



Article Info/Makale Bilgisi

✓Received/Geliş:05.05.2022 ✓Accepted/Kabul:23.06.2022

DOI:10.30794/pausbed.1112894

Research Article/Araştırma Makalesi

Moral, M. (2022). "Siyaset Biliminde Etkileşimli Modeller Üzerine", *Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 2022 Sayı 51: Özel sayı 1, Denizli, ss. Ö111-Ö128.

SİYASET BİLİMİNDE ETKİLEŞİMLİ MODELLER ÜZERİNE

Mert MORAL*

Öz

Etkileşimli modeller, sosyal bilimler alanında sayıları özellikle son yıllarda hızla artan çalışmada öne sürülen koşullu kuramsal beklenti ve önermelerin nicel yöntemlerle tahlil edilmesinde kullanılmaktadır. Ancak etkileşimli doğrusal ve doğrusal-olmayan modellerin kullanıldığı çalışmaların birçoğunda kurucu bağımsız değişkenlerinin koşulsuz, koşullu ve marjinal etkilerinin hesaplanması ve yorumlanması hatalı ya da eksik yapılmaktadır. Çalışmamızda etkileşimli modellere dair siyaset metodolojisi alanındaki çalışmalarda dikkat çekilen hususlar ve önerilen yöntem ve tanı araçlarının detaylı bir incelemesi yapılmaktadır. Çok sayıda kuramsal ve kurgusal örnek yardımıyla, etkileşimli doğrusal ve doğrusal-olmayan modeller için önerilen bu yöntemlerin uygulanmasında dikkat edilmesi gereken noktaların altı çizilmekte ve bu noktalar çalışmanın sonuç bölümünde özetlenmektedir. Bu sayede ülkemizde gelecekte yapılacak çalışmalarda koşullu kuramsal beklentilerin öne sürülmesinde ve bunların nicel yöntemlerle tahlil edilmesi ve yorumlanmasında ortaya çıkabilecek olası hataların önüne geçilmesi amaçlanmaktadır.

Anahtar Kelimeler: *Koşullu önermeler, Etkileşimli doğrusal modeller, Etkileşimli doğrusal-olmayan modeller, Siyaset bilimi metodolojisi, Nicel yöntemler.*

ON INTERACTIVE MODELS IN POLITICAL SCIENCE RESEARCH

Abstract

Interactive models have been increasingly used in social science research to empirically assess conditional theoretical expectations and hypotheses. However, the direct, indirect, and marginal effects of the constitutive terms in interactive linear and non-linear models are often erroneously calculated and interpreted. This study examines the contemporary political methodology literature pointing to various sources of such errors and presenting diagnostic tools and alternative methods for calculating marginal effects. The proposed methods and tools are then examined with the help of several applied and hypothetical examples, and the essential takeaways are summarized in the concluding section. Consequently, this study aims to help Turkish scholars avoid similar errors in positing conditional expectations, testing those using quantitative methods, and interpreting their findings.

Keywords: *Conditional hypotheses, Interactive linear models, Interactive non-linear models, Political methodology, Quantitative methods.*

* Dr. Öğr. Üyesi, Sabancı Üniversitesi Sanat ve Sosyal Bilimler Fakültesi, İSTANBUL.
e-posta:mmoral@sabanciuniv.edu. <https://orcid.org/0000-0001-6674-3198>.

1. GİRİŞ

Nicel yöntemlerden faydalanan birçok sosyal bilimler çalışmasında bir bağımsız değişkenin bir bağımlı değişkene etkisinin ancak başka bir koşulun (ya da koşulların) mevcudiyeti (i.e., diğer bağımsız değişken(ler)in gözlemlenmesi ya da belirli değerler alması) halinde gözlemlenebileceği öne sürülmektedir. Siyaset bilimi yazınında uzun yıllardır bu tip koşullu önermelerin tahlilinde kullanılmalarına (örn. Wright, 1976; Friedrich, 1982) ve bu modellere yer verilen nicel çalışmaların sayısı özellikle son yıllarda hızlı bir artış göstermiş olmasına rağmen, etkileşimli modeller sıklıkla hatalı ya da eksik tahmin edilmekte veya yorumlanmaktadır.

Etkileşimli doğrusal (linear) modellere dair ünlü çalışmalarında, siyaset bilimi alanında en önde gelen üç dergide (*American Journal of Political Science* [AJPS], *American Political Science Review* [APSR] ve *Journal of Politics*) 1998-2002 yılları arasında yayımlanan tüm çalışmaları inceleyen Brambor vd. (2006), bu çalışmaların 156'sında etkileşimli modellere¹ yer verildiğini, 49'unda ise ilgili çarpımlı etkileşimlerin (multiplicative interaction) kurucu terimlerinden² (constitutive term/variable) en az birinin model eşitliğinde yer almadığını ifade etmektedir. Kurucu değişkenlerin bağımlı değişkenlere marjinal etkilerine³ dair önermelerde bulunan toplam 101 çalışmanın 63'ünde ilgili bağımsız değişkenin doğrudan (direct) ve dolaylı (indirect) etkilerinden yalnız dolaylı (koşullu) olanı yorumlanmaktadır. Brambor vd. (2006: 77), inceledikleri çalışmaların yalnız 86'sında doğrudan ve dolaylı etkilerin toplamının bir fonksiyonu olan marjinal etkilerin koşullandırıcı değişken(ler)in örneklem içerisindedir. Aldıkları farklı değerler için hesaplandığını, ancak bunların dahi yarısından fazlasında marjinal etkilerin ne ölçüde belirsiz olduğunu (uncertainty) raporlanmadığını öne sürmektedirler.

Web of Science'a göre siyaset bilimi alanında en yüksek etki faktörüne sahip dergide yayımlanmış ve Google Scholar'a göre 12 Şubat 2022 itibarıyla 6184 referans almış bir makalenin yayımlanmasının ardından bu çalışmada dikkat çekilen hatalı uygulamaların ortadan kalkması beklenir.⁴ Ancak daha yakın tarihli bir başka çalışmada Hainmueller vd. (2019), marjinal etkilerin tahmin edilmesi ve yorumlanmasında hem Brambor vd.'nin hem de kendilerinin altını çizdiği eksik ya da hatalı uygulamaların devam ettiğini ortaya koymuşlardır. Yazarlar, Brambor vd.'nin taradığı üç dergiye ek olarak uluslararası ilişkiler ve karşılaştırmalı siyaset alanlarının en önde gelen dergilerini (*International Organization* ve *Comparative Political Studies*) de içeren kaynak taramalarında etkileşimli modellerin kullanıldığı 550 civarında çalışmaya ulaşmışlardır. AJPS ve APSR'de yayımlanan ve yineleme verilerine ulaşabildikleri toplam 22 çalışmayı üçüncü bölümde incelediğimiz tanı aracını kullanarak yineleyen Hainmueller vd. (2019: 184), bunlarda yer alan 41 kurucu değişkenin ancak dördünün marjinal etkilerinin doğru biçimde yorumlandığını göstermişlerdir.

Bağımlı değişkenlerin kesikli (discrete) olduğu durumlarda başvurulan, doğrusal-olmayan (interactive non-linear) modeller üzerine kaleme aldıkları makalelerinde Hanmer ve Kalkan (2013: 264) da benzer bir kaynak taraması yapmışlardır. Brambor vd.'nin incelediği üç dergide yalnız 2006 yılında yayımlanan çalışmaları tarayan yazarlar, doğrusal-olmayan modellere yer verilen çalışmaların %68'inde Brambor vd.'nin önerdiği ve kendilerinin "ortalama vaka" (average case) yaklaşımı olarak adlandırdıkları yöntemin kullanıldığını, bunların ancak yalnız %1'inde bağımsız değişkenlerin ilgili bağımlı değişkene etkilerinin model eşitliklerindeki bağımsız değişkenlerin gözlemlenen değerlerine dayanarak hesaplandığını ortaya koymuşlardır.

Çok yakın tarihli bir başka çalışmada ise Zhirnov vd. (2022), yine aynı üç dergide 2006-2020 yılları arasında yayımlanmış tüm makaleleri taramış; inceledikleri toplam 899 çalışmanın 408'inde (%45,4) çarpımlı etkileşimli modellere yer verildiğini raporlamışlardır. Bu çalışmaların Temmuz 2016 ve Şubat 2020 arasında yayımlanan daha yakın tarihli 205'inin 94'ünde (%45,9) en az bir çarpımlı etkileşim yer almaktadır. Brambor vd. (2006) ve Hainmueller vd.'nin (2019) incelediği etkileşimli doğrusal modellerse incelenen çalışmaların oldukça küçük bir

¹ Model eşitliklerinde bir ya da birden çok çarpımlı ($X_1 \times X_2$) ya da bölümlü ($X_1 \times X_2^{-1}$) etkileşimin yer aldığı doğrusal ya da doğrusal-olmayan modeller, *etkileşimli* olarak adlandırılmaktadır.

² *Kurucu terimler* ya da *değişkenler*, çarpımlı (ya da bölümlü) etkileşimleri oluşturan bağımsız değişkenlerdir (örn. X_1, X_2) Bunlar genellikle iki ya da daha çok sayıda farklı değişken olurken, çarpımlı etkileşimlerin tek bir değişkenin kendisiyle çarpım(lar)ından (örn. X_1^2, X_1^3) mütevellit olması durumunda (değişkenin karesi ya da küpü de model eşitliğinde yer aldığı takdirde) tek bir kurucu terim de mevcut olabilmektedir.

³ *Marjinal etki*, bir bağımsız (açıklayıcı) değişkenin değişmesiyle bağımlı (açıklanan) değişkende ortaya çıkan değişikliklerdir. Aşağıda daha detaylı açıklandığı üzere, model eşitliğinde yer alan çarpımlı etkileşim(ler) sebebiyle etkileşimli modellerde bağımsız değişkenin (değişiminin) bağımlı değişkene (değişimine) etkisi, başka bir (koşullandırıcı) değişken tarafından da koşullandırıldığından marjinal etki diğer koşullandırıcı değişkenin aldığı değerlere koşullu hale gelmektedir.

⁴ Aynı tarihte Google Scholar üzerinden yaptığımız bir arama, DergiPark üzerinden erişilebilen siyaset bilimi alanındaki çalışmalar arasında Brambor vd.'nin (2006) makalesine atıf yapan yalnız bir makale olduğunu göstermektedir (Bilecen, 2016). Ülkemizde yazılmış az sayıda yüksek lisans ve doktora tezi ile Türk siyaset bilimcilerin uluslararası dergilerde yayımladıkları İngilizce çalışmalarında da (örn. Kentmen-Çin, 2015; Kemahloğlu ve Sayarı, 2017; Yıldırım, 2020) Brambor vd.'nin (2006) çalışması kaynak gösterilerek, marjinal etkiler yazarların önerdiği biçimde hesaplanmakta ve yorumlanmaktadır.

bölümünde kullanılmaktadır.⁵ 2006-2020 yılları arasında yayımlanan toplam 756 çalışmada yer verilen doğrusal-olmayan modellerinse yarıya yakınında öne sürülen koşullu önermeleri tahlil etmek amacıyla, etkileşimli model eşitliklerinde çarpımlı etkileşimlere yer verilmektedir. Bu 351 çalışmanın 94'ünde marjinal etkiler, Brambor vd.nin önerdiği şekilde hesaplanmakta ve görselleştirilmeyken; Hanmer ve Kalkan'ın (2013) getirdiği önemli eleştirilere rağmen, birçoğunda marjinal etkiler 'ortalama vaka' yaklaşımıyla hesaplanmakta ve yorumlanmaktadır.

Bu dört makalede yazarların vardıkları ana sonuçlar şunlardır: Nicel yöntemler kullanan çalışmaların birçoğunda koşullu kuramsal beklentiler öne sürülmekte ve bunları tahlil ederken etkileşimli modellerden faydalanılmaktadır; geçtiğimiz on beş yılda bu tip çalışmaların sayısı hızla artmış olmasına rağmen, etkileşimli modellerin tahmin edilmesi ve yorumlanmasında dikkat edilmesi gereken hususların altını çizen ve bu amaçla kullanılabilir çeşitli yöntem ve tanı araçları geliştiren siyaset metodolojisi çalışmaları, siyaset bilimciler tarafından aynı ölçüde dikkate alınmamakta ya da yeterince anlaşılmamaktadır. Çalışmamızın amacı, etkileşimli doğrusal ve doğrusal-olmayan modellerin tahmin edilmesi ve yorumlanmasına dair siyaset metodolojisi alanındaki gelişmelerin detaylı bir incelemesini sunarak, ülkemizde gelecekte yapılacak nicel çalışmalarda koşullu kuramsal beklenti ve önermelerin öne sürülmesinde ve bunların nicel yöntemlerle tahlilinde ortaya çıkabilecek olası hataların önüne geçebilmektir. Bu amaçlar doğrultusunda bir sonraki bölümde koşullu önermeler ve çarpımlı etkileşimler açıklanmaktadır. Ardından etkileşimli modellerin tahmin edilmesi ve yorumlanmasında dikkat edilmesi gereken çeşitli hususlar, doğrusal ve doğrusal-olmayan modellere dair örnekler ve bu alanlardaki önde gelen çalışmalara referansla açıklanmaktadır. Bu hususlar, sonuç bölümünde özetlenmektedir.⁶

2. KOŞULLU ÖNERMELER VE ÇARPIMLI ETKİLEŞİMLER

Bir önceki bölümde yer verdiğimiz kaynak taramalarının da göstereceği üzere, sosyal bilimlerde kuramsal beklentiler nadiren tek bir bağımsız değişkenin bir bağımlı değişkene doğrudan etkisine dair olup, sıklıkla bu etkinin başka bir değişken (ya da değişkenler) tarafından koşullandırıldığı öne sürülmektedir. Örneğin, X değişkeninin değeri yüksekse Y değişkeninin değeri yüksektir biçiminde; X 'in Y 'ye doğrudan etkisinin (β_X) istatistiki olarak anlamlı ve pozitif olup olmadığının ($\beta_X > 0$) tahlil edilmesini gerektirecek koşulsuz bir kuramsal beklenti ve ilgili önerme, Y 'nin X ve (Z dahil) diğer bağımsız değişkenlerin toplamı bir fonksiyonu olarak modellenmesini gerektirecektir. Öte yandan, X 'in Y 'ye hem doğrudan hem de Z 'nin aldığı değerlere göre koşullu (β_{XZ}) bir etkisi olduğuna dair hipotezin tahlili, etkileşimli bir (ampirik) model tahmin etmeyi gerektirmektedir.

