



Sekizinci Sınıf Matematik Ders Kitabında Bulunan Çözümlü Örnekler ve Liselere Geçiş Sınavındaki Soruların Kavrayış Türleri Açısından İncelenmesi

Analysis of the Examples in the Eighth Grade Mathematics Textbook and the Questions in the High School Entrance Exam in Terms of Apprehension Types

Sema Nur KAYA ^{ID}, Bursa Uludağ Üniversitesi, semax055@gmail.com

Menekşe Seden TAPAN BROUTIN ^{ID}, Doç. Dr., Bursa Uludağ Üniversitesi, tapan@uludag.edu.tr

Çiğdem ARSLAN ^{ID}, Doç. Dr., Bursa Uludağ Üniversitesi, arslanc@uludag.edu.tr

Rıdvan EZENTAŞ ^{ID}, Prof. Dr., Bursa Uludağ Üniversitesi, rezentas@uludag.edu.tr

Geliş tarihi - Received: 6 Şubat 2022

Kabul tarihi - Accepted: 21 Nisan 2023

Yayın tarihi - Published: 28 Haziran 2023



Öz. Matematik öğretim programlarında ayrılmaz unsur olarak geometri karşımıza çıkmaktadır. Nitekim matematik ders kitaplarında bulunan geometri konularındaki soru ve çözüm şekilleri öğrenciler için geometrik muhakeme gelişimi açısından önemlidir. Bu çalışmada MEB onaylı ortaokul sekizinci sınıf matematik ders kitabında yer alan geometri ve ölçme alanında çözümlü örneklerin geometrik muhakeme açısından incelenmesi amaçlanmıştır. Bu çalışmada nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Çalışmada nitel araştırma yönteminin doküman analiz modeli kullanılmıştır. Veri toplama kaynakları olarak Türkiye’de, MEB (2018) tarafından 5 yıl kullanma süresiyle onaylanan bir ortaokul 8. sınıf matematik ders kitabı ve 2018, 2019, 2020 ve 2021 yıllarında yapılan Liselere Geçiş Sistemi (LGS) sınavında yer alan matematik testleri kullanılmıştır. Sekizinci sınıf matematik ders kitabınının 144-229 sayfaları arasında yer alan geometri ünitelerindeki çözümlü örnekler ve LGS sınavlarındaki matematik testlerinde bulunan geometri soruları irdelenmiştir. Bu çalışmada veri analizi Duval’ın kavrayış türleri esas alınarak gerçekleştirildiğinden verilerin betimsel analizi yapılmıştır. Çalışmanın sonucunda matematik ders kitabında bulunan üçgenler, eşlik ve benzerlik ve geometrik cisimler konularındaki çözümlü örneklerde en fazla söylemsel kavrayışa yer verildiği görülmüştür. Bununla birlikte matematik ders kitabında bulunan çözümlü örnekler ile LGS sınavında bulunan sorular karşılaştırıldığında her ikisinde de söylemsel kavrayışın ön planda olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca algısal, sıralı ve işlevsel kavrayışla ilgili sorulara az sayıda yer verildiği sonucuna ulaşılmıştır.

Anahtar Kelimeler: “Geometrik Muhakeme”, “Kavrayış Türleri”, “Liselere Geçiş Sistemi Sınavı”, “Matematik Ders Kitabı”.

Abstract. Geometry emerges as an integral element in mathematics teaching programs. So much so that the question and solution forms on geometry topics in mathematics textbooks are important for students in terms of geometric reasoning development. In this study, it is aimed to examine the worked examples in the field of geometry and measurement in the eighth grade mathematics textbook approved by the Ministry of National Education in terms of geometric reasoning. The document analysis model of the qualitative research method was used in the study. As data collection sources in the research, a secondary school eighth grade mathematics textbook approved by the Ministry of National Education (2018) with a usage period of 5 years and the mathematics tests in the High School Entrance System (LGS) exams held in 2018, 2019, 2020, 2021 were used. The worked examples in the geometry units between pages 144-229 of the eighth grade mathematics textbook and the geometry questions in the mathematics tests in the LGS exams were examined. In this study, descriptive analysis of the data was carried out, since data analysis was carried out on the basis of Duval's apprehension types. As a result of the study, it was seen that the most discursive apprehension was included in the worked examples on triangles, parity, similarity and geometric objects in the mathematics textbook. However, when the worked examples in the mathematics textbook and the questions in the LGS exam are compared, it can be said that discursive apprehension is at the forefront in both. In addition, it was concluded that few questions about perceptual, sequential and functional apprehension were included.

Keywords: “Apprehension Types”, “High School Entrance Exam”, “Geometric Reasoning”, “Mathematics Textbook”.



Extended Abstract

Introduction. In this study, it was aimed to examine the worked examples in the field of geometry and measurement in an eighth grade secondary school textbook and the geometry questions in the mathematics tests in the 2018, 2019, 2020 and 2021 High School Entrance Exam (LGS) in terms of apprehension types. In line with this aim, answers to the following research questions were sought in this study:

1. Which type of apprehension is included in the worked examples on geometry in the eighth grade mathematics textbook?
2. Which type of apprehension is included in the geometry questions in the LGS (High School Entrance Exam)?
3. What are the similarities and differences between the worked examples on geometry topics in the eighth grade middle school mathematics textbooks and the types of apprehension in the geometry questions in the LGS (High School Entrance Exam)?

Method. Qualitative research method was used in this study. In this study, descriptive analysis was preferred because the data were analyzed according to the framework created beforehand. As data collection sources in the research, a secondary school 8th grade mathematics textbook, which has a usage period of 5 years in Turkey and approved by the Ministry of National Education (MoNE, 2018), and the mathematics tests in the 2018, 2019, 2020 and 2021 High School Entrance Exam (LGS) were used. In this study, the worked examples given in the geometry units of the 8th grade mathematics textbooks approved by the Ministry of National Education (MoNE) and the geometry questions in the mathematics tests in LGS were examined according to Duval's (1995) apprehension types. These types of apprehension are perceptual, sequential, discursive and operative apprehension.

Results. It has been seen that there are four topics in the eighth grade mathematics textbook: "Triangles", "Parity and similarity", "Transformation geometry" and "Geometric objects". It has been determined that the worked examples on the subject of triangles require %68.18 discursive apprehension, %25 sequential apprehension, and %6.81 operative apprehension optical changes. It has been determined that the worked examples in the subject of parity and similarity require %55.55 discursive apprehension, %2.22 perceptual apprehension and %2.22 sequential apprehension. In the worked examples on the subject of transformation geometry, it was determined that %66.66 required the place way changes from operative apprehension, %14.28 sequential apprehension, %14.28 discursive apprehension and 4.76% optical changes from operative apprehension. It has been determined that worked examples on geometric objects require %68.88 discursive apprehension, %24.44 sequential apprehension, and the other %2.22 require perceptual apprehension, mereological changes and the place way changes from operative apprehension.

When the mathematics tests in the LGS exams in 2018, 2019, 2020 and 2021 are examined separately, 38 of the total 80 questions constitute the geometry question. In this context, it has been found that %60.52 of the questions require discursive apprehension, %26.31 sequential apprehension,



%7.89 perceptual apprehension and %5.26 of them require mereology changes from operative apprehension.

It has been seen that there are 128 worked examples of all geometry topics in the eighth grade mathematics textbook. It was determined that it consisted of the worked examples was determined that %57.81 (74) were discursive apprehension, %22.65 (29) sequential apprehension, %11.71 (15) required the place way changes from operative apprehension, %3,90 (5) perceptual apprehension questions, 3.12% (4) requiring optical changes from operational apprehension, and 0.78% (1) requiring mereological changes from operational apprehension. In fact, it has been determined that the geometry questions asked in LGS require the most discursive apprehension. In this context, it has been found that the problems that require discursive apprehension are at the forefront both in the textbook and in the LGS geometry questions.

Discussion and Conclusion. In this study, the worked examples in the field of geometry and measurement in a middle school eighth grade mathematics textbook and the geometry questions in the mathematics tests in the 2018, 2019, 2020 and 2021 High School Entrance Exam (LGS) were examined in terms of Duval's (1995) apprehension types. In this context, it was determined by considering Duval's (1995) perceptual, sequential, discursive and operative apprehension. On the other hand, it has been concluded that all the worked examples covering geometry and measurement in the mathematics textbook require discursive apprehension, sequential apprehension, operative apprehension, and perceptual apprehension, from the lowest frequency to the apprehension types. In addition, it has been concluded that the frequency of use of all worked examples covering geometry and measurement in the mathematics textbook requires discursive apprehension, sequential apprehension, functional apprehension, and perceptual apprehension. This result is in parallel with the study conducted by Khalidova and Tapan-Broutin (2017).

When the geometry questions in the mathematics test of the High School Entrance Exam (LGS) held since 2018 were examined, it was concluded that the questions requiring mereology changes were the most discursive apprehension and the least operative apprehension. In the LGS held in 2018 and 2019, it was observed that no questions were asked about operative apprehension. However, the absence of questions on perceptual apprehension in 2020 and 2021 is another important result for the study. On the other hand, only questions requiring mereological changes were included in the questions with operative apprehension.

It is seen that very few of the LGS geometry questions contain questions that require operative apprehension, and it has been found that this situation is not the same for the worked examples in the mathematics textbook. In addition, when the LGS geometry questions were examined, it was found that there were only 2 questions requiring mereological changes in operative apprehension, but there were worked examples of each type of operative apprehension in the mathematics textbook that required changes.



Giriş

Geometri, matematik öğretim programının önemli bir parçasıdır (Choi & Park, 2013). Geometri mekansal bir uzayda şekiller, hareketler ve ilişkilerin incelendiği bir alandır (Clements, 1998). Bununla birlikte geometri; yönleri tarif etmede, şekilleri tanımlamada ve günlük hayat problemlerini çözmede kullanılabilecek temel bir beceridir (Sherard, 1981). Ayrıca geometri, öğrencilerin gerekçelendirme ve muhakeme etme becerilerine katkı sağlamaktadır (National Council of Teachers of Mathematics-NCTM, 2000). Geometrik muhakeme, şekil ve uzayı araştırmak için biçimsel kavramsal sistemlerin bulunması ve kullanılması olarak ifade edilmiştir (Battista, 2007, s.843). Söz konusu biçimsel kavramsal sistemler, şekillerin geometrik özellikleri, ölçüm sistemleri ve ispatta kullanılan aksiyomatik sistemleri içermektedir (Frazee, 2018, s.3). Geometrik muhakeme terminolojileri ezberlemekten ve teoremleri bilinen durumlara uygulamaktan daha ötedir (Seah & Horne, 2019). Geometrik muhakeme, öğrencilerin mantıksal, sistematik düşünmesini ifade eder ve öğrencilerin geometrik durumları anlamlandırmalarına yardımcı olan şekiller ve özellikleri hakkında tümdengelimli argümanlar geliştirilmesi ve değerlendirilmesi için önemlidir (Brown vd., 2004). Ayrıca geometrik muhakeme, öğrencilerin matematiksel bilgilerini geometrideki kavramsal gelişimlerini geliştirecek şekilde düzenlemelerine yardımcı olmaktadır (NCTM, 2002).

