



Matematik Öğretmen Adaylarının Öğrenci Hatalarına Yönelik Pedagojik Yaklaşımlarının Matematiksel Modelleme Etkinlikleri Bağlamında İncelenmesi

Investigating Prospective Mathematics Teachers' Pedagogical Approaches in Response to Students' Errors in the Context of Mathematical Modeling Activities

Makbule Gözde Didiş, Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, gozde.didis@gop.edu.tr
Ayhan Kürşat Erbaş, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, erbas@metu.edu.tr
Bülent Çetinkaya, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, bcetinka@metu.edu.tr

ÖZ. Bu çalışmanın amacı, modelleme etkinlikleri bağlamında öğrenci çalışmalarını inceleyerek öğrencilerin düşünme biçimlerindeki hatalarını tespit eden lise matematik öğretmeni adaylarının, öğrencilerin bu hatalarına yönelik ne tür pedagojik yaklaşımlar sergilediklerini araştırmaktır. Çalışmanın verileri araştırmaya katılan 7 matematik öğretmen adayıyla gerçekleştirilen bire bir görüşmeler yoluyla toplanmıştır. Çalışmanın bulguları öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına yönelik müdahalelerinin beş yaklaşım altında toplanabileceğini göstermiştir: Soru sorma (sorgulama), doğruyu açıklama, doğru yolu hissettirme, hatayı söyleme/gösterme ve müdahale etmeme. Çalışmanın bulguları öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına yönelik pedagojik yeterliliklerinin zayıflığına işaret etmektedir. Bu çerçevede, bu çalışma matematik eğitimcilerine öğretmen adaylarının matematik eğitimi derslerinde öğrenci düşünme şekillerini incelemesine ve öğrenci hatalarına cevap vermesine yönelik çalışmalara yer vermesini önermektedir.

Anahtar Kelimeler. Matematik Öğretmen Adayları, Pedagojik Alan Bilgisi, Pedagojik Müdahale, Matematiksel Modelleme

ABSTRACT. The purpose of this study was to investigate what pedagogical approaches prospective secondary mathematics teachers would display in response to students' errors revealed in students' works on mathematical modeling tasks. Data were collected through individual interviews with seven prospective mathematics teachers. The data analyses revealed five approaches that the prospective teachers preferred: Question-asking (questioning), explaining the right answer, hinting at the correct solution, telling/showing the error, non-intervention. The findings point out prospective teachers' weaknesses regarding their pedagogical competencies for approaching to students' errors. The findings suggest that in teacher education programs, mathematics teacher educators should provide appropriate mediums for prospective teachers to examine students' ways of thinking and to respond to students' errors.

Keywords. Prospective Mathematics Teachers, Pedagogical Content Knowledge, Pedagogical Intervention, Mathematical Modeling

SUMMARY

Purpose and Significance: The aim of this study was to investigate the pedagogical approaches of prospective secondary mathematics teachers in response to students' errors while examining students' ways of thinking in the context of mathematical modeling tasks. This study would inform mathematics teacher educators about the nature of prospective mathematics teachers' pedagogical competencies regarding their responses to the students' errors. This study also contributes to the limited research regarding prospective mathematics teachers' understanding and responses to students' errors and to the research regarding the teacher role in teaching mathematics through modeling.

Methodology: In this study, a case research design was utilized. This research was conducted in an undergraduate course designed as part of a larger research project. The participants were seven of the twenty-five prospective secondary mathematics teachers enrolled in the course. During the study, the prospective mathematics teachers first worked on modeling tasks, and then they examined students' ways of thinking (e.g., students' approaches to the solutions, students' errors, the strengths

of students' solutions, the mathematical concepts used etc.) through students' solution papers and video records produced from classroom implementations of the same modeling tasks. After prospective teachers worked on students' ways of thinking for each modeling task, the semi-structured individual interviews were conducted based on students' errors manifested in students' work. The data were collected through these individual interviews. In this study, the descriptive qualitative data analysis was carried out. The codes derived from related literature (e.g., Chick and Baker, 2005; Leiß and Wiegand, 2005; Son, 2013, Son and Sinclair, 2010) were used in order to analyze the data.

Results: The analyses of data revealed that the prospective teachers displayed different approaches in response to students' errors: (i) question-asking (questioning) (ii) explaining the right answer (guiding), (iii) hinting at the correct solution, (iv) telling/showing the error, and (v) non-intervention. In addition to these categories, the findings indicated that several prospective teachers had difficulty in understanding students' errors and they could not decide how they would approach to the students' errors.

Discussion and Conclusions: The results indicated that the prospective secondary mathematics teachers responded to the students' errors in a variety of ways. While some prospective teachers inclined to use "give-ask" approach, others overwhelmingly tended to use "show-tell" approach. On the other hand, the results also pointed out the prospective mathematics teachers' lack of pedagogical content knowledge for dealing with student errors. As Doerr (2007) and Son (2013) emphasized that in teacher education programs, prospective teachers should be provided with opportunities to examine students' errors and to produce possible strategies in order to be able to respond to these errors.

GİRİŞ

Hızla değişen ve gelişen dünyamızda matematiği anlayabilen ve günlük hayatla ilişkilendirebilen bireylere olan ihtiyaç gittikçe artmaktadır. Bu çerçevede, matematiğin kendi içinde ve günlük hayatla ilişkilendirilmediği, ezbere dayalı bir matematik öğretimi anlayışının yerini öğrencilere matematiği anlamlandırabildikleri ve günlük hayatla ilişkilendirebildikleri, üst düzey matematiksel düşünme becerilerini geliştirebilecekleri öğrenme fırsatlarının sunulduğu bir anlayış almaya başlamıştır (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000, s. 4-6). Bu doğrultuda, birçok ülkede olduğu gibi ülkemizde de öğrencilerin matematiksel düşünme gücünü geliştiren problem çözme ve matematiksel modelleme becerisi, matematik öğretim programının geliştirmeyi hedeflediği temel matematiksel beceri ve yeterlilikler arasında yer almaktadır (Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı [TTKB], 2011, s. 10-11). Matematik eğitimi yaklaşımındaki bu paradigma değişikliği, öğretmen bilginin ve rolünde de önemli değişiklikler gerektirmektedir. Bu çerçevede, örneğin, öğretmenlerin öğrenci seviyesine uygun, öğrencinin aktif katılımını sağlayan gerçekçi problem çözme ve modelleme etkinliklerinin yer aldığı öğretim ortamları tasarlamaları önemli görülmektedir. Hem matematiksel modellemeyle matematik öğretimi yapılan sınıflarda hem de öğrencilerin kavramsal temelli günlük hayat problemleri ile aktif olarak uğraştıkları sınıflarda, öğretmenin öğrencinin düşüncelerini dinleyen, yorumlayabilen ve öğrenci düşüncelerine cevap verebilen bir anlayışa sahip olması gerektiği de önemsenmektedir (Doerr, 2007; Doerr ve English, 2006; NCTM, 2000; TTKB, 2013).

Öğretmenin öğrencilerin düşünme şekillerini tahmin edebilmesi, yorumlayabilmesi, sorgulayabilmesi veya öğrencilerin düşünce şekillerini dikkate alan yönlendirmeler yapabilmesi öğretmenin sahip olması gereken önemli pedagojik yeterliliklerdendir (Ball, Thames ve Phelps, 2008; Doerr, 2006; Grossman, 1990; Shulman, 1986). Yapılan araştırmalar, öğretmenin öğrenci düşünme şekilleri ile ilgili pedagojik donanıma sahip olmasının öğrenci merkezli, problem çözmeye dayalı bir öğretime yönelmesini ve öğretime yönelik uygun kararlar almasını sağladığı gibi öğrenci başarısına pozitif bir etki yarattığını da ortaya koymaktadır (bk. Carpenter, Fennema, Peterson, Chiang ve Loef, 1989; Smith, 2001). Öğretmenin öğrenci düşünme şekilleri bilgisine sahip olmasına verilen önemin artması ile birlikte, son yıllarda öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının farklı matematiksel konu ve bağlamlarda hem öğrenci düşünme şekilleri bilgilerini, hem de bu bilgilerinin gelişimini inceleyen

birçok araştırma yapılmaktadır. Bu araştırmalar, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının öğrenci düşünme şekillerine yönelik pedagojik alan bilgi düzeyleri ve bu bilginin nasıl geliştirilebileceği hakkında fikir vermektedir (An ve Wu, 2012; Santagata ve Yeh, 2014; Son, 2013; Wilson, Lee ve Hollebrands, 2011). Bu araştırmaların sonuçları öğretmen adaylarına, öğrenci hatalarını inceleyebilecekleri, öğrenci hatalarına yönelik olası pedagojik stratejiler üzerinde tartışabilecekleri ve bu stratejilerini geliştirebilecekleri öğrenme fırsatları sunulmasının önemine dikkat çekmektedir (bk. Doerr, 2007; Son, 2013; Son ve Sinclair, 2010). Ancak, öğretmen adaylarının öğrenci hatalarını yorumlamalarını ve bu hatalara nasıl cevap verdiklerini inceleyen Son (2013), öğretmen adaylarının özellikle öğrenci hatalarına nasıl cevap verdikleriyle ilgili yapılan çalışmaların sınırlı olduğuna dikkat çekmekte ve farklı matematiksel konularda ilgili çalışmaların artırılmasını önermektedir.

