mathématiques a l'usage de la marine et de l'artillerie. 1.nde partie.* Avignon: Bibliotheque.

Boyer, C. B. (1968). *A History of Mathematics.* USA: John Wiley & Sons.

Boyer, C. B. (2004). *History of Analytic Geometry.* New York: Dover Publications.

Boyer, C. B. (2010). *A History of Mathematics.* Canada: John Wiley.

Boyer, C. B. (2015). *Matematiğin Tarihi.* Çeviren: Saadet Bağcacı. Ankara: Doruk Yayınları.

Bursalı Mehmet Tahir (1342/1926). *Osmanlı Müellifleri.* C. 3. İstanbul: Matbaa-ı Amire.

Cajori, F. (1909). *A History Of Mathematics.* New York: The Macmillan Company.

Cajori, F. (2014). *Matematik Tarihi.* çev.: Deniz İlalan. Ankara: ODTÜ Yayıncılık.

Devellioğlu, F. (2012). *Osmanlıca-Türkçe Ansiklopedik Lûgat.* Ankara: Aydın Kitapevi.

Dosay, M. (2002). "Mecmûa-i Ulûm-i Riyaziye", *Düşünen Siyaset* 16 (2002): 209-229.

Grabiner, J. V. (1970). "E. Bézout". *Dictionary of Scientific Biography*, C. 1. ed.: C.C. Gillispie, New York: Charles Scribner's Sons. 111-114.

Heath, T. L. (1956). *The Thirteen Books of Euclid's Elements.* C. 1. Newyork: Dover Publication.

Heath, T. L. (2004). *Apollonius of Perga (Edited in Modern Notation).* Cambridge: Cambridge At The University Press.

İhsanoğlu, E. (1989). *Başhoca İshak Efendi (Türkiye'de Modern Bilimin Öncüsü).* Ankara: Kültür Bakanlığı Yayınları.

Kaçar, M. vd. (2012). *İstanbul Teknik üniversitesi ve Mühendislik Tarihimiz.* İstanbul: İTÜ Yayınları.

Kalaycıoğulları, İ. (2003). *Katip Çelebi'nin Cihannüma Adlı Eserine İbrahim Müteferrika'nın Yaptığı Ekler Doğrultusunda Çağdaş Bilimlerin Türkiye'ye Girişi*. Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Ankara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Kökçü, A. (2014). *Osmanlılar'da Diferensiyel İntegral Hesap ve Eğitimdeki Yeri*. Doktora Tezi. Ankara: Ankara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Lawrence, J. D. (1972). *A Catalog of Special Plane Curves.* Newyork: Dover.

Lockwood, E. H. (1963). *A Book Of Curves.* Cambridge: Cambridge At The University Press.

Mehmed Esad (1249/1833). "Fünûn", *Takvîm-i Vekayi'*: 4. sütun 1.

Mehmed Esad (1312/1894). *Mirat-ı Mühendishane-i Berrî-i Hümayûn.* İstanbul: Karabet Matbaası.

Sayan, Ş. (1331/1915). *Hendese-i Tahlîliyye.* İstanbul: Matbaa-i Amire.

Şemseddin Sami (1306/1889). *Kamus-ül Âlam.* İstanbul: Mihran Matbaası.

Şen, A. (1995). *İbrahim Müteferrika ve Usûlü'l-Hikem fî Nizami'l-ümem.* Ankara: Türkiye Diyanet Vakfı Yayınları.

Takıcak, S. B. (2016). "Ahmed Zihnî Efendi'nin *Hendese-i Halliyye* Adlı Eseri", *Dört Öğe*, S. 10: 81-101

Takıcak, S. B. (2019). "Osmanlılar'da Analitik Geometri", *Kebikeç*, S. 47: 165-188.

Tezer, C. (2010). "Vidinli Hüseyin Tevfik Paşa". *Türk Matematikçileri. A. Sinan Sertöz Home Page.* http://sertoz.bilkent.edu.tr/turk/VIDINLI.pdf (Erişim: 22 Aralık 2015).

Tezer, C. (2012). "Başhoca İshak Efendi ve Mecmu'a-yı 'Ulûm-ı Riyaziye" *Dört Öğe*, S. 2: 67-106.

Tuncer, T. (1995). *Matematik Sözlüğü.* İstanbul: İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Döner Sermaye İşletmesi Prof. Dr. Nasım Terzioğlu Basım Atölyesi.

Yanyalı Mehmed Esad (1329/1913). *Hendese-i Musattaha.* 3. Baskı. İstanbul: Mekteb-i Fünûn-i Harbiye Matbaası.