Matematik eğitiminde öğrencilerin, problemlerde muhakeme etme aracılığıyla kendi çözümlerini oluşturmak yerine ezberci öğrenme yaklaşımının sunmuş olduğu olanaklarla çözüme ulaşmaya çalıştıkları görülmektedir (Lithner, 2000). Bu bağlamda öğrencilerin muhakeme edebilmeyi öğrenebilmeleri için hem rutin hem de rutin olmayan problemleri nasıl çözeceklerine ilişkin uygulamalar gerekmektedir (Schoenfeld, 1985). Bu uygulamalar için ders kitapları öğrencilere öğrenme fırsatı sunan önemli bir kaynak olarak karşımıza çıkmaktadır (Schmidt vd., 2001). Ders kitapları ülkelerin eğitim politikaları ve öğretim programlarının dönütü olarak ele alınmaktadır. Bu bağlamda ders kitabı, müfredatın ana taşıyıcısı olup okul konularının öğretimi ve öğreniminde önemli bir yere sahiptir (Sherman vd., 2016; Hadar, 2017; Mithans, 2020). Öyle ki öğretmenlerin öğretim programının konu sıralamasını ders kitaplarına göre gerçekleştirdikleri ve dersin işleniş sırasında kullanabilecekleri çeşitli öğretim etkinliklerinde ders kitaplarından yararlandıkları görülmektedir (English, 1992). Ders kitabının diğer bir önemli özelliği ise derslerde öğrenciler tarafından kullanılıyor olmasıdır (Mullis vd., 2012). Bununla birlikte ders kitapları eğitim araçları sisteminde anahtar rol üstlenmektedir (Skela, 2008). Ders kitapları alıştırmalar ve etkinlikler sunmaktadır (Johansson, 2003). Ek olarak ders kitapları çözümlü örnekler de içermektedir. Yeni bir konu öğrenirken çözümlü örnekler aracılığıyla yönlendirilen öğretimin, problem çözme stratejilerine kıyasla daha etkili olduğu vurgulanmaktadır (Tarmidzi & Sweller, 1988; Paas & Morrienboer, 1994). Bu bağlamda çözümlü örnekler hem konuların sunuluşunda hem de konuların pekiştirilmesinde bir yol olarak tercih edilmektedir (Ata Özer, 2018). Ek olarak çözümlü örnekler muhakeme gelişimi için büyük bir rol üstlenmektedir (Mayer, 1987). Çözümlü örnek, bir problemde ve onun ayrıntılı çözümlerinden oluşur (Renkl vd., 2002). Özellikle; çözümlü örnekler, bir problemin çözümüne yönelik algoritmik adımları sunar (Atkinson vd., 2000). Bu bağlamda çözümlü örnekler, esas problemin çözümünün sonucu odaklı olmayıp problemin nasıl çözülebileceğine odaklanmaktadır (Sweller vd., 1998). Ayrıca çözümlü örnekler, belirli tekniklerin kullanımını göstermenin bir yolu olarak ders kitapları veya öğretmenler tarafından detaylı inceleme için kullanılan araçlardır (Watson & Mason, 2005). Genel olarak çözümlü örnekler okul ders kitaplarında daha sık



kullanıldığından öğretmenlerin matematik öğretiminde baz aldıkları en etkili dokümanlar oldukları görülmektedir (Atkinson & Renkl, 2007). Öte yandan çözümlü örnekler problem çözme becerilerinin gelişmesinde önemli bir rol almaktadır (Mayer, 1987; Renkl, 1999).

Ders kitapları içerik sunumu, teknoloji kullanımı, etkinlikler, problem çözme ve ilgili literatüre ilişkin geliştirilen görselleştirme olmak üzere beş ana alt kategoride ele alınmaktadır (Mayer vd., 1995). Ders kitaplarının görsel öğelerle bilgi vermek, bilgileri desteklemek, merak uyandırarak dikkati toplamak, konuları özetlemek, olgular ya da kavramlar arasındaki ilişkileri göstermek, soyut olan karışık konuları daha basit ve anlaşılır kılmak gibi işlevleri vardır (Dursun & Eşgi, 2008). Kitaplardaki görsel öğeler ve resimler hem karmaşık olan bilgilerin daha basit kavranmasına hem de soyut olan kavramların somutlaşmasına imkan tanımaktadır (Uzuner vd., 2010). Öyle ki ders kitaplarında bulunan çözümlü örnekler için ilgili çözümde takip edilecek her adımın görsel olarak ön planda tutulması gerektiği vurgulanmıştır (Atkinson vd., 2000). Ders kitaplarında yer alan görsellerin ve çözümlü örneklerin sayısının fazla olması öğrencilerin matematiğin temellerini oluşturmaları ve kendilerine özgü fikir üretmeleri için önemli bir etmendir (Yeap, 2005).

Geometri dersi için düşünüldüğünde, görsel öğelerden en önemlisi çizimlerdir. Geometrik nesnelerin temsili gösterimine çizim adı verilmektedir (Tapan-Broutin, 2014). Geometride bulunan problemler, sorular ve alıştırmalar genellikle temsili çizimler içermektedir. Bu durumda öğrencilerin verilen bir çizimin geometrik özelliklerini dikkate alarak farklı çözüm yollarının üretimi için çeşitli problemlerle karşı karşıya kalmaları gerekmektedir (Laborde & Capponi, 1994). Bu noktada ise geometrik muhakemenin önemi ortaya çıkmaktadır. Geometrik muhakemeyi bilişsel bir modelde ele alan Duval (1995) ayrıca geometride bulunan şekillerin bilişsel olarak kavrayış türlerini de ele almıştır. Geometrik problemleri çözmek genellikle bu farklı kavrayışların etkileşimlerini gerektirmektedir (Duval, 2006). Bu bağlamda bu çalışmanın odak noktasını oluşturan kavrayış türleri oluşturan kuramsal çerçeveye Duval'e (1988, 1995) göre oluşturulmuştur.

Literatürde Türkiye'de yapılan ders kitaplarına ilişkin araştırmalarda genellikle ders kitabı karşılaştırmaları ve analizi (Esirgemez, 1995; Dayak, 1998; Altun, Arslan & Yazgan, 2004; Dede & Yaman, 2005; Kaytan, 2007; Özgeldi & Esen, 2010; Özer, 2012), ders kitabını farklı ülkelerin ders kitapları ile karşılaştırılması (Khalidova & Broutin, 2017; Ata-Özer, 2018; Leylek, 2020) ders kitabı ile ilişkili PISA temelli çalışmalar (Aydoğdu-İskenderoğlu & Baki, 2011; Şaban, 2019; Şirin & Yıldız, 2020); ders kitapları ile ilgili öğretmen görüşleri (İldırı, 2009; Kurtulmuş, 2010; Büyükyılmaz, 2019; Süslü, 2021; Kazancı-Dede, 2020; Akkuş, 2021) ders kitapları ile ilgili hem öğretmen hem de öğrenci görüşleri (Kaya, 2008; Çakır, 2009; Karaca-Gün, 2009; Yüksel, 2010; Bulut, 2013; Turan, 2019) ve ders kitabı ve öğretim programına ilişkin (Akkaya, 2016; Sevim, 2019) çalışmalar olduğu görülmektedir. Bu bağlamda matematik ders kitapları ve LGS sorularının kavrayış türleri açısından analizi ile ilgili bir çalışmaya rastlanılmamıştır.

Bu araştırmanın yapılmasındaki diğer bir sebep ise okul ve okul dışı yaşamın kolaylaştırılmasında önemli bir etkiye sahip olan muhakeme becerisinin geliştirilmesi için okulda uygun ortamların hazırlanmasının gerektiği matematik dersi öğretim programlarında da üzerinde durulan bir kavramdır (MEB, 2013). Üstelik bu becerinin güncellenen matematik dersi öğretim programlarının özel amaçları arasında yer alması dikkat çekicidir (MEB, 2013; 2018). İlgili literatür incelendiğinde genel



olarak geometrik muhakemenin süreç yapısına odaklanmış çalışmaların olduğu görülmektedir. Bu bağlamdaki çalışmaların öğrenciler (Panaoura & Gagatsis, 2009; Karpuz vd., 2014; Mutluoğlu & Erdoğan, 2020), öğretmen adayları (Köse vd., 2012) ve öğretmenlerle (Tutan, 2019; Özen, 2017) yapılmış olduğu tespit edilmiştir. Öte yandan matematik ders kitaplarının öğretimi nasıl etkilediğini inceleyen araştırmalar, kitapların öğrencilerin matematik öğrenmeleri üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğunu göstermektedir (Stylianides, 2009). Ayrıca; matematik derslerinde kullanılan kitapların öğretimleri diğer derslere göre daha fazla şekillendirdiği görülmüştür (Fan vd., 2013). Öğretilere ek olarak ders kitaplarının öğrencilerin ne öğrendiklerini, nasıl öğrendiklerini ve ulaşabilecekleri bilişsel düzeylerini de etkilediği belirtilmektedir (Grouws vd., 2013; Stein vd., 2007). Bu nedenle matematik ders kitaplarının farklı yeterlilikler açısından incelenmesi ve mevcut durumun ortaya konulması önem kazanmaktadır. Yapılan bu araştırmada, ortaokul sekizinci sınıf bir matematik ders kitabında yer alan geometri ve ölçme alanında çözümlü örneklerin ve 2018, 2019, 2020 ve 2021 yıllarında yapılan Liseye Geçiş Sistemi (LGS) sınavındaki matematik testlerinde bulunan geometri soruların kavrayış türleri açısından incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda bu çalışmada aşağıdaki araştırma sorularına yanıt aranmıştır:

1. Sekizinci sınıf matematik ders kitabında geometri konusunda yer alan çözümlü örneklerde hangi kavrayış türüne nasıl yer verilmiştir?
2. LGS (Liseye Geçiş Sistemi) sınavındaki geometri sorularında hangi kavrayış türüne nasıl yer verilmiştir?
3. Sekizinci sınıf ortaokul matematik ders kitaplarında yer alan geometri konularına ilişkin çözümlü örnekler ile LGS (Liseye Geçiş Sistemi) sınavındaki geometri sorularındaki kavrayış türleri arasındaki benzerlikler ve farklılıklar nelerdir?

Kuramsal Çerçeve

Duval (1995) geometri muhakemeye bilişsel bir bakış açısı ile yaklaşmakta olup geometrik muhakemenin görselleştirme süreçleri, inşa (yapı) süreçleri ve akıl yürütme süreçleri olmak üzere üç tür bilişsel sürece vurgu yapmaktadır. Bu süreçler görselleştirme, inşa (yapı) ve akıl yürütme süreçleri olarak karşımıza çıkmaktadır. Görselleştirme süreçleri geometrik bir ifadenin görsel temsili veya karmaşık bir geometrik durumun keşfini; inşa (yapı) süreçleri araç kullanımını ve son olarak akıl yürütme süreçleri ise bilginin genişletilmesi, açıklama ve ispat için söylemsel süreci ifade etmektedir (Duval, 1998).

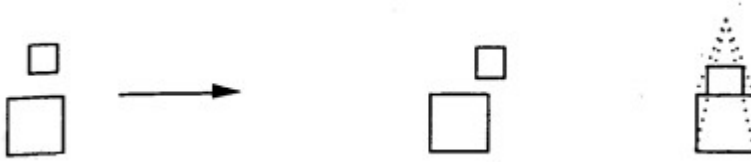
Geometrik bir şeklin çiziminin yorumlanmasında Duval (1995) algısal, sıralı, söylemsel ve işlevsel olmak üzere dört bilişsel kavrayış olarak ele almaktadır. Algısal kavrayış, bir kişinin geometrik bir şekle bakarken ilk bakışta neyi tanıdığını ifade etmektedir. Şekildeki ipuçların algısal olarak kavranması ve verilen ipuçların şekil ile entegrasyonunun sağlanması olarak kabul edilmektedir. Bir şeklin inşası söz konusu olduğunda ise sıralı kavrayış karşımıza çıkmaktadır. Söylemsel kavrayış, bir şeklin algısal olarak kavranması yoluyla belirlenmeyen ancak verilen özelliklerden türetilebilen matematiksel özellikleri ifade etmektedir. İşlevsel kavrayış ise belirli bir şekli değiştirmenin çeşitli yollarına bağlıdır. Belirli bir şekli değiştirme biçimine göre ise üç tür yol tanımlanmıştır (Duval, 1988). Bu yollar mereolojik, optik ve konumsal değişikliklerdir.