Öğretmenlerin ve Öğretmen Adaylarının Öğrenci Hatalarına Yönelik Pedagojik Yaklaşımları

Öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına yönelik cevaplarını inceleyerek onların öğrenci hatalarına yönelik nasıl pedagojik yaklaşımlar sergilediklerini açıklayan az sayıda çalışma vardır (Chick ve Baker, 2005; Son, 2013; Son ve Sinclair, 2010). Örneğin, öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerini inceledikleri büyük ölçekli bir çalışma kapsamında Chick ve Baker (2005) dokuz öğretmenin 5 ve 6. sınıf öğrencilerinin çıkarma, bölme, kesirlerin toplanması ve alan/çevre konularındaki kavram yanlışlarına ve hatalarına nasıl cevap verdiğini araştırmıştır. Çalışmanın verileri matematik öğretimi ile ilgili durumları ve inançları içeren 17 sorudan oluşan açık uçlu bir anket ve bire bir görüşmeler yoluyla toplanmıştır. Ankette yer alan dört soru kapsamında öğretmenlerden, kurgusal olarak hazırlanan bazı öğrenci çalışmalarını incelemeleri ve öğrencilerin hatalarına ve kavram yanlışlarına yönelik açıklamalarda bulunmaları istenmiştir. Çalışmanın sonucunda, öğretmenlerin “yeniden açıklama (*re-explain*), bilişsel çatışma (*cognitive conflict*) ve öğrenci düşüncelerini irdeleme (*probes student thinking*)” şeklinde işlemsel veya kavramsal temelli 3 farklı stratejiye başvurdukları açıklanmıştır. Ayrıca, bu çalışmada öğretmenlerin öğrencilerin bazı hatalarına yönelik benzer stratejiler kullandıkları gözlemlense de öğretmenlerin konulara göre bu stratejileri kullanmalarındaki detaylarının birbirinden farklı olduğu ve öğretmenlerin bu konudaki pedagojik alan bilgilerinin farklılık gösterdiği ifade edilmiştir. Son ve Sinclair (2010) ise, öğretmen adaylarının öğrencilerin çalışmalarında ortaya çıkan yansıma simetrisindeki hatalarını nasıl yorumladıklarını ve öğrencilerin bu hatalarına nasıl cevap verdiklerini bir öğretim senaryosu aracılığıyla incelemiştir. Çalışmanın sonuçları, öğretmen adaylarının öğrencilerin hatalarını kavramsal yönden tespit edebilmelerine rağmen öğrencilerin hatalarının üstesinden gelmeye çalışırken işlemsel bilgilerini kullandıklarını göstermektedir. Ayrıca, Son ve Sinclair (2010) öğretmen adaylarının öğrenci hatalarını “göster-söyle” (*show-tell*) ve “ver-sor” (*give-ask*) şeklinde iki farklı formda cevapladıklarını, bu iki formdan göster-söyle eğiliminin daha yaygın olduğunu belirtmiştir. Benzer şekilde, Son (2013) da öğretim senaryosu aracılığıyla oran ve orantı konusunda (benzer dikdörtgenlerde eksik kenar uzunluğu bulmaya yönelik bir soru) öğrenci hatalarına yönelik ilköğretim ve lise öğretmen adaylarının yorumlarını ve cevaplarını araştırmıştır. Son ve Sinclair’in (2010) çalışmasının bulgularına benzer olarak, bu çalışma da öğretmen adaylarının “göster-söyle” stratejisini kullanmaya eğilimli olduğunu ve öğretmen adaylarının çoğunluğunun öğrencileri dinlemek yerine öğrencilere bilgiyi direkt olarak sunmayı tercih ettiklerini ortaya koymuştur.

Diğer taraftan, Leiß ve Wiegand (2005) DISUM adlı araştırma projesi kapsamında, öğrencilerin grupça bilişsel/kavramsal sorularla/aktivitelerle (örneğin, matematiksel modelleme) uğraşırken, öğretmenin sınıf ortamındaki müdahalesini (*intervention*) incelemiştir. Çalışmanın sonucunda ise, literatürde var olan farklı yaklaşımlar da dikkate alınarak, öğretmenlerin müdahale stratejileri duygusal (*affective*), bilişötesi (*metacognitive*), içerik ile ilgili (*related to content*), organizasyonla ilgili (*related to organization*) ve tanı (*diagnosis*) olarak 5 farklı kategori altında toplanmıştır.

Modelleme ile Matematik Öğretiminde Öğretmen Bilgisi

Matematiksel modelleme, literatürde “uygulamalı matematik, model ve modelleme perspektifi (MMP), gerçekçi matematik eğitimi” gibi farklı bağlamlar ve farklı yaklaşımlar kapsamında ele alınmakta olup, araştırmacılar tarafından farklı şekillerde açıklanmaktadır (Galbraith, 2011). Örneğin, matematiksel modelleme yaklaşımını uygulamalı matematik bağlamında

ele alan Haines ve Crouch (2007, s. 418) matematiksel modellemeyi “gerçek hayat problemlerinin soyutlandığı, matematikselleştirildiği, çözüldüğü ve değerlendirildiği döngüsel bir süreç” olarak açıklamış ve bu süreçte “gerçek yaşam problem durumu, modeli formüle etme, matematiği çözme, çözümü yorumlama, çözümü değerlendirme ve gerçek yaşam durumunu yeniden düşünmeden önce modeli iyileştirme” şeklinde altı aşamadan geçildiğini belirtmiştir. Diğer taraftan, MMP bağlamında Lesh ve Doerr (2003) matematiksel modelleme sürecinde matematiksel düşünmeye ve bir dizi tekrarlayan test etme ve gözden geçirme döngüsü içinde yararlı bir model geliştirmeye vurgu yapmaktadır. Matematiksel modelleme farklı bağlam ve yaklaşımlar altında tanımlansa da; *gerçek hayat problemleri, gerçek hayat problemlerinin matematik diline aktarılması, öğrencilerin modelleme sürecinde birden fazla modelleme döngüsünden geçmesi* matematiksel modelleme tanımlamalarında başlıca ortak özelliklerdir.

MMP bakış açısına göre, modelleme etkinlikleri düşünce ortaya çıkarıcı (*thought revealing*) etkinliklerdir (Lesh, Hoover, Hole, Kelly ve Post, 2000). Bu etkinlikler öğrencilerin verilen gerçek hayat durumlarını çeşitli varsayımlarla yorumlayıp ifade etmelerine olanak sağlar. Bu nedenle, öğretmen modelleme ile matematik öğretiminde çok farklı öğrenci düşünme şekilleri ile karşılaşabilir. Modelleme etkinliklerinin özellikleri, bu etkinliklerin matematik öğrenimi ve öğretiminde kullanılmasında geleneksel matematik öğretiminden farklı olarak, öğretmenin farklı sorumluluklarını ortaya çıkarmakta ve öğretmenin farklı pedagojik donanımına sahip olmasını gerektirmektedir (Doerr, 2006, 2007; Doerr ve English, 2006; Zawojewski, Lesh ve English, 2003). Doerr (2007, s. 77) modelleme ile matematik öğretirken öğretmenlerin sahip olması gereken pedagojik bilgiyi dört başlıkta açıklamıştır. Buna göre; öğretmen öngörülen belirsizlikleri dinleyebilmeli, öğrencilerin fikirlerinin yararlı temsillerini sunabilmeli, beklenmeyen/umulmadık yaklaşımları duyabilmeli ve öğrencilerin diğer gösterimlerle ilişki kurabilmelerini destekleyebilmelidir. Aynı zamanda, Doerr’a göre, öğretmen öncelikle öğrencilerin ne üzerinde çalıştığını bilmeli, öğrencilerin ortaya koyduğu çeşitli matematiksel çözüm yaklaşımlarına yönelik derin ve geniş bir anlayışa sahip olmalı ve uygun gösterimlerle öğrencilerin düşüncelerine yanıtlar verebilmelidir. Fakat öğretmenin öğrencilerin çözümlerindeki matematiği hemen anlaması kolay bir durum değildir. Öğretmenlerin bu anlamayı kazanabilmeleri için matematik öğretiminde modelleme kullanılan ortamlarda öğrencilerin matematiksel düşüncelerini iyi dinlenmesi gerekmektedir. Diğer taraftan, modelleme ile matematik öğretiminde geleneksel yöntemlerdeki öğretmenin rolü ve öğrencinin rolü de değişiklik göstermektedir. Geleneksel matematik öğretiminde öğretmen genellikle öğrencilerin çözümlerinin doğruluğunu değerlendirir. Modelleme sürecinde ise, öğretmenden öğrencilerin modelini/çözümünü değerlendirmeden ve beklediği çözümü söylemeden öğrencilerin kendi modellerini yorumlayabilecekleri, doğruluğunu değerlendirebilecekleri, gözden geçirebilecekleri ve modellerini ortaya koyabilecekleri ortam yaratması beklenir (bk. Blum ve Borromeo Ferri, 2009; Borromeo Ferri, 2013; Doerr, 2007; Lingefjard ve Meier, 2010; Zawojewski, Lesh ve English, 2003). Örneğin, Lingefjard ve Meier’in (2010) çalışması öğretmenlerin öğrencilere problemin nasıl çözüldüğünü söylemeden yalnızca probleme yönelik genel bir çerçeve çizmesinin, öğrencilerin problemin üstesinden kolaylıkla gelmelerini sağladığını göstermiştir. Aynı zamanda, Lingefjard ve Meier (2010) modelleme ile matematik öğretim sürecinde öğretmenin içerikle ilgili, biliş ötesi ve organizasyonla ilgili öğrencilere destek vermesi gerektiğini de ifade etmiştir. Lingefjard ve Meier (2010) öğretmenin bu rolünün kolay olmadığına ve öğretmenlere özel durumlarla ilgili daha fazla bilgi, eğitim ve danışmanlık verilmesinin gerekli olduğuna dikkat çekmiştir. Benzer şekilde Blum ve Borromeo Ferri (2009), modelleme ile öğretim yapmanın standart bir yolu olmadığına dikkat çekerek matematiksel modellemenin doğasına uygun bir öğretim sürecinde öğretmenin rolüyle ilgili şu önerilerde bulunmuştur: Öğretmen; (i) öğrencinin maksimum bağımsızlığı ve öğretmenin minimum rehberliği arasında kalıcı bir denge kurmalı, (ii) öğrencilerin bireysel modelleme yollarını desteklemeli ve birden fazla çözüm yolu ortaya çıkması için öğrencileri cesaretlendirmeli, (iii) müdahale yöntemlerini ve öğrencinin modelleme sorusu için ürettiği çözüm stratejisini nasıl destekleyeceğini bilmelidir.

Çalışmanın Amacı

Gerçek sınıf ortamlarında öğrencilerin matematiksel modelleme etkinlikleri üzerindeki çalışmalarını içeren video kesitleri, öğrenci çalışma yaprakları vb. materyaller, öğretmen adaylarına öğrenci düşünme şekillerini inceleme, olası müdahale yöntemlerini ortaya çıkarma ve daha gerçekçi deneyimler sunma bakımından önemli olabilir (Zawojewski ve Lesh, 2003). Bu çalışmanın amacı, modelleme etkinlikleri bağlamında öğrenci düşünme şekillerini inceleyerek öğrenci hatalarını tespit eden matematik öğretmen adaylarının, öğrencilerin bu hatalarına yönelik ne tür pedagojik yaklaşımlar sergilediklerinin incelenmesidir. Bu çerçevede, çalışma kapsamında ele alınan araştırma sorusu şu şekildedir:

- Matematiksel modelleme soruları bağlamında öğrenci düşünme şekillerini inceleyen matematik öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına müdahale ile ilgili öngördükleri yaklaşımlar nelerdir?

