



Kohezyonlu zeminlerde net limit basınç ve deformasyon modülünün makine öğrenimi temelli modeller kullanılarak tahmin edilmesi

Predicting net limit pressure and deformation modulus of cohesive soils using machine learning-based methods

Nurgül Yeşiloğlu Gültekin^{1*} , Ayhan Doğan² 

¹ Hacettepe Üniversitesi, Başkent OSB Teknik Bilimler Meslek Yüksekokulu, İnşaat Bölümü, Ankara, Türkiye

² Hacettepe Üniversitesi, Başkent OSB Teknik Bilimler Meslek Yüksekokulu, Mimarlık ve Şehir Planlama Bölümü, Ankara, Türkiye

Öz

Makine öğrenimi temelli yöntemler son dönemlerde özellikle mühendislik uygulamalarında geniş bir alan bulmuştur. Çalışma kapsamında kohezyonlu birimlerde gerçekleştirilmiş arazi ve laboratuvar deneylerinden elde edilen veriler kullanılarak net limit basınç (P_{LN}) ve deformasyon modülü (E) değerleri tahmin edilmeye çalışılmıştır. Bu amaçla; Regresyon Ağaçları (RA), Destek Vektör Makineleri (DVM), Gauss Süreç Regresyonu (GSR) olmak üzere üç farklı makine öğrenimi yöntemi kullanılmıştır. Düzeltilmiş SPT ($SPT-N_{(60)}$), likit limit (%LL), plastisite indeksi (%PI) ve birim hacim ağırlık (BHA) verileri modellerin girdi parametrelerini oluşturmaktadır. Her bir model için üç makine öğrenimi yöntemi de uygulanmıştır. Buna göre; çalışma kapsamında DVM ve GSR yöntemleri RA yöntemine göre daha yüksek tahmin performansı göstermiştir. P_{LN} 'nin ve E 'nin tahmin edilmesine yönelik oluşturulan modeller karşılaştırıldığında ise; P_{LN} 'nin tahmin performansı daha yüksek çıkmıştır. Sonuç olarak; üç farklı makine öğrenimi yönteminin de P_{LN} 'nin ve E 'nin tahmininde kullanılabileceği, özellikle arazi çalışmalarının yüksek maliyetli olduğu, örnekleme çalışmalarının güçlüğü gibi durumlarda temsil kabiliyetinin yüksek olduğu sonucuna varılmıştır.

Anahtar kelimeler: Net limit basınç, Deformasyon modülü, Regresyon ağaçları, Destek vektör makineleri, Gauss süreç regresyonu

1 Giriş

Presiyometre deneyinden elde edilen net limit basınç (P_{LN}) ve deformasyon modülü (E) değerleri mühendislik uygulamalarında zeminin yerinde deformasyon özelliklerinin ortaya konulması açısından önemli parametreler olup; presiyometre cihazının pahalı ve karmaşık bir yapıda olması, parametrelerin elde edilmesinin zaman alması, kuyuya cihazın yerleştirilmesi, probun şişirilmesi, kalibrasyon aşamalarında karşılaşılabilecek güçlükler gibi durumlar bu parametrelerin ampirik yöntemler ve hasarsız basit indeks testlerle oluşturulan algoritmalar ile tahmin edilmesini literatürde cazip bir duruma getirmiştir [1-7]. Ayrıca makine öğrenimi temelli

Abstract

Machine learning-based methods have recently found an extensive field especially in engineering applications. In this study, net limit pressure (P_{LN}) and deformation modulus (E) were tried to predict using the data obtained from in-situ and laboratory tests which were performed for cohesive soils. For this purpose, three different machine learning methods were employed such as regression trees (RT), support vector machines (SVM), gaussian process regression (GPR). The corrected SPT ($SPT-N_{(60)}$), liquid limit (LL%), plasticity index (PI%) and unit weight data are the input parameters of the models. Three machine learning methods were utilized for each constructed model. Accordingly, SVM and GPR methods have higher prediction performance than RA. When the models are compared which were constructed for the prediction of P_{LN} and E ; the prediction performance of P_{LN} is higher. Consequently, it has been concluded that three different machine learning methods can be used to predict P_{LN} and E , and their representativeness is high, especially in the cases where field studies are costly and difficulties of sampling.

Keywords: Net limit pressure, Deformation modulus, Regression trees, Support Vector Machines, Gaussian process regression

çalışmalar da jeoteknik uygulamalarda önemli bir yer bulmuştur [8-14]. Literatürde E 'nin makine öğrenimi yöntemleri ile tahmin edilmesine yönelik çalışmalar bulunmaktadır. Bu amaçla, yerinde deneylerin yüksek maliyetleri ve hesaplama güçlüklerinden dolayı deformasyon modülünün belirlenmesine yönelik, genetik algoritma temelli yapay sinir ağları yöntemi uygulanan çalışmada plaka yükleme deneyinden elde edilen deformasyon modülü değerleri tahmin edilmiştir [15]. Sonuç olarak çalışmada, genetik algoritma tabanlı yapay sinir ağlarının yüksek tahmin performansı verdiği belirlenmiştir. İran'da bir barajın test galerisinden alınmış olan veriler ile bir yer altı açıklığının çevresindeki kazı hasar zonunun tanımlanması ve sınıflandırılması; deformasyon modülü esas

alınarak destek vektör makineleri yöntemi kullanılarak çalışılmıştır [16]. Altı farklı baraj sahasında gerçekleştirilen plaka yükleme deneyinden elde edilen deformasyon modülünün farklı kaya parametreleri kullanılarak tahmin edildiği çalışmada genetik algoritma, parçacık sürü optimizasyonu (PSO-Particle Swarm Optimization) ve bulanık C-ortalama kümeleme (fuzzy C-mean clustering) yapıları kullanılmıştır [17]. Çalışmada genetik algoritma ve parçacık sürü optimizasyonunun başarılı sonuç verdiği ifade edilmiştir. Hasanipanah vd. [18] tarafından farklı kaya parametreleri kullanılarak deformasyon modülünün tahmin edildiği çalışmada; Levenberg–Marquardt algoritması, Bayesci düzenleme (BR-Bayesian regularization) ve ölçekli eşlenik gradyan (SCG- Scaled Conjugate Gradient) olmak üzere üç farklı optimize edilmiş kademeli ileri yapay sinir ağları yöntemleri kullanılmıştır. Buna göre Levenberg–Marquardt algoritmasının yüksek performans verdiği belirlenmiştir.