Mereolojik değişiklikler, bütün verilen bir şeklin çeşitli şekillerde parçalara ayrılmasını ifade etmektedir. Bununla birlikte bu parçaları başka bir bütün şeklin içinde birleştirebilir veya yeni alt şekillerin görünmesi sağlanabilir. Bu bağlamda ilk bakışta görünen şekillerin değişikliği mevcuttur. Örneğin bir paralelkenar bir dikdörtgene dönüşür veya üçgenler birleştirilerek bir paralelkenar ortaya çıkarılabilir. Şekil 1’ de mereolojik değişikliğe bir örnek verilmiştir. Şekil 1’de başlangıçta verilen şeklin alt şekilleri çizimler ile gösterilmiş ve böylece kullanılacak zihinsel geometrik muhakemelerin görsel üzerinde gösterimi sağlanabilmiştir. Bu durum mereolojik değişikliğin tipik bir örneğidir.



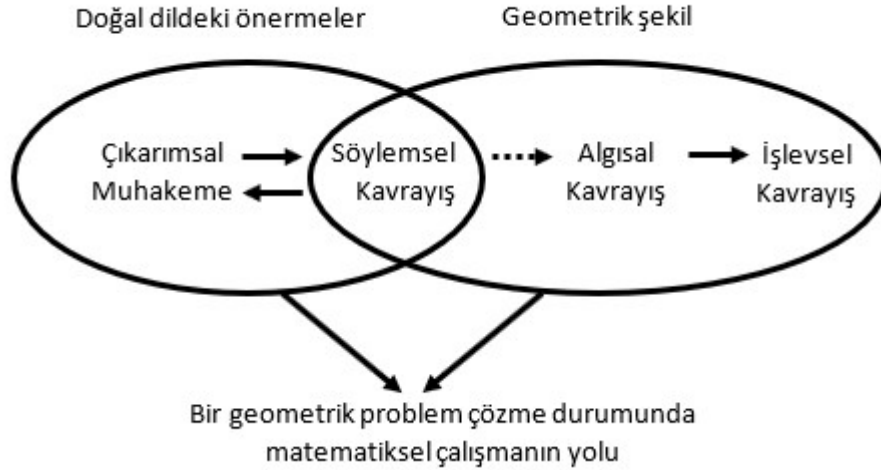
Şekil 1. Verilen bir şeklin mereolojik rekonfigurasyon süreci (Duval, 1999)

Optik değişiklikler; mercek kullanılmıyormuş gibi şekli büyültme, küçültme, eğikleştirme gibi şeklin biçimini değiştirme olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu sayede herhangi bir değişiklik olmadan şekiller farklı görünebilir; örneğin gerçek yaşamda uçak şekilleri sanki üç boyutlu bir uzaydaymış gibi görülmektedir. Şekil 2’ de verilen iki benzer şeklin üst üste bindirilmesi yoluyla optik değişiklik sağlanmıştır (Duval, 1995). Yapılan bu eylemi optik değişiklikler çerçevesinde değerlendirdiğimizde küçük kare büyük karenin arkasında ve uzağındaymış gibi görülmektedir.



Şekil 2. Verilen bir şeklin optik değişikliği (Duval, 1999)

Konumsal değişiklikler ise şeklin pozisyonunu ve yönünü kağıt üzerinde veya bilgisayar ortamında değişimini sağlamaktadır. Sonuç olarak Duval (1999) geometrik muhakemenin bilişsel modelinde birbiriyle hiyerarşik ilişkisi bulunmayan dört kavrayış türünü ele almıştır. Şekil 3’te söz konusu kavrayış türleri, bir geometrik problem çözme durumunda çalışmanın yolu olarak sunulmuştur.



Şekil 3. Matematik eğitiminde geliştirilmesi gereken beceriler ve bağlantılar (Duval, 1999)

Şekil 3'te verilen kavrayış türleri arasındaki ilişkiye bakıldığında işlevsel kavrayışın diğer kavrayış türlerinin etkisi altında olduğu görülmektedir. Bununla birlikte işlevsel kavrayışın diğer kavrayış türlerine nazaran daha çok söylemsel kavrayışla ilişkilidir. Ek olarak çıkarımsal muhakeme farklı kavrayış türleriyle çift taraflı bir ilişki içindedir. Bu bağlamda geometrik bir şekle Duval'in (1999) kavrayış türleri ile bakılması geometrik muhakeme için genel bir çerçeveye sağlamaktadır.

Yöntem

Bir ortaokul sekizinci sınıf matematik ders kitabında yer alan geometri ve ölçme alanında çözümlü örneklerin ve 2018, 2019, 2020 ve 2021 yılları Liseye Geçiş Sistemi (LGS) sınavındaki matematik testlerinde bulunan geometri soruları kavrayış türleri açısından analizini içeren bu çalışmada nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Yıldırım ve Şimşek'e (1999) göre nitel araştırma, gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda, gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırmadır. Bu araştırmada nitel araştırma yönteminin doküman analiz modeli kullanılmıştır. Doküman analiz modeli, araştırılması hedeflenen olgu veya olgular hakkında bilgi içeren yazılı materyallerin analizini kapsar. Materyallerin analizi ise, Strauss ve Corbin (2008) tarafından "betimsel analiz" ve "içerik analiz" olarak sınıflandırılan iki grupta incelenir. Bu çalışmada verilerin betimsel analizi yapılmıştır. Betimsel analizde, daha önce oluşturulan çerçeveye göre elde edilen veriler okunur ve düzenlenir. Düzenlenen veriler tanımlanır ve gerekli yerlerde doğrudan alıntılarla desteklenir. Yapılan çalışmada veriler daha önceden belirlenen temalara göre özetlenip, yorumlanmıştır.

Veri Toplama Kaynakları

Araştırmada veri toplama kaynakları olarak Türkiye'de, MEB (2018) tarafından 5 yıl kullanma süresiyle onaylanan bir ortaokul 8. sınıf matematik ders kitabı ve 2018, 2019, 2020 ve 2021 yılları Liseye



Geçiş Sistemi (LGS) sınavındaki matematik testleri kullanılmıştır. Sekizinci sınıf matematik ders kitabının 144-229 sayfaları arasında yer alan geometri üniteleri ve LGS sınavındaki matematik testlerine ilişkin geometri soruları esas alınarak incelenmiştir. Türkiye'deki okullarda ortaokul sekizinci sınıf matematik dersi kitabı olarak okutulan Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları (Böge & Akıllı, 2021) ve Koza Yayınları (Erenkuş & Eren Savaşkan, 2020) olmak üzere iki matematik ders kitabı mevcuttur. Kitap tipik durum örnekleme (Yıldırım ve Şimşek, 2008) ile seçilmiş olup Türkiye'de yaygın olarak kullanılan ders kitabı tercih edilmiştir. Ayrıca seçilen ders kitabı araştırmacılardan biri tarafından aktif olarak kullanılmaktadır. Söz konusu ders kitabına ilişkin bilgiler Tablo 1'de gösterilmiştir.

Tablo 1.

İncelenen Ders Kitabının Yılı, Yazarı ve Yayınevi

Ders Kitabının Kullanıldığı Eğitim-Öğretim Yılı	Ders Kitabının Yazarı ve Yayınevi
2021-2022	Böge H. ve Akıllı R. (2021). <i>Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik 8: Ders Kitabı</i> . Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları

Verilerin Değerlendirmesi

Bu çalışmada Türkiye'nin MEB tarafından onaylanan ortaokul 8. sınıf matematik ders kitaplarının geometri ünitelerinde verilen çözümlü örnekler ve LGS sınavındaki matematik testlerinde bulunan geometri soruları Duval'in (1995) kavrayış türlerine göre incelenmiştir. İncelenen soruların kavrayış türlerinin kullanımı açısından taşıdığı özellikleri belirlemek için matematik ders kitabı ve LGS sınavı için sırasıyla aşağıda Tablo 2 ve Tablo 3 oluşturulmuş olup bu tablolar üzerinden analiz edilmiştir. Ayrıca soruların kavrama türlerine göre frekans ve yüzde dağılımları hesaplanmıştır.

Tablo 2.

Kavrayış türlerinin kullanım sıklığı

Kavrama Türleri	Geometri Öğrenme Alanındaki Konular							
	Üçgenler		Eşlik ve Benzerlik		Dönüşüm Geometrisi		Geometrik Cisimler	
	N	%	N	%	N	%	N	%
Algısal kavrayış								
Sıralı kavrayış								
Söylemsel kavrayış								
İşlevsel kavrayış			Mereolojik					
			Optik					
			Konumsal					
Toplam								



Tablo 3.

Liseye Geçiş Sistemindeki (LGS) geometri konularındaki kavrayış türleri

Kavrama Türleri	LGS Sınav Yılları							
	2018		2019		2020		2021	
	N	%	N	%	N	%	N	%
Algısal kavrayış								
Sıralı kavrayış								
Söylemsel kavrayış								
İşlevsel kavrayış	Mereolojik							
	Optik							
	Konumsal							
Toplam								

Verilerin yorumlanması sürecinde alanında uzman iki araştırmacı verileri ayrı ayrı yorumlamış ve bu yorumlamaları karşılaştırmışlardır. Tutarlılık göstermeyen yorumlamalar teorik çerçeveler ışığında araştırmacılar tarafından tekrar yorumlanarak görüş birliğine varılmıştır. Son durumda araştırmanın güvenilirlik yüzdesinin %92 olduğu, (Uzlaşma Yüzdesi)=[Na (Görüş Birliği)/Na (Görüş Birliği)+Nd (Görüş Ayrılığı)]X100 formülü aracılığıyla tespit edilerek (Miles & Huberman, 1994) yürütülen bu araştırmanın güvenilir olduğu kabul edilmiştir.

Bulgular

Araştırmanın bu bölümünde, her bir alt probleme ait bulgular ve yorumlar ayrıntılı bir biçimde aktarılmıştır.

Birinci alt probleme ilişkin bulgular ve yorumlar

Araştırmada “Sekizinci sınıf matematik ders kitabında geometri konusunda yer alan çözümlü örneklerde hangi kavrayış türüne nasıl yer verilmiştir?” olarak belirlenen birinci alt probleme ait bulgular ve yorumlar geometri konuları çerçevesinde sırasıyla alt başlıklar şeklinde incelenmiş olup aşağıda yer verilmiştir.

Üçgenler konusunda kavrayış türleri

Sekizinci sınıf matematik ders kitabının ilk geometri konusu üçgenler olduğu görülmektedir. İlgili ders kitabında üçgenler konusunda toplam 44 tane çözümlü örnek olduğu tespit edilmiştir. Aşağıda Tablo 4’de üçgenler konusunun kavrayış türlerine göre dağılımı gösterilmiştir.