Bu çalışmanın sonuçlarının, öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına yönelik pedagojik alan bilgilerinin doğası hakkında bilgi ortaya koyarak (i) matematik öğretmen adaylarının öğrenci hataları karşısındaki pedagojik yaklaşımlarına yönelik sınırlı sayıdaki çalışmalara ve (ii) matematiksel modelleme ile matematik öğretiminde öğretmenin rolü ile ilgili çalışmalara katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

YÖNTEM

Araştırma Deseni

Bu çalışma, 2011-2012 eğitim-öğretim yılında Ankara'da bulunan bir devlet üniversitesinin ortaöğretim matematik öğretmenliği programında geniş ölçekli bir proje kapsamında geliştirilen "Öğretmen Adayları için Matematiksel Modelleme" dersinde gerçekleştirilmiştir. Dersin temel amaçları öğretmen adaylarının matematiksel modelleme becerilerini geliştirmek, matematiksel modellemenin matematik öğrenimi ve öğretiminde kullanımı ve matematiksel modellemenin sınıf ortamında nasıl uygulanabileceği konusunda bilgi sahibi olmalarını sağlamaktır. Bu bağlamda dersin üç temel bileşeni "matematiksel modelleme etkinlikleri çözme çalışması, matematiksel modelleme etkinlikleri bağlamında öğrenci düşünme şekillerini inceleme çalışması ve modelleme etkinliği hazırlama ve uygulama çalışması" olarak tasarlanmıştır.

Bu çalışma nitel bir araştırma olup matematiksel modelleme etkinlikleri bağlamında öğrenci düşünme şekillerinin incelenmesi sürecinde gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada matematik öğretmen adayları ile bire bir görüşmeler yapılarak öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına yönelik müdahale yöntemleri derinlemesine incelenmiştir.

Katılımcılar

"Öğretmen Adayları için Matematiksel Modelleme" dersine toplam 25 öğretmen adayı katılmış ve öğretmen adayları dönem boyunca 3'erli ve 4'erli olmak üzere toplam yedi grupta çalışmalar yapmışlardır. Bu çalışmanın katılımcıları ise her bir gruptan gönüllü olarak seçilen 7 (5 bayan, 2 erkek) öğretmen adayından oluşmaktadır. Araştırmaya katılan öğretmen adaylarının yaşları 20-22 aralığında olup akademik not ortalamaları 2,33 ve 3,62 arasında değişmektedir ($\bar{X}=2,77$; $SS=0,41$). Katılımcılardan beşi üçüncü sınıf, biri dördüncü sınıf ve biri de beşinci sınıf öğrencisidir. Çalışmanın tüm katılımcıları, lise matematik öğretmenliği programının temel matematik dersleri olan "soyut matematik, lineer cebir, tek değişkenli analiz, çok değişkenli analiz, analitik geometri, diferansiyel denklemler" gibi zorunlu matematik derslerini almışlardır. Bu çalışmaya konu olan ders, üçüncü sınıf öğrencilerinin aldıkları matematik eğitimi içerikli ilk derstir. Bu çalışmaya katılan öğretmen adaylarından sadece dördüncü sınıf öğretmen adayı daha önce matematiksel modelleme içerikli bir seçmeli ders almış olduğunu, fakat bu dersin öğretmen merkezli ve modelleme etkinliklerini tanımaya yönelik olup pedagojik değil konu odaklı bir ders olduğunu rapor etmiştir. Diğer öğretmen adayları ise matematiksel modelleme ile ilgili bir tecrübeleri bulunmadığını rapor etmiştir. Benzer şekilde, katılımcıların tamamı daha önce aldıkları dersler kapsamında öğrenci düşünme şekillerine yönelik herhangi bir çalışma yapmadıklarını rapor etmiştir.

Araştırmanın Tasarımı ve Uygulanması

Matematiksel Modelleme Etkinlikleri ve Uygulanması

Ders kapsamında “Caddede Park Yeri”, “Zıplayan Top”, “Lunapark Treni” ve “Su Deposu” (Erbaş vd., 2016) başlıklı modelleme etkinliklerine yönelik öğrenci düşünme şekilleri inceleme çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Her bir öğrenci düşünme şekilleri çalışmasından önce, öğretmen adayları bu modelleme etkinlikleri üzerinde üç-dört kişilik gruplar halinde 100-120 dakika çalışarak modelleme etkinliklerine yönelik kendi çözümlerini/modellerini geliştirmişlerdir. Öğretmen adayları modelleme soruları üzerinde çalışırken dersi veren öğretim üyesi (aynı zamanda araştırmacı) sınıfta öğretmen adaylarının çalışmalarını gözlemlemiş, tartışmalarını dinlemiş ve ihtiyaç duyduklarında sorularını cevaplamıştır. Bu süreçte dersi veren öğretim üyesi, öğretmen adaylarına doğru çözüm yolunu söylememe konusunda oldukça dikkatli davranmış; öğretmen adaylarının çözümlerinde hatalar ve zorluklar gözlemlediğinde onlara çözümle ilgili matematiksel düşüncelerini yeniden gözden geçirmelerini ve düşünmelerini sağlayacak sorular yöneltmiştir.

Öğretmen adaylarının öğrenci düşünme şekillerini inceleme çalışmasından önce ilgili modelleme etkinliğini çözmüş olmalarındaki amaç, öğretmen adaylarının hem etkinliğin yapısını ve matematiksel içeriğini anlamalarını sağlamak hem de öğrencilerin etkinliğin çözümünde nasıl düşünebileceklerini, ne tür çözüm yaklaşımları ortaya koyabileceklerini ve zorluklar yaşayabileceklerini fark etmelerine yardımcı olmaktır.

Öğrenci Düşünme Şekillerini İnceleme

Öğrenci düşünme şekilleri inceleme çalışması esnasında, öğretmen adaylarına lise öğrencilerinin bu çalışmada kullanılan modelleme etkinliklerine (bk. Ek) ait çözüm kâğıtları dağıtılmış ve bu çözüm kâğıtlarına ait video görüntüleri izletilmiştir. Öğrencilerin modelleme etkinliklerine yönelik düşünme şekillerini içeren yazılı ve görsel materyaller, geniş ölçekli bir proje kapsamında lise öğrencileriyle yapılan modelleme etkinlikleri uygulamalarından elde edilmiştir. Uygulamalardan elde edilen tüm çözüm kâğıtları araştırmacılar tarafından incelenerek öğrencilerin doğru veya yanlış çözümlerini içeren 4-5 farklı çözüm kâğıdı seçilmiştir. Ayrıca öğrencilerin seçilen çözüm kâğıtlarına ait video görüntüleri incelenerek kesitler belirlenmiş ve her bir modelleme sorusu için grup çalışması ve sunumları içeren 7-10 dakikalık kısa video klipleri oluşturulmuştur. Her bir modelleme etkinliğine yönelik gerçekleştirilen öğrenci düşünme şekilleri çalışmaları ortalama 120-150 dakika sürmüştür. Bu süreçte öğretmen adayları öğrenci çözüm kâğıtlarını ve video görüntülerini “öğrencilerin çözüm yaklaşımları, öğrencilerin kullandıkları matematiksel konu ve gösterimler, öğrenci çözümlerinin güçlü ve zayıf yönleri, öğrencilerin hataları, öğrencilerin düşünme süreçlerinden şaşırılan durumlar” temel boyutlarında grup olarak incelemiştir. Aynı zamanda, öğretmen adayları her bir çözüme yönelik belirlenen boyutlarda ilgili tespitlerini verilen inceleme formuna not almışlardır. Öğretmen adayları öğrenci düşünme şekillerini inceledikten sonra dersi veren öğretim üyesinin yönelttiği sorularla her bir öğrenci grubunun çözümlerine ve bu çözümlerdeki temel hatalara yönelik sınıf tartışması yapmışlardır. Öğrenci düşünme şekillerini inceleme çalışması öğretmen adaylarının her bir modelleme sorusu için öğrenci hatalarını tespit ettikleri ve bu hatalar üzerinde konuştukları bir süreç olmuştur. Öğrenci hatalarının kaynağını anlama ve yorumlamayı içeren bu süreç, öğretmen adaylarının öğrencilerin hatalarına nasıl cevap verebileceklerini, hangi müdahale yöntemini kullanabileceklerini düşünmelerine temel oluşturmuştur.

Veri Toplama

Bu çalışmanın verileri her bir öğrenci düşünme şekilleri çalışmasından sonra öğretmen adayları ile gerçekleştirilen yarı-yapılandırılmış bire bir görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Bu görüşmelerde şu boyutlar ele alınmıştır: (i) Öğretmen adaylarının öğrenci çalışmalarını değerlendirirken nelere odaklandıkları, (ii) öğrencilerin düşünme şekillerine yönelik tahminleri ile gerçek öğrenci düşünme şekillerinin üzerindeki gözlemleri arasındaki benzerlikler/farklılıklar, (iii) öğrenci düşünme şekillerine yönelik neler öğrendikleri, (iv) öğrenci düşünme şekillerini anlama ve yorumlamada grup çalışmasının rolü ve (v) bir öğretmen olarak öğrenci hata ve zorluklarını gidermeye yönelik yöntem ve stratejileri. Bu çalışma kapsamında, bu boyutlardan beşinci boyut olan “öğretmen rolüne” odaklanılmıştır.

Modelleme etkinliklerine ait öğrenci düşünme şekilleri çalışması sürecinde, her öğretmen adayı grubunun ortak olarak tespit ettikleri ve sınıf tartışması sürecinde de üzerinde konuştukları öğrenci hatalarından olası kaynakları farklı iki temel hata belirlenmiştir. Belirlenen bu hatalar görüşmeler sırasında öğretmen adaylarına sırayla sunulmuş ve öğrenci çalışmaları sürecinde tespit ettikleri bu hataları hatırlamaları için birkaç dakika zaman verilerek incelemeleri istenmiştir. Daha sonra öğretmen adaylarına “Öğrencilerin çözümlerini yaparken bu hatayı fark ettiğinizde/gördüğünüzde siz olsanız bu hata karşısında ne yapardınız, nasıl davranırdınız? Sizin rolünüz ne olurdu?” sorusu yöneltilmiştir. Öğrenci hataları üzerinde öğretmen adayları ile görüşmeler her bir modelleme etkinliği için yaklaşık 6-10 dakika sürmüştür.

