

## Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi: Koni Örneği<sup>1</sup>

### Examination of Middle School Mathematics Teachers' Pedagogical Content Knowledge: The Sample of Cone

Burçin GÖKKURT, Bartın Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, [gokkurtburcin@gmail.com](mailto:gokkurtburcin@gmail.com)  
Yasin SOYLU, Atatürk Üniversitesi, Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, [yasinsoylu@gmail.com](mailto:yasinsoylu@gmail.com)

**ÖZ.** Bu araştırmanın amacı, ortaokul matematik öğretmenlerinin koni konusuna yönelik pedagojik alan bilgilerini, konu alan bilgileri, öğrenci bilgileri ve öğretim strateji bilgileri bileşenleri doğrultusunda incelemektir. Durum çalışması yönteminin kullanıldığı bu çalışmada, amaçlı örnekleme yöntemi esas alınmış ve çalışmanın katılımcılarını farklı hizmet süresine sahip altı matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Çalışmada, yarı-yapılandırılmış görüşme, yarı-yapılandırılmış gözlem ve doküman incelemesi teknikleri kullanılarak veri üçlemesi yapılmıştır. Uygulama boyunca yapılan görüşmeler ile gözlemlerin tamamı ses kaydına alınmış, üç öğretmenin ders anlatımları video kaydına alınmıştır. Elde edilen verilerin analizinde, nitel veri analizi tekniklerinden yararlanılmıştır. Konu alan bilgilerinin analizinde Nvivo 8 paket programı kullanılmıştır. Çalışma sonunda, öğretmenlerin çoğunun, koni konusuna ilişkin alan bilgilerinin eksik veya yanlış olduğu görülmüştür. Diğer taraftan çalışmadan elde edilen bulgulara dayalı olarak, öğrenci bilgilerinin yeterli olduğu görülmüştür. Ayrıca çalışmada, öğretmenlerin öğrenciyi sürece katan “Buluş Yoluyla Öğrenme” gibi stratejileri yeterince kullanmadıkları görülmüştür.

**Anahtar Kelimeler:** Koni, konu alan bilgisi, öğretim stratejiler bilgisi, öğrenci bilgisi, matematik öğretmeni

**ABSTRACT.** The purpose of the study was to examine the pedagogical content knowledge of middle school mathematics teachers based on its components: subject matter knowledge, knowledge of student, and knowledge of instructional strategies. The purposive sampling method was used in the study with the design of case study. The participants were composed of six middle school teachers having different number of experienced years. The data triangulation was made by using the techniques of semi-structured interviews, semi-structured observation and document analysis. Throughout implementation, audio recordings of all of the interviews and video recordings of observations and lessons of three teachers were collected. In this study, qualitative data analysis techniques were used. Nvivo 8 software package was used in order to analyze subject-matter knowledge. At the end of the study, it was found that most of the teachers had lacking or incorrect knowledge about component of subject-matter knowledge about cone. On the other hand, results showed that mathematics teachers' knowledge of student was sufficient. Furthermore, it was found that the teachers could not sufficiently use the strategies to have the students participated in the process such as “Discovery Learning”.

**Key words:** Cone, subject-matter knowledge, knowledge of instructional strategies, knowledge of understanding students, mathematics teacher.

#### SUMMARY

**Purpose and Significance:** Geometry is an important learning area of mathematics and takes important place in middle school mathematics (Gürbüz & Durmuş, 2009). Geometry provides a natural environment in which the learners develop their skills of thinking and proving (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). It has critical importance in mathematics school programs with the role of real life contexts and mathematical concepts since understanding geometry based on rich perspective enhances the understanding of other learning areas in mathematics. For example, the students knowing how to draw the graphs using coordinate system can think analytically about slope, perpendicular and parallel lines so that they can provide different ways to make computations by the formulas of length, area and volume (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2014). Hence, it is vital to focus on geometry teaching. Geometry has more abstract concepts than other learning areas of mathematics. Especially, the students need more

<sup>1</sup> Bu makale, “Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Geometrik Cisimler Konusuna İlişkin Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi” adlı doktora tezinden üretilmiştir. Bu Tez Çalışması BAP tarafından desteklenmiştir. Proje No: 169

complex thinking skills in the geometric concept of geometric solids (Yıldız, 2009). Geometric solids and the objects formed by them take place in our lives (Baykul, 2014). In the nature, there are several objects and places composed of geometric solids. Especially, many minerals are in the shape of geometric solids (Yemen-Karpuzcu & Işıksal-Bostan, 2013). The purpose of the study was to examine the pedagogical content knowledge of middle school mathematics teachers based on its components: subject matter knowledge, knowledge of student, and knowledge of instructional strategies.

**Method:** The purposive sampling method was used in the study with the design of case study. The participants were composed of six teachers having different number of experienced years. The data triangulation was used by the techniques of semi-structured interviews, semi-structured observation and document analysis.

**Results:** At the end of the study, many of the teachers had inadequate knowledge about the components of subject-matter knowledge, and knowledge of instructional strategies about cone. On the other hand, knowledge of student understanding was better when compared with the other two components. When subject-matter knowledge was examined, teachers were generally inadequate to define a cone, to compute the lateral area and volume of a cone. Especially, it was found that some teachers had great difficulty in deducing the lateral area and volume of cone formula. When knowledge of instructional strategies was examined, it was observed that most of the teachers use expression method.

**Discussion and Conclusions:** At the end of the study, most of the teachers had insufficient or incorrect knowledge about component of subject-matter knowledge. Furthermore, it was found that the teachers could not sufficiently use the strategies to involve the students in the process such as "Discovery Learning". On the other hand, results showed that mathematics teachers' knowledge of understanding students was sufficient. When teachers' content knowledge concerning of cone was examined, especially some of the teachers had inadequate or incorrect knowledge about definition of a cone, computing the lateral area and volume of a cone, and drawing different surface opening of cones. Particularly, lack of definition may lead to wrong images of cone in students' minds. Definitions have a key role in mathematics. Because definitions are tools that help students better understand concepts in mathematics. If teachers don't state definitions correctly and completely, the students tend to have limited knowledge about the definition of cone and learn cone as a circular cone.

---

## GİRİŞ

Geometri, matematiğin önemli bir öğrenme alanı olup, ortaokul matematiğinde önemli bir yer tutmaktadır (Gürbüz & Durmuş, 2009). Geometri konuları, diğer matematik alanlarına göre daha fazla soyut kavram içermekte ve özellikle de içerikte yer alan üç boyutlu cisimler, öğrencilerin hayal güçlerini kullanarak kompleks düşüncelerini gerektirmektedir (Yıldız, 2009). Geometrik cisimler ve bunlarla oluşturulan cisimler, günlük hayatımızın bir parçasıdır. İçinde yaşadığımız bina, oturduğumuz oda, kullandığımız dolaplar, eşyaların çoğu ve daha pek çok araç - gereç ya bir geometrik cisimdir ya da geometrik cisimlerden oluşmuştur (Baykul, 2014). Doğaya baktığımızda geometrik cisimlerle, diğer bir deyişle silindir, koni, küre ve çok yüzlülerle karşılaşmadığımız yer yok gibidir. Özellikle kristal yapıda olan birçok mineral görsel olarak çok yüzlü şeklindedir (Yemen-Karpuzcu & Işıksal-Bostan, 2013). Geometrik şekillerin çalışılması, öğrencilerde uzay kavramının ve uzamsal akıl yürütmenin gelişmesine katkı sağlar. Bu nedenlerden ötürü, üç boyutlu cisimlerin ve özelliklerinin incelenmesi, onların yüzey alanlarının ve hacimlerinin hesaplanması okul programlarında yer almıştır (Baykul, 2014; Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2009, 2013).

Ortaokul döneminde, öğrencilere öğretilen üç boyutlu cisimler, silindir, prizmalar, piramitler, koni ve küredir. Bu cisimlerin temel özellikleri, cisimlerin temel elemanları, yüzey alanları ve hacimleri sarmal bir yapı içerisinde öğretilmektedir. Bununla birlikte öğrencilerin bu cisimlerle ilgili problemler çözebilmeleri amaçlanmaktadır (MEB, 2009). Geometri öğretiminde öğrencilerin bu kavramları öğrenmesi ve tanımlamaları bu alanın yapısı itibariyle çok önemlidir. Çünkü geometrik düşünme becerisinin gelişimi ve üst düzey geometrik düşünme, belli bir oranda tanımların anlaşılmasını da içerir (Linchevsky, Vinner, & Karsenty, 1992). Dolayısıyla tanımların anlaşılması ve doğru olarak ifade edilmesi geometrik anlama için gereklidir. Ancak yapılan çalışmalar incelendiğinde, geometri konularının öğretilmesinde büyük sıkıntılar yaşandığı (Clements, Sarama, & Battista, 1998; Dane, 2008; Matos, 1994; Yılmaz, Keşan, & Nizamoğlu, 2000) ve öğrencilerin geometrik kavramlarla ilgili bilgilerinin sınırlı olduğu görülmektedir (Fujita & Jones, 2007). Bunun neticesinde öğrenciler geometri ile ilgili konulardan korkmakta ve pek çok hata yapmaktadırlar (Tutak & Birgin, 2008). Özellikle de yapılan çalışmalar, üç boyutlu geometri konularının istenilen amaçlara varılmadan sonlandırıldığını göstermektedir (Katona 2008; Kösa 2011).

Türkiye’de üç boyutlu konulardan biri olan geometrik cisimler konusu üzerine yapılan çalışmalar incelendiğinde, genellikle öğrenciler (Tekin-Sitrava & Işıksal-Bostan, 2014) ya da öğretmen adayları ile yürütüldüğü görülmektedir (Alkış-Küçükaydın & Gökbulut, 2013; Altaylı, Konyalıoğlu, Hızarcı, & Kaplan, 2014; Bozkurt & Koç, 2012; Çakmak, Konyalıoğlu, & Işık, 2014; Gökçurt, Şahin, Soylu, & Doğan, 2015; Gökçurt, vd., 2015; Koç & Bozkurt, 2011; Koçak, Gökçurt, & Soylu, 2014; Tekin-Sitrava & Işıksal-Bostan, 2013). Buna karşın öğretmenlerin geometrik cisimlere ilişkin pedagojik alan bilgilerini inceleyen çalışmalara pek rastlanmadığı, uluslararası alan yazında sınırlı sayıda çalışmaya rastlandığı görülmektedir (Fuller, 1996; Manizade 2006’dan akt. Gökbulut, 2010; Tekin-Sitrava & Işıksal-Bostan, 2016). Oysa öğrenme-öğretme sürecinin içerisinde bizzat yer alan öğretmenlerin geometrik cisimlerle ilgili sahip oldukları pedagojik alan bilgilerinin belirlenmesi önem arz etmektedir. Çünkü öğretmenin bilgisi, bu sorunların ortadan kaldırılmasında ve buna paralel olarak öğretim sürecinin iyileştirilmesinde çok etkilidir. İstenilen öğrenme ortamlarının oluşturulması ancak bilgili öğretmenler sayesinde sağlanabilir (Putnam, Heaton, Prawat, & Remillard, 1992). Erskine (2010), çalışmasında öğrencilerin başarılarını etkileyen en önemli öğretmen özelliğinin alan bilgisi olduğu sonucunu ortaya çıkarmıştır. Öğretmenlerin sahip olmaları beklenen yeterliklere bakıldığında, alan bilgisinin öğretmen bilgisi için öncelikli bilgi olarak yeterlikler arasında yer aldığı görülmektedir (Appleton, 2003). Alan bilgisi yetersiz olan öğretmenler, genellikle kavramların ve ilişkilerin tanımlarını tam olarak ifade edemezler ve derslerini genellikle öğretmen merkezli anlatırlar. Ayrıca, öğrencilerin sorularına yer verilmediği, disiplinli ve öğrenci katılımının gerçekleşmediği öğrenme ortamı hazırlarlar (Arslan-Kılcan, 2006). Öğretmenlerin nitelikli birer öğretmen olabilmeleri için alanlarına hâkim olabilmeleri hatta bunun da ötesinde dersini nasıl öğretebileceği, öğrencilere nasıl aktarabileceği, öğrenci seviyesine nasıl inebileceği konusunda uzman olabilmeleri de gerekmektedir. Öğreticilikteki uzmanlık bilgisi ise günümüz alan yazınında Pedagojik Alan Bilgisi (PAB) kavramı ile ifade edilmektedir (Batur & Balcı, 2013).

PAB, ilk kez Lee Shulman tarafından ortaya atılmıştır. Pedagojik alan bilgisi, bir konunun anlaşılması için gerekli olan sunum yollarını, en iyi örnekleri, kavramları en iyi şekilde temsil eden analogileri, betimlemeleri ve açıklamaları kapsayan bilgi çeşididir (Shulman, 1986). Diğer bir deyişle, öğretmenlerin kendi matematiksel bilgilerinin kullanarak öğrencilerin matematiksel düşüncelerini yorumlamayı ve öğretimlerini bu yönde düzenlemeyi içeren bilgi türüdür (Staley, 2004). Pedagojik alan bilgisinin pek çok bilgi çeşidinin birleşmesinden oluşan ve kendisinin ise bu bilgi çeşitlerinden farklı olarak tanımlanan bir bilgi kategorisi olarak görülmesi, pedagojik alan bilgisinin önemini artırmaktadır (Lee, Brown, Luft, & Roehring, 2007; Rollnick, Bennett, Rhemtula, Dharsey, & Ndlovu, 2008). İlgili literatür incelendiğinde, pedagojik alan bilgisine yönelik yapılan

çalışmaların, genelde öğretmen adayları ile yürütüldüğü dikkat çekmektedir (Capraro, Capraro, Parker, Kulm, & Raulerson, 2005; Gökbulut, 2010; Gökkurt, Şahin, Soylu, & Doğan, 2015; Gökkurt, Şahin, & Soylu, 2016; Gökkurt vd., 2015; Karataş, Yılmaz, Genç, & Demiray, 2014; Koçak, Gökkurt, & Soylu, 2014; Şimşek & Boz, 2015 ). Oysa öğretmen adaylarının yanında öğretim sürecinin içerisinde bizzat rol alan öğretmenlerin öğrenme ortamlarını öğrenci özelliklerine göre düzenleme ve içeriği sunma bilgisini içeren PAB'a sahip olmaları da önem arz etmektedir. Çünkü öğretmenin sınıf içi matematik öğretim sürecinde etkili olabilmesi için iyi yapılandırılmış pedagojik alan bilgisine sahip olması gerekmektedir (Escudero & Sanchez, 2002; Tirosh, Even, & Robinson, 1998).