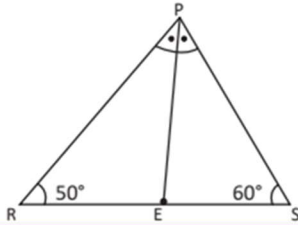
Tablo 4.
Üçgenler konusunun kavrayış türleri

Kavrama Türleri	Geometri Alanındaki Öğrenme Konusu		
	Üçgenler		
	N	%	
Algısal kavrayış	-	-	
Sıralı kavrayış	11	%25	
Söylemsel kavrayış	30	%68,18	
İşlevsel kavrayış	Mereolojik	-	
	Optik	3	%6,81
	Konumsal	-	-
Toplam	44	%99,99	

Tablo 4’de görüldüğü gibi Türkiye’de MEB’e bağlı okullarda okutulan ortaokul sekizinci sınıf bir ders kitabındaki üçgenler konusundaki çözümlü örneklerde incelenen 44 problemde 30’unun (%68,18) söylemsel kavrayışı, 11’inin (%25) sıralı kavrayışı ve 3’ünün (%6,81) işlevsel kavrayışın optik değişikliklerini gerektirdiği tespit edilmiştir. Bu bağlamda söylemsel kavrayış gerektiren çözümlü örneklerin fazla olduğu görülmektedir. İncelenen çözümlü örneklerde algısal kavrayış ve işlevsel kavrayışın hem mereolojik değişiklikleri hem de konumsal değişikliklerine yer verilmediği bulgusuna ulaşılmıştır. Kitapta üçgenler konusunda bulunan kavrayış türlerine ilişkin Şekil 4, Şekil 5 ve Şekil 6’da örnekler verilmiştir.

Birlikte Yapalım 7

Aşağıda verilen \widehat{PRS} nde $[PE]$, P açısının açıortayıdır. Verilenlere göre $m(\widehat{RPE})$ ve $m(\widehat{P})$ değerlerini bulalım.



\widehat{PRS} nin iç açılarının ölçülerinin toplamı 180° dir.

$$m(\widehat{P}) + 50^\circ + 60^\circ = 180^\circ$$

$$m(\widehat{P}) + 110^\circ = 180^\circ$$

$$m(\widehat{P}) = 70^\circ$$

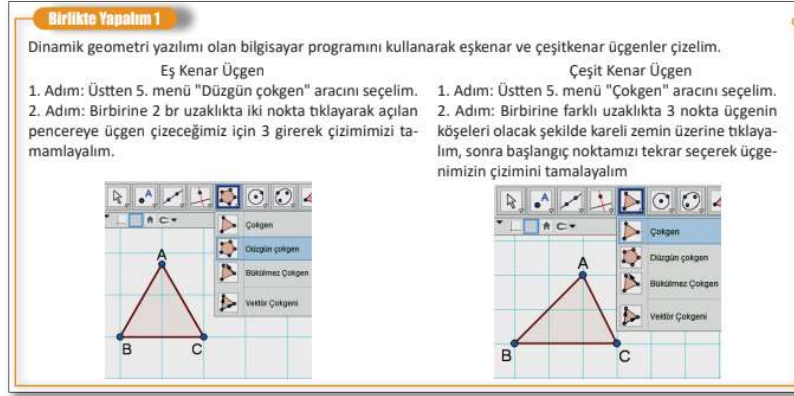
$[PE]$ açıortay olduğu için

$$m(\widehat{RPE}) = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ$$

$$m(\widehat{RPE}) = 35^\circ \text{ dir.}$$

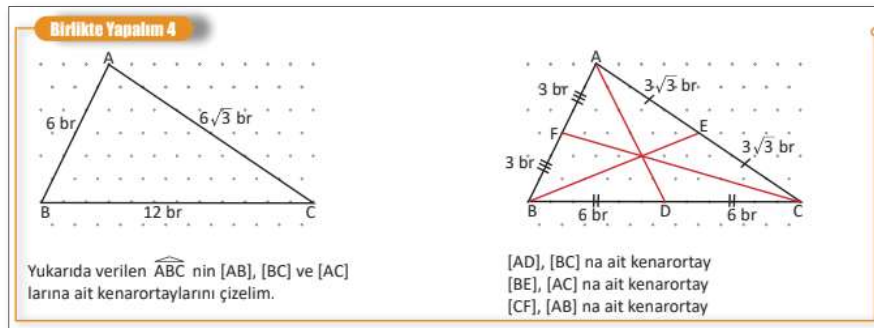
Şekil 4. Çözümlü örnek 7, (sayfa 147, Söylemsel kavrayış)

Şekil 4’de çözümlü örnek 7’de verilen üçgenin özellikleri göz önünde bulundurularak çözümlendiğinden söylemsel kavrayış ele alındığı tespit edilmiştir.



Şekil 5. Çözümlü örnek 1 (sayfa 144, Sıralı kavrayış)

Şekil 5’de çözümlü örnek 1’de verilen eş kenar üçgen ve çeşit kenar üçgenleri oluşturmada dinamik geometri yazılımı olan bilgisayar programında belli bir sıralamaya göre işlemler yapıldığı için sıralı kavrayış kategorisinde değerlendirilmiştir.



Şekil 6. Çözümlü Örnek 4 (sayfa sayısı 145, işlevsel kavrayış; optik değişiklikler)

Şekil 6’da çözümlü örnek 4’ te verilen ABC üçgenin her bir kenarın incelenmesi ve her bir kenara ait açıortayın değişme süreci işlevsel kavrayışın optik değişiklikleri olarak tespit edilmiştir.

Eşlik ve benzerlik konusunda kavrayış türleri

Sekizinci sınıf matematik ders kitabının ikinci geometri konusu “Eşlik ve Benzerlik” olduğu görülmektedir. İlgili ders kitabında “Eşlik ve Benzerlik” konusunda toplam 18 tane çözümlü örnek olduğu tespit edilmiştir. Tablo 5’de “Eşlik ve Benzerlik” konusunun kavrayış türlerine göre dağılımı gösterilmiştir.

Tablo 5.
Eşlik ve benzerlik konusunun kavrayış türleri

Kavrama Türleri	Geometri Konusu	
	Eşlik ve Benzerlik	
	N	%
Algısal kavrayış	4	%2,22
Sıralı kavrayış	4	%2,22
Söylemsel kavrayış	10	%55,55
İşlevsel kavrayış	Mereolojik	-
	Optik	-
	Konumsal	-
Toplam	18	

Tablo 5’de görüldüğü gibi Türkiye’de MEB’e bağlı okullarda okutulan ortaokul sekizinci sınıf bir ders kitabındaki eşlik ve benzerlik konusundaki çözümlü örneklerde incelenen 18 problemde 10’unun (%55,55) söylemsel kavrayışı, 4’ünün (%2,22) algısal kavrayışı ve 4’ünün (%2,22) sıralı kavrayışı gerektirdiği tespit edilmiştir. İncelenen çözümlü örneklerde söylemsel kavrayış gerektiren çözümlü örneklerin fazla olduğu görülmektedir. Bununla birlikte işlevsel kavrayışı gerektiren çözümlü örneklerin bulunmadığı bulgusuna ulaşılmıştır. Ders kitabında eşlik ve benzerlik konusundaki çözümlü örneklerde yer alan kavrayış türlerine ilişkin örnekler Şekil 7, Şekil 8 ve Şekil 9’da verilmiştir.

Birlikte Yapalım 11

Yanda verilen $\widehat{PRS} \sim \widehat{ABC}$ ise eş açılarını ve benzerlik oranını bulalım.

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{PRS} \sim \widehat{ABC} \\ m(\widehat{P}) = m(\widehat{A}) \\ m(\widehat{R}) = m(\widehat{B}) \\ m(\widehat{S}) = m(\widehat{C}) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Karşılıklı açı ölçüleri eşittir.} \\ \text{Benzer şekillerde eş açılardan karşısındaki} \\ \text{kenar uzunlukları birbiriyle orantılıdır.} \end{array}$$

$\widehat{PRS} \sim \widehat{ABC}$ benzerliğine göre kenarlar arasında sırasıyla oranlama yaparsak;

$$\frac{|PR|}{|AB|} = \frac{|RS|}{|BC|} = \frac{|PS|}{|AC|} = \text{Benzerlik oranı}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{3}{6} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = \text{Benzerlik oranı}$$

$\text{Ç}(\widehat{PRS}) = 3 + 4 + 5 = 12 \text{ cm}$

$\text{Ç}(\widehat{ABC}) = 6 + 8 + 10 = 24 \text{ cm}$

Çevreleri oranı: $\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$ olur.

$A(\widehat{PRS}) = \frac{3 \cdot 4}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}^2$

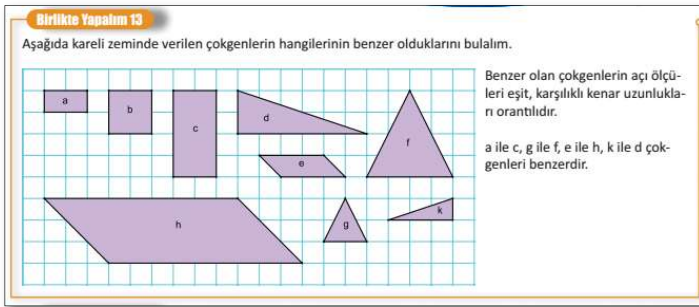
$A(\widehat{ABC}) = \frac{6 \cdot 8}{2} = \frac{48}{2} = 24 \text{ cm}^2$

Alanları oranı $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$ olur.

Şekil 7. Çözümlü örnek 11 (sayfa 172, söylemsel kavrayış)

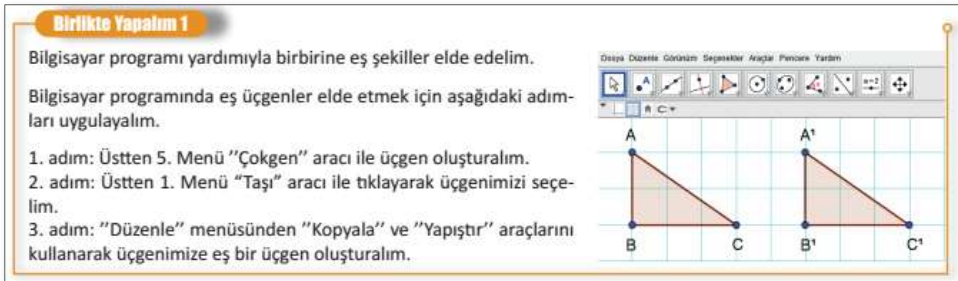
Şekil 7’de gösterilen çözümlü örnekte verilen PRS üçgeni ile ABC üçgeni arasındaki benzerlik oranlarını bulma sürecinde eşlik ve benzerlik teoremi kullanıldığından söylesel kavrayış gerektirdiği tespit edilmiştir.

Sayfa | 110



Şekil 8. Çözümlü örnek 13 (sayfa 173, algısal kavrayış)

Şekil 8’de verilen çözümlü örnekte hangi çokgenlerin benzer olduklarını belirlemede görsel görünümde dikkate alınacağından dolayı algısal kavrayış gerekmektedir.



Şekil 9. Çözümlü örnek 1 (sayfa 168, sıralı kavrayış)

Şekil 9’da verilen çözümlü örnekte eş üçgenler oluşturmada dinamik geometri yazılımı olan bilgisayar programında belli bir sıralamaya göre işlemler yapıldığı için sıralı kavrayış gerektirdiği yönünde yorumlanmıştır.