Koşullu önermeler farklı biçimlerde öne sürülebilir. Bir sonraki bölümde yer verdiğimiz örnekte inceleyeceğimiz " X değişkeninin değeri yüksekse (düşükse) ve Z koşulu gözlemleniyorsa Y değişkeninin değeri yüksektir (düşüktür)" bunlardan en sık kullanılanıdır. "Duverger'nin hipotezi" olarak da adlandırılan, toplumsal heterojenliğin parti sayısını yalnız nispi temsil sistemine sahip ülkelerde arttırdığı yönündeki önerme (Clark ve Golder, 2006: 704), bu tip koşullu önermeler için oldukça iyi bir örnek teşkil etmektedir. Clark ve Golder'ın etnik bölünme endeksi aracılığıyla ölçtükleri (2006: 696) toplumsal heterojenlik bu örnekteki sürekli X değişkenini oluştururken, Z değişkeni nispi temsil sistemine sahip ülkeler (parti sistemleri) için 1, bu durumun gözlemlenmediği (çoğunlukçu ya da karışık (mixed) seçim sistemlerine sahip) ülkeler içinse 0 değerini almaktadır.

Bir sonraki bölümdeki ikinci örneğimizdekine benzer, iki sürekli değişkenin kurucu terimlerini oluşturduğu çarpımlı etkileşimlere yer verilen çalışmalarda, " X 'in Y 'ye etkisi, ancak Z 'nin düşük/yüksek değerleri için pozitif/negatiftir" biçiminde öne sürülen koşullu hipotezler daha sık karşımıza çıkmaktadır.⁷ Bu tip koşullu önermelere yine aynı yazından bir örnek vermek gerekirse; Brambor vd.nin (2006: 75) makalelerinde tahlil ettikleri koşullu önerme, başkanlık seçimleri ve genel seçimlerin yakınlığının parlamentoda temsil edilen parti sayısına negatif etkisinin başkanlık seçimlerinde yarışan aday sayısı tarafından koşullandırıldığıdır. Daha evvel Amorim Neto ve Cox'un (1997) öne sürdüğü bu koşullu kuramsal beklentiye dair hipotez ise başkanlık ve genel

⁵ Bunun en önemli sebebi, sosyal bilimler alanındaki birçok kavramın nadiren sürekli ölçütler yoluyla ölçülebilmesi ve bu amaçla çoğunlukla kısıtlı sayıda değerler alan kesikli bağımlı değişkenler kullanılmasıdır.

⁶ Çalışmamızın yineleme verileri ve okuyucuların kendi çalışmalarına uyarlayabileceği yineleme kodlarına Harvard Dataverse (<https://doi.org/10.7910/DVN/KNVKDA>) üzerinden erişilebilir.

⁷ Çalışmamızda yalnız iki terimli çarpımlı etkileşim örnekleri incelenmekteyken, üç (ya da daha çok) kurucu değişkenin çarpımlı etkileşimleri de modellenmektedir. Bu durumda hem ilgili değişkenin bağımlı değişkene marjinal etkisi ikinci bir kurucu değişken tarafından koşullandırılacak, hem de bu sebeple marjinal etkinin ve bu etkinin standart hatasının hesaplanmasında her üç kurucu değişkenin kovaryansları dikkate alınmak durumunda olacaktır. Örneğin, Brambor vd., parti sayısının bağımlı değişken olduğu bir başka çalışmalarında (2007: 316) etnik grupların coğrafi yoğunluğu, seçim bölgelerinin ortalama temsilci sayısı ve toplumsal heterojenliğin üçlü etkileşimine yer vermektedir. İlgili doğrusal modelin eşitliğinde de bu üç kurucu değişkenin dışında, bunların tüm ikili ve üçlü çarpımlı etkileşimleri yer almaktadır. Dolayısıyla, coğrafi yoğunluğun parti sayısına marjinal etkisi, bu değişkenin doğrudan etkisinin yanında ortalama temsilci sayısı tarafından, toplumsal heterojenlik tarafından ve bunların her ikisi tarafından koşullandırılan etkilerinin bir fonksiyonudur.

seçimlerin yakınlığının efektif parti sayısını ancak başkanlık seçiminde yarışan adayların (ittifakların) sayısının düşük olması halinde azaltacağıdır. Bu örnekte, marjinal etkisi hesaplanan bağımsız değişken, başkanlık ve genel seçimler arasındaki yakınlıkken (X), koşullandırıcı değişken başkanlık seçimlerinde yarışan (efektif) aday sayısıdır (Z). Yazarların bu hipotezi test etmek amacıyla tahmin ettikleri etkileşimli doğrusal modelde X 'in Y 'ye doğrudan etkisi, β_X ; Z tarafından koşullandırılan dolaylı etkisi, β_{XZ} ; marjinal etkisi ise $\beta_X + \beta_{XZ}Z$ 'dir.

Yukarıdaki kurgusal ve kuramsal örneklere benzer koşullu önermelerde bulunulması ve bunların tahlil edilmesi ve yorumlanmasında dikkat edilmesi gereken ve sonraki bölümlerde detaylıca inceleyeceğimiz beş temel husus bulunmaktadır:

1. Koşullu önermeler, yalnız X 'in Y 'ye doğrudan etkisini değil, Z 'nin X ve Y arasındaki ilişkiye etkisini (bir başka ifadeyle, X 'in Y 'ye Z tarafından koşullandırılan, dolaylı etkisini) de ya da bunların her ikisini de içerecek şekilde yapılmalıdır.
2. Koşullu önermeler, bağımlı değişkenin dağılımına göre belirlenecek etkileşimli doğrusal ya da doğrusal-olmayan modeller kullanılarak tahlil edilmelidir.
3. Doğrudan, dolaylı ve marjinal etkileri tahmin edebilmek için etkileşimli model eşitlikleri, tüm kurucu terimleri ve bunların tüm çarpımlı etkileşimlerini (örn. X , Z ve XZ) içermelidir.
4. Kuramsal beklenti eğer yalnız dolaylı etkiye dairesel β_{XZ} , eğer marjinal etkiye dairesel $\beta_X + \beta_{XZ}Z$ (veya Y 'nin tahmin edilen değerleri) Z 'nin örneklem içerisinde aldığı değerler dikkate alınarak hesaplanmalı, bu istatistikler bir grafik (ya da tablo) yardımıyla özetlenmeli ve koşullu olarak yorumlanmalıdır.
5. Bu grafiklerde ya da tablolarda ilgili doğrudan, dolaylı ve marjinal etkilerin ne ölçüde belirsiz oldukları (i.e., güven aralıkları) raporlanmalı ve hesaplanan etkilerin hem istatistiki hem de esasları itibarıyla anlamlı olup olmadıkları dikkatli bir biçimde yorumlanmalıdır.

3. ETKİLEŞİMLİ DOĞRUSAL MODELLER

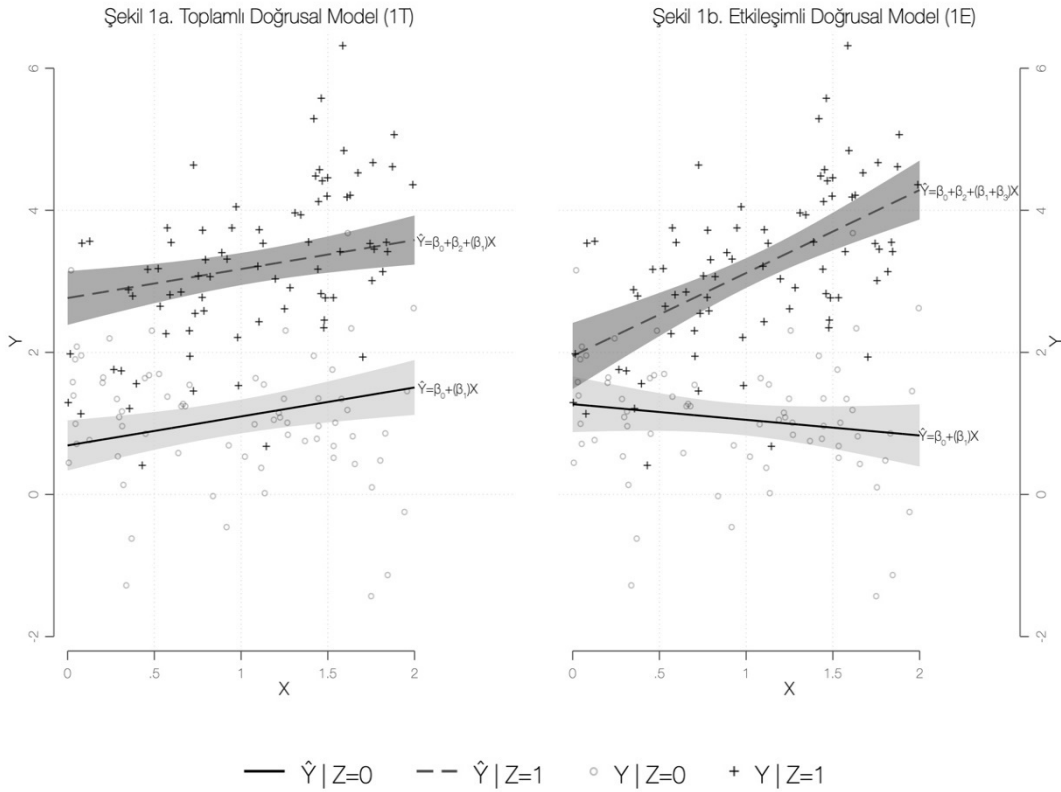
Bu bölümde yukarıda saydığımız hususlar, " X değişkeninin değeri yüksekse ve Z koşulu gözlemleniyorsa Y değişkeninin değeri yüksektir" önermesini tahlil etmemize izin verecek bir etkileşimli doğrusal model örneği üzerinden incelenecektir. Şekil1'de veri üretim sürecinin rastgele (random) türettiğimiz sürekli X değişkeni ve iki-değerli (binary) Z değişkeni ile standart normal dağılan hataların doğrusal bir fonksiyonu olduğunu varsaydığımız Y değişkeni ile Y 'nin toplamı ve etkileşimli doğrusal modeller kullanarak tahmin ettiğimiz (\hat{Y}) değerleri görselleştirilmektedir.⁸

Şekil1a'da herhangi bir çarpımlı etkileşimli terim içermeyen, toplamı $\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1X + \beta_2Z$ eşitliğinden tahmin ettiğimiz değerler, Şekil1b'deyse bu iki kurucu terime ilaveten bunların çarpımlı etkileşimini de içeren $\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1X + \beta_2Z + \beta_3XZ$ eşitliğinden tahmin ettiğimiz \hat{Y} değerleri görülecektir. Her iki grafikte de β_0 regresyon sabiti (intercept), X ve Z 'nin 0 değerini aldığı durumda \hat{Y} 'nin beklenen değerini; β_1 katsayısı (slope coefficient), X 'in Y 'ye (Z tarafından koşullandırılmayan) doğrudan etkisini; β_2 katsayısı, Z gözlemlendiğinde (1 değeri aldığı anda) ortaya çıkan diferansiyel sabiti (differential intercept) göstermektedir. Yalnız Şekil1b'deki model eşitliğinde yer alan β_3 ise X ile Z 'nin çarpımlı etkileşimlerinin katsayısı olup, X 'in Y 'ye Z tarafından koşullandırılan ve Z 'nin Y 'ye X tarafından koşullandırılan (dolaylı) etkilerini, bir başka ifadeyle diferansiyel eğimi (differential slope) göstermektedir. Bu sebeple, Şekil1a'daki toplamı modelde Y 'nin Z 'nin gözlemlendiği ($Z=1$) ve gözlemlenmediği ($Z=0$) durumlar için tahmin edilen değerlerin oluşturduğu çizgiler birbirlerine paralelken, Şekil1b'deki etkileşimli modelde bunlar birbirlerinden farklı eğimlere sahiptir.

Toplamı ve etkileşimli doğrusal modellerden hangisinin eldeki veriye uyumunun daha yüksek olduğunu belirlemek oldukça kolaydır. Nitekim, tahmin ettiğimiz her iki model de aynı örnekleme kullandığından etkileşimli model eşitliğindeki ilave değişkenin (XZ) Y 'nin toplamı model ile açıklanamayan varyansını (artık kareler toplamı) istatistiki açıdan anlamlı bir biçimde azaltıp azaltmadığı, bir F testi ile tahlil edilebilecektir [($F(1, 146)=27.34, p<0.001$]. Artık serbestlik derecesini düşürmesine rağmen, eğer bu ilave değişkeni içeren etkileşimli model açıklanamayan varyansı %95 güven seviyesinde anlamlı ölçüde azaltıyorsa, nicel analizlerde etkileşimli modelin kullanılması gerektiği sonucuna varılacaktır.⁹

⁸ Sentetik veriler, $\beta_0=1, \beta_X=0, \beta_Z=1$ ve $\beta_{XZ}=1$ katsayıları kullanılarak türetilmiştir.