Pedagojik alan bilgisinin önemli bir yönü, öğrencilere konuyla ilgili kavramlarda disiplinli düşünme becerisi kazandırmak ve öğrencilerin kavramları algulamalarına yardımcı olmaktır (Monte-Sano, 2011). Bu bilgi alanı, alan bilgisinin öğretime nasıl dönüştüreceği ve bu bilgiyi öğrencilere aktarırken, bilginin öğrenci tarafından nasıl kazanılacağına bilmesine ilişkin bilgisidir. Bu bağlamda, *alan bilgisi* ile *öğretim stratejileri bilgisi* ve *alan bilgisi* ile *öğrenci bilgisi* arasında sıkı bir ilişki olup, bu bilgi türleri, pedagojik alan bilgisinin temel bileşenleridir (Eroğlu & Tanışlı, 2015). Bu bileşenlerden biri olan öğrenci bilgisi, öğrencinin konuyla ilgili ön bilgilerini, öğrenme zorluklarını, hatalarını ve bunların arkasında yatan sebepleri anlamayı içerir (Shulman, 1987). Öğrencilerin belirli bir kavramı öğrenmeleri için gerekli olan koşullar ve öğrencilerin kavramlar ile ilgili potansiyel öğrenme zorlukları ile ilgili öğretmen bilgisini ele almaktadır (Özel, 2012). Öğretim stratejileri bilgisi ise, kavramların ve fikirlerin anlaşılmasında kullanılan gösteri veya açıklama yolları olarak tanımlanmakta (Shulman, 1987), öğrenmeyi kolaylaştırmada, özel kavram ve prensiplerin sunulma yollarına ilişkin öğretmen bilgisini kapsamaktadır (Magnusson, Krajcik, & Borko, 1999). Ball ve Bass (2003), öğretmenlerin alan bilgileri ile iyi bir öğretim yapabilmeleri arasında sıkı bir ilişki olduğunu ifade etmişlerdir. Bu bileşenlerin öneminden hareketle, çalışmada öğretmenlerin geometrik cisimlerden biri olan koniye ilişkin PAB'ları, alan bilgileri, öğrenci bilgileri ve öğretim stratejileri bilgileri bileşenleri olmak üzere üç bileşen doğrultusunda incelenmiştir. Bu doğrultuda çalışmanın amacı ve alt problemleri aşağıda verilmiştir.

### **Çalışmanın amacı**

Bu çalışmanın amacı, ortaokul matematik öğretmenlerinin koni konusundaki pedagojik alan bilgilerini incelemektir. Bu amaç çerçevesinde çalışmanın alt problemleri aşağıda verilmiştir.

1. Öğretmenlerin koni konusundaki *konu alan bilgileri* nedir?
2. Öğretmenlerin koni konusuna ilişkin *öğrenci bilgileri* nedir?
3. Öğretmenlerin koni konusunun öğretimine ilişkin *öğretim stratejileri bilgileri* nedir?

### **YÖNTEM**

Bu araştırmada, nitel araştırma yaklaşımına dayalı durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Durum çalışması, farklı veri toplama araçları yardımıyla sınırları belirli bir sistemin derinlemesine keşfedilmesini sağlayan bir yöntemdir (McMillian & Schumacher, 2010). Bu araştırmada sınırlı örneklem ile öğretmenlerin koni konusuna ilişkin pedagojik alan bilgileri, farklı veri toplama araçları (doküman analizi, görüşme, gözlem) yardımıyla derinlemesine incelendiğinden durum çalışması yöntemi kullanılmıştır.

### **Çalışma Grubu**

Bu araştırma, bir il merkezinde aynı okulda görev yapan altı matematik öğretmeni ile yürütülmüştür. Araştırma grubunun belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın etiği gereği, öğretmenlerin gerçek isimleri yerine Ö<sub>1</sub>, Ö<sub>2</sub>, Ö<sub>3</sub>, Ö<sub>4</sub>, Ö<sub>5</sub>, Ö<sub>6</sub> şeklinde kodlar kullanılmıştır. Bu araştırmada konuya ilişkin farklı bakış açıları ortaya koymak amacıyla öğretmenlerin hizmet sürelerinin ve eğitim durumlarının çeşitli olmasına dikkat edilmiştir. Öğretmenlerin hizmet süreleri 0-5 yıl (Ö<sub>2</sub>, Ö<sub>5</sub>), 6-10 yıl (Ö<sub>1</sub>, Ö<sub>4</sub>), 10 yıl üzeri (Ö<sub>3</sub>, Ö<sub>6</sub>), olacak şekilde, her yıl aralığında iki öğretmen olacak şekilde belirlenmiştir. Eğitim durumları da lisans (Ö<sub>2</sub>, Ö<sub>3</sub>, Ö<sub>6</sub>),


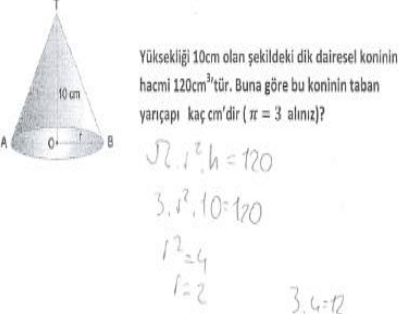


yüksek lisans (Ö<sub>4</sub>, Ö<sub>5</sub>) ve doktora (Ö<sub>1</sub>) programı olacak şekilde belirlenmiştir. Konuya ilişkin farklı bakış açılarını ortaya koymak ve zengin veri elde edebilmek için çalışma grubunun heterojen seçilmesine dikkat edilmiştir.

### Veri Toplama Araçları

Bu araştırmada, nitel veri toplama teknikleri (görüşme, gözlem ve doküman incelemesi) kullanılmıştır. Görüşme tekniği veri toplama sürecinin odak noktasını oluşturmaktadır. Görüşmede öğretmenlerin PAB'lerini incelemek için öğretmen görüşme formu hazırlanmıştır. Öğretmen görüşme formunun birinci bölümünde öğretmenlerin yaşı, cinsiyeti, hizmet süresi vb. demografik özelliklerini tespit etmeye yönelik sorular yer almaktadır. İkinci bölümde, öğretmenlerin koni konusuna yönelik konu alan bilgilerini, üçüncü bölümde öğretim strateji bilgilerini ve dördüncü bölümde öğrenci bilgilerini tespit etmeye yönelik sorular bulunmaktadır. Alan bilgisine yönelik soruların hazırlanmasında literatür (Aslan-Tutak, 2009; Uysal, 1997; Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2014) ve Ortaokul Matematik Dersi 5-8. Sınıflar Öğretim Programı (MEB, 2009)'nda koni konusuna ilişkin kazanımlar dikkate alınmıştır. Böylece kapsam geçerliği sağlanmaya çalışılmıştır. 2009 öğretim programındaki kazanımların temel alınmasının gerekçesi olarak bu araştırmanın yapıldığı dönemde henüz 2013 öğretim programına göre yazılan kitapların kullanımına başlanmamış olması gösterilebilir.

Öğretim strateji ve öğrenci bilgisine yönelik sorular ise literatür (Gökbulut, 2010; Gökkurt, Şahin, Soylu, & Doğan, 2015; Lenhart, 2010) dikkate alınarak hazırlanmıştır. Bu soruların kullanılabilirliğini öğrenmek ve araştırmacının deneyim kazanması amacıyla pilot çalışma yapılmasına gerek duyulmuştur. Bu uygulama için iki ortaokul matematik öğretmeni seçilmiştir. Pilot uygulama sonucunda, bazı soru maddeleri yeniden düzenlenmiştir. Görüşme formunda koni konusuna ilişkin alan bilgisine yönelik beş soru, öğretim strateji bilgisine ilişkin iki senaryo sorusu ve öğrenci bilgisine yönelik bir soru hazırlanmıştır. Tablo 1'de bu bileşenlerin her birine ait soru örneğine yer verilmiştir.

**Tablo 1. Pedagojik Alan Bilgisinin Üç Bileşenine Ait Soru Örnekleri**

Alan Bilgisi	Öğrenci Bilgisi	Öğretim Stratejileri Bilgisi								
<p>Soru: Aşağıda verilen geometrik cismin varsa taban alanını, yanal alanını, yüzey alanını ve hacmini bulunuz.</p> <div style="text-align: center;">  <p><b>Şekil</b></p> </div> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>Taban alanı</th> <th>Yanal alanı</th> <th>Yüzey alanı</th> <th>Hacim</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </tbody> </table>	Taban alanı	Yanal alanı	Yüzey alanı	Hacim					<p>Soru: Öğrenci cevabı:</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>a) Bu soruda öğrencinin cevabından hareketle öğrencinin hata yapıp yapmadığı hakkında ne düşünüyorsunuz? Varsa öğrencinin yaptığı hata nedir? Öğrencinin bu hatayı yapmasının sebebi/sebepleri neler olabilir?</p> <p>b) Öğrencinin yaptığı hatayı anlaması için öğrenciye soracağınız soru/sorular neler olabilir?</p> <p>c) Bu soruya öğrencinin doğru cevap verebilmesi için kullanabileceğiniz önemli matematiksel kavram ya da ön bilgi nedir? Öğrencinin yaptığı hatanın giderilmesine yönelik kullanabileceğiniz öğretim yöntem, teknik ve stratejileriniz neler olabilir?</p>	<p>Soru:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p><b>I</b></p> </div> <div style="text-align: center;">  <p><b>II</b></p> </div> </div> <p>Ahmet öğretmen, kesik koniyi anlatmak için koninin belli bir kısmını suyla doldurdu ve öğrencilere koninin suyla dolu kısmının hangi geometrik cisimden oluştuğunu sordu. Mehmet, öğretmenin bu sorusuna karşılık, "Öğretmenim, koninin su dolu olan kısmı bence silindirdir." şeklinde cevap verdi.</p> <p>a) Sizce Mehmet, doğru mu söylüyor?</p> <p>b) Sizce, Mehmet neden böyle düşünmüş olabilir?</p> <p>c) Siz Mehmet'in öğretmeni olsaydınız bu açıklama karşısında nasıl bir cevap verirdiniz?</p>
Taban alanı	Yanal alanı	Yüzey alanı	Hacim							

Tablo 1’de görüldüğü üzere, alan bilgisine ilişkin soru örneğinin dik dairesel koninin alan (taban, yanal ve yüzey alanı) ve hacmine yönelik soru örneği olduğu görülmektedir. Öğrenci bilgisine ilişkin soru örneğinin koninin hacim formülüyle ilgili yapılan öğrenci hatasıyla ilgili olduğu, öğretim stratejileri bilgisinin ise, kesik koniyle ilgili olduğu görülmektedir. Çalışmada bu bileşenlere ilişkin ayrı sorular hazırlansa da soru örneklerinden de anlaşılacağı üzere, bu bileşenlerin birbiriyle ilişkili olduğu örneğin, öğrenci bilgisi için hazırlanan sorunun öğretmenlerin diğer iki bileşenine ilişkin bilgilerini (alan bilgisi, öğretim stratejileri) tespit eden soru olduğu dikkat çekmektedir. Ayrıca, öğretmenlerin bu bileşenlere ilişkin bilgilerini derinlemesine incelemek için yarı yapılandırılmış görüşme sürecinde ek sorular sorulmuştur. Örneğin birinci soruda öğretmenlerden koninin yüzey alanı ve hacim formülünü ifade etmesinin yanı sıra bu formüllerin altında yatan mantıksal gerekçenin ortaya koyulması istenmiştir. Sonuçta, ortaokul matematik dersi öğretim programı kapsamında koniyle ilgili alan bilgisi yüzeysel olsa da öğretmenlerin bu konuda derin alan bilgilerine sahip olmaları gerekmektedir. Görüşme formu, öğretmenlere uygulanmadan önce, araştırmacı tarafından öğretmenlere araştırmanın tamamen gönüllük ilkesine göre yürütüleceği, çalışmaya katılıp katılmamaları konusunda istekli olmalarına dikkat edilmiştir. Yapılan görüşmeler ortalama 30-35 dakika olup, ses kaydına alınmıştır. Böylece veri kaybı engellenmeye çalışılmıştır.

Öğretmenlerin koni konusuna ilişkin alan bilgilerinin sınıf içi yansımalarını belirlemek amacıyla iki araştırmacı tarafından gözlem formları geliştirilmiştir. Konu alan bilgisine ilişkin gözlem formlarının geliştirilmesinde ortaokul matematik dersi öğretim programında yer alan koniye ilişkin kazanımlar dikkate alınmıştır. Diğer bileşenlerle ilgili gözlem formlarının geliştirilmesinde literatür (Aytar, 2011; Baki, 2012; Bütün, 2005), PAB bileşenlerinin tanımları ve araştırmacının pilot gözlem sürecindeki notları dikkate alınmıştır. Hazırlanan gözlem formları matematik eğitimi alanında üç uzmana araştırmanın amacına uygunluğu ve maddelerin anlaşılabilirliği konusunda danışılmıştır. Hazırlanan gözlem formlarının uygulanabilirliğini tespit etmek amacıyla, asıl uygulamadan önce öğretmenlerin başka konularla ilgili matematik derslerinde pilot gözlem yapılmıştır. Uzman görüşleri ve pilot uygulama doğrultusunda, bazı maddelerde düzeltme yapılarak ölçütler yeniden düzenlenmiştir. Gözlenen öğretmenlerin ders saatleri çakıştığı için araştırmacının aynı anda iki öğretmenin dersini gözlemlemesi mümkün olmamıştır. Bu nedenlerden ötürü, altı öğretmenin dersleri ses kaydına alınmıştır. Fakat video kaydının alınmasında üç öğretmenin gönüllü olmaması neticesinde, video kaydı sadece üç öğretmenle gerçekleştirilmiştir. Ayrıca gözlem sürecinde sınıf ortamından görüntüler almak için fotoğraf çekilmesi için altı öğretmenin izinleri alınmıştır. Bu çalışmada doküman olarak; ortaokul matematik ders kitapları, öğretmen kılavuz kitapları, ortaokul matematik dersi öğretim programı, öğrencilerin ders notları, araştırmacının alan notları ve araştırmacının tuttuğu günlükler incelenerek görüşme ve gözlemden elde edilen verilerle ilişkilendirilmiştir.

### **Verilerin Analizi**

Çalışmadan elde verilerin analizinde içerik analizi ve betimsel analiz teknikleri kullanılmıştır. Ayrıca gözlem ve görüşme sonuçları birbiriyle ilişkili olarak verilerle, öğretmenlerden doğrudan alıntılara yer verilmiştir. Böylece elde edilen verilerin ayrıntılı bir resmi sunulmuştur. Öğretmenlerin koniye yönelik günlük yaşamdan verdikleri örnekler ile temel elemanlarına ilişkin bulgularda Nvivo 8 paket programı kullanılmıştır. Alan bilgisine ilişkin verilerin analizinde Zazkis ve Leiken (2008)’in kategorileri ve kodları dikkate alınarak analiz edilmiştir. Araştırmadan elde edilen verilerin bir kısmının bu kodlara uymaması sonucu araştırmacı tarafından yeni kodlar eklenerek Zazkis ve Leiken (2008)’in kodları genişletilmiştir. Bu kategoriler ve kodlar, Tablo 2’de sunulmuştur.