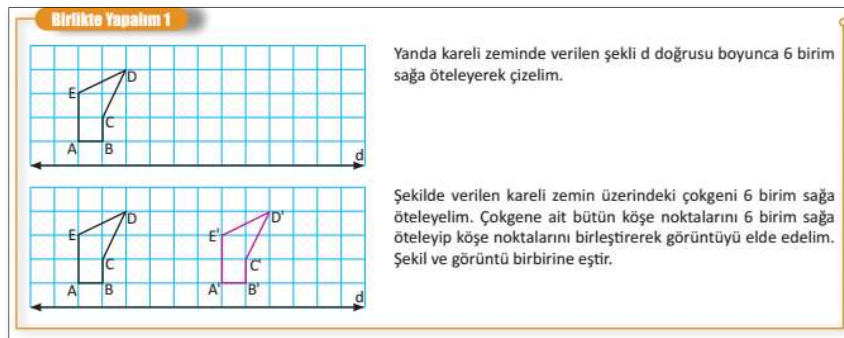
Dönüşüm geometrisi konusunda kavrayış türü

Sekizinci sınıf matematik ders kitabının üçüncü geometri konusunun "Dönüşüm Geometrisi" olduğu görülmektedir. İlgili ders kitabında "Dönüşüm Geometrisi" konusunda toplam 21 tane çözümlü örnek olduğu tespit edilmiştir. Tablo 6’da "Dönüşüm Geometrisi" konusunda yer alan çözümlü örneklerin kavrayış türlerine göre dağılımı gösterilmiştir.

Tablo 6.
Dönüşüm geometrisi konusunun kavrayış türleri

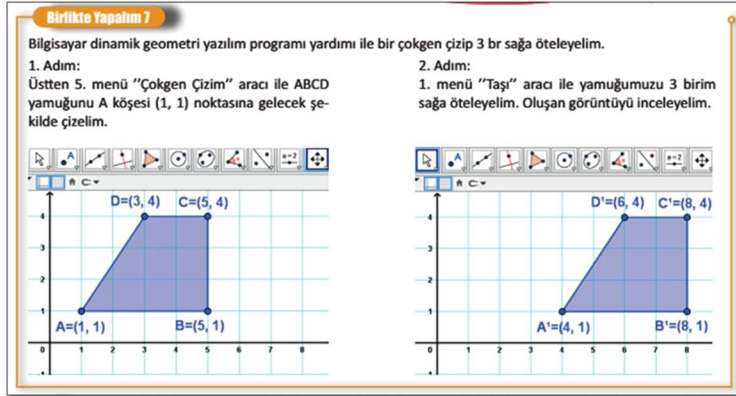
Kavrama Türleri	Geometri Alanındaki Öğrenme Konusu	
	Dönüşüm Geometrisi	
	N	%
Algısal kavrayış	-	-
Sıralı kavrayış	3	%14,28
Söylemsel kavrayış	3	%14,28
İşlevsel kavrayış	Mereolojik	-
	Optik	1
	Konumsal	14
Toplam	21	%99,98

Tablo 6’da görüldüğü gibi Türkiye’de MEB’e bağlı okullarda okutulan ortaokul sekizinci sınıf bir ders kitabındaki Dönüşüm Geometrisi konusundaki çözümlü örneklerde incelenen 21 problemde 14’ünün (%66,66) işlevsel kavrayışın konumsal değişikliklerini, 3’ünün (%14,28) sıralı kavrayışı, 3’ünün (%14,28) söylemsel kavrayışı ve 1’inin (%4,76) ise işlevsel kavrayışın optik değişikliklerini içerdiği tespit edilmiştir. Bununla birlikte incelen çözümlü örneklerde en çok işlevsel kavrayışın konumsal değişikliklerini gerektiren problemler olduğu görülmektedir. Öte yandan algısal kavrayış ve işlevsel kavrayışın mereolojik değişikliklerini gerektiren çözümlü örnekler yer verilmediği bulgusuna ulaşılmıştır. Dönüşüm Geometrisi konusundaki çözümlü örneklerde incelenen kavrayış türlerine ilişkin örnekler Şekil 10, Şekil 11, Şekil 12 ve Şekil 13’de sunulmuştur.



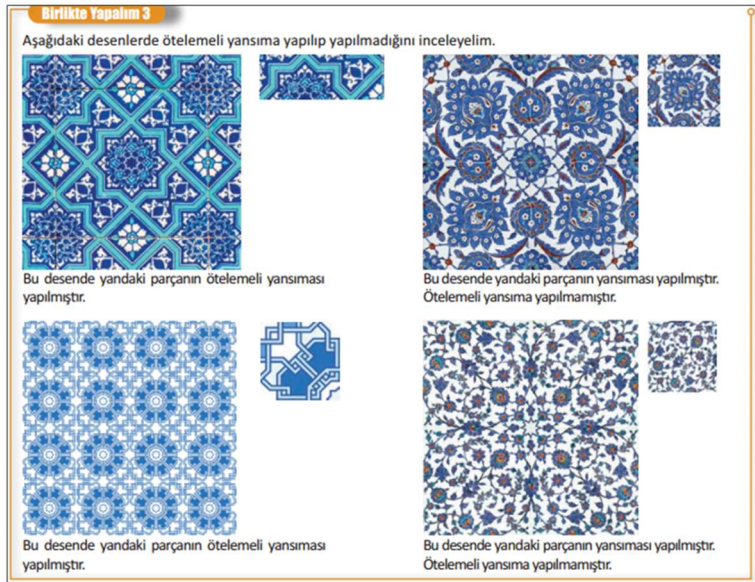
Şekil 10. Çözümlü örnek 1 (sayfa sayısı 182, işlevsel kavrayış konumsal değişiklikler)

Şekil 10’da verilen çözümlü örnekte çokgeni yön ve birim açısından inceleme sürecinde işlevsel kavrayışın konumsal değişikliklerinin kullanıldığı tespit edilmiştir.



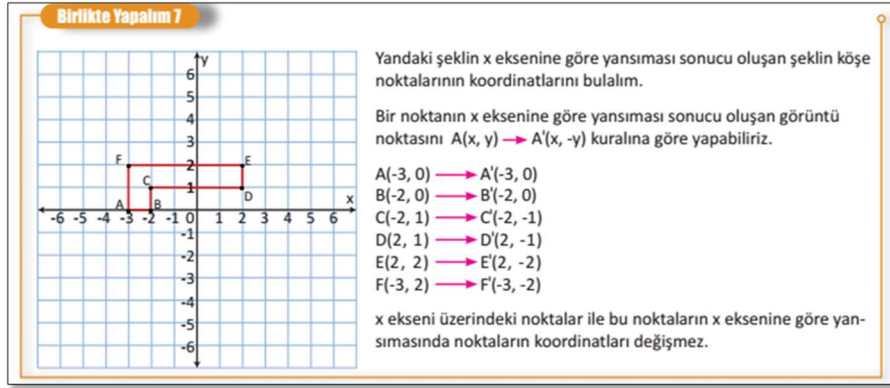
Şekil 11. Çözümlü örnek 7 (sayfa sayısı 185, sıralı kavrayış)

Şekil 11'de verilen çözümlü örnekte çokgen çiziminde dinamik geometri yazılımı olan bilgisayar programında belli bir sıralamaya göre işlemler yapıldığı için sıralı kavrayış kategorisinde değerlendirilmiştir.



Şekil 12. Çözümlü örnek 3 (sayfa numarası 192, işlevsel kavrayış-optik değişiklikler)

Şekil 12' de verilen çözümlü örnekte her bir desenin parçası büyültüp gösterildiğinden işlevsel kavrayışın optik değişikliklerini gerektirdiği tespit edilmiştir.



Şekil 13. Çözümlü örnek 7 (sayfa 189, söylesel kavrayış)

Şekil 13’de verilen çözümlü örnekte soru belirli bir kural yardımıyla açıklanmaya çalışıldığından dolayı söylesel kavrayış gerektirdiği yönünde yorumlanmıştır.

Geometrik cisimler konusunda kavrayış türleri

Sekizinci sınıf matematik ders kitabının dördüncü geometri konusu “Geometrik Cisimler” olduğu görülmektedir. İlgili ders kitabında “Geometrik Cisimler” konusunda toplam 45 tane çözümlü örnek olduğu tespit edilmiştir. Tablo 7’de “Geometrik Cisimler” konusunun kavrayış türlerine göre dağılımı gösterilmiştir.

Tablo 7.

Geometrik cisimler konusunun kavrayış türleri

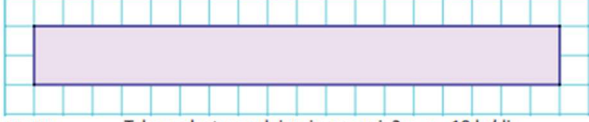
Kavrama Türleri	Geometri Alanındaki Öğrenme Konusu	
	Geometrik Cisimler	
	N	%
Algısal kavrayış	1	%2,22
Sıralı kavrayış	11	%24,44
Söylesel kavrayış	31	%68,88
İşlevsel kavrayış	Mereolojik	1 %2,22
	Optik	- -
	Konumsal	1 %2,22
Toplam	45	%99,98

Tablo 7’de görüldüğü gibi Türkiye’de MEB’e bağlı okullarda okutulan ortaokul sekizinci sınıf bir ders kitabındaki geometrik cisimler konusundaki çözümlü örneklerde incelenen 45 problemde 31’i (%68,88) söylesel kavrayışı, 11’i (%24,44) sıralı kavrayışı ve diğer 3’ü ise (%2,22) algısal kavrayış, işlevsel kavrayıştan mereolojik değişiklikler ve konumsal değişiklikler gerektirmektedir. Bu bağlamda çözümlü örnekten en çok söylesel kavrayış gerektiren problemler olduğu görülmektedir. Öte yandan

incelenen çözümlü örneklerde işlevsel kavrayışın optik değişikliklerini gerektiren herhangi bir problem olmadığı bulgusuna ulaşılmıştır. Geometrik cisimler konusundaki çözümlü örneklerde incelenen kavrayış türlerine ilişkin örnekler Şekil 14, Şekil 15, Şekil 16, Şekil 17 ve Şekil 18'de sunulmuştur.

Birlikte Yapalım 5

Yanda yanal yüzeyinin açılımını verilen dik dairesel silindirin tabanını oluşturan dairelerden birinin yarıçapını bulalım. ($\pi = 3$ alınız.)



Dik dairesel silindirde yanal yüzeyin açılımını oluşturan dikdörtgensel bölgenin kenar uzunlukları 18 br ve $h = 2$ br'dir.

Tabanı oluşturan dairenin çevresi $2\pi \cdot r = 18$ br'dir.

$$2 \cdot 3 \cdot r = 18$$

$$6 \cdot r = 18$$

$$r = 3 \text{ br bulunur.}$$


Şekil 14. Çözümlü örnek 5 (sayfa 203, sölemsel kavrayış)

Şekil 14'de verilen çözümlü örnekte tabanı oluşturan dairenin çevresi kullanılarak yarıçap bulunduğundan dolayı sölemsel kavrayış gerektirdiği yönünde yorumlanmıştır.

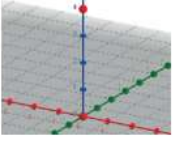
Birlikte Yapalım 6

Bilgisayar programını kullanarak dik koni çizelim.