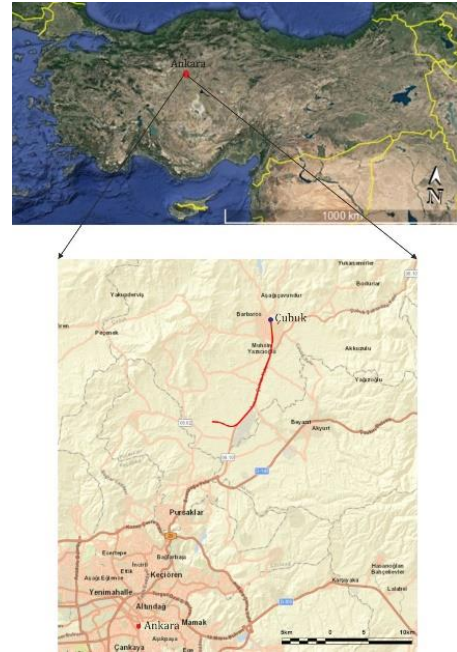
Bu çalışma kapsamında değerlendirilen presiyometre deneyinden elde edilmiş P_{LN} ve E' 'nin belirlenmesine yönelik makine öğrenimi temelli çalışmalar literatürde sınırlı sayıda yer almaktadır. Bu kapsamda, Rashed vd. [19] toprak örneklerinin fiziksel özelliklerini kullanarak presiyometre deneyinden elde edilen deformasyon modülünü tahmin etmeye yönelik yapmış oldukları çalışmada bir dizi modeller geliştirmiş ve bu kapsamda lineer genetik programlama yöntemini kullanmışlardır. Yöntemin yapay sinir ağlarından daha iyi performans göstermesi de hızlı, basit ve anlaşılır bir denklem sunduğunu ifade etmişlerdir. Farklı türdeki toprak zeminler için deformasyon modülünün tahmin edildiği Alavi vd. [20] tarafından gerçekleştirilen çalışmada ise; bu tür zeminlerde uygulanan 114 adet presiyometre deneyi sonucundan elde edilen veriler için ifade programlama (expression programming) sistemleri kullanılmıştır. Çalışmada oluşturulan modellerin genelleştirme başarısı bir çok istatistiksel yöntem ile doğrulanmış ve çok iyi performans gösterdiği belirtilmiştir. Alemdag vd. [21] tarafından tabakalı sedimanter kayaların deformasyon modülünün farklı kaya kütle özellikleri kullanılarak tahmin edildiği çalışmada; net limit basınç ve deformasyon modülü değerleri yapay sinir ağları, bulanık mantık ve genetik programlama yöntemleri ile belirlenmeye çalışılmıştır. Çalışmanın sonuçlarının tatmin edici olduğu belirtilmiş, ancak veri sayısının ve kalitesinin önemine vurgu yapılmıştır. Killi zeminler için gerçekleştirilen presiyometre deneyinden elde edilen deformasyon modülü ve limit basınç değerinin hesaplanmasına yönelik Moayed vd. [22] tarafından yapılan bir başka çalışmada; su içeriği, düzeltilmiş SPT değeri ve plastisite indeksi değeri girdi parametresi olarak belirlenmiş ve genetik algoritma ve grup veri işleme yöntemi (GMDH-Group Method of Data Handling) temelli yapay sinir ağları kullanılmıştır. Buna göre; grup veri işleme yöntemi temelli yapay sinir ağlarının iyi bir tahmin performansı verdiği belirtilmiştir. Çalışmada sınırlı tür ve sayıda toprak numunesi üzerinde çalışıldığı, farklı zemin türleri için türetilen denklemlerin doğruluğunun kontrol edilmesi için daha fazla araştırma yapılması gerektiğini belirtmişlerdir.

Bu çalışmada, P_{LN} ve E değerleri makine öğrenimi temelli modeller kullanılarak tahmin edilmeye çalışılmıştır. Literatür incelendiğinde bu alanda sınırlı sayıda çalışma olduğu görülmekte olup; yapılan çalışma literatüre katkı sağlayacak niteliktedir.

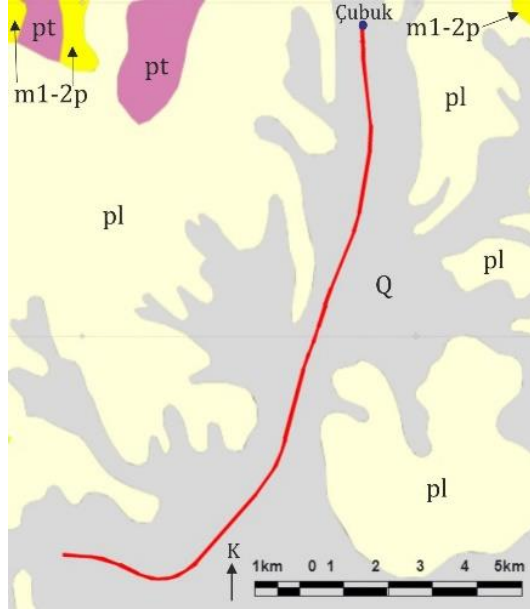
P_{LN} ve E değerleri arazi çalışmaları sırasında yerinde (in-situ) yapılan presiyometre deneyinden elde edilmiş sonuçlardır. Ayrıca sondaj çalışmaları sırasında Standart Penetrasyon Testi (SPT) yapılmış olup; bu deneyden elde edilen veriler ve yapılan örneklemeler bu çalışmada değerlendirilmiştir. Girdi parametresi olarak düzeltilmiş SPT (SPT- $N_{(60)}$), likit limit (%LL), plastisite indeksi (%PI) ve birim hacim ağırlık (BHA) değerleri kullanılmıştır. Çalışma kapsamında araziden toplanan tüm veriler değerlendirilmiş; aynı ölçüm seviyesinde tüm girdi ve çıktı parametreleri için değeri bulunan veriler kullanılmış, diğer veriler kullanılmamıştır. Bundan dolayı çalışmada 350 adet veri seti ile çalışılmıştır.

2 Çalışma alanı

Çalışma alanı Ankara İli Çubuk İlçesi sınırları içerisinde kalan 16 km'lik bir güzergahı içermektedir. Çalışma alanına ait yer bulduru haritası Şekil 1'de verilmiştir [23-24]. Çalışma alanı 1/100000 ölçekli Bolu H29 ve Çankırı H30 paftaları içinde yer almaktadır. Çalışma alanı Kuvaterner (Q) yaşlı alüvyon birimler içerisinde yer almaktadır. Sondaj çalışmaları sırasında geçilen ve çalışma kapsamında değerlendirilen kohezyonlu birimler bu birim içindedir. Çalışma alanının yakın çevresinde Pliyosen yaşlı (pl) karasal kıvrıntılar, Alt-Orta Miyosen yaşlı (m1-2p) piroklastik malzeme ve Permo Triyas (pt) yaşlı kıvrıntılar ve karbonatlar (yer yer bloklı ve volkanitli) yer almaktadır [24]. Çalışma alanının ve yakın çevresinin jeoloji haritası Şekil 2'de verilmiştir.