**Tablo 2. Koniye Tanımlamada ve Örneklendirmede Kullanılan Kategoriler ve Kodlar**

Kategoriler			
Erişebilirlik	Doğruluk	Zenginlik	Genelleştirme
Kolay verilmiş cevap	Gerekli ve yeterli	Prototip olma	Özel tanım
Kısmen zor verilmiş cevap*	Gerekli fakat yetersiz	Prototip olmama	Özel yakın tanım*
	Yeterli fakat gereksiz		Genel tanım
Zor verilmiş cevap	Kısmen gerekli ve yetersiz*		
Cevap yok	Ne gerekli ne de yeterli		

\*: Araştırmacı tarafından oluşturulan kodlar

Erişebilirlik kategorisine göre, sorulara cevap verme esnasında zorluk çeken öğretmenlerden bazıları uzun süre düşünerek cevap verirken, bazıları da kısa bir süre düşündükten sonra cevap vermişlerdir. Dolayısıyla araştırmacı tarafından bu durum yeniden değerlendirilerek, öğretmenlerin cevap verme davranışının farklı değerlendirilmesine karar verilmiştir. Bu bağlamda *kısmen zor verilmiş cevap* şeklinde araştırmacı tarafından yeni bir kod oluşturulmuştur. Doğruluk kategorisine göre, çalışmada araştırmacı tarafından kısmen gerekli ve yetersiz kodu oluşturulmuştur. Öğretmenlerin yapmış oldukları açıklamalardan bazıları kritik özelliklerin bir kısmını içermekle birlikte, kritik olmayan özellikleri de içermektedir. Bu açıklamaya karşılık gelen Zazkis ve Leiken (2008)'in sınıflandırması olmadığı için araştırmacı tarafından *kısmen gerekli ve yetersiz* kodunda yeni bir sınıflandırmaya ihtiyaç duyulmuştur. *Özele yakın tanım* kodu, tüm geometrik cisimler için düşünüldüğünde araştırmacı tarafından oluşturulmasına gerek duyulmuş ancak koni konusunda bu koda uygun herhangi bir açıklama yapılmamıştır. Bu çalışmada, Zazkis ve Leiken (2008)'in çerçevesine ek olarak, öğretmenlerin koni kavramına ilişkin verdikleri örneklerin uygunluğu ve koninin yüzey açınımları araştırmacı tarafından oluşturulan kategori ve kodlara göre analiz edilmiştir. Bu kod ve kategorilerin oluşturulmasının gerekçesi olarak, öğretmenlerin koniye ilişkin verdikleri örnekler ve yaptıkları yüzey açınımları konusunda sahip oldukları alan bilgilerinin detaylı olarak incelenmek istenmesi gösterilebilir. Koniye ilişkin verilen örnekler, uygun örnek ve kısmen uygun örnek olarak sınıflandırılmıştır. Bu örneklerin uygunluğu belirlenirken, günlük yaşamdan verilen örnek ile geometrik cismin şekilsel olarak benzerliği kriter alınmıştır. Eğer öğretmenlerin söyledikleri örnekler ile geometrik cismin şekilsel benzerliği tam olarak örtüşmüyorsa bu örnekler kısmen uygun örnekler olarak sınıflandırılmıştır. Diğer taraftan öğretmenlerin söyledikleri örnekler, öğrencilerin zihinlerinde doğru kavram imajları oluşturabiliyorsa yani örnekler ile geometrik cismin şekilsel benzerliği hemen hemen örtüşüyorsa bu örnekler uygun örnekler olarak ele alınmıştır. Koninin yüzey açınımlarına ilişkin kodlar ise Tablo 3'te ele alınmıştır.

**Tablo 3. Öğretmenlerin Koninin Farklı Yüzey Açınımlarına İlişkin Kategoriler ve Kodlar**

Kategori	Alt Kategori	Kodlar	Ölçütler			Açıklamalar
			E	K	H	
Geometrik Cisimlerin Açınımları	Koninin Yüzey Açınımları	Farklı açınımlar çizmesi	Ö <sub>1</sub>		Ö <sub>2</sub> , Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>5</sub> , Ö <sub>6</sub>	Öğretmenlerin koniyle ilgili farklı açınımları doğru çizme becerileri ele alınmıştır.
		Açınımı oluşturan tüm yüzeyleri çizmesi	Ö <sub>1</sub> , Ö <sub>2</sub> , Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>5</sub> , Ö <sub>6</sub>			Öğretmenlerin çizmiş olduğu koninin yüzey açınımlarında olması gereken tüm geometrik şekillerin tümünü çizme becerileri incelenmiştir.
		Çizilen açınımların kapanması	Ö <sub>1</sub> , Ö <sub>2</sub> , Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>5</sub> , Ö <sub>6</sub>		Ö <sub>4</sub>	Öğretmenlerin koni için çizmiş oldukları tüm yüzey açınımlarının kapanıp kapanmama durumları incelenmiştir.
		Açınım kapandığı zaman çakışan uzunlukları eşitlik sembolü ile göstermesi veya aynı değişkenle göstermesi	Ö <sub>2</sub>	Ö <sub>3</sub>	Ö <sub>1</sub> , Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>5</sub> , Ö <sub>6</sub>	Öğretmenlerin çizdikleri koni açınımlarının kapandığı zaman çakışan uzunlukların eşitliğini belirtmek için eşitlik sembolü ile gösterip göstermedikleri veya aynı değişkenle göstermeleri incelenmiştir.

**E: Evet, K: Kısmen, H: Hayır**

Öğretim stratejisi ve öğrenci bilgisine ilişkin verilerin analizinde ise, araştırmacı tarafından oluşturulan kategoriler ve kodlar kullanılarak içerik analizi, görüşme ve gözlem formlarındaki soru maddeleri kullanılarak betimsel analiz yapılmıştır. İçerik analizi doğrultusunda, öğretim stratejileri bilgilerine ilişkin kodların oluşturulmasında öğretmenlerin kullandıkları öğretim yöntemlerinin neler olduğu ve bu yöntemlere bağlı olarak nasıl bir rol üstlendikleri ele alınmıştır. Örneğin öğretmen, geleneksel yaklaşıma dayalı bir açıklama yaptıysa üstlendiği rol *öğretmen merkezli*, kullandığı yöntem ise *anlatım yöntemi* olarak kodlanmıştır. Öğrenci bilgisine ilişkin kodların oluşturulmasında da öğrencinin hatasının ne olduğu ve bu hatanın sebepleri, hatanın giderilmesi için kullandıkları sorular, matematiksel bilgi ve strateji, yöntem ve teknikler ele alınmıştır. Bu kodlar ayrıntılı olarak Tablo 4'te verilmiştir.

**Tablo 4. Koninin Hacmine Yönelik Öğrenci Hatasına İlişkin Kategoriler ve Kodlar**

Kategoriler	Kodlar
Öğrencinin yaptığı hata	Üç bölme unutması
	Silindire koninin hacim formüllerini karıştırması
Öğrencinin yaptığı hatanın sebebi/sebepleri	Bilgi eksikliği
	Ezberlemesi
	Dikkatsizlik
	Genel hacim formülünü kullanması (aşırı genelleme yapması)
Öğrencinin yaptığı hatayı anlaması için öğrenciye yöneltilen soru/sorular	Bu soruyu silindir için çözebilir misin?
	Bir silindir ve koni çizebilir misin?
	Sence silindirin ve koninin hacimleri aynı mı?
	Yaptığın işlemleri bana açıklayabilir misin?
	Silindirin hacmi neydi?
	Koninin hacmi neydi?
	Bu şekil silindir mi yoksa koni mi?
Öğrencinin doğru cevap verebilmesi için kullanacağı matematiksel bilgi ya da ön bilgi	Silindirin hacim formülü
	Koninin hacim formülü
	Tepe noktası olan cisimlerin hacimlerinin üç bölünmesi
Öğrencinin yaptığı hatanın giderilmesine yönelik kullanacağı öğretim yöntem, teknik ve stratejiler	Koni ve silindir arasındaki farklar
	Buluş yoluyla öğretim stratejisi
	Sunuş yoluyla öğretim stratejisi
	Anlatım yöntemi
	Soru cevap tekniği



Alan bilgisi bileşenine yönelik koniyi tanımlarına ilişkin yaptıkları açıklamaların gerekçelerinde Tsamir, Tirosch ve Levenson (2008)'ın çerçevesi, öğrenci bilgisi bileşeni kapsamındaki öğrenci hatalarının arkasındaki gerekçelerinde ise Stacey ve diğerleri (2001)'nin çerçevesi dikkate alınmıştır. Tsamir, Tirosch ve Levenson (2008), geometrik şekilleri tanımları altında yatan gerekçeleri, görsel ve özellik nedenli olmak üzere iki gerekçeye ayırmışlardır. Bu gerekçeleri de kendi içerisinde alt kodlara ayırmışlardır. Görsel nedenli gerekçeyi, *şeklin tamamına göre görsel referans ve isimlendirme*; özellik nedenli gerekçeyi, *kritik özelliklere ilişkin referans ve kritik olmayan özelliklere ilişkin referans* şeklinde ayırmışlardır.

Görsel nedenli gerekçede, şeklin hiçbir özelliğine değinilmeden sadece dış görünüşüne göre ya da ismine göre gerekçe sunulur. Örneğin *“üst kısmı yok ondan dolayı piramit değil”* şeklin tamamına göre referans, *“koni olduğundan dolayı piramit değil”* isimlendirme görsel nedenli gerekçedir. Özellik nedenli gerekçede, tanımlanan şekle ait özellikler ya da tanımlanan şeklin yanında diğer geometrik şekillere ait özellikler gerekçe olarak sunulur. Örneğin *tabanı dairesel ve etrafındaki yüzey bir noktada birleşmiş* kritik özelliklere ilişkin referans, *“ayrıt ve yan yüzeyler olmadığı için piramit değil”* kritik olmayan özelliklere ilişkin referans olup özellik nedenli gerekçedir. Bu araştırmada, öğretmenlerin koni konusuna ilişkin ileri sürdükleri gerekçeler sadece, özellik ve görsel nedenli olup olmadıkları değerlendirildiğinden araştırmada bu gerekçelerin alt kodları dikkate alınmamıştır.

Stacey ve diğerleri (2001), öğretmenlerin öğrenci hatası arkasındaki gerekçelerini üçe ayırmıştır. Bunlar: olmayan gerekçe, yüzeysel gerekçe ve derin gerekçedir. Olmayan gerekçede, yapılan açıklamalar öğrenci hatasının özelliklerini açıklamaz. Yüzeysel gerekçeler hatanın yüzeysel olarak açıklandığı ve hatanın kaynağını tam olarak belirtmez. Örneğin öğretmen koniyi öğrencilere öğretirken koniyi üçgen olarak isimlendiren öğrenci hatası karşısında benzer dış görünüşe sahip olduğunu belirtmesi yüzeysel gerekçedir. Ancak bu açıklama yerine öğrencinin üç boyutlu düşünememesi ve tabandaki dairenin çapını görüp dairenin kendi çevresini görmediklerinden üçgen olarak algılaması demesi derin gerekçedir (Gökbulut, 2010).

## BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde öğretmenlerin koni konusuna ilişkin alan bilgileri, öğretim strateji bilgileri ve öğrenci bilgilerine ilişkin bulgular yer almaktadır.

### *Konu Alan Bilgisine İlişkin Bulgular*

Tablo 5'te öğretmenlerin koni kavramıyla ilgili tanımları ve bu tanımlara ilişkin verdikleri örneklerle yönelik kategoriler ve kodlar yer almaktadır.

**Tablo 5.** Öğretmenlerin Koni Kavramıyla İlgili Tanımlarına ve Örneklerine İlişkin Kategoriler ve Kodlar

Kategoriler	Kodlar	Öğretmen kodları
<b>Erişebilirlik</b>	Kolay verilmiş cevap	Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>4</sub> ,Ö <sub>5</sub> ,Ö <sub>6</sub>
	Kısmen zor verilmiş cevap	Ö <sub>2</sub> ,Ö <sub>3</sub>
	Zor verilmiş cevap	
	Cevap yok	
<b>Doğruluk</b>	Gerekli ve yeterli	
	Gerekli ve yetersiz	
	Kısmen gerekli ve yetersiz	Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>2</sub> ,Ö <sub>3</sub> ,Ö <sub>4</sub> ,Ö <sub>5</sub>
	Ne gerekli ne yeterli	Ö <sub>6</sub>
<b>Zenginlik</b>	Prototip örnek verme	Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>2</sub> ,Ö <sub>3</sub> ,Ö <sub>4</sub> ,Ö <sub>5</sub> ,Ö <sub>6</sub>
	Prototip olmayan örnek verme	Ö <sub>3</sub>
<b>Genelleştirme</b>	Özel tanım	Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>3</sub> ,Ö <sub>4</sub> ,Ö <sub>5</sub> ,Ö <sub>6</sub>
	Özele yakın tanım	Ö <sub>2</sub>
	Genel tanım	

Öğretmenlerin koniyle ilgili yapmış oldukları tanımlar erişebilirlik açısından değerlendirildiğinde, dört öğretmenin koniyi çaba sarf etmeden kolay bir şekilde tanımladıkları, iki öğretmenin ise koninin tanımını yaparken biraz zorlandığı görülmüştür. Dolayısıyla dört öğretmenin vermiş olduğu cevap kolay verilmiş cevap olarak, iki öğretmenin vermiş olduğu cevap ise kısmen zor verilmiş cevap olarak değerlendirilmiştir. Doğruluk açısından ele alındığında, öğretmenlerin koniyle ilgili kısmen gerekli ve yetersiz kodunda cevap verdikleri görülmektedir. Öğretmenlerin koniyle ilgili yapmış oldukları tanımlar Tablo 6'da verilmiştir.