⁹ Toplamı ve etkileşimli modellerden hangisinin seçileceğine dair kararın kuramsal beklentiler ışığında alınması daha uygun olacaktır. F -testin bu modeller arasında anlamlı bir fark göstermediği durumda, X 'in Y 'ye Z tarafından koşullandırılan etkisinin istatistiki olarak anlamlı olmadığı görülecektir. Bu da yalnız dolaylı etkiye dair bir kuramsal beklentinin ampirik olarak desteklenmediği anlamına gelmektedir.



Şekil 1: Toplamlı ve Etkileşimli Doğrusal Modeller

Şekil1b'de X 'in Y 'ye marjinal etkisi, Y 'nin X 'e göre (birinci mertebeden) türevinin alınmasıyla hesaplanmakta ve yukarıdaki eşitliğe göre $\beta_1 + \beta_3 Z$ 'e eşit olmaktadır. Aynı şekilde, Z 'nin Y 'ye marjinal etkisi de $\beta_2 + \beta_3 X$ 'dir. Grafikte Z 'nin Y 'ye marjinal etkisi, etkileşimli doğrusal modellere aşına olmayan okuyucuların gözüne ilk başta çarpımayabilir. Ancak Z değişkeni gözlemlenmediğinde (0 değerini aldığı) Y 'nin beklenen değerine dair tahminlerimizin yalnız X 'in doğrudan etkisini içerdiği, Z 'nin gözlemlendiği durumdaysa Y 'nin beklenen değerinin X 'in doğrudan ve Z tarafından koşullandırılan dolaylı etkileri ile Z 'nin Y 'ye doğrudan etkisini içerdiği dikkate alındığında, Şekil1b'deki iki eşitliğin ilk farkının (first difference) Z 'nin Y 'ye marjinal etkisine $(\beta_2 + \beta_3 X)$ eşit olduğu görülecektir.

Şekil1b'de dikkat çekmek istediğimiz önemli noktalardan ilki, Z 'nin gözlemlenmediği durumda X 'in Y 'ye doğrudan etkisinin grafikte negatif olarak görünmesinin okuyucuyu ilk bakışta yanıltarak, tip-2 hatalara sebebiyet verebilecek olmasıdır. Tablo1'de (Model.1E) raporlanan ve X 'in Y 'ye doğrudan etkisini gösteren regresyon katsayısı (β_X) ve bunun standart hatası dikkate alındığında, X 'in Y 'ye doğrudan etkisinin %95'lik güven seviyesinde 0'dan farklı olmadığı görülecektir ($p > .05$). Şekil1b ve Tablo1'den çıkarılabilecek diğer bir sonuç da X 'in Y 'ye marjinal etkisinin yalnız Z 'nin de gözlemlenmesi halinde beklenen yönde (pozitif) olduğudur $[(\beta_{XZ} + \beta_X) > 0 > \beta_X]$. Öte yandan, Z 'nin 1 değerini aldığı gözlemler için X 'in marjinal etkisi iki regresyon sabitinin toplamına $[\beta_Z + \beta_{XZ}(1)]$ eşit olacağından, X 'in Y 'ye *marjinal* etkisinin istatistiki olarak anlamlı olup olmadığı Tablo1'den anlaşılamamaktadır.

Tablo1: Toplamlı ve Etkileşimli Doğrusal Modeller

	Model.1T	Model.1E	Model.2	Model.3	Model.4
X	0.408***	-0.220	-0.220	1.168***	2.663***
	(0.143)	(0.179)	(0.174)	(0.201)	(0.560)
Z	2.075***	0.678**			
	(0.167)	(0.308)			
X x Z		1.388***			
		(0.265)			
Z ₂					0.072
					(0.695)
X x Z ₂					-1.093*
					(0.577)
Sabit	0.690***	1.271***	1.271***	1.949***	0.372
	(0.179)	(0.199)	(0.194)	(0.241)	(0.649)
N	150	150	71	79	150
R ²	0.543	0.615	0.023	0.305	0.192
* p<.1, ** p<.05, *** p<.01. İki-yanlı test. Standart hatalar parantez içerisinde gösterilmiştir.					

Altı çizilmesi gereken ikinci önemli nokta, bu tip tahmin edilen değerlerin görselleştirildiği grafiklerde yatay eksende yer alan sürekli değişkenlerin marjinal etkilerine dair çıkarımların da kolaylıkla yapılamayacağıdır. Zira, yukarıda da ifade edildiği üzere X'in Y'ye marjinal etkisi, (istatistiki olarak anlamlı olmayan) doğrudan (β_X) ve (istatistiki olarak anlamlı olan) dolaylı etkilerinin ($\beta_{XZ}Z$) toplamına eşittir. Bu etkinin boyutunu ve yönünü Tablo1'de yer alan regresyon katsayılarından kolayca hesaplamak mümkünken (-0.22+1.39), X'in marjinal etkisinin istatistiki olarak anlamlı olup olmadığı ayrıca hesaplanmalıdır.

Üçüncü nokta, sürekli X değişkeninin 'ortalama marjinal etkisinin'¹⁰ (average marginal effect) Z'nin örneklemdeki gözlemlerin yüzde kaçında gözlemlenip (%52,7) kaçında gözlemlenmediğine (%47,3) bağlı ve bu iki koşul için hesapladığımız marjinal etkilerin ağırlıklı ortalamasına eşit olmasıdır. Z değişkeni yalnız iki farklı değer alan bir değişken olduğundan, bu örnekte 'ortalama vaka' ($\bar{Z} = .527$) gözlemlenmesi mümkün olmayan bir değere tekabül etmektedir. Bu nedenle de X'in ortalama marjinal etkisi, kuramsal açıdan manalı bir çıkarım yapmamıza olanak vermemektedir. Dolayısıyla, X'in marjinal etkisi Z'nin gözlemlendiği ve gözlemlenmediği durumlar için ayrı ayrı hesaplanmalı ve koşullu olarak yorumlanmalıdır.

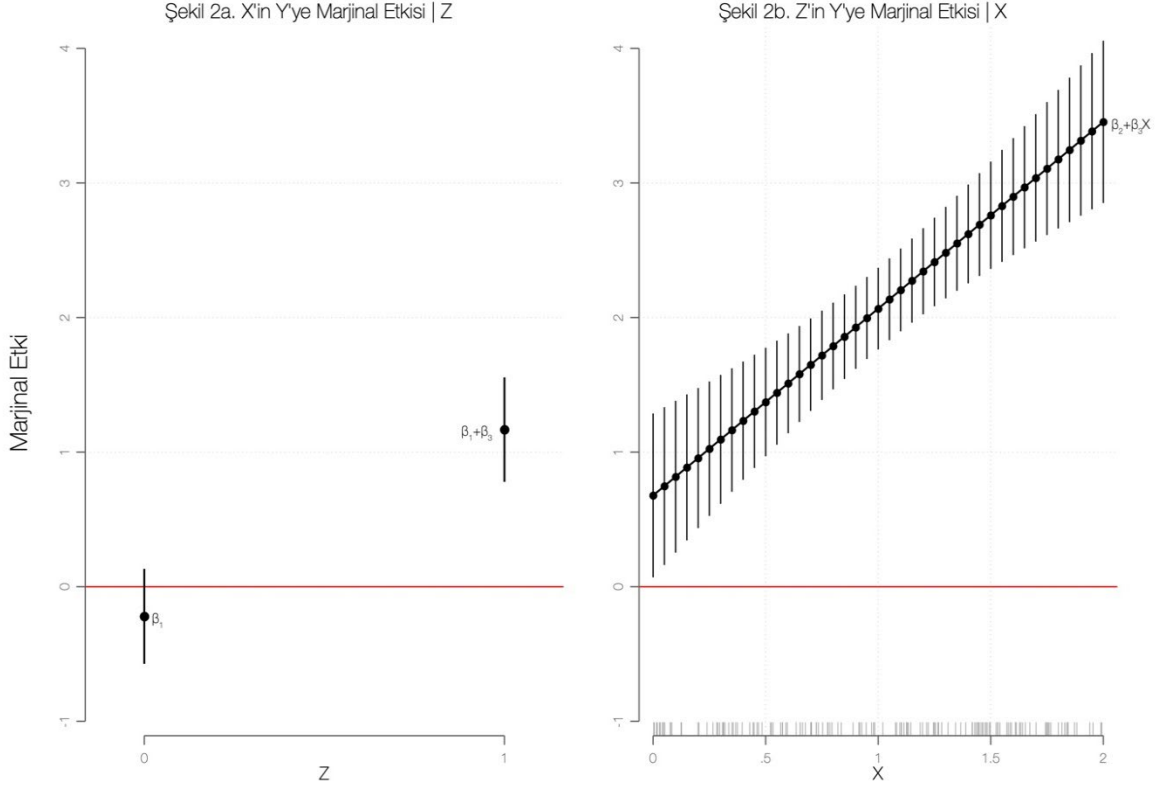
Dördüncü önemli nokta, Şekil1b'de X'in 0.1'den düşük ve Z'nin 0 ve 1 değerleri için yaptığımız tahminlerin güven aralıklarının kesişmesiyle ilgilidir. Güven aralıkları kesişmediği takdirde, Z'nin Y'ye marjinal etkisi istatistiki olarak anlamlı olacaktır. Güven aralıkları küçük oranda kesiştiğindeyse "marjinal etki istatistiki olarak anlamsızdır" sonucuna varılmamalı, marjinal etkinin koşullandırıcı değişkenin hangi değerleri için istatistiki olarak anlamlı olup olmadığı hesaplanmalıdır. Bu örnekte Z'nin Y'ye marjinal etkisi, X gözlemlenmezken dahi %95 güven seviyesinde istatistiki olarak anlamlıdır [.07, 1.29].¹¹

Şekil2'de X'in ve Z'nin Y'ye diğer kurucu terim tarafından koşullandırılan marjinal etkileri görselleştirilmektedir. X'in Y'ye marjinal etkisinin standart hatası, siyaset bilimi yazınında sıklıkla yanlış yorumlandığı üzere, yalnız β_{XZ} 'ün standart hatasına (se_{XZ}) eşit olmayıp, varyans-kovaryans matrisindeki çeşitli sayıllar (scalar) kullanılarak hesaplanmaktadır. Zira, β_{XZ} 'ün standart hatası yalnız X'in Z tarafından koşullandırılan (dolaylı) etkisinin ne ölçüde belirsiz olduğunu göstermektedir. Varyans-kovaryans matrisinde X, Z ve XZ'nin

¹⁰ Ortalama marjinal etki, bir bağımsız değişkenin (değişiminin) bağımlı değişkene (değişimine) etkisinin ilgili bağımsız değişkenin örneklem içinde aldığı farklı değerlere göre hesaplanan (ağırlıklı) ortalamasıdır. Toplamlı doğrusal modellerin yaptığı Gauss-Markov varsayımı sebebiyle bu değer sabitken, etkileşimli doğrusal ya da doğrusal-olmayan modellerde ortalama marjinal etkiler koşullandırıcı (ve diğer) değişkenlerin aldıkları değerler dikkate alınarak hesaplanmaktadır.

¹¹ Bunun nedeni, $t\sqrt{se_1^2 + se_2^2} \leq |X_1 - X_2| \leq t(se_1 + se_2)$ olduğu durumda X_1 ve X_2 'nin güven aralıklarının kesişiyor olması, ancak X_1 ve X_2 'nin farkının 0'dan büyük olmasıdır. Daha detaylı bir açıklama için, bkz. Cornell Statistical Consulting Unit (2020).

varyansları (bunların karekökleri Tablo1'de raporladığımız standart hatalara eşittir) dışında kovaryansları da yer almaktadır. Ancak bu kovaryanslara Tablo 1'e benzer standart bir regresyon tablosunda yer verilmemektedir. Bu nedenle, marjinal etkilerin istatistiki olarak anlamlı olup olmadıkları,¹² matris cebiri yardımıyla elle¹³ veya bir istatistik programı yardımıyla hesaplanmalı; ardından bir grafik ya da tablo yardımıyla raporlanmalıdır (bkz. King vd. 2000).



Şekil 2: X'in ve Z'nin Y'ye Marjinal Etkileri (Etkileşimli Doğrusal Model, Model.1E)

Şekil2a'da Z'nin örneklem içerisinde aldığı her iki değere koşullu olarak hesapladığımız, X'in Y'ye marjinal etkisi gösterilmektedir. Z'nin 1 değeri aldığı halde, X değişkenindeki her 1 birimlik değişimin Y'ye etkisinin $\beta_X + \beta_{XZ}$ 'e eşit olduğunu ifade etmiştik. 1,17 birimlik bu marjinal etkinin güven aralığı 0'ı içermediğinden, X'in marjinal etkisi Z'nin gözlemlendiği durumda pozitif ve istatistiki olarak 0'dan farklı ya da başka bir ifadeyle istatistiki olarak anlamlıdır. Bu bulgu da "X değişkeninin değeri yüksekse ve Z koşulu gözlemleniyorsa, Y değişkeninin değeri yüksek değerlidir" şeklindeki boş hipotezimizi reddedemeyeceğimiz anlamına gelmektedir.