Veri Analizi

Bu çalışmada, betimsel veri analizi yapılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Leiß ve Wiegand (2005), Leiß (akt. Borromeo Ferri ve Blum, 2011, s. 928), Chick ve Baker (2005), Son (2013) ve Son ve Sinclair’in (2010) çalışmalarında ortaya koyulan öğretmenlerin müdahale yöntemlerine yönelik sınıflandırmaları bu çalışmanın veri analizi için temel bir çerçeve oluşturmuştur. Bu çerçevede veriler bu araştırmalardan derlenen “öğrenci düşüncelerini irdeleme, yeniden açıklama, bilişsel çatışma, tanı koyma, doğrudan tavsiye/açıklama, ipucu verme, bilinçli müdahale etmeme” kategorileri kapsamında incelenmiş, ilişkilendirilmiş ve yorumlanmıştır. Kodlamanın geçerliliğini sağlamak, kodların tanım ve kapsamlarını netleştirmek için verilerin bir kısmı iki araştırmacı tarafından bağımsız olarak yukarıda belirtilen kategoriler çerçevesinde ayrı ayrı kodlanmıştır. Bu kodlamalar karşılaştırılarak ortaya çıkan farklılıklar üzerinde tartışılıp tam mutabakat sağlanmıştır. Kodlamayla ilgili ortak bir anlayış oluşturulduktan sonra verilerin tamamı konuyla ilgili yetkinliği daha yüksek olan ve kodlaması üzerinde daha çok mutabakat sağlanan araştırmacı tarafından kodlanmıştır (Campbell, Quincy, Osserman ve Pedersen, 2013). Veri analizi sürecinde öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına tanı koyma eğilimi ile karşılaşmadığından belirlenen kategorilerden “tanı koyma” kategorisi çıkarılmıştır. Aynı zamanda “(doğrudan) hatayı söyleme” kategorisi kategoriler arasına eklenmiştir. Diğer taraftan, “bilişsel çatışma” kategorisi ve “öğrenci düşüncelerini irdeleme” kategorisi öğretmen adaylarının soru sorma eğilimi ile ilişkili olduğuna karar verilmiş ve bunlar “soru sorma” kategorisi olarak birleştirilmiştir. Veri analizi sürecinde oluşturulan tüm kategorilerin birbiriyle örtüşmeyen bağımsız yapıda olmalarına dikkat edilmiştir. Ayrıca, veri analizi sürecinde analiz birimi olarak cümleler seçilmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2006).

Öte yandan bu çalışmanın geçerliliği, bire bir görüşmeler yoluyla ayrıntılı ve derinlemesine bilgi toplanması, veri analizi sürecinin ayrıntılı bir şekilde betimlenmesi ve çalışmanın bulgularının doğrudan alıntılarla desteklenerek yazılması ile sağlanmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Ayrıca araştırmacılar tüm ders dönemi boyunca sınıf ortamında bulunmuş, öğretmen adaylarının tüm aktivitelerini gözlemlemiş ve onlarla etkileşim içinde çalışmıştır.

BULGULAR

Araştırma kapsamında ulaşılan verilerin analizi, öğretmen adaylarının öğrenci hataları karşısındaki müdahale yaklaşımlarının beş kategoride toplandığını ortaya koymuştur: *Soru sorma (sorgulama), doğruyu (direkt) açıklama, doğru yolu hissettirme, hatayı gösterme/söyleme ve (yanlış) müdahale etmeme*. Ayrıca verilerin analizi bazı öğretmen adaylarının öğrenci hatalarını tam olarak anlayamadıklarını ve bu hatalara nasıl müdahale edebileceklerine yönelik belli bir yaklaşım ve strateji üretilmedikleri için belirsiz açıklamalar yaptıklarını ortaya koymuştur. Öğretmen adaylarının öğrenci hataları karşısında sergiledikleri bu yaklaşımlar Tablo 1’de gösterilmektedir.

Tablo 1 incelendiğinde her bir modelleme etkinliği için sunulan öğrenci hataları bağlamında öğretmen adaylarının müdahale yöntemlerinin öğretmen adaylarına göre değişkenlik gösterdiği görülmektedir. Araştırmaya katılan öğretmen adaylarından dördünün (Mehmet, Elif, Özgül, Sevgi) öğrencilerin hatalarına yönelik genel eğilimlerinin öğrenci düşüncesini sorgulatarak irdeleme olduğu görülmüştür. Bunun yanında, bir öğretmen adayının (Meral) müdahale etmeme veya doğru bilgiyi açıklama eğiliminde olduğu, iki öğretmen adayının (Sinem, Erol) ise öğrencilerin hatalarına yönelik nasıl yaklaşım sergileyeceklerini belirlemede zorlandıkları ve bununla ilişkili olarak

(kendilerine göre) doğru olan yolu gösterme veya öğrencilerin hatalarını söyleme eğiliminde oldukları görülmüştür.

Tablo 1. Öğretmen Adaylarının Modelleme Etkinliklerine Göre Öğrenci Hatalarına Yönelik Müdahale Yaklaşımları

ME	Öğrenci Hataları	Soru Sorma (Sorgulama)	Doğruyu Açıklama	Doğru Yolu Hissettirme	Hatayı Gösterme (Söyleme)	(Yanlışa) Müdahale Etmeme	Belirsiz (İfadeler)
Caddede Park Yeri	Hata1	Mehmet, Elif, Özgül, Sevgi	-	-	Erol	-	Sinem
	Hata2	Sevgi, Mehmet	Meral	Elif	-	Sinem	-
Zıplayan Top	Hata1	Elif, Sevgi, Sinem, Mehmet, Erol	-	Elif, Özgül, Erol, Sinem, Mehmet	-	Meral	-
	Hata2	Sinem, Elif, Mehmet, Erol, Özgül, Sevgi	Erol	Mehmet	-	Meral	-
Lunapark Treni	Hata1	Elif, Mehmet, Özgül, Meral	Özgül	-	Sinem	-	-
	Hata2	Sevgi, Özgül	-	Elif, Meral	-	-	Sinem
Su Deposu	Hata1	Mehmet	-	Meral, Özgül, Erol, Elif, Sevgi	-	-	Sinem
	Hata2	Sevgi	Meral	-	-	-	Sinem, Erol

* ME: Modelleme Etkinliği

* Tüm isimler takma isim olup, gerçek isimler kullanılmamıştır.

Aynı zamanda yedi öğretmen adayının da, bazı öğrenci hataları karşısında ipucu olabilecek ifadeler kullanarak veya öğrencilerin hatası ile ilişkili örnekler sunarak öğrencileri doğru yola yönlendirme eğiliminde oldukları da bulunmuştur. Diğer taraftan, bazı öğretmen adayları (Sinem, Mehmet, Elif, Özgül, Erol) öğrencilerin bazı hatalarında iki farklı yaklaşımla müdahale edebileceklerini ifade etmiştir. Öğretmen adaylarının bu yöndeki ifadeleri incelendiğinde bu yaklaşımların birbiri ile ilişkili ve birbirinin alternatifi şeklinde olduğu görülmüştür. Başka bir ifadeyle, öğretmen adayları “eğer öğrencilere bu şekilde müdahale ettiğimde halâ hatalarını göremiyorlarsa, şu şekilde yaklaşırdım” gibi ikinci bir yaklaşım önermiştir.

Öğretmen adaylarının tüm kategorilere ait öğrenci hatalarına yönelik sergiledikleri pedagojik davranışlar Tablo 2’de özetlenmiştir. Tablo 2 incelendiğinde öğretmen adaylarının sorgulama temelli yaklaşımlarının “çözümün kontrolü/sağlamasını yapma, öğrencilerin yanlışlarını görmesini sağlama, öğrencilerin ne düşündüğünü anlama, öğrencilerde bilişsel çatışma yaratma, temel matematiksel kavramları sorgulama” şeklinde farklı amaçlara hizmet ettiği anlaşılmaktadır.

Tablo 2. Öğretmen Adaylarının Öğrenci Hatalarına Yönelik Pedagojik Davranışları/Eylemleri

Kategoriler	Pedagojik Davranışlar-Eylemler
Soru Sorma (Sorgulama)	Çözümün (doğruluğunu/yanlışlığını) kontrol ettirmek için sorular sorma Öğrencilerin hatalarını farkına varmasına yönelik sorular sorma Öğrencilerin ne bildiklerini/düşündüklerini anlamaya yönelik sorular (Örneğin, Sabit miktar nedir? Sabit oran nedir?) Öğrencide bilişsel çatışma yaratmak için sorular sorma Temel matematiksel kavramları sorgulatma-temele dönme
Doğruyu Açıklama	Direkt doğru (kendilerine göre) çözümü açıklama Matematiksel kavramı açıklama ve yeniden öğretme (Örneğin, eğrinin eğimi)
Doğru Yolu Hissettirme	Benzer başka bir örnek sunmak ve örnek üzerinden açıklamak Değer verdirerek çözümün/sonucun doğruluğunu kontrol ettirme Şekil çizdirme, verilenleri şekil üzerinde göstermelerini isteme ve çözümün kontrolünü isteme Soruyu tekrar okumalarını isteme
Hatayı Söyleme	Öğrenciye, “Burada böyle olmaz, hepsinin eğimleri farklıdır, sen doğrusalı düşünüyorsun” şeklinde yorum ve açıklamalarda bulunma Öğrenciye, “Arabayı üçgen yere park etmeyeceğiz, siz oraya göre park ediyorsunuz” şeklinde açıklama yapma

Öğretmen adaylarının, öğrenci hatalarını sorgulamak istediklerinde sormak istedikleri tüm sorular matematiksel içerikli ve direkt olarak öğrencilerin yaptığı hataya yönelik sorulardır: “4,5 metre genişliğini dikkate aldınız mı?”, “15 metrede topun konumu ne olur?”, “Top 15 metrede iken, 15 metreyi geçerse ve 15 metreyi geçmezse ne olur?”, “0,86’den büyük her değer için sağlıyor mu?”, “Şu noktada eğim ne olur?”, ve “Bu eğim ile şu eğimin farklı olmasının sebebi nedir?”. Aynı zamanda, öğretmen adaylarının sorularının doğası daha çok öğrencilerin hatalarını fark etmelerini sağlamayı amaçlayan yönlendirici sorular olduğunu göstermektedir. Öğretmen adaylarının doğruyu açıklama yaklaşımı, öğretmen adaylarının kendilerine göre doğru olan çözüm yolunu açıklama amacına; hatayı söyleme yaklaşımı ise öğrencilerde hata gözlemlediklerinde hatanın ne olduğunu söyleme amacına hizmet etmektedir. Benzer şekilde, öğretmen adaylarının doğru yolu hissettirme yaklaşımında ise bazı öğrenci hatalarında ipucu niteliğinde yönlendirmeler yaparak veya öğrencilerin düşüncelerini gözden geçirmelerini sağlayıcı örnekler sunarak öğrencilerin kendilerinin doğru çözüm yoluna ulaşmalarının sağlanması amaçlanmıştır.