**Tablo 6. Öğretmenlerin Koni Kavramının Tanımına İlişkin Görüşleri**

---

<i>Tabanı daire ve tepe noktası olan cisimdir.(Ö<sub>1</sub>)</i>
<i>Açıldığı zaman kesilmiş bir yarım olabilir, çeyrek olabilir, açısına göre değişir. Alt tarafı kapalı tam bir daireden oluşan bu iki şeklin yine birleştirilmesiyle oluşan kapalı şeklimizdir(Ö<sub>2</sub>)</i>
<i>Bir üçgenin 360° dönmesiyle oluşan şekildir(Ö<sub>3</sub>)</i>
<i>Tepe noktası olan ve tabanı daire olan şekil (Ö<sub>4</sub>)</i>
<i>Tepe noktası olacak ve tabanı daire olacak (Ö<sub>5</sub>)</i>
<i>Tabanı daire olan piramitlerdir. Piramitlerin özel bir halidir(Ö<sub>6</sub>)</i>

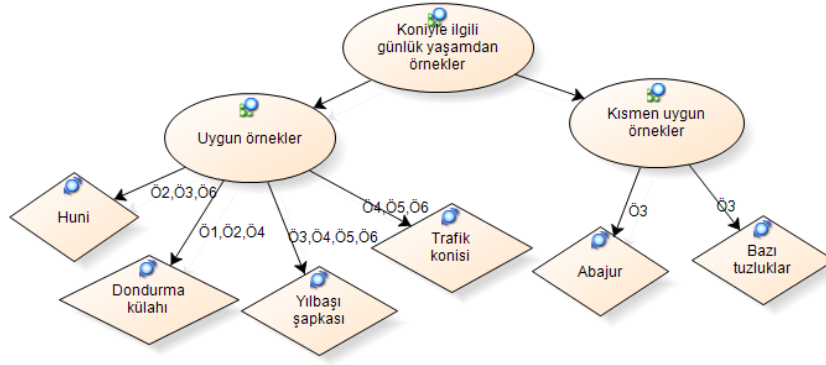
---

Öğretmenlerin koniyle ilgili tanımları dikkate alındığında, koniyi dairesel koni olarak düşündükleri ve yapmış oldukları tanımların koninin tanımını tam olarak yansıtmadığı görülmektedir. Çünkü koniler tabanlarına göre; dairesel koni, eliptik koni gibi adlar alırlar (Tokerler, Sarıgül, Kılıçarslan, Yıldız, & Kavcar, 2009, s. 79). Ortaokul matematik dersi öğretim programında sadece dairesel koninin yer alması ve öğretmenlerin de öğrencilere koni konusunda sadece dairesel koniyi anlatması, öğretmenlerin koni kavramından dairesel koniyi anladıklarını göstermektedir. Oysa koni kavramı, dairesel koniyle aynı olmayıp bu kavramı içine alan tabanı daire olarak sınırlandırılmayacak kadar geniş bir kavramdır. Koninin tabanı herhangi bir şekil olabilir. Tabanı daire olan koniler dairesel konidir. (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2014, s.412). Gözlem raporları dikkate alındığında sadece Ö<sub>1</sub> öğretmeni "Koninin tabanında daire olmak zorunda değildir" şeklinde açıklamaya yer vermiştir. Bu bakımdan öğretmenlerin yapmış olduğu tanımlardan ve gözlem sonuçlarından elde edilen veriler doğrultusunda, öğretmenlerin koni kavramının tanımına ilişkin alan bilgilerinin kısmen yeterli olduğu ancak Ö<sub>1</sub> öğretmenin diğer öğretmenlere kıyasla koniyi daha iyi bildiği söylenebilir.

Genelleştirme kategorisi açısından ele alındığında ise, Van de Walle, Karp ve Bay-Williams (2014)'ın koninin tanımı kriter alındığında, öğretmenlerin çoğunun tanımları sadece koniye ait özellikleri içerdiğinden özel tanım olarak değerlendirilmiştir.

Yapılan görüşmelerde, altı öğretmenden koniyle ilgili örnekler vermeleri istenmiştir ve örnek sayısı sınırlandırılmamıştır. Elde edilen verilere dayalı olarak, öğretmenlerin koni kavramı ile ortaokul 8. sınıf ders kitaplarında (Aygün vd., 2008; Güler Yücelyiğit, 2011; Tahan, 2013) yer alan örnekleri ifade etmişlerdir. Bu bakımdan verdikleri örnekler zenginlik kategorisi açısından değerlendirildiğinde, prototip örnekler olarak değerlendirilmiştir. Sadece Ö<sub>3</sub> öğretmeni ders kitaplarında yer almayan *abajur*, *bazı tuzluklar* gibi farklı örnekler öne sürmüştür. Bu nedenle, zenginlik kategorisi açısından Ö<sub>3</sub> öğretmenin cevabı hem prototip hem de prototip olmayan örnekler olarak ele alınmıştır.

Öğrencilerin zihinlerinde koniyle ilgili kavram imajlarının doğru oluşması bakımından öğretmenlerin koniye ilişkin verdikleri örnekler, araştırmacı tarafından değerlendirilmiş ve *uygun örnek*, *kısmen uygun örnek* şeklinde sınıflandırılmıştır. Öğretmenlerin verdikleri örneklerin, araştırmacı tarafından sınıflandırılması Şekil 1'de verilmiştir.



Şekil 1. Öğretmenlerin koniye ilişkin vermiş olduğu örneklerin sınıflandırılması

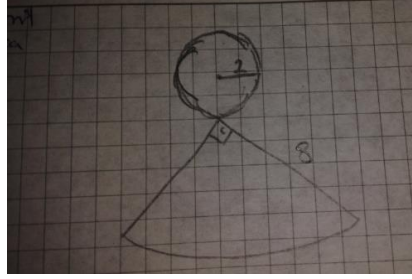
Şekil 1 incelendiğinde öğretmenlerin koniyle ilgili uygun ve kısmen uygun örnekleri sürdürdükleri görülmektedir. Öğretmenlerin öğrencilerin zihinlerinde koniyle ilgili kavram imajlarının doğru oluşması açısından *huni*, *yılbaşı şapkası*, *trafik konisi* ve *dondurma külahı* gibi örnekler uygun örnekler kategorisinde, *abajur* ve *bazı tuzluklar* örnekleri de kısmen uygun örnekler kategorisinde değerlendirilmiştir. Bu örneklerin kısmen uygun örnekler arasında değerlendirilmesinin gerekçesi olarak; bu örneklerin öğrencilerin koniyi görsel olarak zihinlerinde doğru canlandırmaları açısından tam olarak uygun örnekler olmaması gösterilebilir. Özellikle de *bazı tuzluklar* örneği çok açık olmayan bir örnektir. Ö<sub>3</sub> öğretmenin vermiş olduğu abajur örneğinin de öğrenciler için çok uygun bir örnek olduğu söylenemez. Çünkü abajurların arasında silindir, kesik koni gibi daha birçok çeşit şekillere sahip abajurlar yer almaktadır. Aslında öğretmen koni şeklinde abajur örneğini ifade etseydi verdiği örnek, uygun ve prototip olmayan örnek olarak ele alınabilirdi. Öte yandan *huni*, *dondurma külahı*, *yılbaşı şapkası* ve *trafik konisi* örneklerinin uygun örnekler olarak sınıflandırılmasının gerekçesi olarak ise, bu örneklerin koni kavramını daha iyi temsil eden nesnelere olması ve bu örneklerin tümünün ders kitaplarında koniyle ilgili örnekler arasında yer alması gösterilebilir.

Tablo 7. Öğretmenlerin Koninin Yüzey Açınımlarına İlişkin Kategoriler ve Kodlar

Kategori	Alt Kategori	Kodlar	Ölçütler			Açıklamalar
			E	K	H	
Geometrik Cisimlerin Açınımları	Koninin Yüzey Açınımları	Farklı açınımlar çizmesi	Ö <sub>1</sub>		Ö <sub>2</sub> , Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>5</sub> , Ö <sub>6</sub>	Öğretmenlerin koniyle ilgili farklı açınımları doğru çizme becerileri ele alınmıştır.
		Açınımı oluşturan tüm yüzeyleri çizmesi	Ö <sub>1</sub> , Ö <sub>2</sub> , Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>5</sub> , Ö <sub>6</sub>			Öğretmenlerin çizmiş olduğu koninin yüzey açınımlarında olması gereken tüm geometrik şekillerin tümünü çizebilme becerileri incelenmiştir.
		Çizilen açınımların kapanması	Ö <sub>1</sub> , Ö <sub>2</sub> , Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>5</sub> , Ö <sub>6</sub>		Ö <sub>4</sub>	Öğretmenlerin koni için çizmiş oldukları tüm yüzey açınımlarının kapanıp kapanmama durumları incelenmiştir.
		Açınım kapandığı zaman çıkışan uzunlukları eşitlik sembolü ile göstermesi veya aynı değişkenle göstermesi	Ö <sub>2</sub>	Ö <sub>3</sub>	Ö <sub>1</sub> , Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>5</sub> , Ö <sub>6</sub>	Öğretmenlerin çizdikleri koni açınımlarının kapandığı zaman çıkışan uzunlukların eşit olduğunu belirtmek için eşitlik sembolü ile gösterip göstermedikleri veya aynı değişkenle göstermeleri incelenmiştir.

E: Evet, K: Kısmen, H: Hayır

Tablo 7. incelendiğinde, öğretmenlerden sadece Ö<sub>1</sub> öğretmenin koniyle ilgili farklı açınım çizebildiği, beş öğretmenin ise koniye ilişkin farklı çizim yapmakta zorluk çektiği görülmektedir. Yapılan görüşmelerde, dört öğretmen, koninin ikinci açınımına ilişkin herhangi bir cevap verememiş, Ö<sub>4</sub> öğretmeni ise koniye ilişkin farklı bir açınım çizmeye çalışsa da yanlış bir çizim yapmıştır. Şekil 2'deki Ö<sub>4</sub>'ün çizim örneği bunu en iyi şekilde örneklendirmektedir.



Şekil 2. Ö<sub>4</sub> öğretmenin koninin yüzey açınımına ilişkin çizim örneği

Şekil 2'deki Ö<sub>4</sub>'ün çizim örneği incelendiğinde, koni için çizmiş olduğu yüzey açınımın doğru bir çizim olmadığı ve bu açınımın kapanmayan bir açınım olduğu görülmektedir.

Öğretmenlerin koninin yüzey açınımlarına ilişkin çizim becerileri değerlendirildiğinde, beş öğretmenin koninin ikinci açınımını yapamadığı ve dolayısıyla koninin yüzey açınımına ilişkin alan bilgilerinin eksik olduğu görülmektedir. Oysa öğretmenler, koninin farklı yüzey açınımı olarak en basit şekilde tabanda yer alan dairenin konumunu daire diliminin çevresinde olacak şekilde yer değiştirebilirlerdi. Ya da eğik koni, piramit gibi farklı türden konilerin açınımlarına yer verebilirlerdi.

**Tablo 8. Öğretmenlerin Koninin Kapalı Formuna Yönelik Sahip Oldukları Alan Bilgilerine İlişkin Kategoriler ve Kodlar**

Kategori		Koninin Kapalı Formu				Gerekçeleri	
Kodlar	Konidir		Koni değildir (veya kesik konidir)		Görsel Nedenli	Özellik Nedenli	
	D (f)	Y (f)	D (f)	Y (f)			
I.GC	5			1	Eğik koni (Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>6</sub> )	Tepe noktası var, tabanı daire (Ö <sub>4</sub> )	
II. GC	6				Dik koni(Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>6</sub> )	Tepe noktası var, tabanı daire (Ö <sub>4</sub> )	
III. GC			6		Üst kısım yok (Ö <sub>2</sub> ) Kesik koni(Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>2</sub> ,Ö <sub>4</sub> ,Ö <sub>5</sub> ,Ö <sub>6</sub> )		
IV. GC				6	Piramittir (Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>2</sub> ,Ö <sub>5</sub> ,Ö <sub>6</sub> )	Tabanı daire değil ( Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>4</sub> )	
V. GC			6		Üst kısım yok (Ö <sub>2</sub> ) Kesik koni(Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>2</sub> ,Ö <sub>4</sub> ,Ö <sub>5</sub> ,Ö <sub>6</sub> )		

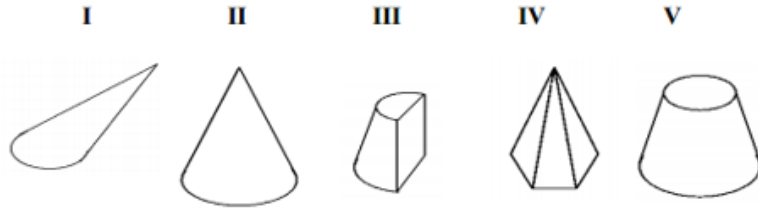
**D: Doğru, Y: Yanlış, f: frekans, GC: Geometrik cisim**

Tablo 8 incelendiğinde, beş öğretmenin görüşme formunda (bakınız Şekil 3) verilen I. geometrik cisimi, altı öğretmenin de II. geometrik cisimi hemen tanıyarak koni olduğunu ifade ettikleri görülmüştür. Sadece Ö<sub>3</sub> öğretmeni eğik koni olan I. cisimi tanınamamış ve bu cismin koni olmadığını söyleyerek hata yapmıştır. Bu cismin koni olmamasıyla ilgili olarak aşağıdaki açıklamayı yapmıştır.

*“Çünkü koni bir dik üçgenin kendi etrafında 360° döndürülmesiyle meydana gelen şekildir (Ö<sub>3</sub>)*

Bu açıklamaya dayalı olarak; Ö<sub>3</sub> öğretmenin eğik koniyi tanımadığı ve koni olması için dik olmasına dikkat ettiği anlaşılmaktadır. Buradan hizmet süresi en fazla olan Ö<sub>3</sub> öğretmenin bu konuda alan bilgisinin eksik olduğu söylenebilir.

Öğretmenlerin tümü, Şekil 3'te verilen cisimler arasından III ve V. cisimleri kesik koni veya kesik koninin bir parçası olduğunu tanımışlardır. III. geometrik cismin yatay ve dikey olarak kesilmiş kesik koninin bir parçası olduğunu, V. geometrik cismin de yatay olarak kesilmiş kesik koni olduğunu ifade ederek hemen tanımışlardır.



Şekil 3. Koninin kapalı formuna ilişkin sorulan cisim örnekleri

IV. geometrik cisim olan piramit için ise öğretmenlerin tamamı, bu cismin koni olmadığını belirterek hataya düşmüşlerdir. Görsel neden olarak öğretmenlerin dördü piramit, özellik nedeniyle olarak ise tabanının daire olmadığını belirterek, bu cismin koni olmadığını ifade etmişlerdir. Oysa piramit özel bir konidir. Literatür incelendiğinde, koninin ve piramidin tanımı şu şekildedir. *“Koni, sadece bir yüze ve bu yüze ait olmayan bir köşeye sahip katı cisimdir. Tabanın kenarlarındaki herhangi bir noktadan köşeye düz doğrular (elemanlar) çizilebilir. Taban herhangi bir şekil olabilir. Köşenin doğrudan tabana karşılık bir yerde olması zorunluluğu yoktur. Tabanı daire olan koniler dairesel konidir”; Piramit ise tabanı çokgen olan konilerdir. Köşeleri birleştiren bütün yüzler üçgendir. Piramitler, tabanlarındaki şekillere göre adlandırılırlar: Üçgen piramit, kare piramit, sekizgen piramit, vb. Bütün piramitler, konilerin özel durumlarıdır şeklinde ifade edilmektedir.* (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2014, s.412). Bu açıklamalara dayalı olarak; koninin tabanında herhangi bir geometrik şekil olabileceğinden dolayı bütün piramitler özel koniler olarak da adlandırılırlar.