Bu noktada nicel çalışmalarda sıkça karşılaşılan, sorunlu bir pratik için de bir parantez açmak isteriz. Her ne kadar siyaset bilimi yazınında kuramsal beklentiler ve önermelerin hemen hepsi beklenen etkinin yalnız yönüne (pozitif ya da negatif olmasına) dairse de bir bağımsız değişkenin bağımlı değişkene doğrudan, dolaylı ya da marjinal etkisinin istatistiki olarak anlamlı olması, bu etkinin esas itibariyle de anlamlı (substantively significant) olduğunu göstermeyebilir (Achen 1982: 45). *Esas itibariyle anlamlılık*, istatistiki anlamlılıkta olduğu gibi nesnel bir yöntemle hesaplanmamakta; ilgili bağımsız değişkendeki (örn. 1 birimlik) değişimin gözlemlenme olasılığı ve bağımlı değişkenin örneklemdeki dağılımı göz önüne alınarak, görece öznel bir değerlendirme yapmayı gerektirmektedir. Örneğin, Z değişkeni gözlemlendiği takdirde X'in Y'ye olan 1,17 birimlik marjinal etkisi, X'in örneklemdeki standart sapması (.58) ile Y'nin ortalaması (2.19) ve standart sapması (1.49) dikkate alındığında esas itibariyle de anlamlıdır. Nitekim, tekdüze (uniform) dağılan X'in 1 birimlik değişimi örneklemde neredeyse %50'sine tekabül etmektedir. X'in asgari (0) ve azami (2) değerleri arasındaki toplam 2 birimlik farkın (Y'nin X'e

¹² Örneğin, X'in marjinal etkisinin varyansı $var(\hat{\beta}_1) + Z^2 var(\hat{\beta}_3) + 2Zcov(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_3)$ 'tür. Marjinal etkinin bunun kareköküne (standart hataya) bölünmesiyle elde edilen t istatistiği, marjinal etkinin 0'dan farklı olup olmadığını göstermektedir.

¹³ Matt Golder'in web sayfasında (<http://mattgolder.com/interactions>) çeşitli etkileşimli model türleri için örnekler ve bunların standart hatalarının nasıl hesaplanacağı açıklanmaktadır.

göre ikinci mertebeden türevi) Y' 'ye etkisiyse, Y' 'nin ortalama değerinden yüksek ve standart sapmasının 1,6 misli kadardır.¹⁴

Yukarıda Z' 'nin Y' 'ye marjinal etkisinin X' 'in farklı değerleri için Şekil1b'deki güven aralıklarının kesiştiği her noktada istatistiki olarak anlamsız olmayabileceğini ve O' 'in marjinal etkilerin güven aralıklarının içerisinde yer aldığı tahminlerin istatistiki olarak O' 'dan farklı olmadıklarını ifade etmiştik. Şekil2b'de de görüleceği üzere, Z' 'nin marjinal etkisi koşullandırıcı X değişkeninin örneklemdeki aralığı içerisinde X' 'in (atanan) tüm değerleri için %95 güven seviyesinde istatistiki olarak anlamlıdır.

Koşullu önermelerin tahlilinde dikkat edilmesi gereken bir diğer önemli nokta, kuramsal beklentimizin hangi bağımsız değişkenin doğrudan, dolaylı, ya da marjinal etkilerine dair olduğuna bağlı olarak, çalışmamızda Şekil2'deki iki ayrı grafikten hangisine yer vereceğimize karar vermektir. Örneğin, Z' 'nin marjinal etkisine dair koşullu bir önerme yapmadığımız ve Z' 'nin yalnız X' 'i koşullandırıcı bir etkisi olduğunu öne sürdüğümüz takdirde, Z' 'nin Y' 'ye X tarafından koşullandırılan marjinal etkisi çalışmamızın ana bulgularından birini oluşturmayacaktır. Bu durumda X' 'in doğrudan ve Z tarafından koşullandırılan etkilerinin hesaplanması ve bu iki koşuldaki marjinal etkisinin Şekil2a'ya benzer bir grafik ya da bir tablo üzerinden yorumlanması daha isabetli olacaktır.

Şekil2'ye dair dikkat çekmek istediğimiz diğer bir husus, Z' 'nin iki değerli bir değişken olmasına rağmen Şekil2b'de görselleştirilen marjinal etkisinin ikiden fazla değer alıyor olmasıdır. Bunun sebebi, X' 'in sürekli bir değişken olmasıdır. X' 'in iki değerli Z değişkeninin koşullandırdığı marjinal etkisi de aynı sebeple yalnız iki farklı değer almaktadır.

Şekil2b'de yatay eksenin altında yer alan ince çizgilere Brambor vd.nin (2006) çalışmasının ortak yazarlardan birinin etkileşimli modellere dair oldukça faydalı bilgiler içeren kişisel web sayfasındaki grafiklerde de yer verilmektedir (bkz. dipnot 13). Halı grafiği (rug plot) denen bu tür grafiklerin yatay eksenlerindeki her bir imleç, koşullandırıcı kurucu değişkenin örneklem içerisinde aldığı farklı bir değere tekabül etmektedir. Marjinal etkilerin görselleştirilmesinde zaman zaman kullanılan bu yöntemin avantajları, marjinal etkilerin güven aralıklarının ne sebeple geniş ya da dar olduğunu ve koşullandırıcı değişkenin hangi değerleri için *enterpolasyon* ve *ekstrapolasyon* yapıldığını gösteriyor olmasıdır.

İlk bölümde referans verdiğimiz çalışmaların hemen hepsinde (Hainmueller vd. 2019; Hanmer ve Kalkan 2013; Zhirnov vd. 2022), marjinal etkilerin hesaplanması ve yorumlanmasında *enterpolasyon* ve *ekstrapolasyon* yanlışlıklarına (*interpolation and extrapolation biases*) dikkat çekilmektedir. King ve Zeng (2007), bir bağımsız değişkenin örneklemdeki asgari ve azami değerlerinin belirlediği aralığı (*range*) içerisinde herhangi bir gözlemin mevcut olmadığı ara noktalar için yapılan tahminlerin (*enterpolasyon*) tahmin edilen modele bağımlılıklarının görece düşük olduğunu, bu aralığı dışındaki değerler için yapılacak tahminlerin (*ekstrapolasyon*) ise hem model bağımlılıklarının hem de aynı sebeple belirsizliklerinin daha yüksek olduğunu göstermişlerdir. *Ekstrapolasyon* yanlışlığından sakınmak için bağımlı değişkenin beklenen değerleri veya marjinal etkiler hesaplanırken koşullandırıcı değişkene atanacak değerler, bu değişkenin örneklemdeki aralığı içerisinde belirlenmelidir. Bu amaçla, ilk olarak koşullandırıcı değişkenin asgari ve azami değerleri belirlenmelidir. Ardından az sayıda farklı değer alan kesikli değişkenler için tercihen bunların tümü, çok sayıda farklı değer alan kesikli ve sürekli değişkenler içinse araştırmacının belirleyeceği sabit bir artış değerine göre daha çok sayıda nokta tahmini (*point prediction*) yapılmalıdır. Örneğin, Şekil2b'de X' 'in örneklemdeki aralığı içerisinde belirlediğimiz bu sabit artış değeri 0,05'tir.

Koşullandırıcı değişkene atanmış değerlerin gözlemlenebilir (kuramsal olarak gözlemlenmesi mümkün) değerler olmasına da dikkat edilmelidir. Örneğin, yalnız 1 (hiç katılmıyorum) ve 5 (tamamen katılıyorum) değerleri arasında tam sayı değerleri alan ve anket katılımcılarının kendilerine sunulan bir önermeye ne derece katıldıklarını ölçen bir Likert skalasından kodlanan bir koşullandırıcı değişkenin 2,2 birimlik değeri için yapılacak bir tahmin pek anlamlı olmayacak ve *enterpolasyon* yanlışlığına sebep olacaktır. Öte yandan, çok az sayıda nokta tahmini raporlamak da özellikle marjinal etkilerin doğrusal olmadığı hallerde raporlanan etkinin doğrusalmış gibi algılanmasına sebebiyet verebilir.

Siyaset bilimi yazınında nispeten daha nadir olsa da kurucu terimlerin her ikisinin de yukarıdaki iki örneğimizdeki X değişkeni gibi sürekli olması halinde, bunların marjinal etkileri aynı şekilde hesaplanacaktır. Herhangi bir sürekli bağımsız değişkenin bağımlı değişkene başka bir sürekli değişken tarafından koşullandırılan marjinal etkisi, Şekil2b'dekine benzer biçimde koşullandırıcı sürekli değişkenin asgari ve azami değerleri

¹⁴ Y' 'nin standart normal dağıldığı varsayıldığında, bu 1,6 birimlik etki Y' 'nin ortalama değerinden örneklemde aşağı yukarı %45'ine tekabül eden bir artışa denk gelecektir.

arasındaki farkın belirlenen (sabit) artış değerine bölünmesinden bir fazla sayıda nokta tahmini ile gösterilebilir. Bu amaçla Şekil1'deki alan taraması ve Şekil2'deki çubuk grafiklerinin dışında nokta tahminlerinin güven aralıklarını görselleştirmek için farklı yöntemlerden yararlanılabilir. Ancak bu tip (sürekli-sürekli) çarpımlı etkileşimleri içeren model eşitlikleri için, Şekil1b'ye benzer şekilde gözlemlenen ve tahmin edilen bağımlı değişken değerlerini tek bir grafikte göstermek oldukça zordur (bkz. Zhirnov vd. 2022). Bu amaçla en sık kullanılan yöntem, Brambor vd.nin başka bir çalışmalarında uyguladıklarına (2007: 322) benzer şekilde ilgili kurucu değişkenin kuramsal ya da istatistiki açıdan anlamlı farklı değerlerini kullanmaktır. Örneğin 10, 25, 50, 75, 90. yüzdelerlikler literatürde bu amaçla kullanılagelen değerlerdir (bkz. Moral 2016: 739).

3.1 Etkileşimli ve Toplamı Doğrusal Modellerin Eşitliği

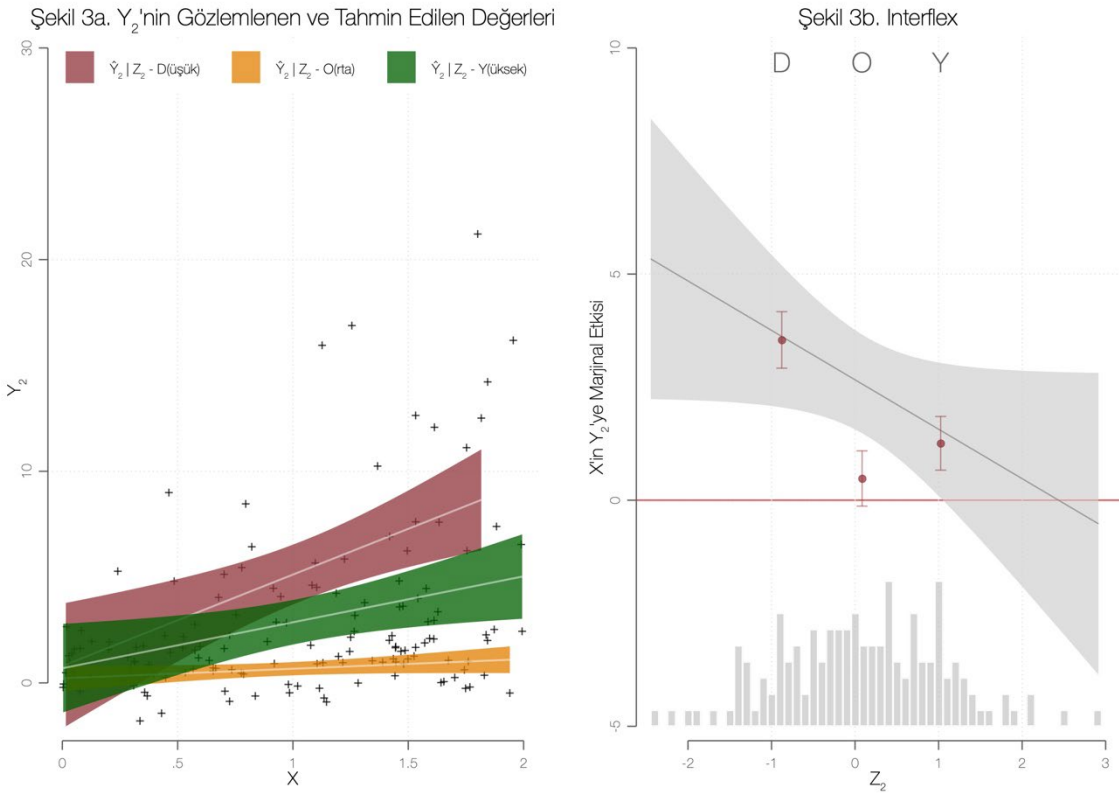
İki (veya daha çok sayıda) farklı değer alan kesikli değişkenlerin kurucu terimleri içerdiği etkileşimli modeller, aynı sayıda toplamı model eşitliğiyle tahmin edilebilir. Ancak, bu durumda bu toplamı modellerdeki tüm bağımsız değişkenlerin bağımlı değişkene etkilerinin ilgili kesikli değişken tarafından koşullandırıldığı varsayılmaktadır. Kuramsal beklentimizin bu yönde olması halinde, ana örneklemin kesikli değişkenin (k sayıda) farklı değerine göre (k sayıda) alt örnekleme (subsample) bölünmesiyle oluşturulan alt örneklemelerin her birinde aynı toplamı model eşitliği tahmin edilecektir. Bu toplamı modeller ile ana örneklem kullanılarak tahmin edilen etkileşimli model de aynı katsayıları verecektir.