Öğretmen adaylarının öğrencilerin hatalarına yönelik müdahale yöntemleri aşağıda iki farklı örnek üzerinden örneklendirilerek sunulmaktadır. Bu hatalardan birincisi, ikinci modelleme etkinliği olan Zıplayan Top’a ait birinci hata; ikincisi ise dördüncü modelleme etkinliği olan Su Deposu’na ait birinci hatadır. Bu hataların kaynağı farklı olup birinci hata öğrencilerin soruyu anlamamasından (yorumlayamama) kaynaklanırken ikinci hata öğrencilerin kavramsal bilgi eksikliğinden kaynaklanmaktadır.

DURUM 1:

Öğrenci düşünme şekilleri çalışmaları sürecinde öğretmen adaylarının tespit ettikleri ikinci modelleme etkinliği olan Zıplayan Top (bk. Ek) bağlamında bir öğrenci grubunun ürettiği hatalı çözüm ele alınmıştır (bk. Şekil 1).

9 kez aşağı düşer
8 kez yukarı çıkar.

3. kez yukarı çıkarken 14 m'ye çıkarsa (15. metredeki adam topu görmeyecek)

38 m 'de 9x azalma varsa
14 m 'de ax vardır.

$38ax = 126x \quad a = \frac{63}{19}$ dir.

(Oranlar eşittir)

Yani 14 m 'de $\frac{63}{19} x$ vardır,

0. halde 52 metre $(\frac{63}{19} + 9) x m$ 'ye eşit

Buradan $x = 4,22$ almaktır. Her deşesinde 4,22 m azalmıştır.

Topun Alınışı Yükseklik	47,78	\Rightarrow	$\frac{43,56}{47,78}$	\Rightarrow	$\frac{39,34}{43,56}$
Atışın Yükseklik	52				

1. Sıçrama 2. sıçrama 3. sıçrama

Oran \Rightarrow (0,9188) (0,9116) (0,9031)

Oran gidererek düşüş göstermekte

Ortalama oran = 0,91 = 91

Şekil 1. Bir öğrenci grubunun "Zıplayan Top" sorusuna yönelik hatalı çözümü

Öğrencilerin çözüm yaklaşımı ve hatası

Öğrenciler sorunun çözümünde ilk olarak topun gözlem seviyesinden 17 kez geçtiğinde 9 kez aşağı ve 8 kez yukarı çıkacağını belirlemişlerdir. 15 metre olan gözlem seviyesi için topun 18. geçişinde 15 metrenin altında olması gerektiği düşüncesiyle, topun 9. kez yukarı çıkışında 14 metreye kadar çıkacağını düşünmüşlerdir. Öğrenciler topun her zıplayışında yüksekliğin bir önceki yüksekliğe göre eşit (sabit) miktarda azaldığını düşüncesi ile azalış miktarını sabit olarak 9 metre kabul ederek "38 ($52 - 14 = 38$) metrede 9x azalma varsa, 14 metrenin içinde kaç x azalma vardır?" şeklinde bir orantı kurarak hesaplama yapmışlardır. Bu hesaplamalarının sonucu olarak $\frac{63}{19} x$ olarak

bulmuşlardır. Daha sonra $(9 + \frac{63}{19}) x$ metreyi 52 metre yüksekliğe eşitleyerek, topun her zıplayışta 4,22 metre sabit miktarla azaldığını bulmuşlardır. 52 metreden 4,22'yi çıkararak bir sonraki yüksekliği hesaplamışlardır ve çıkarma işlemini takip ederek işlemlerini sürdürmüşlerdir. Sonuç olarak, 2. yüksekliği 1. yüksekliğe, 3. yüksekliği 2. yüksekliğe oranlama şeklinde devam ederek sabit olmayan bir zıplama oranına ulaşmışlardır.

Bu çözüm yaklaşımında öğrencilerin hatalarından biri, topun her zıplayışında yüksekliğinin soruda belirtilmiş olan sabit oranla değil sabit (eşit) miktarda azaldığını kabul etmeleridir. Öğrenciler sabit azalma miktarı olarak düşündükleri için buldukları sonuçta soruda istenenden farklı olarak top sabit bir zıplama oranı ile zıplamamaktadır. Bu çözümde bulunan zıplama oranı sabit olmamasına rağmen, öğrenciler oranların ortalamasını alarak zıplama oranını sabit bir oran kabul etmektedir. Burada öğrencilerin hatası soruyu yanlış yorumlamalarından kaynaklanmaktadır.

Öğretmen adaylarının müdahale şekilleri/yaklaşımları

Öğretmen adaylarının açıklamaları öğrencilerin bu çözüm yaklaşımı karşısında öğretmen adaylarının "soru sorma, doğru yolu hissettirme ve müdahale etmeme" gibi yaklaşımlar sergileyebileceklerini ortaya çıkarmıştır (bk. Tablo 1). Dört öğretmen adayı (Mehmet, Sinem, Elif,

Erol) bu hata karşısında iki farklı yaklaşım biçimi ortaya koymuş, bir öğretmen adayı (Meral) ise bilinçli olarak müdahale etmeyeceğini açıklamıştır. Öğretmen adaylarının öğrencilerin bu hatası için sorgulatmaya yönelik yaklaşımlarında sormak istedikleri tüm sorular incelendiğinde, öğretmen adaylarının amaçlarının öğrencinin nasıl düşündüğünü anlamak (örneğin, sabit oran nedir?, sabit miktar nedir?) veya öğrencide bilişsel çatışma yaratmak olduğu görülmektedir. Aşağıda verilen Sevgi'ye ait alıntı öğretmen adayının soru sormaya yönelik yaklaşımını, Erol'a ait alıntı ise öğretmen adayının soru sorma ve doğru yolu hissettirme yaklaşımını örneklendirmektedir.

Sevgi: Mesela orandan ne anladıklarını öğrencilere sormak isterdim, sabit miktar ve sabit oranın kıyaslamasını yaptırırdım. Sabit orandan ne anlıyorsunuz, derdim. Sizin bulduğunuz sabit oran mı, sabit miktar mı, diye sorardım.

Sevgi burada öğrencilerin direkt olarak hatasının kaynağına yönelik bir soru yöneltmek istemektedir. Sevgi bu soru ile bir taraftan öğrencileri hataya götüren “sabit oran” kavramını nasıl algıladıklarını anlamak isterken, diğer taraftan ise öğrencilere sabit oranın sabit miktardan farklı olduğunu fark ettirmeye çalışmaktadır.

Erol: Sabit oran ve sabit miktardan ne anladıklarını sorardım. Eğer anlamadıysa anlamasına yardımcı olurum. Elimde 100 TL var; %10 vermekle 10'ar lira vermek aynı şey mi, diye sorardım. Düşüncelerini deneyebilirdim; oradaki düşüncelerine göre yönlendirmeler yapardım.

Benzer şekilde bu alıntıda görüldüğü gibi Erol da öncelikle öğrencilerin hatalarının sebebi olan sabit oran kavramının öğrenci için ne anlama geldiğini anlamak için sorgulatma yoluna gitmek istemektedir. Öğrencilerin sabit oran kavramını anlamadıklarını görürse sabit oranın sabit miktardan farkını hissettirecek bir örnek üzerinden öğrencileri doğruya yönlendireceğini düşünmektedir. Diğer taraftan, Özgül ve Elif de aşağıdaki alıntılarda örneklendirildiği gibi öğrencilerin hatalarının kendilerinin fark etmesini sağlamak için ilk olarak soruyu tekrar okutma yaklaşımına yönelmektedir.

Özgül: Ben; soruyu bir daha okur musunuz, ne demek istiyor, derdim. Hala anlamıyorlarsa derdim ki; 60 metre bir yükseklik alın, bu yükseklikten bir top atın, top düştüğü yüksekliğin 2/5'si kadar zıplasin, buradan yükseklikleri bulun, yükseklikleri bulduktan sonra farklara bakın, derdim.

Özgül de, Erol gibi ilk müdahalelerinde öğrencilerin hâlâ anlamama durumu olacağını düşünerek öğrencilerin sabit oran kavramını hissetmelerine yardımcı olacak bir örnek sunma eğilimine gitmektedir.

Elif: Burada soruyu tekrar okumalarını isterim. Soruda “zıplama oranının belli ve sabit bir orana ulaştığı” diye sormaktadır. Sonra sizin bulduğunuz oran sabit mi, diye de sorgulatabilirdim.

Elif ise, soruyu okutarak soruda sabit bir zıplama oranından bahsedildiğine dikkat çektikten sonra, öğrencilerin sabit bir zıplama oranı bulmadıklarını fark ettirmek için öğrencilere soru yöneltmek istemektedir.

DURUM 2:

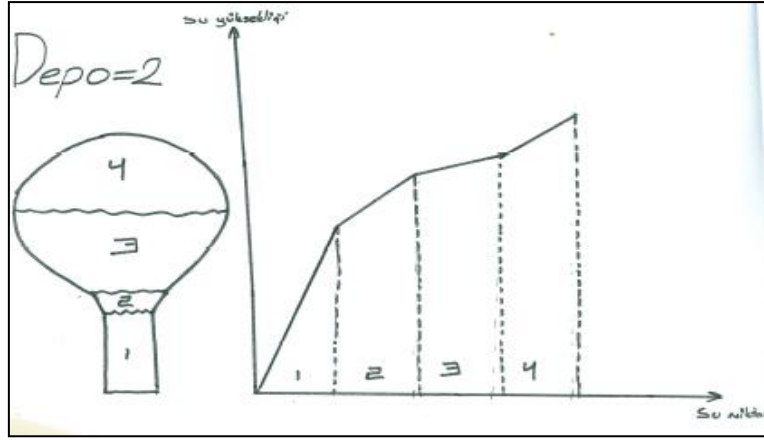
Bu kısımda, öğretmen adaylarının öğrenci düşünme şekilleri çalışmaları sürecinde tespit ettikleri “Su Deposu” modelleme etkinliği bağlamında bir öğrenci grubunun yapmış olduğu hata ele alınmıştır (bk. Şekil 2).