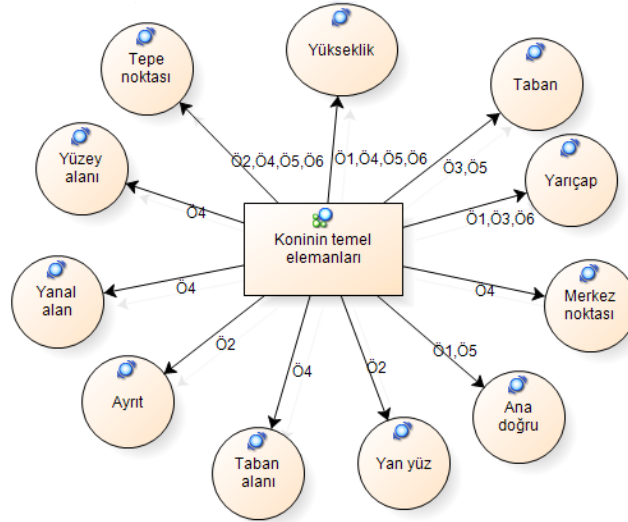
Yapılan görüşmelerden ve gözlem sonuçlarından elde edilen veriler doğrultusunda, öğretmenlerin koninin kapalı formunu tanımlarına ilişkin alan bilgilerinin kısmen yeterli olduğu görülmektedir. Öğretmenlerin III. ve V. geometrik cisimlerin koninin birer kesiti olduğunu görmeleri uzamsal yeteneklerinin iyi olduğunu gösterebilir ancak koni kavramının tanımını tam olarak bilmedikleri için verilen koninin tabanının herhangi bir çokgen olabileceğini düşünememişlerdir.

**Tablo 9.** Öğretmenlerin Koniye Taban Sayısına Göre Sınıflandırmalarına İlişkin Kategori ve Kodlar

Kategori	Koni			
	Kodlar	İki tabanı olanlar	Tek tabanı olanlar	Tabanı olmayanlar
ÖK				
Ö <sub>1</sub>	-	+	-	√
Ö <sub>2</sub>	-	+	-	√
Ö <sub>3</sub>	-	+	-	√
Ö <sub>4</sub>	-	+	-	√
Ö <sub>5</sub>	-	+	-	√
Ö <sub>6</sub>	-	+	-	√

+: Belirtilen özelliğe sahip -: Belirtilen özelliğe sahip değil, D: Doğru, Y: Yanlış, ÖK: Öğretmen Kodları

Tablo 9'a göre, öğretmenlerin tamamı, koniyi "tek tabanı olanlar" başlığı altında ele alarak doğru sınıflandırma yapmışlardır. Öğretmenlerin koninin temel elemanlarına ilişkin yapmış oldukları öğretimsel açıklamalar ise Şekil 4'te verilmiştir.



**Şekil 4.** Öğretmenlerin koninin temel elemanlarına ilişkin görüşleri

Koninin temel elemanlarının "tepe noktası, yarıçap, taban, eksen (yükseklik), ana doğru ve yan yüz" (Tahan, 2013) olduğu dikkate alındığında, öğretmenlerin koninin temel elemanlarına ilişkin öğretimsel açıklamalarının eksik olduğu görülmektedir. Öğretmenlerden bazıları ya koniye ait olmayan merkez noktası gibi elemanları koninin temel elemanları olarak kabul etmişler ya da yan yüz, ana doğru, taban gibi olması gereken temel elemanları belirtmemişlerdir. Özellikle de koninin temel elemanları arasında yer alan yan yüzü bir öğretmenin ifade etmesi, öğretmenlerin koninin temel elemanlarına ilişkin alan bilgilerinin istenen düzeyde olmadığını açıkça göstermektedir. Gözlem sonuçları incelendiğinde ise, sekizinci sınıflara giren üç öğretmenin de, görüşmelerde yaptıkları açıklamalara paralel açıklamalar yaptıkları ve görüşmelerde ifade ettikleri koninin temel elemanlarını ders sürecinde de aynen öğrencilere aktardıkları gözlenmiştir.

**Tablo 10.** Öğretmenlerin Koninin Taban Alanı, Yanal Alanı, Yüzey Alanı ve Hacmine İlişkin Kategori ve Kodlar

Kategori	Kodlar	D (f)	Y (f)	B (f)
Koni	Koninin taban alanı	6		
	Koninin yanal alanı	3	2	1
	Koninin yüzey alanı	3	2	1
	Koninin hacmi	5	1	

D: Doğru, Y: Yanlış, B: Boş f: frekans

Tablo 10 incelendiğinde, öğretmenlerin tamamının koninin taban alanını doğru bildikleri buna karşın öğretmenlerden bazılarının koninin yanal alanı, yüzey alanı ve hacmini veren formülleri oluşturmada zorlandıkları görülmektedir. İki öğretmen, koninin yanal alan formülünü yanlış yazmışlar, bir öğretmen (Ö<sub>3</sub>) de herhangi bir cevap verememiştir. Bununla ilgili olarak iki öğretmenin cevabı aşağıda aynen verilmiştir.

$$\text{"Koninin yanal alanı } \pi r^2 \frac{\alpha}{360} \text{ 'dır (Ö}_2\text{)"}$$

$$\text{"Koninin yanal alanı } \frac{\pi r a}{h} \text{ 'dır (Ö}_5\text{)"}$$

Öğretmenlerin koninin yanal alanı için yazmış olduğu formüller incelendiğinde, Ö<sub>2</sub>'nin ana doğrusu a, tabanın yarıçapı r olan koninin yanal alan formülünü yazarken a yerine r'yi yazdığı ve yarıçapın a olduğuna dikkat etmediği görülmektedir. Ö<sub>5</sub> öğretmenin ise yanal alan formülünde yer almayan koninin yüksekliğini (h) yazdığı görülmektedir. Yapılan görüşmelerde, koninin yanal alan formülünü doğru yazan üç öğretmenden (Ö<sub>1</sub>, Ö<sub>4</sub>, Ö<sub>6</sub>) ikisi, bu formülün altında yatan mantıksal gerekçeyi ifade etmesine rağmen, bir öğretmen (Ö<sub>4</sub>) doğru olmayan açıklama yapmıştır. Ö<sub>4</sub> öğretmenin açıklaması aşağıda aynen verilmiştir.

*"Koninin yanal alanının şu an nerden geldiğini hatırlamıyorum ama ben şu şekilde anlatıyorum yanal yüzeyi üçgen gibi düşünürsek, yükseklik a, tabanı da 2πr 'den alanı  $\alpha \frac{2\pi r}{2} = \pi r a$  'dır (Ö<sub>4</sub>)."*

Bu açıklama doğrultusunda, Ö<sub>4</sub> öğretmenin koninin yanal alan formülünü ezbere bildiği ve bu nedenle koninin yanal alanına ilişkin alan bilgisinin yüzeysel olduğu görülmektedir. Öte yandan Ö<sub>1</sub> ve Ö<sub>6</sub> öğretmenleri koninin yanal alan formülünün altında yatan mantıksal gerekçeyi açıklamakla birlikte, koninin hem açığa bağlı hem de yarıçapa bağlı  $\pi a^2 \frac{\alpha}{360}$  ve  $\pi r a$  formüllerini doğru bir şekilde yazabilmişlerdir. Koninin yanal alan formülünden biri olan  $\pi r a$  formülünün nerden geldiğine ilişkin Ö<sub>1</sub> öğretmenin cevabı Şekil 5'te aynen verilmiştir.

$$2\pi r = \frac{\alpha}{360} \cdot 2\pi a$$

$$r = \frac{\alpha}{360} \cdot a = \frac{r}{a} = \frac{a}{360}$$

$$Alan = \frac{\alpha}{360} \cdot \pi \cdot a^2$$

$$Alan = \frac{r}{a} \cdot \pi \cdot a^2$$

$$Alan = r \cdot a \cdot \pi$$

Şekil 5. Ö<sub>1</sub> öğretmenin koninin yanal formülüne ilişkin cevabı

Ö<sub>1</sub>, öğrencilerin öğrenmekte zorlandığı formüllerden biri olan koninin yanal alan formülünün nerden geldiğine ilişkin yazılı açıklama yaparak  $\pi r a$  formülünün ispatını yapması, Ö<sub>1</sub> öğretmenin koninin yanal alanına ilişkin alan bilgisinin oldukça yeterli olduğunu göstermektedir. Öğretmenlerin koninin hacmine ilişkin yazılı açıklamaları incelendiğinde ise, Ö<sub>5</sub> öğretmeni dışındaki beş öğretmenin koninin hacmini doğru yazdıkları, Ö<sub>5</sub> öğretmenin ise koninin hacim formülünü  $\frac{4}{3}\pi r^2 h$  şeklinde yanlış yazdığı görülmüştür. Bu bulgular çerçevesinde, öğretmenlerin yarısının koninin yanal alanı ve yüzey alanı konusunda sahip oldukları alan bilgilerinin eksik veya yanlış olduğu ortaya çıkmıştır.

### Öğretim Stratejisi Bilgisine İlişkin Bulgular

Öğretmenlerin koni konusunda kullandıkları yöntem, teknik ve stratejilerin daha iyi anlaşılması için elde edilen bulgular, koni konusuyla ilgili iki öğretim senaryosundan ve gözlem raporlarından elde edilmiştir. Birinci senaryoda, Murat Öğretmenin öğrencisi olan Ali, koni şeklinde olan yılbashi şapkasının açınımında oluşacak geometrik şekilleri üçgen ve daire olarak belirtmiştir. Bu açıklama karşısında, öğretmenlerden beşi Ali'nin koninin açınımında üçgeni söyleyerek yaptığı hatayı doğru tespit ederek Ali'nin yaptığı hatanın ne olduğunu dile getirmişlerdir. Sadece Ö<sub>3</sub> öğretmeni, Ali'nin yaptığı hatayı ifade edememiş ve Ali'nin yapmış olduğu açıklamanın doğru olduğunu belirtmiştir. Hizmet süresi 10 yıldan fazla olan Ö<sub>3</sub>'ün dairesel koninin yüzey açınımında oluşacak şekilleri bilmemesi, öğretmenin koninin yüzey açınımıyla ilgili alan bilgisinin eksik olduğunu göstermektedir. Ali'nin hatasını doğru tespit eden öğretmenlerin, Ali'nin açıklaması ve koninin yüzey açınımını nasıl öğretecekleri konusunda verecekleri cevaplar doğrultusunda kullanacakları öğretim yöntemlerinin neler olduğu ve bu yöntemlere bağlı olarak nasıl bir rol üstlendikleri ise Tablo 11'de sunulmuştur.

**Tablo 11.** Öğretmenlerin Ali'nin Açıklamasına Karşılık Kullanacakları Öğretim Yöntem, Teknik ve Stratejiler ve Benimsedikleri Roller

Öğretmenin Rolü	Kullanacakları öğretim yöntemi, teknik ve stratejiler	Açıklamalar
Öğretmen merkezli	Anlatım yöntemi Gösteri	<i>Ali'ye; söylediğinin yanlış olduğunu, koninin açınımının bir daire dilimiyle bir daireden oluştuğunu söyledim. Murat öğretmenin kullandığı yönteme benzer bir yöntem seçerek, sınıfa koni şeklinde somut bir materyal getirerek koninin açınımını öğrencilere gösterirdim...(Ö<sub>1</sub>)</i>
Öğretmen merkezli	Gösteri tekniği	<i>Şekli açar üçgen olmadığını göstermeye çalışırdım. Çünkü açmadığım takdirde çocuk onun düz olabileceğini düşünür. Böylece cevabımın yanlış olduğunu görürdü (Ö<sub>2</sub>)</i>
Öğretmen merkezli	Anlatım yöntemi	<i>Önce çevremden örnekler verirdim. Koninin şeklini çizerdim. Tanımında dik üçgenin kendi etrafında 360° dönmesinden oluştuğunu söylerdim...(Ö<sub>3</sub>)</i>
Öğretmen merkezli	Gösterip yaptırma Bilgisayar	<i>Ben olsaydım kesinlikle bir tane koniyi sınıfa getirip görerek kendilerinin koniyi oluşturmalarını isterdim. Zaten teknolojinin gelişmesiyle projeksiyonda var, orda da açık şekli gösterilebilir. (Ö<sub>4</sub>)</i>
Öğretmen merkezli	Anlatım yöntemi Gösteri tekniği	<i>Ben olsaydım daireyi doğru söylediğini, ama bunun bir üçgen olmadığını bir daire parçası olduğunu söylerdim. Koni anlatırken bir boş kağıt alıyorum koni şekline getirip onu kesiyorum. Sonra külahın koni olduğunu söylüyorum. Açık şeklini ise tahtada gösteriyorum...(Ö<sub>5</sub>)</i>
Öğrenci Merkezli	Buluş yolu Gösteri tekniği	<i>Ben öncelikle o şekli açardım. Doğru ve yanlış olduğunu söylemezdim. Sonuçta o şapka kartondan yapılmıştır. Yan yüzeyini böyle yan yüksekliği doğrultusunda keserdik. Tabanını ayırırdık. Şekil açıldığı zaman karşımıza daire dilimi ve bir daire çıkardı. Ali'ye sorardım. Hangi şekiller karşımıza çıktı diye. Zaten Ali hata yaptığını kendisi fark edecek ve bu şekilde hiçbir zaman unutmayacaktır(Ö<sub>6</sub>)</i>



Öğretmenlerin açıklamaları dikkate alındığında, çoğunun koninin yüzey açılımını öğretirken somut bir materyal kullanarak gösteri tekniğini kullanacakları görülmektedir. Buradan öğretmenlerin çoğunun Ali'nin hatasının giderilmesine yönelik uygun tekniği tercih ettikleri söylenebilir. Çünkü Ali, koninin yüzey açılımını görsel olarak kendisi görürse yaptığı hatayı kendisi görecektir ve öğrenmesi daha kalıcı olacaktır.

İkinci senaryo (bak. Tablo 1) için öğretmenlerin yapmış olduğu öğretimsel açıklamalar incelendiğinde, öğretmenlerin koninin su dolu olan kısmını kesik koni olarak tanımladıkları görülmüştür. Dolayısıyla öğretmenlerin tamamı, koninin su dolu olan kısmının silindir olmadığını ifade ederek öğrencinin hata yaptığını ifade etmişlerdir. Öğretmenlerin öğrencinin koninin belli bir yüksekliğe kadar su dolu olan kısmını silindir olarak düşünmesinin nedenini, "koninin su dolu olan kısmın alt ve üst tabanlarının daire olması" şeklinde belirtmişlerdir. Aşağıda verilen alıntılar bunu açıkça göstermektedir.

*"Görünümünden olabilir. Öğrenci yanal ayrıtların tepede birleştiğini göz ardı etti ve tabanların eşit olmadığını algılayamadı. Öğrenci, yüksekliği küçük olan bir silindir gibi düşündü...(Ö<sub>1</sub>)"*

*"Çünkü alt ve üstü dairesel görünüyor... Çocuk da onun için silindir düşünmüş olabilir...(Ö<sub>2</sub>)"*

Öğretmenlerin öğrencinin yapmış olduğu hata karşısında ona verecekleri öğretimsel açıklamalar dikkate alındığında, öğretmenlerden beşinin, öğrencinin hatasını doğrudan söylemeyi tercih ettikleri görülmüştür. Bu öğretmenler, yapılan görüşmede böyle bir durum karşısında öğrenciye su olan kısmın silindir olmadığını ve silindirde alt ve üst tabanların eşit olması gerektiğini söyleyeceklerini belirtmişlerdir. Yalnız bir öğretmen, öğrencinin hata yaptığını doğrudan söylemek yerine kendisinin farkına varmasına fırsat verecek buluş yoluyla öğretim stratejisini tercih etmiştir.