Şekil 1. Çalışma alanına ait yer bulduru haritası [23-24]

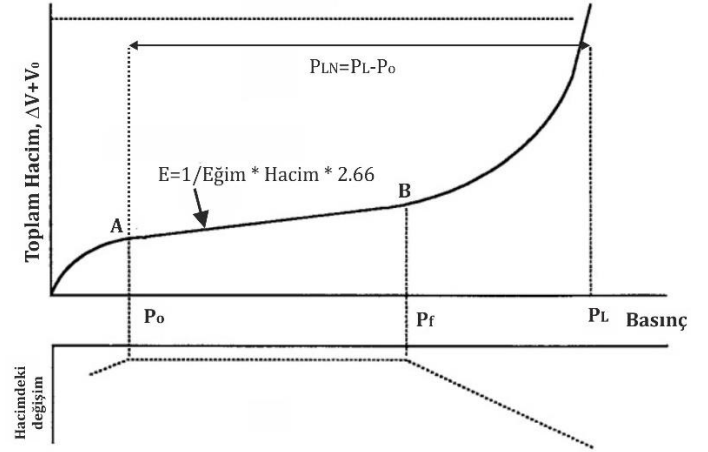


Şekil 2. Çalışma alanı ve yakın çevresinin jeoloji haritası [24]

3 Arazi ve laboratuvar çalışmaları

Çalışma kapsamında yapılan sondajlar alüvyonel zeminde gerçekleştirilmiş olup; bu kapsamda kohezyonlu zeminlere (kil ve silt) ait veriler değerlendirilmiştir. Alüvyonel zeminin fiziksel ve mekanik özelliklerini belirlemeye yönelik yerinde ve laboratuvar deneyleri gerçekleştirilmiştir. Arazi çalışmaları sırasında yapılan yerinde deneylerden biri olan SPT'ye ait düzeltilmiş değerler (SPT-N₍₆₀₎) çalışma kapsamında girdi parametresi olarak kullanılmıştır. SPT bir sondaj kuyusunda istenilen seviyede, 63.5 kg ağırlığındaki bir tokmağın 76 cm yükseklikten düşürülmesi ve tokmağın toplamda 45 cm zemin içine penetre olması için gereken darbe sayılarını esas almaktadır. Her 15 cm'de bir darbe sayıları kaydedilmektedir ve ilk 15 cm örselenme durumuna karşı dikkate alınmamaktadır. Böylece geriye kalan 30 cm için SPT-N₍₃₀₎ değeri belirlenmektedir. Elde edilen bu ham veri için; örtü yükü düzeltmesi [25], enerji düzeltmesi, örnek alıcı, kuyu çapı, tij uzunluğu düzeltmeleri önerilmektedir [26]. SPT-N₍₃₀₎ değeri için enerji düzeltmesi, örnek alıcı, kuyu çapı ve tij uzunluğu düzeltmeleri yapılarak SPT-N₍₆₀₎ değeri belirlenmektedir. Çalışma kapsamında değerlendirilen bir diğer arazi deneyi ise presiyometredir. Arazi çalışmaları kapsamında Menard presiyometresi kullanılmıştır. Presiyometre deneyi ile zemine uygulanan gerilmeler ve birim deformasyonlar belirlenmektedir. Bu kapsamda arazi çalışmalarından elde edilen veriler ile P_{LN} ve E değerleri belirlenmiş ve kullanılmıştır. Arazi verilerinden elde edilerek çizilen Toplam Hacim-Basınç grafiği ve bu grafikten yararlanılarak P_{LN} ve E' nin nasıl hesaplanacağı Şekil 3' te görülmektedir [27].

Ayrıca arazi çalışmaları sırasında alınan örneklerden bir dizi laboratuvar deneyi gerçekleştirilmiştir. Laboratuvar deney sonuçlarından %LL, %PI ve BHA çalışmada girdi parametresi olarak kullanılmıştır.



Şekil 3. Gerilim-Birim deformasyon ve krip eğrisi [27]

4 Verileri değerlendirme

Çalışma kapsamında bir güzergah boyunca açılmış sondajlardan elde edilen veriler değerlendirilmiştir. Bu amaçla, her bir veri grubu için toplam 350 veri seti kullanılmıştır. Bu veri setleri oluşturulurken; değerlendirilen her bir parametrenin diğer parametrelerle aynı seviyeye karşılık gelen değerleri dikkate alınmıştır. Eksik kalan seviyelere ait deney verileri kullanılamamıştır. Çalışmada malzemeye ait %LL, %PI, BHA girdi parametreleri olarak kullanılmış ve P_{LN} ve E ise çıktı olarak değerlendirilmiştir. Bu amaçla her bir çıktı için dört ayrı model oluşturulmuştur. Her bir çıktıya ait modeller A ve B harfleriyle ifade edilmektedir. A harfi; P_{LN}'nin, B harfi ise; E'nin tahmin edilmeye çalışıldığı modelleri ifade etmektedir. Modeller iki ve üç girdi parametrelili olarak oluşturulmuştur. Buna göre; Model 1A (SPT-N₍₆₀₎ ve %LL), Model 2A (SPT-N₍₆₀₎ ve %PI) ve Model 3A (SPT-N₍₆₀₎ ve BHA) iki girdi parametrelili, Model 4A (SPT-N₍₆₀₎, %LL ve BHA) ise üç girdi parametrelidir. Bu modeller için çıktı parametresi P_{LN} dir. Benzer şekilde; Model 1B (SPT-N₍₆₀₎ ve %LL), Model 2B (SPT-N₍₆₀₎ ve %PI) ve Model 3B (SPT-N₍₆₀₎ ve BHA) iki girdi parametrelili, Model 4B (SPT-N₍₆₀₎, %LL ve BHA) ise üç girdi parametrelidir. Bu modeller için çıktı parametresi ise; E' dir.