Öğrencilerin çözüm yaklaşımı ve hatası

Şekil 2'de görüldüğü gibi, öğrenciler önce verilen deponun şekline göre depoyu farklı bölümlere ayırmış ve bölümlerdeki şekillerin değiştiği yerleri kırılma noktaları olarak belirlemiştir. Ardından, hangi kırılma noktaları arasında suyun daha çok veya daha az olduğunu belirleyerek depolardaki dar yerleri daha eğimli, geniş yerleri ise daha az eğimli göstererek grafiği çizmiştir.

Burada öğrencilerin hatası, yalnızca deponun geometrik şekillerinin değiştiği geçiş (kırılma) noktalarına göre düşünmeleri, su miktarına bağlı yükseklik grafiğini doğrusal çizmeleri ve eğimi deponun geniş ve dar yerlerine göre yorumlamalarıdır. Bu öğrenciler soruda verilen dört farklı su deposu için su miktarına bağlı depodaki suyun yüksekliğini gösteren grafik çizimlerinde de aynı

düşünce biçimini kullanmış ve hepsinin grafiğini hatalı çizmiştir. Bu soruda öğrencilerin hatası, fonksiyon ve eğim ile ilgili kavramsal bilgi eksikliği, verilen bilgiyi yorumlama ve grafiksel olarak ifade etmede yaşanan zorluklardan kaynaklanmaktadır.



Şekil 2. Bir öğrenci grubunun "Su Deposu" modelleme etkinliğine ait hatalı grafik çizimi

Öğretmen adaylarının müdahale şekilleri/yaklaşımları

Bu hata karşısında öğretmen adaylarından biri (Mehmet) öğrenciye hatasını sorgulatma eğilimde bulunmuş, öğretmen adaylarından beşi (Meral, Elif, Özgül, Sevgi, Erol) ise öğrencilere hatalarını fark ettirmeye çalışarak öğrencileri doğru yola yöneltmeye çalışmıştır (bk. Tablo 1). Aşağıda sunulan Elif'in açıklamaları öğrencilerin yanlışlarını fark ettirerek onlara doğru çözüm yolunu hissettirme yaklaşımına, Mehmet'in açıklamaları ise öğrencilerde çelişki yaratmayı amaçlayarak öğrencilerin yaptıklarını sorgulama yaklaşımına örnek teşkil etmektedir.

Elif: Öncelikle şu kısmı değerlendirmelerini isterdim [deponun 1. bölümünü işaret ederek]. Tamam derdim; 1. kısmı böyle çizmişsiniz. Öğrenciler hocam her noktada aynı seviyede dolacak, diyebilirlerdi burada. O zaman derdim, şu 3. bölümünü ele alalım bir de. Sonra bu bölgeyi tekrar bölmelerini isterdim. Böldükleri zaman bir şu nokta için bir de şuradaki nokta için bakacak mesela [deponun 3. bölgesinin alt kısmından ve üst kısmından iki farklı noktayı göstererek]. Öğrenciler eğimlerin aynı olması gerektiğini söylüyor. Aralıkları biraz daha küçülttüğümde bakacak ki şuradaki eğim daha az olacak. O zaman ben ikisinin eğimini de aynı almışsınız diyeceğim. Buradan belki öğrencilerden birinin aklına parabolik bir eğri gelir.

Elif'in açıklamaları, öğretmen adayının yaklaşımının öğrencilere direkt bilgiyi sunmak yerine, öğrencilerin yeniden düşünmesini sağlayacak yönlendirme amaçlı olduğunu göstermektedir. Mehmet ise öğrencinin yaptıklarını sorgulatarak öğrencide bilişsel çatışma yaratmayı amaçlamaktadır. Mehmet, öğrencinin yanlışını kendisinin görmesinin gerektiğini düşünmektedir ve bu sebeple öğrenciye hatasını fark ettirecek sorular yöneltmektedir.

Mehmet: Şimdi 3. parçayı ele alalım, diyorum öğrenciye [grafik üzerinden deponun 3. bölüme ait kısmı işaret ediyor ve depo şekli ile ilişkilendirerek]. 3. parça şu parça...[grafik üzerinde 3. bölümde iki nokta işaretliyor ve soruyor]. 3. parçanın şu noktası ile şu noktasının eğimi arasındaki fark nedir diye soracağım. Ne diyecek öğrenci eğim aynı. Eğim sabit. Şu noktada eğim sabit, şu noktada da eğim sabit [Depo şeklinin üstüne gelerek 3. üstünden iki nokta işaretleyerek]. Gelelim senin bu noktalarının karşılığı olan şu noktalara. Bu noktaların şuradaki artışı sabit mi, diye sorarım öğrenciye. Şu noktadaki artışı ile şu noktadaki artış hızı sabit mi? Öğretmenim dedi, sabit. Sence sabit mi? [sorgulattım diyor]. Hocam işte artıyor dedi...[Deponun 3. bölgesinin tekrar yatay doğrularla bölerek sormaktadır]. Şuradaki alan suyu kaç dakikada doldurur. 3 dakikada, 4 dakikada.. O zaman artış hızı sürekli sabit mi oluyor, sürekli artıyor mu? O zaman burada sabit olmayan değişkeni sen nasıl sabit olarak aldın diye sordüğümüz

zaman çocuğun kafasında bir kargaşa oluşacak. Bir kargaşa oluşturmak lazım çocuğun kafasında ki bir şeyleri yıkmak lazım... Öğrenci, hımm... diyecek yanlış. Yanlış yaptığını gördü öğrenci. Ne yapacak öğrenci! Sürekli artacak, azalacak şu grafiği biraz daha eğrisel grafiğe döndürecek ve bu şekilde doğru çözümü yakalayabilecek. [Araştırmacı soruyor "Yakalayabilir mi?", öğretmen adayı "Bence yakalayabilir" diyor.]

Diğer taraftan Sinem ise öğrenci hatası ile karşılaştığında nasıl cevap vereceği konusunda zorlanmıştır. Aşağıda araştırmacı ile öğretmen adayı arasındaki diyalog öğretmen adayının yaşadığı zorluğu ve kararsız ifadelerini göstermektedir.

Araştırmacı (A): Öğrencilerin grafiği bu şekilde hatalı olarak çizdiğini fark ettin. Sen bu durumda nasıl yaklaşırdın? Nasıl müdahale ederdin?

Sinem: Gerçekten şuan açıklayabilirsem ilerde bu dersi anlatmam daha kolay olur. Çünkü sezgisel geliyor bana her şey. Açıklamakta zorlanıyorum. Mesela bunu nasıl açıklarım! Şu perspektif çiziminden doğrular alsam [doğrular çiz]. Şimdi buna göre doğrunun düzenli bir şekilde artıyor olması lazım [kendi kendine sesli olarak düşünmekte]. Yani böyle doğrular çizip... Hımm... Mesela burada dedim ki öğrenciye 1. bölmede çizmişsin burada düzgün bir şekilde ilerliyor muyuz? Öğrenci "evet hocam düzgün bir şekilde ilerliyor" dedi. Sonra mesela 3. bölüme geçtim. Burada [deponun 3. bölümünü kastetmekte] yine doğrular çizerim... Sen bu (ikisi) arasındaki farkı nasıl yansıtırsın derim. Ama öğrenci büyük bir ihtimalle eğimi azalttım hocam der... Herhâlde öyle der! [öğretmen adayı şaşırmıştır]. Yani bilmiyorum herhalde diyebileceğim bu olur.

A: Doğrular üzerinden açıklarım mı diyorsun?

Sinem: Yani doğrular üzerinden gidebilirim. Kesit alanı fikrini ortaya atmam, zaten yanlış yapmış çocuk bir de kesit alanı dersem iyice kafası karışır. Şimdi grafiği çiz derim. Hani burada doğrusallığın olmadığı fikrini çocukta uyandırtmaya çalışırım, ama uyanır mı bilmiyorum. Uyanması gerekir [öğretmen adayı benzer şekilde bir açıklama daha yapıyor]. Başkada bir yaklaşımda bulunmam, orada kalırım biterim [öğretmen adayı gülümsemektedir].

Bu diyalogda görüldüğü gibi öğretmen adayı öğrencileri doğru düşünmeye yönlendirecek, doğru grafiği çizmelerini sağlamaya yönelik ipucu olabilecek açıklamalar yapmaya çalışmıştır. Ancak açıklamalarda da görüldüğü gibi öğretmen adayı nasıl yaklaşım göstereceği konusunda kararsızlıklar yaşamaktadır. Aynı zamanda öğretmen adayı böyle bir durumda strateji üretmenin ve açıklama yapmanın kendisi için zor olduğunu belirtmektedir.

TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışmada modelleme etkinlikleri bağlamında öğrenci çalışmalarını inceleyerek öğrencilerin düşünme biçimlerindeki hataları tespit eden bir grup lise matematik öğretmen adayının, öğrencilerin bu hatalarına yönelik müdahale yöntemleri araştırılmıştır. Öğretmen adaylarının her modelleme etkinliğine ait sunulan iki farklı öğrenci hatasına yönelik sergiledikleri yöntemler beş kategori altında toplanmıştır: (i) Soru sorma (sorgulama), (ii) Doğruyu açıklama, (iii) Doğru yolu hissettirme (iv) Hatayı gösterme/söyleme ve (v) Müdahale etmeme.

Bu çalışmanın bulguları, Chick ve Baker'ın (2005) bulgularına benzerlik göstermektedir. Chick ve Baker ilköğretim öğretmenlerinin öğrenci kavram yanlışlarına ve hatalarına nasıl cevap verdiklerini araştırdıkları çalışmasında, öğretmenlerin öğrenci hatalarına yönelik kullandıkları stratejilerin birbirinden farklı olduğuna ve öğretmenlerin bu konudaki pedagojik alan bilgilerinin farklılık gösterdiğine dikkat çekmektedir. Bu çalışmanın bulguları da benzer şekilde müdahale yöntemleri açısından bu çalışmaya katılan öğretmen adayları arasında farklılıklar olduğunu ortaya koymuştur.