Öğretmenlerin görüşmelerde yapmış oldukları öğretimsel açıklamalarının sınıf içi yansımalarını ortaya çıkarmak ve koni konusunu öğrencilere öğretirken kullanmış olduğu strateji, yöntem ve teknikleri daha iyi anlamak için araştırmacı tarafından yapılan gözlem sonuçları aşağıda sunulmuştur. Koni konusu sadece sekizinci sınıfta anlatıldığı için Ö<sub>2</sub> ve Ö<sub>5</sub> öğretmenlerinin gözlem sonuçlarına yer verilmemiştir.

**Tablo 12.** Öğretmenlerin Koni Konusunu Öğretirken Kullanmış Olduğu Stratejilere İlişkin Kategoriler ve Kodlar

Kategori	Alt kategori	Kodlar	Ölçütler		
			E	K	H
Öğretim stratejileri bilgisi	Koni konusunun öğretimi	Derse hazırlıklı gelme		Ö <sub>4</sub>	Ö <sub>1</sub> , Ö <sub>3</sub> ,Ö <sub>6</sub>
		Öğrencilerin ön bilgilerini hatırlatma		Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>4</sub> ,Ö <sub>6</sub>	
		Günlük yaşamla ilişkilendirme	Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>4</sub> ,Ö <sub>6</sub>		
		Konunun öneminden ve gerekçesinden bahsetme			Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>4</sub> ,Ö <sub>6</sub>
		Kullandığı öğretim yönteminin dersin hedeflerine, öğrenci seviyesine, öğrenci sayısına ve sınıfın fiziki şartlarına uygun olması		Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>4</sub>	Ö <sub>3</sub> ,Ö <sub>6</sub>
		Dersin işlenişinde ders kitabı, MEB'in TEOG sınavı için göndermiş olduğu öğretim programı veya herhangi bir yardımcı kaynak kullanma			Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>4</sub> ,Ö <sub>6</sub>
		Somut materyal kullanma	Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>4</sub>		Ö <sub>3</sub> ,Ö <sub>6</sub>
		Öğrenciyi aktif tutma	Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>4</sub>	Ö <sub>6</sub>	
		Öğretim ilkelerini dikkate alma	Ö <sub>4</sub>	Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>3</sub> ,Ö <sub>6</sub>	
		Etkinliklerden yararlanma			Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>4</sub> ,Ö <sub>6</sub>
		Kavramların farklı gösterimlerine yer verme		Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>3</sub> ,Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>6</sub>	
		Pekiştireç kullanma			Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>6</sub>
		Diğer disiplinler (fen, sosyal...vb.) arasında ilişki kurma			Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>6</sub>
		Sunuş yoluyla öğretim stratejisini kullanma		Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>3</sub> ,Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>6</sub>	
		Buluş yoluyla öğretim stratejisini kullanma		Ö <sub>4</sub>	Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>6</sub>
		Araştırma-inceleme yoluyla öğretim stratejisini kullanma			Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>6</sub>
		Gösteri tekniğini kullanma		Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>4</sub>	Ö <sub>3</sub> ,Ö <sub>6</sub>
		Gösterip yaptırma yöntemini kullanma		Ö <sub>4</sub>	Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>3</sub> ,Ö <sub>6</sub>
		Anlatım yöntemi kullanma	Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>6</sub>		
		Soru-cevap tekniğini kullanma	Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>6</sub>		
		Diğer öğretim yöntem ve tekniklerini (tartışma, problem çözmeye dayalı öğretim, bilgisayar destekli öğretim, elektronik araçlar ve bilgisayar gibi bilişim teknolojileri vb.) kullanma			Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>6</sub>

**E: Evet, K: Kısmen, H: Hayır**

Tablo 12 incelendiğinde, öğretmenlerin derslerinde koni konusunu anlatırken, koniyi günlük yaşamla ilişkilendirdikleri görülmektedir. Öğretmenler, derslerinde *dondurma külahı, yılbaşı şapkası* gibi ders kitabında sık rastlanan örneklerle yer vermişlerdir. Koni konusunun öğretiminde, öğretmenlerin dördü de koni kavramı ve koninin yüzey açılımı üzerinde durdukları ve bu konuları öğretirken sunuş yoluyla öğretim stratejine dayalı anlatım yöntemini kullanmışlardır.

Ö<sub>1</sub>'in koninin yüzey açılımını anlatırken ders esnasında somut materyal (Şekil 6) oluşturarak gösteri tekniğini kullanmış ve öğrencilere koninin yüzey açılımında oluşan

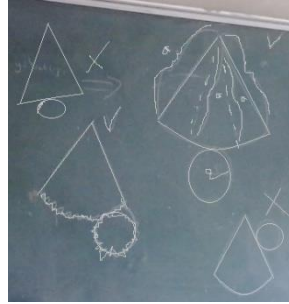
geometrik şekillerin neler olduğunu göstermiştir. Ö<sub>1</sub>'in tahtaya koninin yüzey açınımlarını çizmeden önce somut materyale yer vermesi, öğretim ilkelerinden “somuttan soyuta ilkesini” dikkate aldığını göstermektedir.



Şekil 6. Ö<sub>1</sub> öğretmenin koninin açınımları ile ilgili oluşturduğu somut materyal

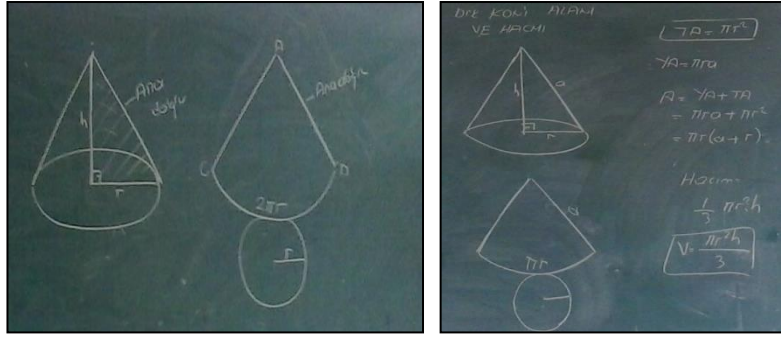
Ö<sub>1</sub>, Şekil 6'da verilen somut materyali ders işleyişi sırasında oluşturduğu için, koniyi oluşturan daire dilimi ile daireyi orantılı olarak kesmemiş ve oluşturduğu geometrik şekil tam olarak kapanmamıştır. Bu durum öğrencilerin koni kavramıyla ilgili yanlış anlamalarına sebep olabilir. Öğrenciler, Şekil 6'daki geometrik şekli incelediklerinde, dairesel koninin bir daire dilimi ile daireden oluştuğunu görebilirler ancak tabanı oluşturan dairenin çevresinin, daire diliminin gördüğü açıya karşılık gelen yay uzunluğuna eşit olduğunu göremeyebilirler.

Koni kavramının farklı gösterimleri ile ilgili gözlem raporları incelendiğinde, özellikle Ö<sub>1</sub>'in koninin yüzey açınımlarının farklı gösterimleri üzerinde fazlasıyla durduğu gözlemlenmiştir. Şekil 7'de verilen gözlem raporları bu durumu en iyi şekilde temsil etmektedir. Ö<sub>1</sub>, koninin yüzey açınımları ile ilgili doğru ve doğru olmayan örnekler vererek Şekil 7'de çizmiş olduğu şekillerden hangilerinin dik dairesel koninin açınımları olup olmadığını gerekçeleriyle birlikte ifade etmiştir.



Şekil 7. Ö<sub>1</sub> öğretmenin dik dairesel koninin yüzey açınımları ile ilgili çizdiği doğru ve doğru olmayan örnekler

Öğretmenlerden Ö<sub>3</sub> öğretmenin birinci senaryo için yapmış olduğu açıklamanın aksine dairesel koninin yüzey açınımlarındaki geometrik şekilleri doğru çizdiği ve yüzey açınımlarının daire ve daire diliminden oluştuğunu ifade ettiği gözlemlenmiştir. Ö<sub>3</sub> öğretmenin görüşünde yaptığı öğretimsel açıklamanın aksine doğru yanıt vermesinin gerekçesi olarak ders sürecinde sürekli kaynak kitap kullanması ve şekilleri çizerken kaynak kitaptan yararlanması gösterilebilir. Ö<sub>3</sub> öğretmeni, koninin yüzey alanı ve hacmine ilişkin formülleri de kaynak kitaba bakarak vermiş ve bu formüllerin altında yatan nedeni belirtmemiştir. Ö<sub>3</sub> öğretmeni formülleri yazarken koninin yüzey açınımlarında daire diliminin gördüğü yayı  $2\pi r$  yerine  $\pi r$  olarak yazarak hata yapmıştır. Ö<sub>3</sub> öğretmenin önceki derslerinde  $2\pi r$  yazıp, sonra da  $\pi r$  olarak yazması öğretmenin yazmış olduğu formülü ezbere bildiğini ve bu formülün tabanın çevresine ait olduğunu bilmediğini göstermektedir. Şekil 8'de verilen gözlem alıntıları bu durumu en iyi şekilde temsil etmektedir.



Şekil 8. Ö<sub>3</sub> öğretmenin koninin yüzey açılımındaki daire diliminin uzunluğuna ilişkin yazmış olduğu formüller

Diğer taraftan Ö<sub>3</sub> öğretmenin koninin hacim formülünü öğretirken yapmış olduğu açıklamalar dikkate alındığında da koninin hacim formülüne ilişkin anlamsız ifadeler öne sürdüğü görülmüştür. Aşağıda verilen gözlem sonuçları Ö<sub>3</sub> öğretmenin koninin hacim formülünün altında yatan mantıksal gerekçeyi bilmediğini açıkça göstermektedir.

**Öğretmen:** Ö<sub>3</sub> **Gözlenen ünite/ Konu:** Geometrik Cisimler/ Koninin Hacmi **Sınıf:** 8/A **Öğrenci Sayısı:** 20 **Tarih:** 12 Mayıs 2014 **Süre:** 09<sup>10</sup>-09<sup>40</sup> arasında gözlem sonuçlarına yer verilmiştir.

**Görsel gözlem:**

Öğretmen, tahtaya “Dik koninin alanı ve hacmi” şeklinde başlık yazar. Tahtaya yarıçapı r, yüksekliği h olan bir koni çizerek koninin yüzey alanı ve hacim formülünü yazar. Bir öğrenci koninin hacim formülündeki üçün nereden geldiğini sorar ve öğretmen öğrencinin sorusuna karşılık doğru olmayan bir açıklama yapar.

**Sözel gözlem:**

**Öğretmen:** Koninin yüzey alanı ve hacmi bu şekilde

**Öğrenci:** Neden üçe bölüyoruz.

**Öğretmen:** cm<sup>3</sup> ondan olabilir mi araştırın bakalım nereden geliyor. Ancak bu formülleri ezberlemek zorundasınız.

Ö<sub>3</sub>'ün hem görüşmeden, hem de yukarıda verilen gözlem sonuçlarından elde edilen veriler doğrultusunda koniyle ilgili öğretim stratejileri bilgisinin oldukça eksik olduğu söylenebilir. Çünkü Ö<sub>3</sub>, koninin hem hacim formülünü hem de yüzey alan formülünün altında yatan mantıksal gerekçeyi öğrencilere ifade edememiş, öğrencileri formülleri ezberlemesi yönünde bir yaklaşım sergilemiştir. Benzer şekilde, diğer öğretmenlerin ders sunumları incelendiğinde de koninin yüzey alanını ve hacmini öğretirken düz anlatım yöntemini kullandıkları ve formülleri öğrencilere doğrudan aktardıkları gözlenmiştir. Bununla ilgili olarak Ö<sub>1</sub>'in ve öğrencilerin sınıf içinde gözlenen davranışlarına yer verilmiştir.

**Öğretmen:** Ö<sub>1</sub> **Gözlenen ünite/ Konu:** Geometrik Cisimler/ Koninin Hacmi **Sınıf:** 8/D  
**Öğrenci Sayısı:** 22 **Tarih:** 05 Mayıs 2014 **Süre:** 08<sup>20</sup>-09<sup>00</sup> arasında gözlem sonuçlarına yer verilmiştir.

**Görsel gözlem:**

Öğretmen, tahtaya “Koninin Hacmi” şeklinde başlık yazar. Tahtaya yarıçapı r, yüksekliği h olan bir koni çizerek hacim formülünü  $V = \frac{TA \cdot h}{3} = \frac{\pi r^2 h}{3}$  şeklinde yazar. Ardından öğrencilere koninin hacmiyle ilgili sorular sorar. Ancak katılım çok düşüktür. Öğretmen 2-3 öğrenciyle dersi işlemektedir. Öğrencilerin açıklamaları genelde bilgi düzeyindedir. Öğretmen soruları genelde kendi çözer. Öğretmen tahtada soru çözerken sınıfın en arkasında oturan iki öğrenci, ders sürecinde hiç not tutmazlar ve kendi aralarında sürekli konuşurlar. Öğretmen ise, bu iki öğrenciye hiç müdahale etmez.

**Sözel gözlem:**

**Öğretmen:** Koninin hacmi diyorsunuz. Hacmi nasıl buluyorduk, taban alanı x yükseklik. Tabanımız neydi daire. Dairenin alanı neydi.  $\pi r^2$ . O halde hacim  $\pi r^2 h$ . Bir de üçe bölüyoruz.

**Öğrenci:** Neden üçe bölüyoruz.

**Öğretmen:** Tepe noktası olan cisimlerde  $\frac{1}{3}$ 'ün olması gerekiyor. Piramitte de aynısı mesela.

**Öğrenci:** ...

Ö<sub>1</sub>'in yukarıda verilen koninin hacmi ile ilgili gözlem sonuçları incelendiğinde, katılımcının kural odaklı ve öğrenciyi ezbere yönelten bir anlatım sergilediği görülmektedir. Ö<sub>1</sub>, yapılan görüşmelerde koninin hacminin altında yatan mantıksal gerekçeyi bilmesine rağmen, öğrencilere bu bilgiyi aktarmadığı görülmüştür. Matematik dersi öğretim programında belirlenen kazanımların elde edilmesi için yapılandırmacı öğrenme kuramına dayanan ve öğrencileri öğrenme sürecine etkin katılımını sağlayan çeşitli yöntem ve tekniklere ağırlık verilmesi gerekmektedir.

Örneğin katılımcı, buluş yoluyla öğrenme stratejisini kullanarak taban yarıçapı ve yüksekliği aynı olan silindir ve koni şeklinde somut materyallerden faydalanabilirdi. Koniye suyla doldurup silindire boşalttığı zaman öğrencilere silindirin dolması için koniyi kaz keç doldurması gerektiğini sorabilirdi. Bu şekilde öğrencilere koninin hacminin silindirin hacminin üçte biri olduğunu keşfettirebilirdi.