Bu matematiksel eşitliğe dair bir örnek vermek amacıyla Model.1E'nin tahmininde kullandığımız örnekleminizi Z 'nin 0 ve 1 değerlerini kullanarak iki alt örnekleme böldük. Ardından, bu iki alt örnekleme X 'in Y 'ye doğrudan etkisini tek terimli doğrusal modeller kullanılarak tahmin ettik. Tablo1'deki etkileşimli Model.1E ile toplamı Model2 ve Model3'ün karşılaştırılması, Şekil2a ve 2b'de görselleştirilen marjinal etkilerin hesaplamasını belki de daha iyi açıklayacaktır.

Model.1E'de X 'in katsayısının X 'in Y 'ye doğrudan etkisini, regresyon sabitinin ise Z 'nin ve X 'in gözlemlenmemesi durumunda Y 'nin beklenen değerini gösterdiğini ifade etmiştik. Dolayısıyla, X 'in ve regresyon sabitinin katsayıları, yalnız Z 'nin değerinin 0 olduğu gözlemlerden oluşan alt örnekleme kullanarak tahmin ettiğimiz Model2'de ve örnekleme'deki tüm gözlemleri kullanarak tahmin ettiğimiz Model.1E'dekilere eşittir. Model3'te ise yalnız Z 'nin gözlemlendiği ($N=79$) alt örnekleme incelenmektedir. Dolayısıyla, Model3'ün katsayıları kullanılarak, Şekil1b'de $Z=1$ koşulu için tahmin ettiğimiz (\hat{Y}) değerleri ile Şekil2a'da görselleştirdiğimiz marjinal etki hesaplanabilecektir. X 'in Model3'teki katsayısı, Model.1E'deki doğrudan (-.22) ve dolaylı (1.39) etkilerinin toplamına ve Şekil2a'da $Z=1$ koşulu için hesapladığımız marjinal etkisine eşittir. Model.1E'deki regresyon sabiti ile ($\beta_0 = 1.27$) Z 'nin doğrudan etkisini gösteren katsayının ($\beta_Z = .68$) toplamı da Model3'teki regresyon sabitini verecektir (1.95). Bu sabit de Şekil1b'de Z 'nin 1 değerini aldığı gözlemler için tahmin edilen \hat{Y} değerlerinin kesene eşittir.

3.2 Etkileşimli Doğrusal Modellerde Sürekli Kurucu Değişkenlerin Doğrusal-Olmayan Marjinal Etkileri

Brambor vd.nin (2006) etkileşimli doğrusal modellerde marjinal etkilerin hesaplanması için önerdiği ve yukarıda açıkladığımız yöntem, parametrelerin doğrusallığına dair Gauss-Markov varsayımının marjinal etkiler için de geçerli olduğu varsayımına dayanmaktadır. Hainmueller vd. (2019) ise bunun her zaman geçerli olmayabileceğini öne sürmüşlerdir. Yazarlar, kurucu değişkenlerin sürekli olduğu etkileşimli doğrusal modellerde bunların marjinal etkilerinin doğrusal olup olmadığını tahlil eden bir de tanı aracı geliştirmişlerdir. Stata ve R için geliştirdikleri *interflex* isimindeki bu paket, hem Brambor vd.nin hem de kendi önerdikleri yöntemlere göre marjinal etkileri hesaplayarak görselleştirmektedir. Aralarında Clark ve Golder'ın dipnot 7'de örneklemediğimiz (toplumsal heterojenliğin parti sayısına etkisinin ortalama temsilci sayısı tarafından koşullandırıldığı) hipotezi test ettikleri çalışmanın (2006) da yer aldığı siyaset bilimi alanındaki toplam 22 çalışmayı yeniden tahlil eden Hainmueller vd., inceledikleri etkileşimli-doğrusal modeller kullanan çalışmaların hemen hiçbirinde marjinal etkilerin doğrusal olmadığını göstermişlerdir.



Hainmueller vd.nin geliştirdiği bu paket, bir önceki bölümde açıkladığımızı oldukça benzer bir prosedür takip etmektedir. İlk aşamada ilgili sürekli koşullandırıcı değişkenin düşük, orta ve yüksek değerleri belirlenmekte; ardından örneklem iki yerine (doğrusal-olmayan marjinal etkileri gösterebilmek amacıyla en az) üç eşit gruba bölünmektedir. Daha sonra bu üç gruptan herhangi ikisi ($k-1$) için 1 değerleri alan iki adet iki-değerli kukla (dummy) değişkenler oluşturulmaktadır. Son aşamada da bu değişkenler ile kurucu bağımsız değişkenler ve bunların etkileşiminin çarpımlı etkileşimlerini içeren¹⁵ daha çok terimli bir regresyon eşitliği tahmin edilmektedir.¹⁶ Böylece koşullandırıcı değişkenin düşük, orta ve yüksek seviyelerine tekabül eden gözlem gruplarının her biri için ilgili bağımsız değişkenin marjinal etkileri hesaplanabilmektedir. Son kerte de koşullandırıcı değişkenin bu gözlem gruplarındaki ortanca değerleri kullanılarak hesaplanan nokta marjinal etki tahminlerinin doğrusal olup olmadıkları incelenmektedir.

Hainmueller vd.nin geliştirdiği tanı aracına ve doğrusal modellerde doğrusal-olmayan marjinal etkilere dair bir örnek vermek amacıyla, bu bölümde bir önceki bölümde kullandığımız sürekli X ile yine rastgele olarak türettiğimiz ve standart normal dağılan (sürekli) Z_2 değişkeninin çarpımlı bir fonksiyonu¹⁷ olarak türettiğimiz bir bağımlı değişkeni (Y_2) inceleyeceğiz. Şekil3a, Tablo1'de raporlanan Model4'ün bağımsız değişkeni olan Y_2 'nin örnekleme gözlemlenen değerlerini ve X 'in Y_2 'ye doğrudan etkisini, Z_2 'nin düşük, orta ve yüksek seviyelerine göre oluşturduğumuz üç ayrı alt örneklem için ayrı ayrı göstermektedir. Bağımlı değişkeni türetirken model eşitliğine eklediğimiz X 'in Z_2 'nin karesi ile çarpımlı etkileşimi, X 'in Z_2 tarafından koşullandırılan etkisinin doğrusal olmamasını sağlamaktadır. Bu nedenle, X 'in Y_2 'ye doğrudan etkilerini görselleştiren eğriler, Z_2 'nin düşük ve

¹⁵ Örneğin, iki kurucu değişkenin ve bunların çarpımlı etkileşimlerinin oluşturduğu üç terimli bir model eşitliği *interflex* paketini kullanılarak tahmin edildiğinde, bu değişkenlere ek olarak iki ($k-1$) alt örnekleme tekabül eden iki adet kukla (dummy) değişken ve bu kukla değişkenler ile asıl model eşitliğinde her üç değişkenin çarpımlı etkileşimlerini içeren toplam 11 değişkenli bir model tahmin edilmektedir.

¹⁶ Hainmueller vd.nin (2019, 173-175) geliştirdiği ikinci yöntemde doğrusal olmayan marjinal etkileri, bir çekirdek tahmin edicisi (Kernel estimator) aracılığıyla modellenmektedir. Ancak bu yöntem çalışmamızda incelenenlerden farklı olarak, başka bir yarı-parametrik modelin tahmin edilmesini gerektirdiğinden çalışmamızın kapsamı dışındadır.

¹⁷ Sentetik bağımlı değişkenin türetilmesinde β_0 için 0.5, β_X ve β_Z için 0, β_{XZ} için -1.5 ve β_{XZ^2} için 2.5 katsayıları kullanılmış ve hataların standart normal dağıldığı varsayılmıştır.

yüksek değerlerine göre belirlediğimiz alt örneklem için pozitif, Z_2 'nin orta seviyedeki değerleri için ise düz görünmektedir.

Yukarıda açıkladığımız üzere, kurucu terimlerden birinin k sayıda farklı değer alan bir kesikli değişken olduğu ve çarpımlı model eşitliğindeki tüm bağımsız değişkenlerin bu kesikli kurucu değişken tarafından koşullandırıldığı hallerde etkileşimli modeller, k sayıda toplamlı model ile tahmin edilebilmektedir. Şekil3a'da X 'in Y_2 'ye etkisini gösteren toplamlı modellerin görselleştirilmesinde izlenen yöntem de budur. Ancak Şekil3a'da dikkat çekilmesi gereken iki önemli husus daha vardır: Bunların ilki, Z_2 değişkeninin örneklemimiz içerisindeki düşük, orta ve yüksek değerleri kullanılarak üç alt örnekleme bölünmesinin sürekli olarak ölçülen bir değişkeni kesikli hale getiriyor olmasıdır. Ölçüm hatasından nispeten daha az muzdarip olan ve bu sayede daha yüksek oranda bilgi içeren sürekli Z_2 değişkeni yerine yalnız üç değer alan kesikli bir değişkenin kullanılması, Y_2 'nin açıklayabildiğimiz varyansını azaltacak ve tahminlerimizin belirsizliğini arttıracaktır. İkinci husus ise dikkatli okuyucuların fark edeceği üzere, Şekil3a'daki eğrilerde X 'in asgari ve azami değerlerinin (ve dolayısıyla alt örneklemdeki aralıklarının) farklılık göstermesidir. Bu da bir sonraki bölümde daha detaylı açıklayacağımız üzere, alt örneklemdeki marjinal etkilerin bu iki kurucu değişkenin bileşik dağılımına (joint distribution) azami dikkat gösterilerek hesaplanmasını gerektirmektedir.

Hainmueller vd.nin *interflex* paketi, doğrusal modellerde doğrusal-olmayan marjinal etkilere dair yukarıda açıklanan prosedürü oldukça hızlı bir biçimde takip etmekte ve ilgili sürekli değişkenin marjinal etkisini Brambor vd.nin ve yazarların takip ettiği iki yöntemle göre de görselleştirmektedir. Bu paketten yararlanarak çizilen Şekil3b'de X 'in Y_2 'ye marjinal etkisi, koşullandırıcı Z_2 değişkeninin düşük, orta ve yüksek değerleri için üç ayrı noktada ve Brambor vd.nin önerdiği şekilde hesaplanmıştır. Şekil3b'de Z_2 'nin orta seviyedeki değerlerinin oluşturduğu alt örneklemin ortanca noktası için tahmin edilen marjinal etkinin Brambor vd.nin önerdiği yöntemle göre hesaplanan marjinal etkileri gösteren eğrinin üzerinde olmadığı ve bu nokta marjinal etki tahmininin güven aralığı 0 'ı içerdiğinden istatistiki olarak anlamlı olmadığı görülecektir. İlaveten, Z_2 'nin düşük, orta ve yüksek seviyeleri için tahmin edilen sırasıyla pozitif, nötr ve pozitif marjinal etkiler, X 'in Y_2 'ye marjinal etkisinin Brambor vd.nin önerdiği yöntemde varsayıldığı üzere doğrusal olmadığını, aksine koşullandırıcı Z_2 değişkeninin artan değerlerine bağlı olarak ilk etapta azalıp, ardından yeniden arttığını (parabolik olduğunu) göstermektedir.

Şekil2b'de kullandığımız halı grafiğine nazaran marjinal etki tahminlerinin belirsizliğinin nedenini daha iyi açıklamaları hasebiyle nicel çalışmalarda daha sık kullanılan histogramlar, *interflex* paketinde ön tanımlıdır. Şekil3b'de marjinal etki tahminlerimizin çevresindeki güven aralıklarının Z_2 'nin düşük ve yüksek değerleri için görece geniş olmasının sebebi, arka planda yer alan histogramın da gösterdiği üzere örneklemimizdeki (standart normal dağılan) Z_2 'nin en düşük ve en yüksek değerlerini alan daha az sayıda gözlem bulunması ve marjinal etkilerin hesaplanmasında herhangi bir gözlemimizin olmadığı (ara) noktalarda enterpolasyona başvuruluyor olunmasıdır.

4. ETKİLEŞİMLİ DOĞRUSAL-OLMAYAN MODELLER

Etkileşimli doğrusal-olmayan modellerde marjinal etkilerin hesaplanması ve yorumlanması, bu modellere aşina olmayan okuyuculara bir önceki bölümde incelediğimiz doğrusal modellere nazaran bir nebze daha karmaşık gelebilir. Zira, birçok çalışmada en çok olabilirlik yöntemiyle (maximum likelihood estimation) tahmin edilen bu modellerde kesikli bağımlı değişkenlerin bağımsız değişkenler tarafından belirlenen sistematik ve stokastik (stochastic) unsurları, doğrusal-olmayan bir fonksiyonla bağlanmaktadır. Bağımlı değişkenin dağılımına göre belirlenen (varsayılan) kümülatif dağılım fonksiyonunun tersi olan bu doğrusal-olmayan bağlantı (link) fonksiyonu, model eşitliğindeki bağımsız değişkenlerin bağımlı değişkenin beklenen değerine etkilerinin doğrusal olmamasına neden olmaktadır.¹⁸ Örneğin, genelleştirilmiş doğrusal modeller (generalized linear models) arasında siyaset bilimi yazınında en sık kullanılanlardan olan lojistik regresyonun kümülatif dağılım fonksiyonunun sigmoid biçimi sebebiyle, bir bağımsız değişkenin bağımlı değişkenin beklenen değerine etkisi bağımsız değişkenin ortalama değerinde (ve bağımlı değişkenin gözlemlenme olasılığı $0,5$ 'e eşit olduğunda) en yüksektir. Dağılımın kuyruklarında (bağımsız değişkenin düşük ve yüksek değerlerinde) ise bu etki daha küçüktür. Dolayısıyla, doğrusal-olmayan modellerde bir bağımsız değişkenin bağımlı değişkene etkisi, doğrusal modellerde varsayıldığı üzere her bir birimlik değişim için sabit değildir.