Çalışmanın ilk aşamasında araziden ve laboratuvardan elde edilen verilere ait genel istatistiksel değerlendirmeler sunulmuştur. Parametrelerin birbirleri ile istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığı değerlendirilmiştir. Tablo 1' de çalışma kapsamında değerlendirilen verilerin temel istatistiksel değerlendirmesi verilmiştir. Ayrıca burada sunulan çalışma kapsamında; SPT-N₍₆₀₎, %LL, %PI ve BHA (kN/m³) bağımsız değişkenlerinin birbirleri ile olan ilişkileri çoklu bağımlılık (multi collinearity) açısından değerlendirilmiştir (Tablo 2). Bu değerlendirmeye göre %LL ve %PI dışında genel olarak parametreler arasında düşük bir ilişki olduğu belirlenmiştir. Bu durum gözönüne alındığında gerçekleştirilen modelleme çalışmalarında %LL ve %PI aynı modeller içinde yer almamıştır.

Tablo 1. Temel tanımlayıcı istatistiksel değişkenler

Parametreler	Veri Sayısı	En Küçük	En Büyük	Ortalama	Standart Hata	Standart Sapma
SPT-N ₍₆₀₎	350	2.04	60.00	41.10	0.869	16.261
%LL	350	34.80	97.90	70.60	0.556	10.408
%PI	350	14.50	62.40	36.36	0.360	6.729
BHA (kN/m ³)	350	16.58	20.50	18.04	0.038	0.712
P _{LN} (MPa)	350	0.10	4.27	2.04	0.061	1.147
E (MPa)	350	0.98	86.72	21.93	0.883	16.512

Tablo 2. Girdi parametrelerine ait korelasyon matrisi (R²)

Parametreler	SPT-N ₍₆₀₎	%LL	%PI	BHA (kN/m ³)
SPT-N ₍₆₀₎	1.000	0.351	0.317	-0.262
%LL		1.000	0.875	-0.36
%PI			1.000	-0.151
BHA (kN/m ³)				1.000

Çalışma kapsamında tahmin edilmeye çalışılan P_{LN} ve E değerlerinin diğer parametreler ile olan ilişkileri eksponansiyel, doğrusal, logaritmik ve üstel fonksiyonlar kullanılarak analiz edilmiştir (Tablo 3 ve Tablo 4).

Tablo 3. Bağımlı değişkenin “P_{LN}” olduğu basit regresyon analizleri (R²)

Fonksiyon	Bağımlı Değişken	SPT-N ₍₆₀₎	%LL	%PI	BHA (kN/m ³)
Eksponansiyel	P _{LN} (MPa)	0.6965	0.2083	0.1623	0.1353
Doğrusal	P _{LN} (MPa)	0.6844	0.1743	0.1371	0.111
Logaritmik	P _{LN} (MPa)	0.6471	0.1813	0.1419	0.1105
Üstel	P _{LN} (MPa)	0.7564	0.2179	0.0168	0.1337

Tablo 4. Bağımlı değişkenin “E” olduğu basit regresyon analizleri (R²)

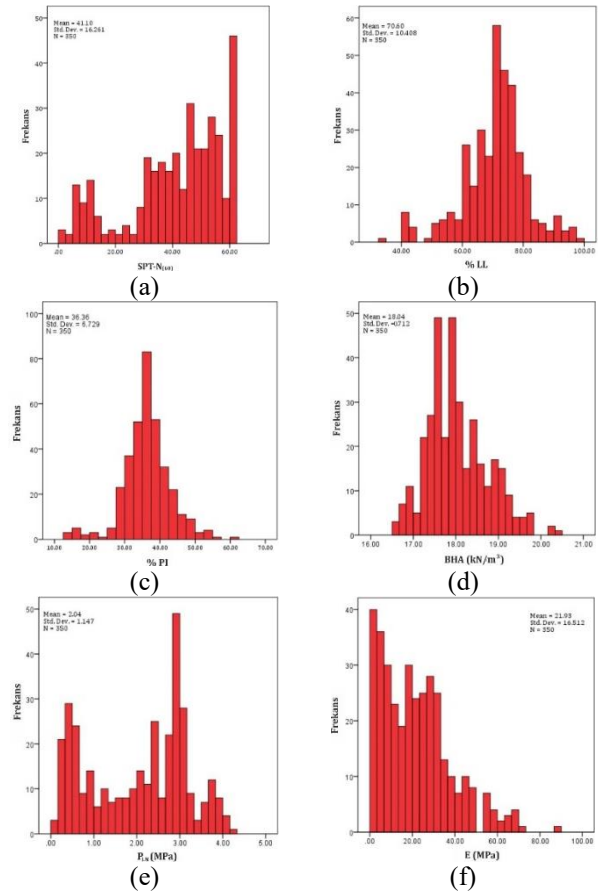
Fonksiyon	Bağımlı Değişken	SPT-N ₍₆₀₎	%LL	%PI	BHA (kN/m ³)
Eksponansiyel	E (MPa)	0.7041	0.1853	0.1432	0.1253
Doğrusal	E (MPa)	0.505	0.0996	0.0813	0.0643
Logaritmik	E (MPa)	0.414	0.1045	0.0851	0.0636
Üstel	E (MPa)	0.7127	0.1950	0.1502	0.1235

P_{LN} ve girdi parametreleri arasında yapılan basit regresyon analiz sonuçlarına göre; P_{LN} ve SPT-N₍₆₀₎ arasında belirlenmiş en büyük determinasyon katsayısı 0.7564 olup, üstel bir dağılım göstermektedir. P_{LN} ve %LL arasında belirlenmiş en büyük determinasyon katsayısı 0.2179 olup, üstel bir dağılım göstermektedir. P_{LN} ve %PI arasında belirlenmiş en büyük determinasyon katsayısı 0.1623 olup, eksponansiyel bir dağılım göstermektedir. P_{LN} ve BHA arasında belirlenmiş en büyük determinasyon katsayısı 0.1353 olup, eksponansiyel bir dağılım göstermektedir.

E ve girdi parametreleri arasında gerçekleştirilen basit regresyon analizlerine göre ise; E ve SPT-N₍₆₀₎ arasında belirlenmiş en büyük determinasyon katsayısı 0.7127 olup, üstel bir dağılım göstermektedir. E ve %LL arasında belirlenmiş en büyük determinasyon katsayısı 0.1950 olup, üstel bir dağılım göstermektedir. E ve %PI arasında belirlenmiş en büyük determinasyon katsayısı 0.1502 olup; üstel bir dağılım göstermektedir. E ve BHA arasında belirlenmiş en büyük determinasyon katsayısı 0.1253 olup, eksponansiyel bir dağılım göstermektedir.