### ***Öğrenci Bilgisine Yönelik Bulgular***

Öğretmenlerin koninin hacim formülündeki öğrenci hatasına ilişkin yaptıkları açıklamalara yönelik bulgular Tablo 13'te verilmiştir.

**Tablo 13. Öğretmenlerin Koninin Hacmiyle İlgili Öğrenci Hatasına İlişkin Kategoriler ve Kodlar**

Kategoriler	Kodlar	ÖK
Öğrencinin yaptığı hata	Üç bölmeyi unutmaması	Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>2</sub> ,Ö <sub>3</sub> ,Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>5</sub> ,Ö <sub>6</sub>
	Silindire koninin hacim formüllerini karıştırmaması	Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>3</sub> ,Ö <sub>5</sub> ,Ö <sub>6</sub>
Öğrencinin yaptığı hatanın sebebi/sebepleri	Bilgi eksikliği	Ö <sub>6</sub>
	Ezberlemesi	Ö <sub>2</sub> ,Ö <sub>4</sub> ,Ö <sub>5</sub>
	Dikkatsizlik	Ö <sub>2</sub> ,Ö <sub>6</sub>
	Genel hacim formülünü kullanması (aşırı genelleme yapması)	Ö <sub>4</sub>
Öğrencinin yaptığı hatayı anlaması için öğrenciye yöneltilen soru/sorular	Bu soruyu silindir için çözebilir misin?	Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>2</sub> ,Ö <sub>5</sub>
	Bir silindir ve koni çizebilir misin?	Ö <sub>3</sub>
	Sence silindirin ve koninin hacimleri aynı mı?	Ö <sub>3</sub>
	Yaptığın işlemleri bana açıklayabilir misin?	Ö <sub>4</sub>
	Silindirin hacmi neydi?	Ö <sub>5</sub>
	Koninin hacmi neydi?	Ö <sub>5</sub>
Öğrencinin doğru cevap verebilmesi için kullanacağı matematiksel bilgi ya da ön bilgi	Bu şekil silindir mi yoksa koni mi?	Ö <sub>6</sub>
	Silindirin hacim formülü	Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>2</sub> ,Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>5</sub>
	Koninin hacim formülü	Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>3</sub>
	Tepe noktası olan cisimlerin hacimlerinin üçe bölünmesi	Ö <sub>4</sub> ,Ö <sub>5</sub>
Öğrencinin yaptığı hatanın giderilmesine yönelik kullanacağı öğretim yöntem, teknik ve stratejiler	Koni ve silindir arasındaki farklar	Ö <sub>6</sub>
	Buluş yoluyla öğretim stratejisi	Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>2</sub> ,Ö <sub>3</sub> ,Ö <sub>5</sub> ,Ö <sub>6</sub>
	Sunuş yoluyla öğretim stratejisi	Ö <sub>2</sub>
	Anlatım yöntemi	Ö <sub>4</sub>
Soru cevap tekniği	Ö <sub>1</sub> ,Ö <sub>2</sub> ,Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>4</sub> ,Ö <sub>5</sub> ,Ö <sub>6</sub>	

Tablo 13'e göre, öğretmenlerin tamamı, öğrencinin yaptığı hatayı doğru tespit ederek öğrencinin koninin hacmi yerine silindirin hacim formülünü kullandığını ifade ederek üçe bölmeyi unuttuklarını dile getirmişlerdir. Öğretmenlerin öğrenci hatalarına yönelik öne sürdükleri gerekçeler dikkat alındığında, yüzeysel ve derin gerekçeler öne sürdükleri ortaya çıkmıştır. Öğretmenlerden bazıları, öğrencinin hata yapmasının sebebi olarak " *silindir ve koninin hacim formüllerini karıştırmaması* şeklinde derin gerekçe ileri sürerken; bazıları da *bilgi eksikliği, genel hacim formülünü kullanması (aşırı genelleme yapması), ezberlemesi, dikkatsizlik* " gibi şekilde yüzeysel gerekçe öne sürmüşlerdir. Bununla ilgili olarak aşağıda Ö<sub>6</sub> öğretmeninden alıntılara yer verilmiştir.

*"Burada sanki dikkatsizlik var, yani böyle silindir için güzel bir çözüm yapmış ama bunun bir koni olduğunu sanırım unutmuş yine de sonuçta bu dikkatsizlik dediğimiz şey biraz da bilgi eksikliğinden kaynaklanıyor dolayısıyla o bölü 3'ü unutmaması. Bakıyoruz işlemlerine yaptığı işlemler doğru, silindir olduğu için gayet güzel bir işlem yapmış. Sanırım dikkat eksikliğinden böyle bir şey yapmış (Ö<sub>6</sub>)"*

Öğretmenlerin, öğrencinin yaptığı hatayı anlaması için öğrenciye soracakları sorular dikkate alındığında, öğretmenlerin yarısının " Bu soruyu silindir için çözebilir misin? sorusunu kullanarak öğrencinin hatasını anlayabileceğini düşündükleri görülmektedir. Öğrencinin çözümünde koninin hacim formülünde hata yaptığı dikkate alınırsa, üç öğretmenin de kullanabileceği sorunun hatayı fark ettirici soru olduğu söylenebilir. Özellikle öğrencinin koni için çözmüş olduğu soruyu silindir için de çözecek olması, öğrencinin koni ve silindirin hacmi arasındaki farkı daha iyi anlamasını sağlayabilir. Çünkü öğrenci muhtemelen işlem hatası yapmazsa, hem koni, hem de silindir için aynı sonucu bulacak ve bir yerde hata yaptığını fark edecektir.

Öğretmenlerin öğrencinin hatasını anlaması için kullanabileceği matematiksel bilgi ya da hatırlatacağı ön bilgi dikkate alındığında öğretmenin çoğunun silindirin hacim formülünü kullanacakları görülmektedir. Koninin hacminin, silindirin hacminin üçte biri olduğu dikkate alınrsa, öğretmenlerin uygun bilgiyi tercih ettikleri görülmektedir. Ancak öğretmenlerin öğrenciye silindirin hacmi yanında koninin hacmi, koninin hacminin silindirle ilişkisi, koni ve silindir arasındaki benzerlikler ve farklılıklar üzerinde durması, öğrencinin yaptığı hatayı anlamasının yanı sıra hem silindirle ilgili, hem de koniyle ilgili ön bilgilerini sorgulama fırsatı verecektir. Böylece öğrenci silindir ve koni arasındaki farkı daha iyi anlayacaktır. Fakat Tablo 10 incelendiğinde bu kavramların ve formüllerin hepsine birden vurgu yapan öğretmenin olmadığı görülmektedir. Bununla birlikte Ö<sub>4</sub>'ün öğrenciye ezbere yönlendiren "tepe noktası olan cisimlerin hacimlerinin üçe bölünmesi" bilgisini kullanmasının öğrencinin hatasını anlaması için kullanılacak uygun matematiksel bilgi olduğu söylenemez. Öğretmenlerin öğrenci hatasını tahmin etme ve bu hatanın düzeltilmesine ilişkin yaklaşımları ele alındığında, öğretmenlerin çoğunun doğru yaklaşım sergiledikleri ancak yapmış oldukları öğretimsel açıklamalarında eksik bilgiler olduğu görülmüştür.

### TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu araştırmada, öğretmenlerin koni konusuna ilişkin alan bilgileri, öğrenci bilgileri ve öğretim strateji bilgilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışma sonunda öğretmenlerin çoğunun, koni konusuna ilişkin konu alan bilgilerinin eksik veya yanlış olduğu görülmüştür. Öğretim stratejileri bilgileri incelendiğinde ise, adayların daha çok geleneksel yaklaşıma dayalı öğretim strateji, yöntem ve teknikleri tercih ettikleri tespit edilmiştir. Ayrıca koni konusuna ilişkin alan bilgilerinin eksik olmasının, strateji bilgilerini etkilediği ortaya çıkmıştır. Ball ve Bass (2003) da alan bilgisi ile iyi bir öğretim yapabilme arasında sıkı bir ilişki olduğunu ifade etmişlerdir. Çalışmadan elde edilen diğer bir sonuç ise, öğrenci bilgilerinin bu iki bileşene (konu alan ve öğretim strateji bilgisi) kıyasla daha iyi olmasıdır. Bu sonuç, Gökkurt, Koçak ve Soylu (2014)'nın çalışma sonucuyla paralellik göstermektedir. Gökkurt ve diğerleri (2015), yaptıkları çalışmada öğretmen adaylarının koniyle ilgili alan bilgilerinde yanlış bilgiye sahip olduklarını ve öğretim strateji bilgilerinin yetersiz olduğunu ortaya çıkarmışlardır. Benzer şekilde Gökkurt, Şahin, Soylu ve Doğan (2015), çalışmasında öğretmen adaylarının geometrik cisimler konusunda yapılan öğrenci hatalarını belirlemede pek fazla zorlanmadıklarını ancak bu hataların giderilmesine ilişkin öğretimsel açıklamalarının yetersiz olduğunu tespit etmişlerdir.

Öğretmenlerin koniye ilişkin alan bilgileri incelendiğinde, genellikle koninin tanımı, yanal alanı, hacmi ve farklı yüzey açınımları konusunda yetersiz oldukları görülmüştür. Özellikle bazı öğretmenlerin koninin yanal alan formülünü ve hacmini veren formülleri çıkarmakta oldukça zorlandıkları ortaya çıkmıştır. Ayrıca yapılan görüşmelerde, öğretmenlerin tamamı, koni kavramı ile ilgili tanımlarını dairesel koni olarak belirtmişlerdir. Fakat öğretmenlerden istenen tanım dairesel koninin tanımı değil, koni tanımıdır. Öğretmenlerin koni tanımında tabanı daire olarak belirtmeleri, derslerinde öğrencilerin zihinlerinde koninin tabanında daire olacak düşüncesinin oluşmasına neden olabilir. Birçok ders kitabının da koniyi çok katı bir şekilde dairesel koni olarak tanımlaması, öğrencilerde bu düşüncenin pekişmesine neden olabilir. Ders kitaplarına ek olarak, Baykul (2014), "Ortaokul Matematik Öğretimi (5-8. sınıflar) adlı kitabında "koniye tabanı daire olan piramittir" şeklinde tanımlamıştır. Van de Walle, Karp ve Bay-Williams (2014) ise, Baykul (2014)'un tanımının aksine, piramitlerin özel bir koni olduğunu belirtmiştir. Literatür incelendiğinde, bu konuda fikir birliği olmasa da, Van de Walle, Karp ve Bay-Williams (2014) tanımına bağlı olarak; koninin özel bir piramit olarak sınırlandırılmayacak kadar geniş bir kavram olduğu söylenebilir. Taban eğrisi elips olan koni eliptik koni, çember olan koni dairesel koni, çokgen olan koni de piramit olarak adlandırılmaktadır. O halde, piramit, özel bir koni olarak tanımlanabilir (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2014). Bu açıklamalar doğrultusunda, çalışmada Van de Walle, Karp ve Bay-Williams (2014)'ın tanımı dikkate alınmış ve bu tanıma

dayalı olarak, öğretmenlerden beşinin koni kavramlarının tanımlarına ilişkin alan bilgilerinin sınırlı olduğu söylenebilir. Ö<sub>1</sub> öğretmeni, görüşmede koni tanımı olarak dairesel koniyi yapsa da gözlem sürecinde bu cismin tabanında herhangi bir kapalı eğri olabileceğini ifade etmiştir. Buradan hareketle Ö<sub>1</sub>'in koniye ilişkin alan bilgisinin dairesel koniyle sınırlı olmadığı söylenebilir.

Özet olarak, çalışmada öğretmenlerin koni konusuyla ilgili eksik veya yanlış bilgiye sahip oldukları ortaya çıkmıştır. Özellikle tanım konusunda yetersiz olmaları, öğrencilerin zihinlerinde kavram yanlışlarına sebep olabilir. Öğrenciler, koniyi dairesel koni olduğunu düşünerek aşırı özelleme yapabilirler. Tanımlar öğrencilerin matematik derslerinde verilen bir kavramın iyi anlaşılması için bir araç görevi görür (Edwards & Ward, 2008). Eğer öğretmenler derslerinde tanımları bu şekilde eksik veya yanlış olarak ifade ederlerse, öğrencilerde koni kavramının tanımına ilişkin alan bilgileri sınırlı olup, koniyi dairesel koni olarak öğrenmelerine neden olabilir. Bu sonuca dayalı olarak; ilgili alanda öğretmenlerin koni kavramına ilişkin alan bilgilerinin gelişimine yönelik çalışmalar yapılabilir.

Öğretmenlerin öğrenci hatalarına yaklaşımı incelendiğinde, öğretmenlerin çoğunun genel olarak koniye ilişkin öğrenci hatalarını tespit etmede yeterli oldukları görülmüştür. İlgili literatür de öğretmen adaylarının birçok matematik konusunda öğrencilerin hatalarını belirlemede yeterli olduklarını göstermektedir (Gökkurt, Şahin, Soylu, & Soylu, 2013; Gökkurt, Şahin, & Soylu, 2016; Şahin, Gökkurt, & Soylu, 2016). Öğretim strateji bilgileri incelendiğinde, öğretmenlerin genel olarak kullandıkları stratejinin sunuş yoluyla öğretim stratejisi olduğu görülmüştür. Kullandıkları yöntem ve teknikler incelendiğinde, çoğu öğretmenin gözlem ve görüşme sonuçlarının birbirleriyle tutarlı olduğu ve derslerinde de anlatım yöntemi ile gösteri tekniğini tercih ettikleri görülmüştür. Koni konusunun öğretimi söz konusu olduğunda, öğretmenlerin kullandıkları yöntem ve tekniklerin uygun olduğu ancak yeterli olmadığı söylenebilir. Çünkü koni kavramı öğrenciler için anlaşılması zor olan bir kavramdır. Bu nedenle somutlaştırılması ve koninin hacmi konusunda Dinamik Geometri Yazılımları(DGY)'nden yararlanılabilir. Özellikle geometri konularında çok sık kullanılan DGY, öğrencilerin geometrik cisimleri zihinlerinde canlandırmalarına ve bu cisimler arasındaki ilişkileri görmelerine olanak verebilir. İlgili literatür, dinamik geometrik yazılımlarından biri olan Cabri 3D'nin öğrencilerin geometrik cisimler konusunda derse karşı daha istekli olduklarını ve öğrenciler tarafından bu konuların daha iyi anlaşıldığını ortaya koymuştur (Gökkurt, Deniz, Soylu, & Akgün, 2012; Gökkurt, Dünder, Soylu, & Tatar, 2012; Şimşek & Koru-Yücekaya, 2014). Bu nedenle, koni konusunun öğretiminde DGY kullanılabilir. Örneğin aynı yükseklik ve yarıçapa sahip dik dairesel koni ile silindirin hacimleri arasındaki  $\frac{1}{3}$  oranı, DGY'den biri olan Cabri 3D yazılım programı ile öğretilebilir. Ayrıca araştırmacılar, öğretmenlerin geometri öğrenme alanında yer alan diğer konulara ilişkin pedagojik alan bilgilerini inceleyebilirler. Ayrıca öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin koni konusuna ilişkin pedagojik alan bilgileri incelenerek karşılaştırmalı çalışmalara yer verilebilir.