İlaveten, bir bağımsız değişkenin bağımlı değişkene etkisi, hem ilgili bağımsız değişkenin hem de model eşitliğindeki diğer bağımsız değişkenlerin örneklem içerisinde aldıkları farklı değerlere göre de değişim

¹⁸ Aynı sebeple, doğrusal-olmayan modellerde *delta metodu* kullanılarak (örn. Stata'nın *margins* komutu ile) yaklaşılabilir (approximate) güven aralıklarının alt ve üst sınırları tahmin edilen değerlerinin etrafında simetrikken, simülasyon yöntemiyle veya manuel olarak hesaplananlar simetrik olmamaktadır.

göstermektedir. Doğrusal-olmayan modellerin bu özellikleri, yalnız bağımsız değişkenlerin bağımlı değişkenlere doğrudan etkilerine dair değildir. Bağımsız değişkenlerin dolaylı etkileri de hem bu değişkenlerin, hem koşullandırıcı değişken(ler)in, hem de model eşitliğinde yer alan diğer bağımsız değişkenlerin örneklem içerisindeki farklı değerlerine göre farklılaşmaktadır. Örneğin, $Y^* = g^{-1}(X\beta)$ eşitliğinin sistematik unsurunun ($X\beta$) yalnız X_1 , X_2 ve X_3 değişkenleri tarafından oluşturulduğunu varsayalım. Bu eşitlikte Y^* 'nin beklenen değerinin $[E(Y^*)]$ X_1 'e göre birinci mertebeden türevi alındığında, X_1 'in eğimi doğrusal modellerin aksine yalnız bu değişkenin doğrudan etkisine tekabül eden regresyon katsayısına (β_1) eşit olmayacak ve $g^{-1}(X\beta)$ 'e koşullu olacaktır ($g^{-1}(X\beta)\beta_1$). Bu da X_1 'in $E(Y^*)$ 'e doğrudan etkisini gösteren regresyon katsayısının X_1 , X_2 ve X_3 'ün fonksiyonu olan $g^{-1}(X\beta)$ 'ya; yani, hem (doğrusal-olmayan) bağlantı fonksiyonuna hem de (doğrusal) sistematik unsuru oluşturan her üç değişkenin örneklem içerisinde aldıkları değerlere koşullu olması anlamına gelmektedir. Model eşitliğinde bir de çarpımlı etkileşimin yer alması halindeyse; sistematik unsur ($X\beta$), X_1 , X_2 ve X_3 değişkenleri dışında bu çarpımlı etkileşimi (örn. X_1X_2) de içerecektir. Bu tip bir etkileşimli modelde kurucu bir değişkenin (X_1) bağımlı değişkenin beklenen değerine marjinal etkisi, $g^{-1}(X\beta)(\beta_1 + \beta_3X_2)$ 'ye eşit olmaktadır.

Doğrusal-olmayan modeller, sıkıştırma (compression) olarak adlandırılan bu özellikleri sebebiyle *doğal olarak etkileşimli* (inherently interactive) olarak da tanımlanırlar. Bu nedenle, kimi araştırmacılar (bkz. Berry vd., 2010) ikinci bölümde koşullu önermelerin tahlili için elzem olduğunu ifade ettiğimiz çarpımlı etkileşimlerin doğrusal-olmayan modellerde yer almasına lüzum olmadığı öne sürmektedir. Bu görüş siyaset metodolojisi yazınında pek yaygın olmayıp, çarpımlı etkileşimlerin model eşitliğinde mutlaka yer alması gerektiğini öne süren çalışmalar da mevcuttur (bkz. Rainey, 2016: 16-17). Bu hususta, koşullu önermeleri tahlil etme amacıyla doğrusal-olmayan modeller kullanmak durumunda olan araştırmacıların çarpımlı etkileşimleri model eşitliğine dahil edip etmeme kararlarını olabildiğince nesnel bir biçimde almalarını tavsiye etmekteyiz. Bu amaçla ilk olarak çarpımlı etkileşimi içermeyen ve içeren iki ayrı model tahmin edilmeli, ardından bunların model istatistikleri karşılaştırılmalıdır.¹⁹ Eğer etkileşimli modelin veriye uyumu toplamı modelinkinden istatistiki olarak anlamlı bir biçimde yüksekse etkileşimli, aksi takdirde toplamı modelin tercih edilmesi uygun olacaktır.²⁰

4.1 Simülasyon Yöntemi

Etkileşimli doğrusal-olmayan modellerde en çok olabilirlik yönteminin kullanılması, bağlantı fonksiyonlarının doğrusal olmaması ve sıkıştırma etkisi sebebiyle marjinal etkiler, ekseriyetle çeşitli istatistik paketleri yardımıyla hesaplanmaktadır. King vd.'nin (2000) bu amaçla geliştirdiği *Clarify* ve *Zelig* paketlerinin, Long ve Freese'in *Spost* paketinin, bugün *Spost*'ün hemen tüm fonksiyonlarına sahip olan Stata'nın *margins* komutunun ve bunu R'a uyarlayan aynı isimli paketin doğru opsiyonlar seçilmeden kullanılmamasıysa siyaset bilimi alanındaki çalışmalarda sık sık hatalı hesaplamalar ve çıkarımlar yapılmasına sebep olmaktadır. Bu nedenle, doğrusal-olmayan etkileşimli modellere dair bir örnek sunmadan evvel, bu istatistik paketlerinin birçoğunun marjinal etkileri hesaplamakta kullandığı simülasyon yöntemine ve bu yöntemin dayandığı 'ortalama vaka' yaklaşımına dair siyaset metodolojisi yazınında dile getirilen çekincelerin altını çizmekte fayda görüyoruz.

Simülasyon yönteminde marjinal etkiler, ikinci bölümde Şekil1b ve Şekil2b'nin eşitliğini açıklarken de değindiğimiz ilk fark yöntemiyle hesaplanmaktadır. Marjinal etkilerin hesaplanmasının birkaç farklı yolundan²¹ biri olan ilk fark yönteminde, ilgili kurucu değişkenin iki farklı değeri ve koşullandırıcı değişkenin iki ya da daha çok sayıda farklı değeri kullanılarak tahmin edilen bağımlı değişken değerlerinin farkının alındığına değinmiştir. Simülasyon yöntemiyle marjinal etkisi hesaplanan kurucu değişkenler de yine iki farklı değer alırken; sürekli koşullandırıcı değişkenlerin değerleri, bunların örneklemdeki aralıkları içerisinde araştırmacı tarafından belirlenen sabit artış değeri kadar arttırılarak belirlenmektedir. Oysa ilk farkı hesaplamakta kullanılan regresyon katsayıları doğrusal modellerde sabitken, doğrusal-olmayan modellerde simüle edilmektedir.

Simülasyon yönteminin ilk aşamasında, tahmin edilen modelin beta matrisinden regresyon katsayıları ve varyans-kovaryans matrisinden bunların varyans ve kovaryansları alınarak, n sayıda (çokterimli normal) regresyon katsayısı (seti) simüle edilmektedir. Şekil2b'de marjinal etkisini gösterdiğimiz kesikli Z değişkenine benzeyen bir iki-değerli değişkenin marjinal etkisinin hesaplanması üzerinden örneklendirirsek; Z'nin gözlemlendiği ve gözlemlenmediği koşullar için sürekli X değişkenine atanacak değerler, X'in örneklem

¹⁹ Doğrusal modeller için yararlanılan F-test'e benzer bir amaçla, doğrusal-olmayan modellerde olabilirlik oranı (likelihood ratio test) ile Akaike ve Bayeşçi bilgi istatistiklerine dayalı testler kullanılmaktadır.

²⁰ Çarpımlı etkileşimler içermeyen (toplamı) doğrusal-olmayan modellerde de bir bağımsız değişkenin bağımlı değişkenin beklenen değerine etkisi, diğer bağımsız değişkenler tarafından koşullandırıldığından aşağıda açıklandığı şekilde hesaplanmaktadır.

²¹ Örneğin, Stata'nın *dydx* opsiyonu sürekli bağımsız değişkenlerin marjinal etkilerini türev olarak (eğim), iki-değerli değişkenlerinkini ise ilk fark yöntemiyle hesaplamaktadır. Sıkıştırma olgusu ve doğrusal-olmayan bağlantı fonksiyonları sebebiyle, doğrusal-olmayan modellerde *dydx* vb. opsiyonları kullanmadan evvel ilgili istatistik paketinin dokümantasyonun dikkatle okunmasını önermekteyiz.

içerisindeki aralığında belirlenen sabit artış değeri kadar artışlar yapılarak belirlenmektedir. Bu sayede, simüle edilen n sayıda katsayı seti kullanılarak X 'e atanan değerlerin her biri için Y^* 'nin iki farklı gözlemlenme olasılığı hesaplanmaktadır. Bu gözlemlenme olasılıkları arasındaki farkın (discrete difference) (n sayıda simülasyondan elde edilen) ortalama değeri, X 'in ilgili değeri için Z 'nin Y 'ye marjinal etkisini vermektedir. Bu (nokta) marjinal etkilerin dağılımlarının 2,5 ve 97,5'uncu yüzdebirlikleri de bunların %95 seviyesindeki güven aralıklarına yakınsayacaktır.²²

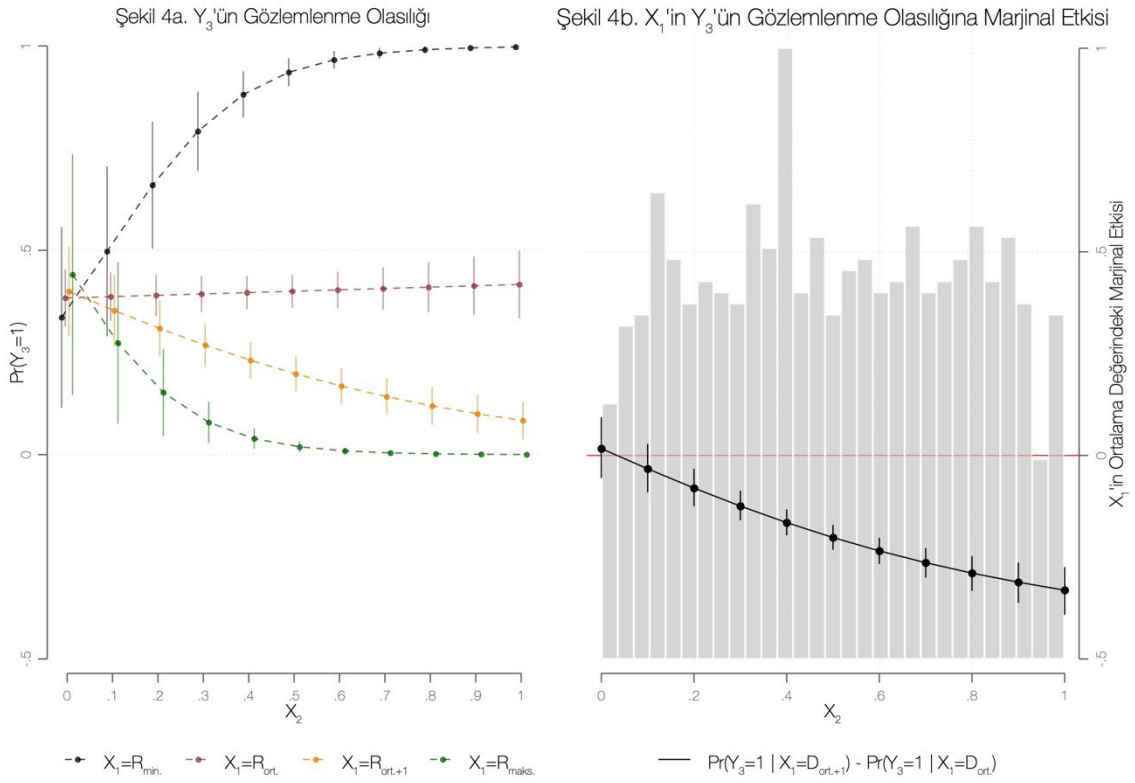
Simülasyon yöntemiyle Z gibi iki farklı (ya da daha çok sayıda) değer alan kesikli kurucu terimlerin marjinal etkilerinin hesaplanmasında (örn. Z 'nin gözlemlendiği ve gözlemlenmediği durumlara tekabül eden) kuramsal olarak gözlemlenmesi mümkün olan değerler kullanılmaktadır. Aynı örneğimizdeki X değişkenine benzer, sürekli kurucu terimlerin marjinal etkilerinin bu yöntemle hesaplanması ise hatalı çıkarımlar yapılmasına neden olabilmektedir. Zira, yukarıda sayılan birçok istatistik paketinde sürekli değişkenlerin alacağı iki farklı değer belirlenirken bu değişkenlerin ortalama değerleri (marginal effect at mean, MEM) ile bu değere 1 birim ya da 1 standart sapma eklenmesiyle belirlenen ikinci bir değer kullanılmaktadır.