Genel olarak basit regresyon analizleri değerlendirildiğinde; P_{LN} ile girdi parametreleri arasında elde edilen determinasyon katsayıları, E ve girdi parametreleri arasında elde edilen değerlerden daha yüksektir. Determinasyon katsayısı değerleri P_{LN} ve E için değerlendirildiğinde; diğer parametrelerle ilişkileri SPT-N₍₆₀₎ ile olan ilişkileri dışında istatistiksel olarak düşük çıkmaktadır. Ancak parametreler fiziksel olarak tahmin edilmek istenen parametreler üzerinde etkilidir. Bu nedenle tek bir parametrelili değil, iki ve üç girdili modeller oluşturulmuştur.

Çalışma kapsamında değerlendirilen verilere ait histogramlar Şekil 4’te verilmiştir. Çalışmada SPSS Statistics v23.0 [28] kullanılarak parametreler için normallik testi yapılmış, çarpıklık ve basıklık değerleri değerlendirildiğinde parametrelerin normal dağılıma uyduğu görülmüştür.



Şekil 4. Histogramlar, (a) SPT-N₍₆₀₎, (b) %LL, (c) %PI, (d) BHA, (e) P_{LN} ve (f) E

5 Modelleme çalışmaları

Çalışma kapsamında 350 adet veri setinin değerlendirilmesi ve P_{LN} ile E' 'nin tahmin edilmesi amacıyla üç farklı makine öğrenimi yöntemi kullanılmıştır. Bu amaçla; makine öğrenimi yapılırken toplam verinin %80'i eğitim, %20'si test verisi olarak kullanılmıştır. Eğitim ve test işlemleri 5 kez rastgele seçilmiş veriler için ayrı eğitim ve test veri setleri ile tekrarlanmıştır. Her çıktı parametresi için dört ayrı model oluşturulmuş ve üç makine öğrenimi yönteminin her biri bu modellere uygulanmıştır. Yapılan 5 ayrı eğitim ve test işleminden elde edilen sonuçlar R^2 ve RMSE değerleri dikkate alınarak; içlerinden en iyi doğruluk değerine sahip olanlar seçilmiştir. Her bir eğitim ve test işlemi Regresyon Ağaçları (RA), Destek Vektör Makineleri (DVM) ve Gauss Süreç Regresyonu (GSR) makine öğrenimi yöntemleri ile tekrarlanmıştır. Makine öğrenimi çalışmaları MATLAB 2020b yazılımı kullanılarak gerçekleştirilmiştir [29].

5.1 Regresyon ağaçları

Regresyon ağaçları (RA), bağımlı ve bağımsız değişkenlerin birbirleriyle olan ilişkisini belirlemeyi amaçlayan, topluluk üyelerini homojen alt sınıflara ayıran bir yöntemdir. Bu yöntem parametrik değildir. Bu yöntemde önce kök düğüm oluşturulmakta, ardından dallara ayırma işlemi gerçekleştirilmektedir. Bu ayırma işlemi düğümdeki bireyler için belirlenen bağımsız değişkenler aynı değeri aldığı durumlarda durdurulmaktadır. RA yöntemi, benzerlik gösteren bireylerin aynı ağaç düğümünde toplanması esasına dayalıdır. RA yönteminde, ağacın oluşumu, budama ve en uygun ağaç yapısının seçilmesi işlemleri gerçekleştirilmektedir [30]. Yüksek hataya sahip olan ve tahminlere düşük katkıda bulunan düğümler veya dalların atılması işlemi budama olarak bilinmektedir [31].

RA yönteminde tahmin edilen öz nitelik değerleri süreklilik gösteren gerçek sayılardır. Bu yöntemde tahmin değerlerinin karesel ortalama hatasını en aza indireyecek bölünmeler hesaplanarak ağacın büyümesi ve dallara ayrılması işlemleri gerçekleştirilmektedir. Yapraklarda elde edilen tahminler düğüm için hesaplanan ağırlıklı ortalamalara bağlıdır [32].

Regresyon ağaçlarında üç ayırma kuralı uygulanmaktadır. Bunlar; Least Squares (LS), Clark&Pregibon (CP), Least Absolute Deviaton (LAD). Genel olarak amaç, düğümleri olabildiğince homojen yapıya kavuşturmadır [33].

RA yöntemi, bağımsız değişkenleri aralıklara ayırmaktadır ve bu nedenle sürekli değil kesiklidir. Bundan dolayı belirli aralıklarda istenen tahminlerin sonuçları aynı çıkabilmektedir.

5.2 Destek vektör makineleri

Destek Vektör Makineleri (DVM), 1990'lı yıllarda Vapnik tarafından ortaya konulmuştur [34]. DVM algoritması, veriyle ilgili birleşik dağılım fonksiyonu bilgisine ihtiyaç duymadığından dağılımdan bağımsız çalışabilen bir öğrenme algoritmasıdır [35]. DVM'nin amacı sınıfların birbirinden ayrılması için optimum ayırma düzleminin (hiperdüzlem) bulunmasıdır. Burada amaç farklı

sınıfların destek vektörleri arasındaki uzaklığın en büyük olmasıdır [36]. Destek vektör makinesi, verileri en uygun şekilde iki gruba ayıran n-boyutlu bir hiperdüzlem oluşturmaktadır. DVM'ler istatistik ve makine öğrenimi yöntemlerinden sinir ağlarının çeşitli tekniklerini birlikte kullanılmaktadırlar [37-38]. DVM, yüksek genelleme yeteneğine sahip olduğundan birçok farklı alanda (ses tanıma, yüz tanıma, metin sınıflandırma vb.) kullanılmaktadır [39-40].

DVM yöntemi önceleri doğrusal verilerin iki sınıfa ayrılması için tasarlanmışsa da günümüzde çok sınıflı ve doğrusal olmayan veriler üzerinde tahminler üretmek için de kullanılmaktadır. Doğrusal ayrılabilen veriler için genellikle iki sınıfa ayrılabilen örnek veriler kullanılarak yapılan eğitimler sonucu elde edilen karar fonksiyonu sayesinde verilerin birbirinden ayrılması amaçlanmaktadır [41]. Optimum hiperdüzleme ait denklem [Denklem \(1\)](#) ve [Denklem 2](#)'de verilmektedir.

$$w \cdot x_i + b \geq +1, y = +1 \quad (1)$$

$$w \cdot x_i + b \leq -1, y = -1 \quad (2)$$

Burada $x \in R^N$ N-boyutlu uzayı, $y \in \{-1, +1\}$ sınıf etiketlerini, w ağırlık vektörünü, b eğilim değerini göstermektedir [42-43].