Bu çalışma kapsamında öğretmen adaylarının süreç boyunca sergilediği müdahale yöntemleri incelendiğinde, özellikle dört öğretmen adayının öğrenci çözüm yollarındaki hatalarını gördüklerinde öğrencilerin ne düşündüğünü anlama, öğrencilerin yanlışlarını görmesini sağlama, öğrencilerde bilişsel çatışma yaratma veya çözümün kontrolünü/sağlamasını yapma gibi çeşitli amaçlarla soru sormaya yöneldiklerini ortaya koymuştur. Bu bulgu, bu öğretmen adaylarının, Son (2013) ve Son ve Sinclair'in (2010) çalışmalarında ifade ettiği "ver-sor" yaklaşımını kullanmaya

eğilimli olduklarını göstermektedir. Başka bir ifadeyle bu öğretmen adayları öğrencilere bilgiyi direkt olarak sunmak yerine öğrencilerin hatalarının kendilerinin farkına varmasını sağlamaya çalışmaktadırlar. Fakat öğretmen adaylarının sordukları soruların öğrenci düşüncelerini irdeleyen, neden ve niçin içeren, öğrencinin çözüm yöntemini savunucu (gerekçelendirici) yapıda olmadığı da görülmektedir. Öğretmen adaylarının yönelttiği sorular genelde öğrenci hatasına özel matematiksel içerikli, bazı matematiksel bilgileri hatırlatıcı, belli bir matematiksel düşünceye/çözüme yönlendirici veya rehberlik edici sorular olmuştur. Çalışmaya katılan öğretmen adayları öğrenci düşüncelerini sorgulatma eğiliminde olsalar da, sordukları yönlendirici sorular öğrencilerin matematiksel düşüncelerini irdelemek ve ortaya çıkarmaktan ziyade öğrencileri istenen belli bir çözüme yönelik düşüncelere yönlendirebilir. Bu bulgu, bu dört öğretmen adayının öğrencilere kendi hatalarını fark ettirmeyi pedagojik olarak önemsediklerini göstermekle birlikte öğrencileri ne tür sorular ile yönlendirebilecekleri konusunda yeterli pedagojik donanıma sahip olmadığını göstermektedir.

Diğer taraftan çalışmanın bulguları diğer üç öğretmen adayının ise genel eğiliminin, “doğruyu gösterme veya yanlışı söyleme” olduğunu ortaya koymuştur. Öğretmen adaylarının bu yaklaşımları, Son (2013) ve Son ve Sinclair’ın (2010) çalışmalarında belirttiği “göster-söyle” eğiliminde olduklarına işaret etmektedir. Bu öğretmen adaylarından ikisinde bazı öğrenci hatalarına nasıl müdahale edeceklerine yönelik yöntemler belirlemeye çalıştıkları görülmüş olsa da genel olarak belli bir yöntem üretmekte zorlandıkları ortaya çıkmıştır. Bu öğretmen adaylarının açıklamaları, bu bulgunun sebeplerinden biri olarak onların öğrenci hatalarını nasıl sorgulatmaları gerektiğini bilmediklerine ve öğrencileri hataları üzerinde düşündürecek sorular üretmediklerine işaret etmektedir. Bu sebeple öğretmen adayları kendileri için kolay bir yöntem olan öğrencilerin hatasını düzeltme veya öğrencilerin hatasını gösterme yaklaşımı içinde olmuşlardır. Diğer öğretmen adayının ise öğrenci hatasını gözlemlediği anda müdahale etmeme eğiliminde olduğunu görülmektedir. Öğretmen adayının bu müdahale etmeme yaklaşımı ise öğrenci hatasını yeterince anlamamış olabilmemesinden veya hataya nasıl yaklaşacağını bilememesinden kaynaklanıyor olabilir.

Bu bulgulara ek olarak, çalışmanın bulguları çalışmaya katılan yedi öğretmen adayının da bazı öğrenci hatalarında hatırlatıcı açıklamalar yaparak veya öğrencilerin düşüncelerini gözden geçirmelerini sağlayıcı örnekler sunarak, yani ipucu niteliğinde matematiksel bilgi vererek öğrenci hatalarına müdahale etmek istediklerini ortaya koymuştur. Öğretmen adaylarının bu yöntemi kullanma eğilimleri, öğrencilere bu şekilde yardım ettiklerinde onların doğru çözüm yolunu fark edip hatalarını düzeltebileceklerine yönelik algılarından kaynaklanıyor olabilir.

Öğretmen adaylarının arasında öğrenci hatalarına müdahale yöntemlerine yönelik gözlenen farklılıkların dayandığı farklı sebepler olması muhtemeldir. Örneğin, bu araştırmanın gerçekleştiği ders kapsamında öğrenci hatalarını grup arkadaşları ile iyi analiz ederek hataları doğru tespit edip, doğru yorumlayabilen öğretmen adayları, daha sorgulayıcı bir yaklaşım sergilemiş ve öğrenciye hatasını fark ettirmeye yönelik sorular yöneltebilmiş olabilir. Diğer taraftan, öğretmen adayının matematik öğrenimine yönelik deneyimleri ve bu kapsamda geliştirdiği inançlarının pedagojik alan bilgisini etkilediği düşünülebilir. Bu çalışmanın amacı kapsamında olmadığı için bu faktörler çalışmada detaylı olarak ele alınmamıştır. Fakat öğretmen adaylarının pedagojik ihtiyaçlarına ve gelişimlerine doğru cevaplar verebilmek için, öğretmen adaylarının müdahale yöntemlerine yönelik ortaya çıkan farklılıklara sebep olabilecek faktörlerin yapılacak yeni çalışmalarda detaylı olarak araştırılması önerilmektedir.

Öte yandan, geleneksel matematik problemlerinin çözümünden farklı olarak matematiksel modelleme süreci, öğrencilerin gerçek hayat durumlarını çeşitli varsayımlarla yorumlayıp matematikselleştirdiği döngüsel bir süreçtir. Matematiksel modelleme etkinlikleri çözme sürecinde öğrenciler farklı düşünme sürecinden geçerek farklı çözüm yolları ortaya koyabilir. Bu sebeplerle geleneksel matematik öğretiminden farklı olarak matematiksel modelleme ile matematik öğretimi sürecinde öğretmenin rolü de değişmektedir (Doerr, 2006, 2007; Doerr ve English, 2006; Zawojewski, Lesh ve English, 2003). Bu çalışmada öğretmen adaylarının özellikle öğrenci hatalarını sorgulatma yönünde pedagojik davranışlar sergileme eğilimleri, modelleme sorularını kendilerinin çözme sürecinde dersi veren öğretim üyesinin sergilediği öğretmen rolünün etkisine yönelik ipuçları sunmaktadır. Görüşmeler sırasında özellikle öğrencilerin hatalarını sorgulatma eğiliminde olan öğretmen adaylarının açıklamaları modelleme etkinliklerini çözme süreçlerinde öğretim üyesinin sergilediği öğretmen rolünün onlar için iyi bir rol model olduğuna işaret etmiştir. Başka bir deyişle

bazı öğretmen adaylarının modelleme etkinlikleri çözme çalışmalarında öğrencilerin hatalarını doğru ya da yanlış olarak değerlendirmeden öğrencilerin kendi hatalarının farkına varmalarını sağlayacak yöntem ve yaklaşımlar sergilenmesinin öneminin farkına vardığı gözlemlenmiştir. Aynı zamanda modelleme etkinliklerinin öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini ve bu süreçlerde sergiledikleri hatalarını açık bir biçimde ortaya koymalarını sağlamış olması, öğretmen adaylarının öğrencilerin nasıl düşündüğüne ve hangi hataları nasıl sergilediklerine yönelik geniş bir anlayışa sahip olmalarına yardımcı olmuş olması da muhtemeldir. Fakat öğretmen adaylarının pedagojik yaklaşımlarının özellikle modelleme etkinlikleri sırasında incelenmesinin önemli bir fark yaratıp yaratmadığının yeni çalışmalarda daha detaylı olarak araştırılması gerekmektedir.

Sonuç olarak, bu çalışmanın bulguları, bir taraftan öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına yönelik müdahale yöntemlerini sınıflandırırken, diğer taraftan öğretmen adaylarının bu konudaki pedagojik yeterliliklerinin zayıflığına dikkat çekmektedir. Öğretmen adaylarının bu konuda pedagojik yeterliliklerinin eksik olmasının en temel nedenlerinden biri olarak öğrencilerin aldıkları dersler kapsamında teorik ve özellikle de uygulamaya yönelik yeterli deneyimlerinin olmaması gösterilebilir. Doerr (2007), Son ve Sinclair (2010), Son'un (2013) vurguladığı gibi, öğretmen adaylarına öğrenci düşüncelerini anlayabilecekleri, hatalarını inceleyebilecekleri, yorumlayabilecekleri ve bir öğretmen olarak bunlara cevap verebilecekleri öğrenme ortamı sağlanması öğretmen adaylarının matematik öğretimi bilgilerinin gelişimi açısından önemlidir. Özellikle, matematiksel modelleme ile matematik öğretiminde, öğretmenin öğrencilerin çözümlerini doğru veya yanlış olarak değerlendirmeden, öğrencilerin kendi çözümlerini yorumlayabilecekleri ve değerlendirebilecekleri ortamlar yaratabilecek pedagojik donanıma sahip olması gereklidir (bk. Blum ve Borromeo Ferri, 2009; Borromeo Ferri, 2013; Doerr, 2007; Lingefjard ve Meier, 2010). Öğretmenlerin öğrenciye çözümünü savunucu/gerekçelendirici "Neden böyle düşünüyorsunuz? Bu sonuca nasıl ulaştınız? Nasıl çözdünüz, açıklar mısınız?" şeklinde sorular sorması öğrencilerin problem durumu hakkında daha fazla düşünmelerini teşvik edecek ve gerekirse çözümlerini yeniden organize etmelerini sağlayacaktır (Martino ve Maher, 1999). Bu sebeple öğretmen adaylarının öğretmenlik mesleğine başlamadan önce bu pedagojik donanımları kazanabilmesi için, bu çalışma matematik eğitimcilerine öğretmen adaylarının hizmet öncesi eğitimleri sürecinde matematik eğitimi derslerinde öğrenci düşünme şekillerini incelemesine ve öğrenci hatalarına cevap vermesine yönelik çalışmalara yer vermesini önermektedir.