## KAYNAKÇA

- Alkış-Küçükaydın, M. & Gökbulut, Y. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik cisimlerin tanımlanması ve açılımına ilişkin kavram yanlışları. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 2(1), 102-117.
- Altaylı, D., Konyalıoğlu, A. C., Hızarcı, S., & Kaplan, A. (2014). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının üç boyutlu cisimlere ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi. *Middle Eastern ve African Journal of Educational Research*, 10, 4-24.
- Appleton, K. (2003). How do beginning primary school teachers cope with science? Toward an understanding of science teaching practice. *Research in Science Education*, 33, 1-25.
- Arslan-Kılcan, S. (2006). *İlköğretim matematik öğretmenlerinin kesirlerle bölmeye ilişkin kavramsal bilgi düzeyleri*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.
- Aslan-Tutak, F. (2009). *A study of geometry content knowledge of elementary preservice teachers: the case of quadrilaterals*. Unpublished doctoral dissertation, University of Florida.



- Aygün, S. Ç., Aynur, N., Coşkuntürk, N., Çuha, S. S., Karaman, U., Özçelik, U., Ulubay, M., & Ünsal, N. (2008). *İlköğretim matematik 8 ders kitabı* (1. Baskı). Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu.
- Aytar, A. (2011). *Sınıf öğretmeni adaylarının öğretmenlik uygulaması sürecinde insanın çevreye etkisi konusu ile ilgili pedagojik alan bilgilerinin araştırılması*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Baki, M. (2012). *Sınıf öğretmeni adaylarının matematiği öğretme bilgilerinin gelişiminin incelenmesi: Bir Ders İmecesini (Lesson Study) çalışması*. Yayınlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Ball, D. L. & Bass, H. (2003). Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In B. Davis and E. Simmt (Eds.), *In Proceedings of the 2002 annual meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group* (pp. 3-14). Edmonton, AB: CMESG/GDEDM.
- Batur, Z. & Balcı, S. (2013). Türkçe öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerin incelenmesi. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi Türkçenin Eğitimi Öğretimi Özel Sayısı*, 6(11), 21-43.
- Baykul, Y. (2014). *Ortaokulda matematik öğretimi (5-8 sınıflar)* (2. Baskı). Ankara: Pegem Yayıncılık.
- Bozkurt, A. & Koç, Y. (2012). Investigating first year elementary mathematics teacher education students' knowledge of prism. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 12(4), 2949-2952.
- Bütün, M. (2005). *İlköğretim matematik öğretmenlerinin alan eğitimi bilgilerinin nitelikleri üzerine bir çalışma*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Capraro, R.M., Capraro, M.M., Parker, D., Kulm, G., & Raulerson, T. (2005). The mathematics content knowledge role in developing preservice teachers' pedagogical content knowledge. *Journal of Research in Childhood Education*, 20(2), 108-124.
- Clements, D. H., Sarama, J. H., & Battista, M. (1998). Development of concepts of geometric figures in especially designed logo computer environment. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 20, 47-64.
- Çakmak, Z., Konyalıoğlu, A.C., & Işık, A. (2014). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının üç boyutlu cisimlere ilişkin konu alan bilgilerinin incelenmesi. *Middle Eastern and African Journal of Educational Research*, 8, 28-44.
- Dane, A. (2008). İlköğretim matematik öğretmenliği programı öğrencilerinin nokta, doğru ve düzlem kavramlarını algıları. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(2), 41-58.
- Edwards, B. & Ward, M. B. (2008). The role of mathematical definitions in mathematics and in undergraduate mathematics courses. In M. P. Carlson and C. Rasmussen (Eds.), *Making the connection: Research and teaching in undergraduate mathematics* (pp. 223-232). Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Eroğlu, D. & Tanışlı, D. (2015). Ortaokul matematik öğretmenlerinin temsil kullanımına ilişkin öğrenci ve öğretim stratejileri bilgileri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(1), 275-307.
- Erskine, B.M. (2010). *Raising mathematical achievement starts with the elementary teacher: recommendations to improve content and pedagogical knowledge of elementary math teachers*. Unpublished doctoral dissertation, University of Delaware.
- Escudero, I. & Sanchez, V. (2002). Integration of domains of knowledge in mathematics teachers' practice. In A. D. Cockburn and E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26<sup>th</sup> Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp.177-184). Norwich, UK: PME.
- Fujita, T. & Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education*, 9, 3-20. ISSN: 1479-4802.
- Fuller, R. A. (1996). Elementary teachers' pedagogical content knowledge of mathematics. *Paper presented at the Mid-Western Educational Research Association Conference*. Chicago: Illinois.
- Gökbulut, Y. (2010). *Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik cisimler konusundaki pedagojik alan bilgileri*. Yayınlanmamış doktora tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Gökkurt, B., Deniz, D., Soylu, Y., & Akgün, L. (2012). Dinamik geometri yazılımı ile hazırlanan çalışma yapıları hakkında öğrenci görüşleri: prizmalarda alan örneği. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 1(3), 358-363.

- Gökkurt, B., Dünder, S., Soylu, Y., & Tatar, E. (2012). Developing suitable materials for the computer enriched learning cycle model: Teaching the "Pyramid" subject. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 46, 3129-3133.
- Gökkurt, B., Koçak, M., & Soylu, Y. (2014, Eylül). *Öğretmen adaylarının kesirler konusuna yönelik konu alan bilgileri ve öğretim stratejileri bilgilerinin incelenmesi*. 11. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunulan sözlü bildiri. Adana: Çukurova Üniversitesi.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., & Soylu, Y. (2016). Öğretmen adaylarının değişken kavramına yönelik pedagojik alan bilgilerinin öğrenci hataları bağlamında incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 39, 17-31.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., Soylu, Y., & Soylu, C. (2013). Öğretmen adaylarının kesirlerle ilgili pedagojik alan bilgilerinin öğrenci hataları açısından incelenmesi. *International Online Journal of Educational Sciences*, 5(3), 719-735.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., Soylu, Y., & Doğan, Y. (2015). Öğretmen adaylarının geometrik cisimler konusuna ilişkin öğrenci hatalarına yönelik pedagojik alan bilgileri. *İlköğretim Online*, 14(1), 55-71.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., Erdem, E., Başbüyük, K., & Soylu, Y. (2015). Investigation of pedagogical content knowledge of middle school prospective mathematics teachers on the cone topic in terms of some components. *Journal of Cognitive and Education Research* 1(1), 18-40.
- Güler, S. & Yücelyigit, S. (2011). *İlköğretim öğretmen kitabı matematik 8*. İstanbul: Hayalgücü Yayıncılık.
- Gürbüz, K. & Durmuş, S. (2009). İlköğretim matematik öğretmenlerinin dönüşüm geometrisi, geometrik cisimler, örüntü ve süslemeler alt öğrenme alanlarındaki yeterlikleri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Dergisi*, 9(1), 1-22.
- Karataş, İ., Yılmaz, N., Genç, M. & Demiray, E. (2014, Mayıs). *Sınıf öğretmenliği öğretmen adaylarının matematik alan eğitimi bilgilerinin incelenmesi*. 13. Matematik Sempozyumunda sunulan sözlü bildiri. Karabük: Karabük Üniversitesi.
- Katona, J. (2008). Solving 2 and 3- dimensional problems with help of dynamical geometry software. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik
- Koç, Y. & Bozkurt, A. (2011). Evaluating pre-service mathematics teachers' comprehension level of geometric concepts. In B. Ubuz, (Ed.), *The Proceedings of the 35th annual meeting of the international group for the psychology of mathematics education* (pp. 335). Ankara, Turkey.
- Koçak, M., Gökkurt, B., & Soylu, Y. (2014, Mayıs). *Matematik öğretmeni adaylarının silindir kavramıyla ilgili pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. 13. Matematik Sempozyumunda sunulan sözlü bildiri. Karabük: Karabük Üniversitesi.
- Kösa, T. (2011). *Ortaöğretim öğrencilerinin uzamsal becerilerinin incelenmesi*. Yayımlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Lee, E., Brown, M. N., Luft, J. A., & Roehrig, G. H. (2007). Assessing beginning secondary science teachers' PCK: Pilot year results. *School Science and Mathematics*, 107(2), 418-426.
- Lenhart, S. T. (2010). *The effect of teacher pedagogical content knowledge and the instruction of middle school geometry*. Unpublished doctoral dissertation, University of Liberty.
- Linchevsky, L., Vinner, S., & Karsenty, R. (1992). To be or not to be minimal? Student teachers' views about definitions in geometry. In W. Geeslin and K. Graham (Eds.), *Proceedings of the 16th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol 2, pp. 48-55). Durham, NH: PME.
- Magnusson, S., Krajcik, J., & Borko, H. (1999). Nature, sources, and development of PCK for science teaching. In J. Gess-Newsome and N. G. Lederman (Eds.), *Examining PCK: The construct and its implications for science education* (Vol.6, pp. 95-132). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Press.
- Matos, J. M. (1994). Cognitive models of the concept of angle. In *Proceedings of the 18th international conference for psychology of mathematics education* (pp. 263-270). Portugal: University of Lisbon.
- Mcmillian, H. J. & Schumacher, S. (2010). *Research in education*. Boston, USA: Pearson Education.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8 sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2013). *Ortaokul matematik dersi (5,6, 7 ve 8 sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı.

- Monte-Sano, C. (2011). Learning to open up history for students: Pre-service teachers' emerging pedagogical content knowledge. *Journal of Teacher Education*, 62(3), 260-272. doi: Doi 10.1177/00224871110397842.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], (2000). *Principles and standards for school mathematics*, <http://standards.nctm.org> adresinden 10.11.2015'te indirilmiştir.
- Özel, M. (2012). *Farklı öğretim deneyimine sahip fen ve teknoloji öğretmenlerinin kimyasal tepkimeler konusundaki pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Putnam, R.T., Heaton, R.M., Prawat, R.S., & Remillard, J.T. (1992). Teaching mathematics for understanding: discussing case studies of four fifth-grade teachers. *The Elementary School Journal*, 93(2), 213-228.
- Rollnick, M., Bennett, J., Rhemtula, M., Dharsey, N., & Ndlovu, T. (2008). The place of subject matter knowledge in pedagogical content knowledge: a case study of south african teachers teaching the amount of substance and chemical equilibrium. *International Journal of Science Education*, 30(10), 1365-1387, DOI: 10.1080/09500690802187025.
- Shulman L. (1986). Paradigms and research programs in the study of teaching: a contemporary perspective. In M, Wittrock (Ed.), *Handbook of Research on Teaching*. NY: Macmillian Publishing Company.
- Shulman, L.S. (1987). Knowledge and teaching: foundation of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-21.
- Stacey, K., Helme, S., Steinle, V., Baturo, A., Irwin, K., & Bana, J. (2001). Preservice teachers' knowledge of difficulties in decimal numeration. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4, 205-225.
- Staley, K. N. (2004). *Tracing the development of understanding rate of change: A case study of changes in a pre-service teacher's pedagogical content knowledge*. Unpublished doctoral dissertation, North Carolina State University, Raleigh.
- Şahin, Ö., Gökçurt, B., & Soylu, Y. (2016). Examining prospective mathematics teachers' pedagogical content knowledge on fractions in terms of students' mistakes. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47(4), 531-551.
- Şimşek, E. & Koru-Yücekaya, G. (2014). *Dinamik geometri yazılımı ile öğretimin ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin uzamsal yeteneklerine etkisi*. Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 15(1), 65-80.
- Şimşek, N. & Boz, N. (2015). Sınıf öğretmeni adaylarının uzunluk ölçme konusunda pedagojik alan bilgilerinin öğrenci kavrayışları bağlamında incelenmesi. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 4(3), 10-30.
- Tahan, G. Ş. (2013). *İlköğretim matematik 8 ders kitabı*. Ankara: Can Matematik Yayınları
- Tekin-Sitrava, R. & Işıksal-Bostan, M. (2013). In-service mathematics teacher's mathematical knowledge for teaching: a case of volume of prism. *Paper presented at Eighth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8)*, Turkey.
- Tekin-Sitrava, R. & Işıksal-Bostan, M. (2014). An investigation into the performance, solution strategies, and difficulties in middle school students' calculation of the volume of a rectangular prism. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 2-27.
- Tekin-Sitrava, R. & Işıksal-Bostan, M. (2016). The nature of middle school mathematics teachers' subject matter knowledge: the case of volume of prisms. *International Journal of Educational Sciences*, 12(1), 29-37.
- Tirosh, D., Even, R., & Robinson, N. (1998). Simplifying algebraic expressions: teacher awareness and teaching approaches. *Educational Studies in Mathematics*, 35(1), 51-64.
- Tokerler, S., Sarıgül, Ö. E., Kılıçarslan, H., Yıldız, Y., & Kavcar, M. (2009). *Liseler için geometri 3* (5. Baskı). Ankara: MEB Yayınları
- Tsamir, P., Tirosh, D., & Levenson, E. (2008). Intuitive nonexamples: the case of triangles. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 81-95.
- Tutak, T. & Birgin, O. (2008). Geometri öğretiminde bilgisayar destekli öğretimin öğrenci başarısına etkisi. *8th International Educational Technology Conference içinde* (s. 1058-1061). Eskişehir: Anadolu Üniversitesi.
- Uysal, S. (1997). *Ders geçme ve kredili sisteme göre geometri 3*. İstanbul: Önde Yayıncılık.

- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. W. (2014). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (7. Baskı). (Çev. S. Durmuş). Ankara: Nobel Yayınları.
- Yemen-Karpuzcu, S. & Işıksal-Bostan, M. (2013). Geometrik cisimler: silindir, prizma, koni, piramit ve kürenin matematiksel anlamı. İ.Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, Şandır, H. ve A. Delice (Edt.), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar* (s. 278-279). Ankara: Pegem Akademi.
- Yıldız, Z. (2009). *Geometrik cisimlerin yüzey alanları ve hacimleri konularında bilgisayar destekli öğretimin ilköğretim 8. sınıf öğrenci tutumu ve başarısına etkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Yılmaz, S. Keşan, C., & Nizamoğlu, Ş. (2000, Eylül). İlköğretimde ve ortaöğretimde geometri öğretimi-öğreniminde öğretmenler-öğrencilerin karşılaştıkları sorunlar ve çözüm önerileri. *IV. Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi Bildirileri içinde* (s. 569-573). Ankara: Hacettepe Üniversitesi.
- Zazkis, R. & Leiken, R. (2008). Exemplifying definitions: A case of a square. *Educational Studies in Mathematics*, 69, 131-148.