Bazen verileri doğrusal olarak ayırmak mümkün olmayabilmektedir. Bu durumda doğrusal ayıramayan verilerin yanlış sınıflandırılmaması için düzenleme parametresi ve yapay değişken kullanılarak optimizasyon problemi çözülmeye çalışılmaktadır [41].

5.3 Gauss süreç regresyonu

Gauss süreç regresyonu (GSR), daha çok doğrusal olmayan regresyon problemlerini çözmek için olasılıklı, parametrik olmayan problemlerin çözümünde tercih edilen etkin bir makine öğrenme yöntemidir [44-45]. Bu yöntem temelde Bayesci bir yaklaşım sunmaktadır. GSR, küçük veri kümelerinde başarılı sonuçlar üretebilmektedir ve tahminlerde belirsizlik ölçümleri yapılabilecek özelliklere sahiptir [46]. GSR ile olası en doğru seçeneğin belirlenebilmesine olanak sağlayan farklı kovaryans fonksiyonları kullanılabilir. Doğrusal, üstel, matern, rasyonel kuadratik, karesi alınmış üstel gibi farklı fonksiyonlar kullanılmaktadır [47]. Gauss süreci, gauss dağılımının genelleştirilmiş bir şekli olup, fonksiyonlar arasındaki dağılımdır. Gauss süreç fonksiyonu $f(x)$ aşağıda [Denklem \(3\)](#) ifadesiyle verilmektedir [48].

$$f(x) = GP(m(x), k(x, x')) \quad (3)$$

Burada $m(x)$ ortalama fonksiyonu, $k(x, x')$ kovaryans fonksiyonudur. Ortalama fonksiyonu [Denklem \(4\)](#)'te, kovaryans fonksiyonu ise [Denklem \(5\)](#)'te verilmektedir.

$$m(x) = E[f(x)] \quad (4)$$

$$k(x, x') = E[(f(x) - m(x))(f(x') - m(x')))] \quad (5)$$

Gauss sürecinin hiperparametreleri ortalama fonksiyonu ve kovaryans fonksiyonudur [49]. Ortalama fonksiyonu, x girdisine sahip $f(x)$ fonksiyonunun beklenen değerini göstermekte ve genelde basitleştirme amacıyla sıfır olarak alınmaktadır. Ortalama fonksiyonu için güven düzeyinin bir ölçüsü kovaryans fonksiyonudur [50].

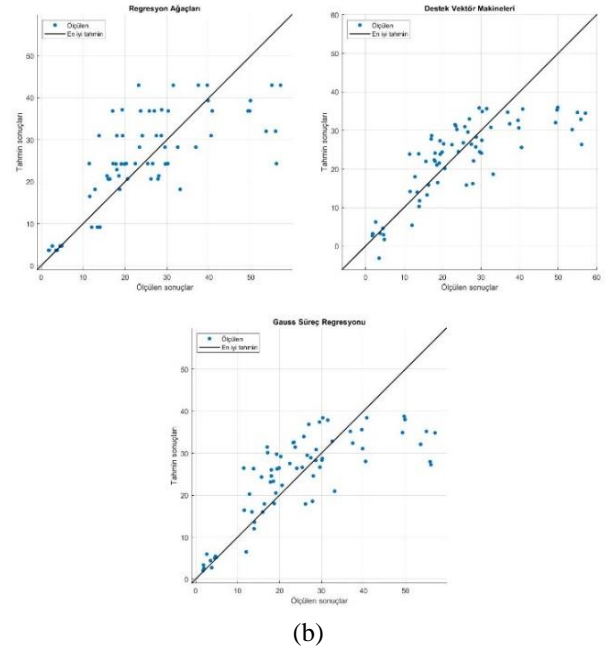
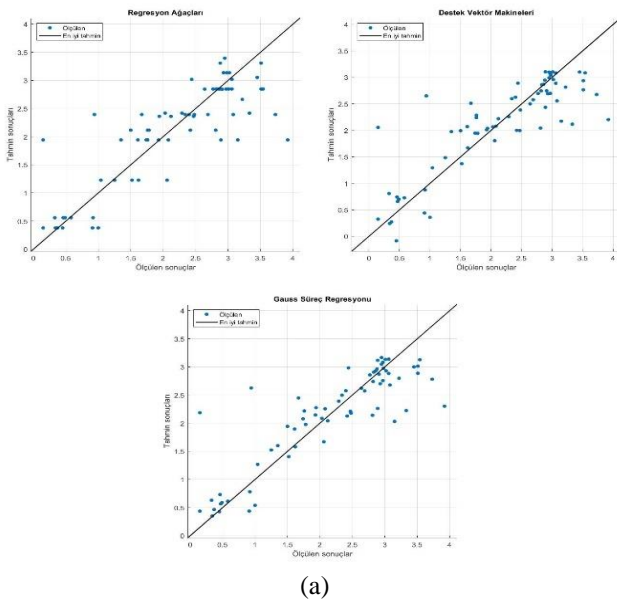
6 Performans değerlendirme

Çalışma kapsamında killi ve siltli birimlerin P_{LN} ve E değerlerinin tahmin edilmesine yönelik 3 farklı makine öğrenimi yöntemi, 4'er farklı model olmak üzere toplam 8 modele uygulanmıştır.

Her bir modele uygulanan makine öğrenimi yöntemlerinin performans değerlendirme için determinasyon katsayısı (R^2) ve Kök Ortalama Kare Hata (RMSE-Root Mean Square Error) Denklem (6) kullanılmıştır. Teorik olarak bir istatistiksel modelde en yüksek tahmin değeri R^2 için 1 ve RMSE için ise 0'dır. Bu çalışma kapsamında R^2 ve RMSE genel olarak yöntemlerin karşılaştırması için yeterli performans indisleri olarak görülmektedir. Modeller 5 ayrı rastgele seçilmiş veri seti için analiz edilmiş ve öncelikle o model için en iyi test performansı veren veri seti ve sonuçları belirlenmiştir. Tablo 5'te her bir model için seçilmiş en iyi veri setine ait R^2 ve RMSE değerleri yer almaktadır. Ayrıca çalışmada her bir model için ölçülen ve tahmin edilen sonuçlara ait korelasyon grafikleri çizilmiş olup, Şekil 5'te model çıktısı P_{LN} olan 3 girdi parametrelili Model 4A ve model çıktısı E olan yine 3 girdi parametrelili Model 4B'ye ait korelasyon grafikleri örnek olarak verilmiştir.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y - y')^2} \quad (6)$$

Burada y ölçülen, y' ise tahmin edilen değerleri ifade etmektedir.