Şekil4'te etkileşimli doğrusal-olmayan modellerde sürekli değişkenlerin marjinal etkilerine dair bir örnek sunulmaktadır. Bu örneğimizde standart normal dağılan sürekli X_1 , tekdüze dağılan sürekli X_2 , X_1 ve X_2 ile X_1 ve X_2 'nin çarpımlı etkileşimleri ve iki-değerli X_3 'ün sistematik unsurunu oluşturduğu bağımlı değişkenimizin aldığı değerleri, lojistik kümülatif dağılım fonksiyonu ile olasılık uzayına aktarıp, bu olasılıkların 0,5'ten yüksek olduğu değerler için Y_3 'ün gözlemlendiğini ($Y_3=1$) varsaydık.²³

Hem sıkıştırma etkisi hem de model eşitliğindeki çarpımlı etkileşimler sebebiyle doğrusal-olmayan marjinal etkileri daha iyi açıklayabilmek amacıyla; Y_3 'ün gözlemlenme olasılıkları, X_2 'nin örneklemedeki aralığında ([0,1] - 0,1 birimlik artışlar yaparak, 11 farklı noktada- ve X_1 'in asgari, ortalama, ortalamadan bir birim yüksek ve azami değerlerinde (4 farklı noktada) hesaplanmaktadır. Doğrusal-olmayan modellerin yukarıda açıkladığımız özelliklerinden ötürü, hesapladığımız bu olasılıkların X_1 'in asgari ve azami değerleri için (kümülatif dağılım fonksiyonunun kuyruklarında) X_2 'nin ortalamadan yüksek değerlerinde pek az değiştiği görülecektir. X_1 'in ortalama değerinde Y_3 'ün gözlemlenme olasılığı, X_2 'ye koşullu değilken (X_2 'nin aldığı değere göre değişmezken); bu değere bir birim eklediğimizdeyse X_2 'nin değeri yükseldikçe Y_3 'ün gözlemlenme olasılığının düştüğü görülmektedir. Bu iki kurgusal örnek için $-X_1$ 'in ortalama değerinde ve bu değere bir birim ekleyerek hesapladığımız Y_3 'ün gözlemlenme olasılıklarının aralarındaki fark, X_1 'in ortalama değerindeki bir birimlik artışının Y_3 'e marjinal etkisini (marginal effect at mean) vermektedir. Nitekim, Şekil4b'de simülasyon yöntemiyle hesapladığımız marjinal etki de bu ilk farka yakınsamaktadır.

²² Marjinal etkilerin standart hatalarının ve güven aralıklarının hesaplanmasında (Stata'nın *margins* komutunun kullandığı) delta ve *bootstrap* yöntemleri de kullanılabilir.

²³ Bağımlı değişkenin türetilmesinde β_0 için 0.25, β_{X_1} ve β_{X_2} için 0, $\beta_{X_1X_2}$ için 0.5, $\beta_{X_1X_2^2}$ için 1 ve β_{X_3} için 0.5 katsayıları kullanılmış ve hataların standart normal dağıldığı varsayılmıştır.



Şekil 4: Etkileşimli Doğrusal-Olmayan Modellerde Sürekli Değişkenlerin Marjinal Etkileri

Etkileşimli doğrusal-olmayan modellerde marjinal etkilerin istatistiki olarak anlamlı olup olmadıkları, etkileşimli doğrusal modellere benzer şekilde yorumlanmaktadır. Şekil4b'deki marjinal etki tahminlerinin %95 seviyesindeki güven aralıklarının 0'ı içermesi halinde koşullandırıcı değişkenin ilgili değerleri için istatistiki olarak anlamlı olmadıkları ($z < 1.96$) sonucuna varılacaktır. Şekil4a'da da koşullandırıcı değişkenin bu değerleri ($X_2 \leq 0.1$) ve X_1 'in ortalama ve bu değere bir birim ekleyerek hesapladığımız değerleri için tahmin edilen Y_3 'ün gözlemlenme olasılıklarının güven aralıklarının büyük ölçüde kesiştiği gözlemlenmektedir.

Doğrusal-olmayan modeller için esas itibariyle anlamlılık kriteriyse iki-değerli Y_3 'ün 1 değerini aldığı gözlemlerin örneklemdeki tüm gözlemlere oranına (Y_3 'ün örneklemdeki ortalama değerine ya da gözlemlenme olasılığına) göreceli olarak değerlendirilmektedir. Örneğin, Şekil4b'de X_1 'in marjinal (mutlak) etkisi neredeyse Y_3 'ün ortalama değerine (.36) eşit olduğundan, X_1 'in X_2 'nin yüksek değer aldığı koşuldaki marjinal etkisinin esas itibariyle de anlamlı olduğu sonucuna varabiliriz.

4.2 Dağılım-Ağırlıklı Ortalama Marjinal Etkiler

Yukarıdaki örneğimizde yer verdiğimiz lojistik regresyon gibi doğrusal-olmayan modellerde sıklıkla başvurulan simülasyon yöntemi ve bu yöntemin dayandığı ortalama-vaka yaklaşımının sürekli değişkenlerin marjinal etkilerine dair hatalı çıkarımlar yapılmasına neden olabileceğine değinmiştik. Siyaset metodolojisi yazınında simülasyon yöntemine dair getirilen başka bir önemli eleştiri de bu yöntemde bağımlı değişkenin gözlemlenme (ya da başarı) olasılıklarının hesaplanmasında kurucu terimler dışındaki tüm değişkenlerin değerlerinin sabit tutulmasına daırdır (Hanmer ve Kalkan, 2013; Zhirnov vd., 2022). Bu sabit değerler, ilgili değişkenlerin türüne -i.e., kesikli değişkenler için ortanca, sürekli değişkenler için ortalama değerler- göre belirlenmektedir. Ancak, yukarıda açıkladığımız üzere, doğrusal-olmayan modellerde bir bağımsız değişkenin marjinal etkisi hem bağlantı fonksiyonuna hem de model eşitliğindeki tüm bağımsız değişkenlerin örneklem içerisinde aldıkları farklı değerlere koşulludur.

Hanmer ve Kalkan'ın (2012) 'ortalama vaka' olarak adlandırdıkları bu yaklaşıma getirdikleri eleştirilerin en önemli nedenleri de doğrusal-olmayan modellerin bu iki özelliğidir. Nitekim, yazarlar *toplamlı* doğrusal-olmayan modellerde bağımsız değişkenlerin etkilerinin bu değişkenlerin ve diğer bağımsız değişkenlerin örneklemdeki

tüm farklı değerleri dikkate alınarak hesaplanması gerektiğini ifade etmektedir. Benzer bir perspektiften, Gelman ve Pardoe (2006) da etkileşimli doğrusal-olmayan modellerde bağımsız değişkenlerin marjinal etkilerinin hem bu değişkenlerin örneklemedeki tüm olası değişimlerinin, hem de diğer bağımsız değişkenlerin örnekleme aldıkları farklı değerlerinin gözlemlenme olasılıklarıyla ağırlıklandırılarak hesaplanmasını önermektedir.

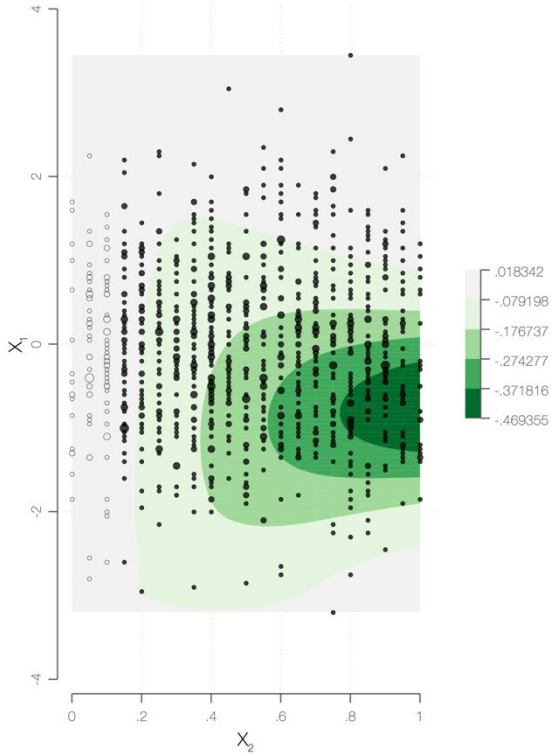
Gelman ve Pardoe'nun önerdiği bu yöntem, üçüncü bölümde sürekli X değişkeninin koşullandırıcı Z 'nin örneklemedeki gözlemlenme olasılığına bağlı olarak hesapladığımızı benzer bir 'ortalama marjinal etki' tahmin edilmesine imkân vermektedir. Hanmer ve Kalkan'ın önerdiği yöntemdeyse bir bağımsız değişkenin bağımlı değişkenin beklenen değerine ortalama etkisi, bu bağımsız değişkenin aldığı farklı değerler için nokta tahminleri olarak hesaplanmaktadır. Ancak bu iki yöntem de bir kurucu değişkenin marjinal etkisinin kurucu, koşullandırıcı ve diğer bağımsız değişkenlerin örneklem içerisindeki farklı değerlerine göre ne yönde ve ne ölçüde değişiklik göstereceğini hesaplamakta kullanılamamaktadır. Bunun için etkileşimli doğrusal-olmayan modellerin kurucu ve diğer bağımsız değişkenlerinin bileşik dağılımları (joint distribution) dikkate alınmalıdır.

Zhirnov vd. (2022), etkileşimli doğrusal-olmayan modellerde marjinal etkilerin hesaplanmasında bağımsız değişkenlerin bileşik dağılımlarını dikkate alan iki farklı yöntem geliştirmişlerdir. Her iki yöntem de marjinal etkileri iki (ya da daha çok sayıda) kurucu değişkenin örneklem içerisinde aldıkları tüm değerler için hesaplamakta kullanılabilir. Bunların ilkinde simülasyon yönteminde olduğu gibi kurucu terimler dışındaki bağımsız değişkenler ortalama ya da ortanca değerlerinde sabit tutulmaktadır (*ceteris paribus*). İkinci yöntemdeyse marjinal etkiler, koşullandırıcı değişkenin farklı değerlerinde (ya da k sayıda gözlem grubunda) model eşitliğinde yer alan tüm bağımsız değişkenlerin örneklem içerisinde aldıkları farklı değerlerine göre ağırlıklandırılarak 'dağılım-ağırlıklı ortalama marjinal etkiler' (distribution-weighted average marginal effects) hesaplanmaktadır. Bu iki yöntemde hem tüm kurucu ve/veya bağımsız değişkenlerin bileşik dağılımları dikkate alınmakta, hem de 'ortalama vaka' için tahmin edilen 'ortalama' marjinal etkiler yerine, doğrusal modeller için hesapladıklarımıza benzer koşullu marjinal etkiler hesaplanabilmektedir.

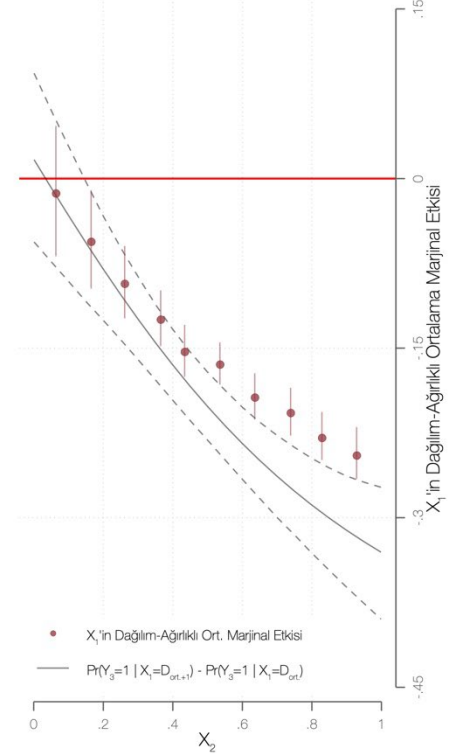
Bir önceki bölümde simülasyon yöntemiyle hesaplanan X_1 'in marjinal etkisi, Zhirnov vd.'nin önerdiği bu iki yöntem yardımıyla Şekil5a ve 5b'de görselleştirilmektedir. Tahmin ettiğimiz lojistik regresyon modelinin kurucu terimleri ve iki adet çarpımlı etkileşim dışındaki diğer bağımsız değişkeni olan iki-değerli X_3 değişkeni, yazarların önerdiği ilk yöntemi takip ettiğimiz Şekil5a'da ortanca değerinde (0) sabit tutulmaktadır. İkinci yöntemi takip eden Şekil 5b'deyse X_3 dahil tüm bağımsız değişkenlerin bileşik dağılımları dikkate alınmaktadır. Bu sebeple (nokta) marjinal etki tahminleri ve bunların belirsizlikleri iki şekil arasında küçük de olsa farklılık gösterecektir.

Şekil5a'da içleri boş imleçler anlamlı olmayan, içleri dolu olanlarsa istatistiki olarak anlamlı ($z \geq 1.96$) marjinal etki tahminlerini göstermektedir. İmleçlerin büyüklükleri de kurucu iki değişkenin ilgili değerlerini alan gözlemlerin örneklem içerisindeki frekanslarıyla, bir başka ifadeyle gözlemlenme olasılıklarıyla, orantılıdır. Bu sayede yüksek (mutlak) değerlerini daha koyu tonlar ile gösterdiğimiz nokta marjinal etki tahminlerinin tekabül ettikleri kurucu değişken değerlerinin yanında, bu tahminlerinin ne ölçüde *tipik* (temsili) oldukları (ne olasılıkla gözlemlendikleri) da görülebilmektedir.