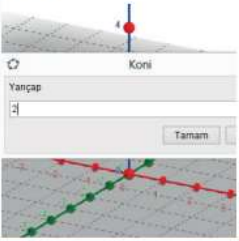
1. Adım: Üstten 9. menü "Koni" çizim aracını seçelim.



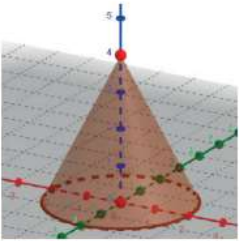
2. Adım: Dik koninin tabanı olan dairenin merkezi olacak şekilde 0'ı (orijini), koninin tepe noktası olacak şekilde 4'ü tıklayalım.



3. Adım: Açılan pencerede taban yarıçapının değerini 2 girerek dik koninin taban dairesinin yarıçapını belirleyelim.



4. Adım: Yüksekliği 4 br ve taban dairesinin yarıçapı 2 br olan dik koninin çizimini oluşturalım.



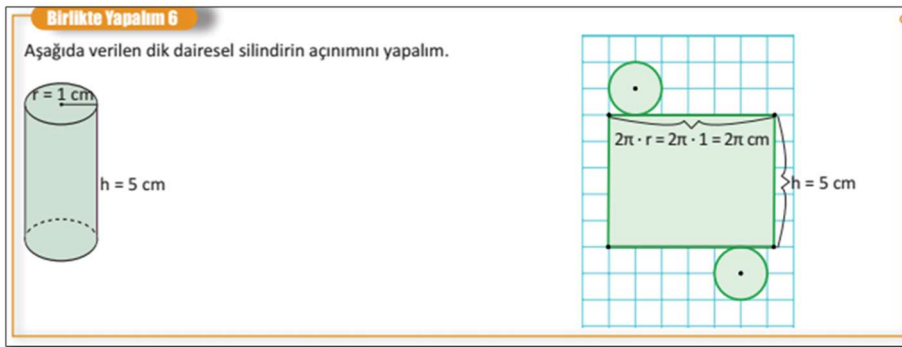
Şekil 15. Çözümlü örnek 6 (sayfa 222, sıralı kavrayış)

Şekil 15'de verilen çözümlü örnekte dik koni çiziminde dinamik geometri yazılımı olan bilgisayar programında belli bir sıralamaya göre işlemler yapıldığı için sıralı kavrayış içerdiği bulgusuna ulaşılmıştır.



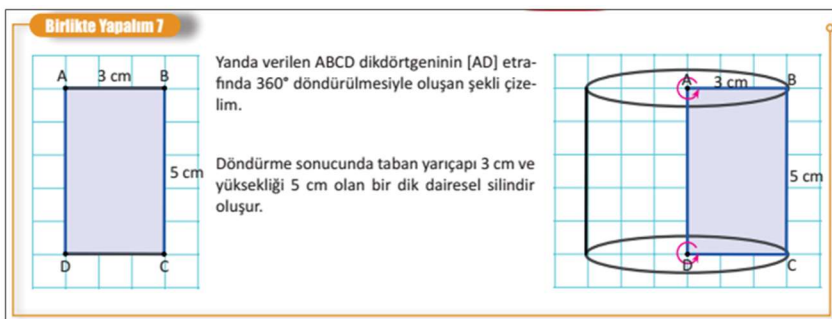
Şekil 16. Çözümlü örnek 2 (sayfa 202, algısal kavrayış)

Şekil 16’da verilen çözümlü örneğin şekilde istenilen tanımlamalar görünümüne dayalı gerçekleştirildiği için algısal kavrayış olarak tespit edilmiştir.



Şekil 17. Çözümlü örnek 6 (sayfa 204, işlevsel kavrayışın mereolojik değişiklikler)

Şekil 17’de verilen dik dairesel silindirin parçaları görüldüğünden işlevsel kavrayışın mereolojik değişikliklerini gerektirdiği bulgusuna ulaşılmıştır.



Şekil 18. Çözümlü örnek 7 (sayfa 205, işlevsel kavrayışın konumsal değişiklikler)



Şekil 18’de verilen çözümlü örnekte ABCD dikdörtgenin AD etrafında döndürülmesi ile silindir oluştuğundan işlevsel kavrayışın konumsal değişikliklerini gerektirdiği tespit edilmiştir.

İkinci alt probleme ilişkin bulgular ve yorumlar

Araştırmada “LGS (Liseye Geçiş Sistemi) sınavındaki geometri sorularında hangi kavrayış türüne nasıl yer verilmiştir?” olarak belirlenen ikinci alt problem doğrultusunda LGS (Liseye Geçiş Sistemi) sınavındaki geometri konularındaki kavrayış türlerinin dağılımı Tablo 8’de verilmiştir.

Tablo 8.

Liseye Geçiş Sistemindeki (LGS) geometri konularındaki kavrayış türleri

Kavrama Türleri	LGS Sınav Yılları							
	2018		2019		2020		2021	
	N	%	N	%	N	%	N	%
Algısal kavrayış	2	%16,66	1	%11,11	-	-	-	-
Sıralı kavrayış	1	%8,33	3	%33,33	1	%16,66	5	%45,45
Söylemsel kavrayış	9	%75	5	%55,55	4	%66,66	5	%45,45
İşlevsel kavrayış	Mereolojik	-	-	-	1	%16,66	1	%9,09
	Optik	-	-	-	-	-	-	-
	Konumsal	-	-	-	-	-	-	-
Toplam	12	%99,99	9	%99,99	6	%99,98	11	%99,99

Tablo 8 incelendiğinde Türkiye’de Liseye Geçiş Sistemi sınavının matematik testinde 2018 yılında 9 tane (%75) söylemsel kavrayış, 2 tane (%16,66) algısal kavrayış, 1 tane (%8,33) sıralı kavrayış olmak üzere toplam 20 sorudan 12’sinin geometri konularından oluştuğu görülmektedir. Bu geometri konuların üçgenler, uzunluk, alan ölçme, dönüşüm geometrisi ve geometrik cisimler olduğu bulgusuna ulaşılmıştır. 2019 yılında yapılan LGS sınavında 5 tane (%55,55) söylemsel kavrayış, 3 tane (%33,33) sıralı kavrayış ve 1 tane (%11,11) algısal kavrayış olmak üzere 20 sorudan 9 sorunun geometri konularına yer verildiği tespit edilmiştir. 9 sorunun geometri bağlamı üçgenler, uzunluk, eşlik ve benzerlik, geometrik cisimler ve alan ölçmedir. 2020 yılında yapılan LGS sınavında 4 tane (%66’66) söylemsel kavrayış, 1 tane (%16,66) sıralı kavrayış ve 1 tane (%16,66) işlevsel kavrayışın mereolojik değişikliklerini gerektiren ve geometrik cisimler, uzunluk ve alan ölçme sorularını kapsayan sorular bulunduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte 2021 LGS sınavında 5 tane (%45,45) sıralı kavrayış, 5 tane (%45,45) söylemsel kavrayış ve 1 tane (%9,09) işlevsel kavrayışın mereolojik değişikliklerini gerektiren toplam 5 tane geometri sorusu sorulduğu tespit edilmiştir. Bu beş sorunun üçgenler, geometrik cisim, uzunluk ve alan ölçme konuları ile ilişkili olduğu görülmüştür.

2018, 2019, 2020 ve 2021’de yapılan LGS sınavlarındaki matematik testleri ayrı ayrı incelendiğinde toplam 80 sorunun 38’i geometri sorularını oluşturmaktadır. Bu bağlamda toplam



soruların, %60,52'si söylemsel kavrayış, %26,31'i sıralı kavrayış, %7,89'u algısal kavrayış ve %5,26'sı işlevsel kavrayışın mereoloji değişikliklerini gerektiren sorular olduğu bulgusuna ulaşılmıştır. Öte yandan işlevsel kavrayışın optik ve konumsal değişikliklerini gerektiren herhangi bir soruya rastlanılmamıştır. LGS sınavı geometri sorularına ait kavrayış türlerine ilişkin sorular Şekil 19, Şekil 20, Şekil 21 ve Şekil 22'de örneklendirilmiştir.


Sayfa | 117




Şekil 19. Soru 12 (LGS 2018, Algısal Kavrayış)

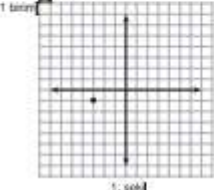
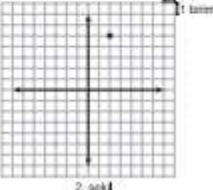
Şekil 19'da verilen 2018 LGS sınavının "üçgen prizmanın bir yüzü olamaz" biçiminde yöneltilen on ikinci sorusunda görsel görünüm dikkate alınıp çözüleceği için esasen algısal kavrayış gerektirdiği yönünde yorumlanmıştır.

7. Etkileşimli çalışmalar oluşturulabilecek bir programlama dilinde istenen hareketler tanımlı blokların uygun şekilde yerleştirilmesiyle elde edilmektedir. Bu programlama dilinde bulunan bazı bloklar ve tanımları aşağıda verilmiştir.

 → Karakterin hangi yönde hareket edeceğini belirler.
(0: yukarı, 90: sağ, 180: aşağı, -90: sol)




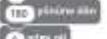
 → Karakteri belirtilen birim kadar hareket ettirir.



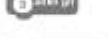

Örnek:





1. şekil  2. şekil 





Kareli kâğıtta verilen 1. şekildedeki $(-3, -1)$ noktasına yukarıdaki bloklarla belirtilen hareketler yukarıdan aşağıya doğru uygulanırsa 2. şekildedeki $(2, 5)$ noktası elde edilmiştir.

Buna göre $K(-1, 5)$ noktasına aşağıdaki hareketlerden hangisi uygulanırsa $L(-4, -1)$ noktası elde edilir?

A)    

B)    

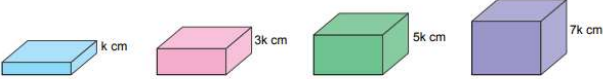
C)    

D)    

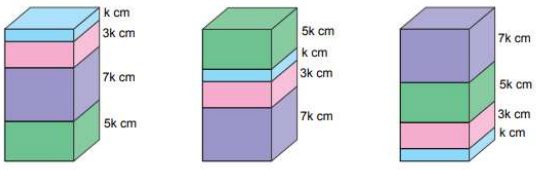
Şekil 20. Soru 7 (LGS 2018, Sıralı Kavrayış)

Şekil 20’de verilen 2018 LGS sınavının yedinci sorusu olan dönüşüm geometri sorusuna ilişkin çözüm bir yazılım ile bilgisayar programında belli bir sıralamaya göre işlemler gerçekleştirmeyi gerektirdiği için sıralı kavrayış kategorisinde değerlendirilmiştir.

6. Yükseklikleri santimetre cinsinden birer tam sayı olan aşağıdaki dikdörtgen prizması şeklindeki kutuların her birinden üçer adet vardır.



Bu kutular aşağıdaki gibi üst üste dizilerek üç ayrı blok oluşturulmuştur.



Bloklardaki kutuların yerleri değiştirilmeden bu üç blok üst üste konularak bir kule oluşturuluyor. Daha sonra kulenin en üstünde bulunan kutu alınıyor.