Şekil. 5. Makine öğrenimi yöntemlerine ait ölçülen sonuçlar ve tahmin sonuçları arasındaki korelasyon grafikleri (a) Model 4A (b) Model 4B

7 Sonuçlar ve tartışma

P_{LN} ve E kaya ve toprak zeminlerin yerinde deformasyon özelliklerinin ortaya konulmasında iki önemli parametre olup, mühendislik tasarımlarında kullanılmaktadır. Çalışma kapsamında bir güzergah sondajında geçilen killi ve siltli birimlerden elde edilmiş olan 350 adet veri seti değerlendirilmiş P_{LN} ve E değerlerinin üç farklı makine öğrenimi yöntemi kullanılarak tahmin edilmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla, regresyon ağaçları, destek vektör makineleri ve gauss süreci regresyonu yöntemleri uygulanmıştır. Çalışmanın ilk aşamasında parametrelerin istatistiksel olarak incelenmesine yönelik değerlendirmeler yapılmış, parametrelerin birbirleri ile olan ilişkileri ortaya konulmuş ve modelleme aşamasına geçilmiştir. Çalışmada P_{LN} 'nin ve E 'nin ayrı ayrı çıktı olarak yer aldığı 4'er farklı model oluşturulmuştur. Bu modeller iki ve üç girdi parametrelili olarak inşa edilmiş olup; SPT- $N_{(60)}$, %LL, %PI ve BHA modeller için girdi parametresi olarak kullanılmıştır. Her bir model için üç ayrı makine öğrenimi yöntemi, rastgele seçilmiş (%80 eğitim verisi, %20 test verisi) beş ayrı veri seti için çalıştırılmış ve bu veri setlerinden en yüksek R^2 ve en düşük RMSE değerlerini veren test veri setine ait değerler Tablo 5'e işlenmiştir. Buna göre;

- Her iki çıktı modellerine ait makine öğrenimi yöntemleri karşılaştırıldığında; destek vektör makineleri ve gauss süreci regresyon yöntemlerinin regresyon ağaçları yöntemine göre daha yüksek performans verdiği görülmektedir.

Tablo 5. Her bir modele ait performans indisleri

Modeller	RA Yöntemi		DVM Yöntemi		GSR Yöntemi	
	R ²	RMSE	R ²	RMSE	R ²	RMSE
	Test	Test	Test	Test	Test	Test
Model 1A (SPT-N ₍₆₀₎ +LL, P _{LN})	0.69	0.59	0.74	0.54	0.74	0.54
Model 2A (SPT-N ₍₆₀₎ +PI, P _{LN})	0.69	0.57	0.75	0.52	0.75	0.51
Model 3 A (SPT-N ₍₆₀₎ +BHA, P _{LN})	0.71	0.57	0.75	0.53	0.72	0.56
Model 4A (SPT-N ₍₆₀₎ + LL+BHA, P _{LN})	0.71	0.56	0.73	0.54	0.75	0.52
Model 1B (SPT-N ₍₆₀₎ +LL, E)	0.50	11.88	0.51	11.77	0.57	11.10
Model 2B (SPT-N ₍₆₀₎ +PI, E)	0.55	11.19	0.56	11.05	0.59	10.63
Model 3B (SPT-N ₍₆₀₎ +BHA, E)	0.49	11.22	0.51	11.06	0.52	10.98
Model 4B (SPT-N ₍₆₀₎ + LL+BHA, E)	0.54	9.64	0.59	9.16	0.58	9.31

- P_{LN}'nin tahmin edildiği modellerde genel olarak destek vektör makineleri ve gauss süreç regresyonu yöntemleri birbirine yakın performans göstermektedir.
- E'nin tahmininde oluşturulan modellerde ise; destek vektör makineleri ve gauss süreç regresyonu yöntemleri birbirine yakın performans göstermekle birlikte, bu modellerde gauss süreç regresyonu daha yüksek performans ortaya koymuştur.
- P_{LN}'nin ve E'nin çıktığı olduğu tüm modellere ve uygulanan makine öğrenimi yöntemlerinin tamamının performansına bakıldığında ise; P_{LN}'nin tahmin edildiği tüm modellerin tüm makine öğrenmesi yöntemlerindeki performansı, E için elde edilen performans değerlerinden belirgin bir şekilde yüksektir. Kısaca, P_{LN} değerleri çalışma kapsamında uygulanan makine öğrenmesi yöntemleriyle E'den daha yüksek performansla tahmin edilmiştir.

P_{LN} ve E parametrelerinin arazide elde edilmesi; karmaşık deney aletlerinin kullanımı, zaman kaybı, yüksek maliyetler gibi durumlara neden olabilmektedir. Genel olarak bu durumların üstesinden gelebilmek için presiyometre parametrelerinin tahminine yönelik; literatürde gerek ampirik [1-7] ve gerekse makine öğrenimi temelli yaklaşımlar [19-22] kullanılmıştır. Özellikle son dönemlerde birçok mühendislik alanında yaygın kullanılan makine öğrenimi yöntemlerinin yüksek performans verdiği, temsil kabiliyetlerinin fazla olduğu bu çalışmalarda ifade edilmiştir [19-22]. Yine bu çalışmalarda makine öğrenimi temelli yöntemlerin genel olarak; hızlı, basit ve anlaşılır oldukları ifade edilmiş, veri sayısının ve kalitesinin önemine değinilmiş ve bu yöntemlerin temsil kabiliyetlerinin yüksek olmasına vurgu yapılmıştır. Bu çalışma kapsamında elde edilen sonuçlar, literatürde çeşitli esnek hesaplama yöntemleri kullanılarak yapılan çalışmalarda da belirtildiği gibi yüksek tahmin performansı göstermiştir. Bu çalışmada diğer çalışmalardan farklı olarak ampirik bağıntılar kullanılmamış ve önceki bağıntıların doğrulanmasına yönelik bir çalışma yapılmamıştır. Çalışmada diğer

araştırmalardan farklı olarak RA, DVM ve GSR olmak üzere üç farklı makine öğrenimi yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemler güçlü tahmin performansına sahip yöntemlerdir. Tüm esnek hesaplama yöntemlerinde olduğu gibi bu yöntemlerin başarısı da; kaliteli, yeterli sayıda veri ile eğitilmesine ve test edilmesine bağlıdır. Veri sayısı arttıkça çalışmanın doğruluğu ve temsil kapasitesi artmaktadır. Bu ve benzer çalışmalarda sınırlayıcı bir başka durum ise; kullanılan parametrelerin veri aralıklarıdır. Çalışmada analiz edilen modeller kullanılan parametrelerin veri aralıkları içinde anlaşılmıştır.