Şekil 5a. Ort. Marjinal Etki Tahminleri (Bileşik Dağılım)



Şekil 5b. Dağılım-Ağırlıklı Ort. Marjinal Etki Tahminleri



Şekil5: Etkileşimli Doğrusal-Olmayan Modellerde Sürekli Değişkenlerin Dağılım-Ağırlıklı Ortalama Marjinal Etkileri

Şekil4b ile Şekil5a arasındaki oldukça önemli bir fark, iki boyutlu Şekil4b'de yer alan ve bu sebeple yalnız X_2 'nin örneklerdeki dağılımını görselleştiren histogramdan farklı olarak, üç boyutlu Şekil5a'da her iki kurucu değişkenin de örneklem içerisindeki (bileşik) dağılımlarını görselleştirebiliyor olmamızdır. Böylece hem X_1 'in ortalama değerinden 1 birimlik değişiminin, hem de bu değişimin Y_3 'ün gözlemlenme olasılığına esas itibarıyla de anlamlı marjinal etkisini koşullandıran X_2 'nin ilgili değer(ler)inin ne ölçüde temsili oldukları incelenebilmektedir. Şekil4b'yi yorumlarken X_1 'in (ortalama değerindeki) marjinal etkisinin X_2 'nin yüksek değerlerinde esas itibarıyla anlamlı olduğunu ifade etmiştik. Şekil5a'daysa her iki kurucu değişkenin örneklem içerisindeki dağılımları dikkate alındığından, X_1 'in marjinal etkisinin esas itibarıyla en anlamlı olduğu tahminlerin bu değişkenin 0 ve -2 arasındaki değerlerine tekabül ettiği; X_2 'in diğer değerlerdeki marjinal etkilerininse oldukça düşük olduğu görülmektedir. Şekil5a'dan çıkarılabilecek başka bir önemli sonuç da az sayıda gözlem için olsa dahi tahmin edilen marjinal etkilerin Şekil4b'de (ortalama değerinden bir birimlik artışa göre hesaplanarlardan) daha yüksek değerler alabildiğidir. Nitekim, Zhirnov vd.nin önerdiği bu yöntem, kuramsal açıdan ilginç gözlem grupları (vakalar) için hesaplanan yüksek (düşük) marjinal etkilerin daha detaylı yorumlanmasına olanak vermektedir.

Şekil5b'de on farklı nokta tahminine yer vermemizin nedeni, dağılım-ağırlıklı ortalama marjinal etkilerin Hainmueller vd.nin (2019) önerdiği yöntemle benzer şekilde örneklerdeki gözlemlerin eşit sayıda gözlem içeren alt gruplara bölünerek hesaplanabiliyor olması ve bu amaçla her biri 100'er gözlemden oluşan toplam on grup oluşturmamızdır. Bu alt grupların ortanca noktalarında hesaplanan (nokta) dağılım-ağırlıklı ortalama marjinal etkiler ile Şekil 5b'de düz çizgiyle gösterdiğimiz simülasyon yöntemiyle hesapladığımız ve ortalama-vaka yaklaşımına dayanan marjinal etkilerin X_2 'nin yüksek değerlerinde önemli ölçüde farklılaştığı görülmektedir. Yukarıda açıkladığımız üzere, bunun en önemli sebepleri: 1) Doğrusal-olmayan bağlantı fonksiyonu nedeniyle, X_1 'in marjinal etkisinin sabit olmaması; 2) ortalama-vaka yaklaşımına dayanan simülasyon yönteminde X_1 'in ortalama değerindeki bir birimlik etkisinin X_3 'ün değeri sabit tutularak hesaplanmış olması; 3) sentetik veri türetme sürecinde X_1 'in marjinal etkisinin X_2 ve X_2 'nin karesi tarafından koşullandırıldığını varsaymış olmamız; 4) dağılım-ağırlıklı ortalama marjinal etkilerin kurucu ve diğer bağımsız değişkenlerin bileşik dağılımların dikkate alarak, bu tip doğrusal-olmayan marjinal etkilerin hesaplanabilmesine imkân sağlıyor olmasıdır.

Her ikisi de bağımsız değişkenlerin bileşik dağılımları dikkate alan bu yöntemlerden ikincisinin marjinal etkileri koşullandırıcı değişkenin farklı değerlerine göre oluşturulan daha az sayıda alt grup için ağırlıklandırıyor olması, hem gözlemlenme olasılıkları hem de esasları itibarıyla farklılık gösteren nokta tahminlerini inceleme fırsatı vermemektedir. Öte yandan, marjinal etkilerin bu yöntemde aynı sebeple görece daha kolay yorumlanabilmesi bu iki yöntem arasındaki diğer önemli farktır. Zhirnov vd.nin (2022) önerdiği iki yöntemden hangisinin takip edileceği kararının bu karşılaştırmalı avantajları nedeniyle kurucu değişkenlerin türü, bağımsız değişkenlerin mevcudiyeti, türü, sayısı ve bileşik dağılımları ve kuramsal bir perspektiften verilmesi daha uygun olacaktır.

5. SONUÇ YERİNE

Nicel yöntemlerden yararlanan çalışmalarda öne sürülen koşullu kuramsal beklenti ve önermeler, etkileşimli doğrusal ve doğrusal-olmayan modellerin tahmin edilmesini gerektirmektedir. Siyaset bilimi alanında özellikle son on beş yıldır hızla artan sayıda çalışmada kullanılan etkileşimli modellerin kurucu bağımsız değişkenlerinin doğrudan, koşullu ve marjinal etkilerinin hesaplanması ve yorumlanmasıysa birçok çalışmada hatalı ya da eksik yapılmaktadır.

Çalışmamızda doğrusal ve doğrusal-olmayan etkileşimli modellere dair siyaset metodolojisi alanında son yıllarda yayımlanan çalışmaların detaylı bir incelemesi sunulmaktadır. Bu çalışmaların altını çizdiği, etkileşimli modellerin tahmini ve yorumlanması hakkında birçok hatalı pratik ve dikkat edilmesi gereken husus, kuramsal ve kurgusal örnekler yardımıyla açıklanmış; bu örnekler ışığında etkileşimli modellere dair alanın en önde gelen mecralarında yayımlanmış çalışmalarda önerilen farklı yöntemler incelenmiştir. Özetlemek gerekirse, etkileşimli modellerin tahmin edilmesi ve yorumlanmasında dikkat edilmesi gereken noktalar şunlardır:

- Etkileşimli doğrusal ya da doğrusal-olmayan modeller kullanılarak tahlil edilen koşullu kuramsal beklenti ve önermeler, ilgili bağımlı değişkenin yalnız doğrudan etkisini değil, diğer kurucu terim(ler) tarafından koşullandırılan ve/veya marjinal etkilerini de içerecek şekilde yapılmalıdır (Brambor vd., 2006).

- Etkileşimli modellerde çarpımlı etkileşimlerin tüm kurucu terimlerine ve bunların tüm çarpımlı etkileşimlerine yer verilmelidir (Brambor vd., 2006).

- Marjinal etkilerin yalnız çarpımlı etkileşimlerin regresyon katsayılarının ya da bağımlı değişkenin beklenen değerlerinin güven aralıkları üzerinden yorumlanması, sıklıkla hatalı çıkarımlar yapılmasına neden olmaktadır (Brambor vd., 2006).

- Bağımlı değişkenin tahmin edilen değerleri veya ilgili bağımsız değişkenin bağımlı değişkenin beklenen değerine marjinal etkisi ile bunların belirsizlikleri, model türüne göre belirlenecek yöntemle, etkileşimli doğrusal modellerde marjinal etkilerin doğrusallığı varsayımı (Hainmueller vd., 2019), doğrusal-olmayan modellerde ise sıkıştırma etkisi göz önüne alınarak (Berry vd., 2010; Hanmer ve Kalkan, 2013; Zhirnov vd., 2022), yalnız kuramsal beklentilerin gerektirdiği değişken(ler) için hesaplanmalıdır.

- Hesaplanan marjinal etkiler (ya da tahmin edilen değerler) ile bunların belirsizlikleri bir grafik ya da tablo aracılığıyla görselleştirilmeli (bkz. King vd., 2000) ve bunların istatistiki ve esası itibarıyla (bkz. Achen, 1982) anlamlı olup olmadıkları dikkate alınarak yorumlanmalıdır.

- Marjinal etkilerin grafik yardımıyla görselleştirilmesinde kurucu terimlerin örneklem içindeki dağılımları uygun bir yöntemle (örn. halı grafiği, histogram, üç boyutlu grafikler) gösterilmelidir (Brambor vd., 2006; Hainmueller vd., 2019; Zhirnov vd., 2022). Bu sayede güven aralıklarının ne sebeple geniş ya da dar olduğu ve tahmin edilen değerlerin enterpolasyon ve ekstrapolasyon yanlılıklarından (bkz. King ve Zeng, 2007) ne derece etkilendikleri ortaya çıkmaktadır.

- Marjinal etkiler, koşullandırıcı değişkenlerin örneklem içerisindeki aralıkları ve kuramsal açıdan anlamlı ve temsili değerleri arasından belirlenecek değerler için hesaplanmalı (Zhirnov vd., 2022); ortalama vaka yaklaşımından mümkün olduğunca kaçınılmalıdır.

- Başta etkileşimli doğrusal-olmayan modeller olmak üzere, ortalama değerdeki ve ortalama marjinal etkiler dair siyaset metodolojisi yazınında dile getirilen çekinceler dikkate alınmalı; marjinal etkiler, başta kurucu terimler olmak üzere bağımsız değişkenlerin örneklem içerisindeki bileşik dağılımları göz önüne alınarak hesaplanmalıdır (Gelman ve Paldoe, 2007; Hanmer ve Kalkan, 2013; Zhirnov vd., 2022).

Çalışmamızda detaylıca açıklamaya gayret ettiğimiz bu hususlara azami dikkat gösterilmesi sayesinde ülkemizde siyaset bilimi başta olmak üzere sosyal bilimler alanında gelecekte yapılacak çalışmalarda ortaya çıkabilecek benzer hataların önüne geçileceğini ümit ederiz.

KAYNAKÇA

- Achen, C. H. (1982). *Interpreting and Using Regression*. SAGE Publications.
- Amorim Neto, O. ve Cox, G. W. (1997). "Electoral Institutions, Cleavage Structures, and the Number of Parties", *American Journal of Political Science*, 41/1, 149-174.
- Berry, W. D., DeMeritt, J. H. R. ve Esarey, J. (2010). "Testing for Interaction in Binary Logit and Probit Models: Is a Product Term Essential?", *American Journal of Political Science*, 54/1, 248-266.
- Bilecen, H. (2016). "Niche Party Success in Turkey: Do Policy Dimensions Matter?", *Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 25, 139-157.
- Brambor, T., Clark, W. R. ve Golder, M. (2006). "Understanding Interaction Models: Improving Empirical Analyses", *Political Analysis*, 14/1, 63-82.
- Brambor, T., Clark, W. R. ve Golder, M. (2007). "Are African Party Systems Different?", *Electoral Studies*, 26/1, 315-323.
- Clark, W. R. ve Golder, M. (2006). "Rehabilitating Duverger's Theory: Testing the Mechanical and Strategic Modifying Effects of Electoral Laws", *Comparative Political Studies*, 39/6, 679-708.
- Cornell Statistical Consulting Unit. (2020). *Overlapping Confidence Intervals and Statistical Significance*. https://cscu.cornell.edu/wp-content/uploads/73_ci.pdf
- Friedrich, R. J. (1982). "In Defense of Multiplicative Terms in Multiple Regression Equations", *American Journal of Political Science*, 26/4, 797-833.
- Gelman, A. ve Pardoe, I. (2007). "Average Predictive Comparisons for Models with Nonlinearity, Interactions, and Variance Components", *Sociological Methodology*, 37/1, 23-51.
- Hainmueller, J., Mummolo, J. ve Xu, Y. (2019). "How Much Should We Trust Estimates from Multiplicative Interaction Models? Simple Tools to Improve Empirical Practice", *Political Analysis*, 27/2, 163-192.
- Hanmer, M. J. ve Kalkan, K. O. (2013). "Behind the Curve: Clarifying the Best Approach to Calculating Predicted Probabilities and Marginal Effects from Limited Dependent Variable Models," *American Journal of Political Science*, 57/1, 262-277.
- Kemahlioğlu, Ö. ve Sayarı, S. (2017). "Defecting Alone or Splitting Together? Individual and Collective Party Switching by Legislators", *Public Choice*, 171, 187-206.
- Kentmen-Çin, Ç. (2015). "Participation in Social Protests: Comparing Turkey with EU Patterns", *Southeast European and Black Sea Studies*, 15/3, 223-237.
- King, G., Tomz, M. ve Wittenberg, J. (2000). "Making the Most of Statistical Analyses: Improving Interpretation and Presentation", *American Journal of Political Science*, 44/2, 347-361.
- King, G. ve Zeng, L. (2007). "When Can History Be Our Guide? The Pitfalls of Counterfactual Inference", *International Studies Quarterly*, 51/1, 183-210.
- Moral, M. (2016). "The Passive-Aggressive Voter: The Calculus of Casting an Invalid Vote", *Political Research Quarterly*, 69/6, 732-745.
- Rainey, C. (2016). "Compression and Conditional Effects: A Product Term Is Essential When Using Logistic Regression to Test for Interaction", *Political Science Research and Methods*, 4, 621-639.
- Wright, G. C. (1976). "Linear Models for Evaluating Conditional Relationship", *American Journal of Political Science*, 20/2, 349-373.
- Yıldırım, T. M. (2017). "Politics of Constituency Representation and Legislative Ambition under the Glare of Camera Lights," *Legislative Studies Quarterly*, 45/1, 101-130.
- Zhirnov, A., Moral, M. ve Sedashov, E. (2022). Taking Distributions Seriously: On the Interpretation of the Estimates of Interactive Nonlinear Models. *Political Analysis, First View*, 1-22. <https://doi.org/10.1017/pan.2022.9>

Beyan ve Açıklamalar (Disclosure Statements)

1. Bu çalışmanın yazarları, araştırma ve yayın etiği ilkelerine uyduklarını kabul etmektedirler (The authors of this article confirm that their work complies with the principles of research and publication ethics).
2. Yazarlar tarafından herhangi bir çıkar çatışması beyan edilmemiştir (No potential conflict of interest was reported by the authors).
3. Bu çalışma, intihal tarama programı kullanılarak intihal taramasından geçirilmiştir (This article was screened for potential plagiarism using a plagiarism screening program).