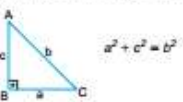
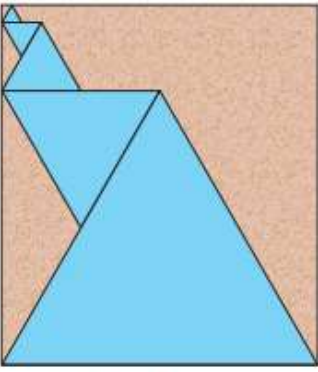
Son durumda bu kulenin yüksekliğinin santimetre cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A) 94 B) 90 C) 86 D) 82

Şekil 21. Soru 6 (LGS 2020, işlevsel kavrayıştan mereolojik değişiklikler)

Şekil 21’de verilen 2020 LGS sınavının dikdörtgen prizması konusunu içeren altıncı sorusunda çözümün parça bütün ilişkisine dayanmasından dolayı işlevsel kavrayışın mereolojik değişikliklerini gerektirdiği tespit edilmiştir.

15. Dik üçgenlerde, 90° ’li açının karşısındaki kenara hipotenüs denir. Bir dik üçgende dik kenarların uzunluklarının kareleri toplamı hipotenüsün uzunluğunun karesine eşittir.

Eşkenar üçgen şeklindeki beş karton, dikdörtgen şeklindeki panonun ön yüzüne, birer kenarları ve birer köşeleri çakıştırılarak panonun yüzünden taşmayacak biçimde yukarıdaki gibi yerleştirilmiştir. Birer kenarları aynı doğru parçası üzerinde ve birer köşeleri ortak olan eşkenar üçgenlerin benzerlik oranı $\frac{1}{2}$ ’dir.

Bu üçgenlerden birinin çevresinin uzunluğu 96 cm olduğuna göre panonun ön yüzünün alanını **en az** kaç santimetrekaredir?

A) $872\sqrt{3}$ B) $832\sqrt{3}$ C) $908\sqrt{3}$ D) $992\sqrt{3}$

Şekil 22. Soru 15 (LGS 2021, söylemsel kavrayış)



Şekil 22’de verilen 2021 LGS sınavının on beşinci sorusunda Pisagor teoreminin uygulamasını içeren muhakemeye dayalı bir çözüm gerektirdiğinde söylemsel kavrayış gerektirdiği yönünde değerlendirilmiştir.

Üçüncü alt probleme ilişkin bulgular ve yorumlar

Araştırmada “Sekizinci sınıf ortaokul matematik ders kitaplarında yer alan geometri konularına ilişkin çözümlü örnekler ile LGS sınavındaki geometri sorularındaki kavrayış türleri arasındaki benzerlikler ve farklılıklar nelerdir?” olarak belirlenen üçüncü alt probleme ait bulgular ve yorumlar aşağıda sunulmuştur.

Tablo 9.

Matematik ders kitaplarında yer alan geometri konuları ile LGS sınavı kavrayış türlerinin karşılaştırılması

Kavrama Türleri	Geometri konuları		LGS (Liseye Geçiş Sistemi) Sınavları		
	N	%	N	%	
Algısal kavrayış	5	%3,90	3	%7,89	
Sıralı kavrayış	29	%22,65	10	%26,31	
Söylemsel kavrayış	74	%57,81	23	%60,52	
İşlevsel kavrayış	Mereolojik	1	%0,78	2	%5,26
	Optik	4	%3,12	-	-
	Konumsal	15	%11,71	-	-
Toplam	128	%99,97	38	%99,98	

Tablo 9 incelendiğinde sekizinci sınıf matematik ders kitabında bulunan tüm geometri konularına ait 128 tane çözümlü örnek olduğu görülmüştür. Çözümlü örneklerin %57,81’i (74 tane) söylemsel kavrayış, %22,65’i (29 tane) sıralı kavrayış, %11,71’i (15 tane) işlevsel kavrayışın konumsal değişikliklerini gerektiren, %3,90’ı (5 tane) algısal kavrayış, %3,12’i (4 tane) işlevsel kavrayışın optik değişikliklerini gerektiren ve %0,78’i (1 tane) işlevsel kavrayışın mereolojik değişikliklerini gerektiren sorulardan oluştuğu tespit edilmiştir. Buradan hareketle çözümlü soruların en çok söylemsel kavrayış gerektiren problemler olduğu görülmektedir. Bununla birlikte 2018 yılı itibari ile günümüze kadar yapılan dört LGS sınavında bulunan matematik testlerinde toplam 38 geometri sorusu sorulmuştur. Bu soruların %60,52’sinin (23 tane) söylemsel kavrayışı, %26,31’inin (10 tane) sıralı kavrayışı, %7,89’unun (3 tane) algısal kavrayışı ve %5,26’sinin (2 tane) işlevsel kavrayışın mereolojik değişikliklerini gerektiren sorular olduğu bulgusuna ulaşılmıştır. LGS’de sorulan geometri sorularının en çok söylemsel kavrayış gerektirdiği tespit edilmiştir. Bu bağlamda hem ders kitabında hem de LGS sorularında söylemsel kavrayış gerektiren problemlerin ön planda olduğu bulgusuna ulaşılmıştır.

Matematik ders kitabında bulunan çözümlü örneklerde kavrayış türlerine göre kullanım sıklığı çoktan aza doğru söylemsel kavrayış, sıralı kavrayış, işlevsel kavrayış ve algısal kavrayış şeklinde;



LGS geometri sorularında ise bu durumun söylemsel kavrayış, sıralı kavrayış, algısal kavrayış ve işlevsel kavrayış sıralamasında olduğu görülmüştür. Gerek matematik ders kitabında gerek ise LGS geometri sorularında ilk iki sırayı söylemsel kavrayış ve sıralı kavrayışın oluşturduğu problemler oluşturmaktadır. Öte yandan LGS geometri sorularının çok az bir kısmını işlevsel kavrayış gerektiren sorular içerdiği görülmekte olup bu durumun matematik ders kitabındaki çözümlü örnekler için aynı olmadığı bulgusuna ulaşılmıştır. Ek olarak LGS geometri soruları incelendiğinde sadece işlevsel kavrayışın mereolojik değişiklik gerektiren (2 tane) sorular olduğu fakat matematik ders kitabında işlevsel kavrayışın her bir türüne ait değişiklik gerektiren çözümlü örnekler olduğu bulgusuna ulaşılmıştır.

Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada bir ortaokul sekizinci sınıf matematik ders kitabında yer alan geometri ve ölçme alanında çözümlü örnekler ve 2018, 2019, 2020 ve 2021 yıllarındaki Liseye Geçiş Sistemi (LGS) sınavlarındaki matematik testlerinde bulunan geometri soruları Duval'in (1995) kavrayış türleri açısından incelenmiştir. Duval'in (1995) algısal, sıralı, söylemsel ve işlevsel kavrayışı göz önünde bulundurularak sorular analiz edilmiştir. İncelenen konular matematik ders kitabının geometri ve ölçme alanında üçgenler, eşlik ve benzerlik, dönüşüm geometrisi ve geometrik cisimler konularını kapsamaktadır. Kavrayış türleri kullanım sıklığı açısından üçgenler konusunda çoktan aza doğru sırasıyla söylemsel kavrayış, sıralı kavrayış ve işlevsel kavrayış; eşlik ve benzerlik konusunda ilk sırada söylemsel kavrayış ikinci sırada hem algısal hem de sıralı kavrayış; dönüşüm geometrisinde ilk sırada işlevsel kavrayış ikinci sırada hem sıralı kavrayış hem de söylemsel kavrayış ve geometrik cisimler konusunda çoktan aza doğru söylemsel kavrayış, sıralı kavrayış, işlevsel kavrayış ve algısal kavrayışın gerektirildiği çözümlü örnekler bulunduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca, matematik ders kitabında geometri ve ölçme alanını kapsayan tüm çözümlü örneklerin kavrayış türleri kullanım sıklığının çoktan aza doğru söylemsel kavrayış, sıralı kavrayış, işlevsel kavrayış, algısal kavrayış olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Üçgenler ve dönüşüm geometrisi konusundaki çözümlü örneklerde algısal kavrayışa yer verilmediği tespit edilmiştir. Bununla birlikte dönüşüm geometrisinde (mereolojik değişiklikler) ve geometrik cisimler konusuna (optik değişiklikler) ilişkin çözümlü örneklerde işlevsel kavrayışın sadece bir tanesinin olmadığı görülmektedir. Ayrıca eşlik ve benzerlik konusunda işlevsel kavrayışın ele alındığı çözümlü örnek rastlanılmaması çalışmanın diğer bir sonucudur. Dönüşüm geometrisinde bulunan çözümlü örneklerde bu durumun tam tersi tespit edilmiş olup işlevsel kavrayışın ilk sırada yer aldığı görülmektedir. Buradan hareketle kavrayış türlerinin kullanımı geometri konularına göre değişiklik gösterdiği söylenebilir.

Bu çalışmada üçgenler, eşlik ve benzerlik ve geometrik cisimler konularındaki çözümlü örneklerde söylemsel kavrayışın en başta geldiği ortaya çıkarılmıştır. Bununla birlikte dönüşüm geometrisinde bulunan çözümlü örneklerin söylemsel kavrayış ile sıralı kavrayışın yüzdelik oranlarının aynı olduğu dikkate değer bir sonuçtur. İncelenen geometri konularına ilişkin çözümlü örneklerde en az orana sahip olan kavrayış türünün işlevsel kavrayış olduğu görülmüştür.



İki bin on sekizden bu yana yapılan Liseye Geçiş Sınavı'nın matematik testinde bulunan geometri soruları incelendiğinde en fazla söylemsel kavrayış en az işlevsel kavrayışın mereolojik değişikliklerini gerektiren soruların olduğu sonucuna ulaşılmıştır. 2018 ve 2019 yılında yapılan LGS sınavında işlevsel kavrayış ile ilgili herhangi bir soru sorulmadığı görülmüştür. Bununla birlikte 2020 ve 2021 yılında ise algısal kavrayışa ilişkin soruların bulunmaması çalışma için önemli diğer bir sonuçtur. Öte yandan işlevsel kavrayış barındıran sorularda ise sadece mereolojik değişiklikler gerektiren sorulara yer verilmiştir.

Matematik ders kitabında bulunan çözümlü örnekler ile LGS sınavında bulunan sorular karşılaştırıldığında her ikisinde de söylemsel kavrayışın ön planda olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu bağlamda algısal, sıralı ve işlevsel kavrayışla ilgili sorulara az sayıda yer verildiği söylenebilir. Dönüşüm geometrisi matematik ders kitabında daha çok işlevsel kavrayışın konumsal değişikliklerini gerektiren çözümlü örnekler bulunurken, LGS'de dönüşüm geometrisi konusunda sıralı kavrayış içeren sorular bulunmaktadır. LGS'deki alan soruları incelendiğinde algısal kavrayışa çok az yer verildiği sonucuna ulaşılmıştır. LGS'de yer verilen üçgenler ile ilgili soruların söylemsel ve sıralı kavrayış gerektiren sorular olmaları çalışmanın diğer bir sonucudur. Bu sonuç matematik ders kitabına ilişkin bulgular ile örtüşmektedir. Bununla birlikte matematik ders kitabında bulunan çözümlü örnekler ve LGS'de bulunan sorular daha çok tek bir tür kavrayış türünün (söylemsel kavrayış) baskın olduğu sorulardır. Aynı zamanda Mutluoğlu ve Erdoğan (2020) çalışmasında düşük başarılı öğrencilerin geometrik muhakemelerinin de düşük olduğu tespit edilmiştir. Bu bağlamda matematik ders kitaplarında farklı kavrayış türlerini ele alan örnekler yer verilmesinin oldukça önemli olduğu söylenebilir. Öte yandan sorularda işlevsel kavrayışın mereolojik değişikliklerini gerektiren sorulara yer verilmesinin tündengelim ya da tümevarımsal muhakeme açısından önemli olduğu söylenebilir. Ek olarak soruların kavrayış türlerine göre çeşitliliği öğrencilerin geometrik muhakemeleri için bilişsel esneklik yaratabilir.