Bu çalışmada yer alan öğretmen adaylarının farklı sınıf seviyelerinde olmaları, bu çalışmanın bir sınırlılığı olarak düşünülebilir. Ancak çalışmanın bulguları öğretmen adaylarının sınıf seviyelerine bağlı olarak aldıkları pedagojik temelli dersler ve sergiledikleri yaklaşımlar arasında doğrusal bir ilişkinin varlığından söz edilemeyeceği hakkında ipuçları vermektedir. Bu nedenle, öğretmen adaylarının daha fazla pedagojik temelli ders alması onların öğrenci hatalarını daha iyi yorumlayabilmesi ve sorgulayıcı bir yaklaşım gösterebilmesi ile doğrudan ilişkili olmayabilir. Bu ilişki yapılacak yeni çalışmalarda detaylı olarak araştırılabilir. Diğer taraftan, öğretmen adaylarının gerçek sınıf ortamı dışında, öğrencileri bire bir gözlemeden ve/veya onlarla konuşmadan çözümleri üzerinden öğrencilerin hatalarına nasıl cevap vereceklerini düşünmeleri bu çalışmanın diğer temel sınırlılığıdır. Chick ve Baker'ın (2005) benzer bir yöntem kullanarak öğretmenlerle yapmış olduğu çalışmasında da vurguladığı gibi, bu çalışma da öğretmen adaylarının ortaya koyduğu bu müdahale yöntemlerinin gerçek sınıf uygulamalarında birebir aynı olacağına yönelik kesin bir kanıt sunamaz. Ancak, bu çalışmanın bulguları, öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına müdahale yöntemlerine yönelik pedagojik alan bilgileri hakkında matematik (öğretmen) eğitimcilerine bir öngörü oluşturarak öğretmen adaylarının bu bilgilerini geliştirmeye yönelik uygun eğitim ortamı tasarımlarına yardımcı olacaktır.

NOT: Bu makaleye konu olan çalışma Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) tarafından 110K250 nolu araştırma projesi kapsamında desteklenmiştir. Bu makalede öne sürülen görüşler yazarlara ait olup, TÜBİTAK'ın görüşlerini yansıtmamaktadır. Ayhan Kürşat ERBAŞ, Türkiye Bilimler Akademisi Üstün Başarılı Genç Bilim İnsanlarını Ödüllendirme Programı (GEBİP) tarafından desteklenmektedir (A.K.E./TÜBA-GEBİP/2012-11).

KAYNAKÇA

- An, S., & Wu, Z. (2012). Enhancing mathematics teachers' knowledge of students' thinking from assessing and analyzing misconceptions in homework. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10(3), 717-753.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.
- Borromeo Ferri, R. (2013) Mathematical modeling—The teacher's responsibility. In B. Dickman & A. Sanfratello (Eds.), *Proceedings of conference on mathematical modeling* (pp. 26-32). New York, NY: Teachers College, Columbia University.
- Borromeo Ferri, R., & Blum, W. (2011). Are integrated thinkers better able to intervene adaptively? A case study in a mathematical modeling environment. In M. Pytlak, T. Rowland, & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 927-936). Rzesow, Poland: CERME.
- Cabana, C., Cooper, J., Dietiker, L., Douglas, L., Gulick, D., Simon, S., & Thomas, E. (2000). *College preparatory mathematics 5: Calculus*. Sacramento, CA: CPM Educational Program.
- Campbell, J. L., Quincy, C., Osserman, J., & Pedersen, O. K. (2013). Coding in-depth semistructured interviews problems of unitization and intercoder reliability and agreement. *Sociological Methods & Research*, 42, 294-320.
- Carlson, M., Larsen, S., & Lesh, R. (2003). Integrating a models and modeling perspective with existing research and practice. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modelling perspective on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 465-478). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L., Chiang, C. P., & Loef, M. (1989). Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: An experimental study. *American Educational Research Journal*, 26(4), 499-531.
- Chick, H. L., & Baker, M. K. (2005). Investigating teachers' responses to student misconceptions. In H. L. Chick, & J. L. Vincent (Eds), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 249-256). Melbourne, Australia: PME.
- Doerr, H. M. (2006). Examining the tasks of teaching when using students' mathematical thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 62(1), 3-24.
- Doerr, H. M. (2007). What knowledge do teachers need for teaching mathematics through applications and modelling? In W. Blum, P. Galbraith, H. W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: the 14th ICMI study* (pp. 69-78). New York, NY: Springer.
- Doerr, H. M., & English, L. D. (2006). Middle grade teachers' learning through students' engagement with modeling tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(1), 5-32.
- Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Alacacı, C., Çakıroğlu, E., Aydoğan Yenmez, A., Şen Zeytun, A., Korkmaz, H., Kertil, M., Didiş, M. G., Baş, S., & Şahin, Z. (2016). *Lise matematik konuları için günlük hayattan modelleme soruları*. Ankara: Türkiye Bilimler Akademisi.
- Galbraith, P. (2011). Models of modelling: Is there a first among equals?. In J. Clark, B. Kissane, J. Mousley, T. Spencer, & S. Thornton (Eds.), *Mathematics: Traditions and [new] practices (Proceedings of the 34th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia and the Australian Association of Mathematics Teachers)* (Vol.1, pp. 279-287). Adelaide, Australia: AAMT and MERGA.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York, NY: Teachers College Press.
- Haines, C., & Crouch, R. (2007). Mathematical modeling and applications: Ability and competence frameworks. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: the 14th ICMI study* (pp. 417-424). New York, NY: Springer.
- Intermath (n.d.). *Bouncing ball*. Retrieved from <http://intermath.coe.uga.edu/topics/nmcnccept/ratios/r16.htm>
- Leiß, D., & Wiegand, B. (2005). A classification of teacher interventions in mathematics teaching. *ZDM-Mathematics Education*, 37(3), 240-245.
- Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 3-33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

- Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. In R. Lesh & A. Kelly (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 591–645). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lingefj ard, T., & Meier, S. (2010). Teachers as managers of the modelling process. *Mathematics Education Research Journal*, 22(2), 92–107.
- Martino, A. M., & Maher, C. A. (1999). Teacher questioning to promote justification and generalization in mathematics: What research practice has taught us. *The Journal of Mathematical Behavior*, 18(1), 53–78.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Santagata, R., & Yeh, C. (2014). Learning to teach mathematics and to analyze teaching effectiveness: Evidence from a video-and practice-based approach. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 17(6), 491–514.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Smith, M. S. (2001). *Practice-based professional development for teachers of mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Son, J. W. (2013). How preservice teachers interpret and respond to student errors: Ratio and proportion in similar rectangles. *Educational Studies in Mathematics*, 84(1), 49–70.
- Son, J. W., & Sinclair, N. (2010). How preservice teachers interpret and respond to student geometric errors. *School Science and Mathematics*, 110(1), 31–46.
- Swetz, F., & Hartzler, J. S. (1991). *Mathematical modeling in the secondary school curriculum: A resource guide of classroom exercises*. Reston, VA: NCTM.
- Talim ve Terbiye Kurulu [TTKB] (2011). *Orta retim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar)  retim programı ve kılavuzu*. Ankara, Türkiye: Devlet Kitapları M d rl g .
- Talim ve Terbiye Kurulu [TTKB] (2013). *Orta retim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar)  retim programı ve kılavuzu*. Ankara, Türkiye: Devlet Kitapları M d rl g .
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2006). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Wilson, P. H., Lee, H. S., & Hollebrands, K. F. (2011). Understanding prospective mathematics teachers' processes for making sense of students' work with technology. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(1), 39–64.
- Zawojewski, J. S., & Lesh, R. (2003). A models and modelling perspective on problem solving. In R. A. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 317–336). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Zawojewski, J. S., Lesh, R., & English, L. (2003). A models and modeling perspective on the role of small group learning activities. In R. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspective on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 337–358). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Ek. Çalışmada Kullanılan Modelleme Etkinlikleri

Modelleme Etkinliği	Sorunun Bağlamı	İlgili Konu/ Kavramlar
Caddede Park Yeri (Swetz ve Hartzler, 1991, s. 71'den uyarlanmıştır.)	Evlerin önünde bulunan iki yönlü bir yolun 150 metrelik kısmına araba park yeri tasarlanmak isteniyor. Yolun toplam genişliği, şerit çizgisi dahil park alanının genişliği ve güvenli park alanının boyutları verilmektedir. Aynı zamanda park yeri tasarımı için bazı temel şartlar verilmekte ve verilen bu şartlar altında yolun bu 150 metrelik kısmına yola taşmamak şartıyla en fazla sayıda araç park edilebilmek için bir park yeri tasarlanması istenmektedir.	Trigonometri, trigonometrik ilişkiler, geometri (üçgenler)
Zıplayan Top (Intermath, n.d.'den uyarlanmıştır.)	Çeşitli spor dallarında kullanılmak üzere top imal eden bir firmanın ARGE birimi çalışanları, esnekliğini test etmek için yeni geliştirdikleri bir topu, 52 metre yüksekliğindeki bir binanın çatısından aşağı doğru bırakıyor. Binanın bir katında gözlem yapan bir görevli topun yerden 15 metre olarak belirlenen gözlem seviyesinden 17 kez geçtiğini rapor ediyor. Soruda, topun düz bir zemine çarparak her zıplayışta bir önceki yüksekliğinin belli ve sabit bir oranına ulaştığı varsayılarak test edilen topun zıplama oranının bulunması istenmektedir.	Üstel ifadeler, üstel fonksiyonlar, üstel denklem ve eşitsizlikler
Lunapark Treni (Cabana vd., 2000, s. 162'den uyarlanmıştır.)	Yeni kurulacak bir eğlence parkında yer alması düşünülen bir lunapark treni için parkur tasarlanmak isteniyor. Bu parkurun sadece inişleri ve çıkışları olan, virajı olmayan, başlangıç noktasının yüksekliği 6 metre ve bitiş yüksekliği 9 metre olan 100 metrelik bir bölümünün mesafeye göre yüksekliği tasarlanacaktır. Tasarımda beklenen temel kriter; güvenlik için parkurun herhangi bir yerinde eğimin mutlak değerinin 5,67'den fazla olmaması ancak parkurun aynı zamanda heyecan yaratmasıdır.	Eğim, türev, fonksiyon grafikleri, eğri analizi
Su Deposu (Carlson, Larsen ve Lesh, 2003'den uyarlanmıştır.)	Farklı geometrik şekle sahip dört su deposu verilerek bu depoların her biri için, depolar doldurulurken depoda biriken suyun hacmine bağlı olarak su yüksekliğini gösteren yaklaşık bir grafik çizilmesi istenmektedir. Aynı zamanda bu grafiklerin çiziminden hareketle herhangi bir şekle sahip bir su deposu doldurulurken de depodaki su miktarına bağlı olarak suyun yüksekliğini gösteren grafiğin nasıl çizileceğini açıklayan bir yönerge hazırlanması istenmektedir.	Fonksiyon grafikleri, değişim oranı, türev