Araştırmanın amacı ve problemi doğrultusunda elde edilen verilerin analizi sonucundaki bulgu ve sonuçlara dayalı olarak bazı öneriler yapılabilir. Bu çalışmada bir matematik ders kitabının geometrik muhakemedeki yeri kavrayış türleri açısından incelenmiştir. Farklı bir sınıf düzeyi baz alınarak matematik ders kitabındaki geometri konuları incelenebilir. Matematik ders kitabına ilişkin geometrik muhakemelerin analiz edilebilmesini sağlayacak ders kitabı ve yazılı öğretim materyallerine özgü bir geometrik muhakeme teorik yaklaşımı tasarlanabilir.



Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2023), 14 (Özel Sayı 2), 96-125.

Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2023), 14 (Special Issue 2), 96-125.

Araştırma Makalesi / Research Paper

Kaynakça

- Altun, M., Arslan, Ç., & Yazgan, Y. (2004). Lise matematik ders kitaplarının kullanım şekli ve sıklığı üzerine bir çalışma. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(2), 131-147.
- Ata Özer, A. (2018). *Türkiye 8. sınıf matematik konularına göre Türkiye, Singapur ve ABD matematik ders kitaplarının içerik ve görsellik açısından incelenmesi*. (Yüksek lisans tezi). Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.
- Atkinson, R. K., Derry, S. J., Renkl, A., & Wortham, D. (2000). Learning from examples: Instructional principles from the worked examples research. *Review of educational research*, 70(2), 181-214.
- Aydoğdu İskenderoğlu, T. ve Baki, A. (2011). İlköğretim 8. sınıf matematik ders kitabındaki soruların PISA matematik yeterli düzeylerine göre sınıflandırılması. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, 36(161), 287-301.
- Battista, M.T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In F.K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843–908). Charlotte, NC: Information Age Publishing"
- Brown, M., Jones, K., Taylor, R., & Hirst, A. (2004). Developing geometric reasoning. In I. Putt, R. Faragher, & M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the third millennium, towards 2010. (Proceedings of the 27th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia)* (pp. 127–134). Townsville: MERGA.
- Böge, H. & Akıllı, R. (2019). *Ortaokul ve imamhatip ortaokulu matematik 8 ders kitabı*. Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Böyükılmaz, N. (2019). *İlkokul matematik ders kitaplarındaki etkinliklerin sınıf öğretmenleri tarafından değerlendirilmesi*. (Yüksek Lisans Tezi). Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.
- Choi, K. M., & Park, H. J. (2013). A comparative analysis of geometry education on curriculum standards, textbook structure, and textbook items between the US and Korea. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 9(4), 379-391.
- Dayak, E. (1998). *İlköğretim 5. sınıf matematik ders kitaplarının eğitim-öğretime uygunluğunun değerlendirilmesi*. (Yüksek Lisans Tezi). Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Dede, Y. ve Yaman, S. (2005). *İlköğretim 6., 7. ve 8. Sınıf Matematik ve Fen Bilgisi Ders Kitaplarının İncelenmesi: Problem Çözme ve Problem Kurma Etkinlikleri Bakımından*. XIV. Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresi, Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Denizli.
- Downton, A., & Livy, S. (2021). Insights into Students' Geometric Reasoning Relating to Prisms. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1-29.
- Dursun, F., Eşgi, N. (2008). 4. ve 5. sınıf sosyal bilgiler öğretimi ders kitaplarının görsel tasarım ilkelerine göre değerlendirilmesi, *Gazi Üniversitesi Endüstriyel Sanatlar Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22, 21-34.
- Duval, R. (1988). 'Graphiques et 'equations: l'articulation de deux registres'. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 1, 235–253.
- Duval, R. (1995). Geometrical pictures: Kinds of representation and specific processings. In R. Sutherlandand & J. Mason (Eds.), *Exploiting mental imagery with computers in mathematics education* (pp. 142-156). Berlin: Springer.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. In C. Mammana & V. Villani (Eds.), *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century* (pp. 37–52). Dordrecht: Kluwer.
- Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. In F. Hitt & M. Santos (Eds.), *Proceedings of the 21st Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. I, pp. 3–26). Columbus, OH: ERIC Clearing-House for Science, Mathematics and Environmental Education.



- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103-131.
- Erenkuş, M. A. ve Eren Savaşkan, D. (2020). *Ortaokul ve imam hatip ortaokulu 8.sınıf matematik ders kitabı*. Ankara: Koza.
- Esirgemez, M. (1995). *İlkokul Matematik Ders Kitaplarının Öğrenmeyi Sağlamadaki Katkıları Yönünden Öğretmen Görüşleri*. (Yüksek Lisans Tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Fan, L., Zhu, Y. & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: Development status and directions. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 45(5), 633-646.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational studies in Mathematics*, 24(2), 139-162.
- Fischbein, E., & Nachlieli, T. (1998). Concepts and figures in geometrical reasoning. *International Journal of Science Education*, 20(10), 1193-1211.
- L. M. Frazee. *The interaction of geometric and spatial reasoning: Student learning of 2D isometries in a special dynamic geometry environment*. Ph.D.Thesis. The Ohio State University, 2018.
- Grouws, D. A., Tarr, J. E., Chávez, Ó., Sears, R., Soria, V. M., & Taylan, R. D. (2013). Curriculum and implementation effects on high school students' mathematics learning from curricula representing subject-specific and integrated content organizations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(2), 416-463.
- Hadar, L. L. (2017). Opportunities to learn: Mathematics textbooks and students' achievements. *Studies in Educational Evaluation*, 55, 153-166.
- Ildırı, A. (2009). *İlköğretim beşinci sınıf matematik ders kitabında ve öğrenci çalışma kitabında yer alan problemlerin incelenmesi ve bu problemlere ilişkin öğretmen görüşlerinin belirlenmesi*. (Yüksek lisans Tezi). Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.
- Johnston-Wilder, S., & Mason, J. (2005). *Developing thinking in geometry*. London: SAGE Publications.
- Kaytan, E. (2007). *Türkiye, Singapur ve İngiltere ilköğretim matematik öğretim programlarının karşılaştırılması*. (Yüksek Lisans Tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Kazancı Dede, S.Ç. (2020). *11. sınıf matematik ders kitabının içerik yönünden incelenmesi ve öğretmen görüşlerinin belirlenmesi*. (Yüksek lisans Tezi). Trabzon Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Trabzon.
- Khalidova, E. S., ve Tapan-Broutin, M. S. (2017). Türkiye-Kazakistan ilköğretim matematik ders kitapları üzerinde karşılaştırmalı bir çalışma. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(4), 1957-1973.
- Laborde, C. & Capponi, B. (1994). Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 14 (1.2), 165-210.
- Leylek, R. (2020). *Türkiye, Finlandiya ve Kanada'da Matematik Ders Kitaplarındaki Bazı Ortak Konuların Göstergibilimsel Analiz*. (Doktora tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Lithner, J. (2000). Mathematical reasoning in task solving. *Educational studies in mathematics*, 165-190.
- Mayer, R. E. (1987). *Educational psychology: A cognitive approach*. New York: Harper Collins.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., & Arora, A. (2012). TIMSS 2011 international results in mathematics. TIMSS & PIRLS International Study Center.
- Mutluoğlu, A., ve Erdoğan, A. 6. Sınıf Öğrencilerinin Dörtgenler Hakkındaki Geometrik Muhakeme Süreçleri. *OPUS Uluslararası Toplum Araştırmaları Dergisi*, 16(27), 236-265.
- Özen, D. (2017). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik düşüncülerinin geliştirilmesi: Bir ders imecesi*. (Doktora Tezi). Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.
- Panaoura, G., & Gagatsis, A. (2010). The geometrical reasoning of primary and secondary school students. *In Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics* (pp. 746–755).
- Sherard, W. H. (1981). Why is geometry a basic skill?. *The Mathematics Teacher*, 74(1), 19-60.
- Schmidt, W. H., Curtis, C. M., Houang, R. T., Wang, H. C., Wiley, D. E., Cogen, L. S., et al. (2001). *Why schools matter: A crossnational comparison of curriculum and learning*. San Francisco: Jossey-Bass.



- Schoenfeld, A. H. (1985). Making sense of “out loud” problem-solving protocols. *The Journal of Mathematical Behavior*, 4(2), 171-191.
- Seah, R. (2015). Reasoning with geometric shapes. *Australian Mathematics Teacher*, 71(2), 4-11.
- Seah, R., & Horne, M. (2020). The construction and validation of a geometric reasoning test item to support the development of learning progression. *Mathematics Education Research Journal*, 32(4), 607-628.
- Sherman, M. F., Walkington, C., & Howell, E. (2016). Brief Report: A Comparison of Symbol-Precedence View in Investigative and Conventional Textbooks Used in Algebra Courses. *Journal for Research in Mathematics Education*, 47(2), 134-146.
- Skela, J. (2008). Vrednotenje učbenikov angleškega jezika z vidika kognitivne teorije učenja. In: Skela, J (Ed.), *Učenje in poučevanje tujih jezikov na Slovenskem: pregled sodobne teorije in prakse* (pp.154-178). Ljubljana: Tangram.
- Süslü, E. (2021). *Matematik dersinde değerler eğitimine yönelik ortaokul matematik öğretmenlerinin görüşlerinin incelenmesi*. (Yüksel Lisans Tezi). Siirt Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Siirt.
- Stylianides, G. J. (2009). Reasoning-and-proving in school mathematics textbooks. *Mathematical thinking and learning*, 11(4), 258-288.
- Stein, M. K., Remillard, J., & Smith, M. S. (2007). How curriculum influences student learning. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 1(1), 319-370.
- Şaban, İ. H. (2019). *Matematik ders kitapları cebir öğrenme alanındaki soruların PISA matematik yeterlik düzeylerine göre incelenmesi*. (Yüksek Lisans Tezi). Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Şirin, B., & Yıldız, A. (2020). 8. sınıf matematik ders kitabının PISA temel matematik beceri seviyelerine göre incelenmesi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 9(4), 1158-1176.
- Tutan, S. (2019). Geometrik muhakeme süreçleri bağlamında ortaokul matematik öğretmenlerinin geometri içerikli derslerinin incelenmesi (Yüksek Lisans Tezi). Gaziantep Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep.
- Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Foy, P., & Arora, A. (2012). TIMSS 2011 international results in mathematics. Chestnut Hill, MA: TIMSS and PIRLS International Study Centre, Boston College.
- Mayer, R. E., Sims, V., & Tajika, H. (1995). Brief note: A comparison of how textbooks teach mathematical problem solving in Japan and the United States. *American Educational Research Journal*, 32(2), 443-460.
- Özgeldi, M., & Esen, Y. (2010). Analysis of mathematical tasks in Turkish elementary school mathematics textbooks. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 2(2), 2277-2281.
- Özer, E. (2012). *Türkiye, Singapur ve Amerika ders ve çalışma kitaplarındaki soruların karşılaştırmalı analizi* (Yüksek lisans tezi). Ankara Üniversitesi, Ankara.
- Tapan-Broutin, M. S. (2014). Matematiksel nesnelere yapı ve temsiller: Klasik semiyotik üçgenin geometri öğretimine yansımalarının analizi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27(1), 255-282.