Sonuç olarak; bu çalışma kapsamında uygulanan makine öğrenimi yöntemleri ve değerlendirmeleri; bilimsel anlamda bu tür çalışmaların yaygınlaşmasına katkı sağlamakta, deneysel ve yerinde yapılan araştırma zamanını ve maliyetini düşürmekte ve bu alanda yapılan çalışmaların daha anlaşılır olmasına destek sağlamaktadır.

Teşekkür

Yazarlar verilerin temini için göstermiş oldukları destekten dolayı Ulaştırma ve Altyapı Bakanlığı, Altyapı Yatırımları Genel Müdürlüğü'ne içten teşekkürlerini sunar.

Çıkar çatışması

Yazarlar çıkar çatışması olmadığını beyan etmektedir.

Benzerlik oranı (iThenticate): % 8

Kaynaklar

- [1] A. Kayabasi, C. Gokceoglu, and M. Ercanoğlu, Estimating the deformation modulus of rock masses: a comparative study. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 40 (1), 55–63, 2003.
- [2] C. Gokceoglu, H. Sonmez, and A. Kayabasi, Predicting the deformation moduli of rock masses. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 40 (5), 701–710, 2003.
- [3] E. Hoek and M. S. Diederichs, Empirical estimation of rock mass modulus. *Int. J. rock Mech. Min. Sci.*, 43 (2), 203–215, 2006.
- [4] L. Zhang and H. H. Einstein, Using RQD to estimate the deformation modulus of rock masses. *Int. J. rock Mech. Min. Sci.*, 41 (2), 337–341, 2004.

- [5] J. Galera, Z. Alvarez, and Z. Bienawski, Evaluation of the deformation modulus of rock masses: comparison between pressure meter and dilatometer tests with RMR predictions. in *ISPS-PRESSIO 2005*, 2005.
- [6] A. Celal, Silt Biriminde (Kastamonu, Türkiye) Yapılan Menard Presiyometre, Standart Penetrasyon ve Laboratuvar Deney Sonuçları Arasındaki İlişkilerin Araştırılması. *Tek. dergi*, 25 (122), 6679–6698, 2013.
- [7] N. S. Isik, R. Ulusay, and V. Doyuran, Deformation modulus of heavily jointed–sheared and blocky greywackes by pressuremeter tests: numerical, experimental and empirical assessments. *Eng. Geol.*, 101 (3-4), 269–282, 2008.
- [8] Y. Zhang, J. Qiu, Y. Zhang, and R. Liao, The Establishment of a Constitutive Model of Sand Under Monotonic Loading by Adopting the Support Vector Machine (SVM). *Arab. J. Sci. Eng.*, 47 (4), 4421–4435, 2022. <https://doi.org/10.1007/s13369-021-06093-6>
- [9] Y. Li, H. Rahardjo, A. Satyanaga, S. Rangarajan, and D. T.-T. Lee, Soil database development with the application of machine learning methods in soil properties prediction. *Eng. Geol.*, 306, 106769, 2022.
- [10] S. Wu, J. M. Zhang, and R. Wang, Machine learning method for CPTu based 3D stratification of New Zealand geotechnical database sites. *Adv. Eng. Informatics*, 50, 101397, <https://doi.org/10.1016/J.AEI.2021.101397>
- [11] J. Velicka, M. Pies, and R. Hajovsky, Design of methods for impact detection in geotechnical protection fences using Machine Learning. *IFAC-PapersOnLine*, 55 (4) 91–96, 2022, <https://doi.org/10.1016/J.IFACOL.2022.06.015>
- [12] N. Puri, H. D. Prasad, and A. Jain, Prediction of Geotechnical Parameters Using Machine Learning Techniques. *Procedia Comput. Sci.*, 125, 509–517, 2018. <https://doi.org/10.1016/J.PROCS.2017.12.066>
- [13] N. Ceryan, E. C. Ozkat, N. Korkmaz Can, and S. Ceryan, Machine learning models to estimate the elastic modulus of weathered magmatic rocks. *Environ. Earth Sci.*, 80 (12), 448, 2021. <https://doi.org/10.1007/s12665-021-09738-9>
- [14] N. M. Shahani, X. Zheng, X. Guo, and X. Wei, Machine Learning-Based Intelligent Prediction of Elastic Modulus of Rocks at Thar Coalfield. *Sustainability*, 14 (6), 3689, 2022.
- [15] A. Majdi and M. Beiki, Evolving neural network using a genetic algorithm for predicting the deformation modulus of rock masses. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 47 (2), 246–253, 2010. <https://doi.org/10.1016/J.IJRMMS.2009.09.011>
- [16] H. Fattahi, M. A. Ebrahimi Farsangi, S. Shojaee, K. Nekooei, and H. Mansouri, Application of the hybrid harmony search with support vector machine for identification and classification of damaged zone around underground spaces TT ST, 3 (2), 345–358, 2013. <http://ijoce.iust.ac.ir/article-1-137-en.html>
- [17] A. Majdi and M. Beiki, Applying evolutionary optimization algorithms for improving fuzzy C-mean clustering performance to predict the deformation modulus of rock mass. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 113, 172–182, 2019. <https://doi.org/10.1016/J.IJRMMS.2018.10.030>
- [18] M. Hasanipanah, M. Jamei, A. S. Mohammed, M. N. Amar, O. Hocine, and K. M. Khedher, Intelligent prediction of rock mass deformation modulus through three optimized cascaded forward neural network models. *Earth Sci. Informatics*, 1–11, 2022.
- [19] A. Rashed, J. B. Bazaz, and A. H. Alavi, Nonlinear modeling of soil deformation modulus through LQP-based interpretation of pressuremeter test results. *Eng. Appl. Artif. Intell.*, 25 (7), 1437–1449, 2012, doi: <https://doi.org/10.1016/J.ENGAPPAI.2011.11.008>
- [20] A. H. Alavi, A. H. Gandomi, H. C. Nejad, A. Mollahasani, and A. Rashed. Design equations for prediction of pressuremeter soil deformation moduli utilizing expression programming systems. *Neural Comput. Appl.*, 23 (6), 1771–1786, 2013.
- [21] S. Alemdag, Z. Gurocak, A. Cevik, A. F. Cabalar, and C. Gokceoglu, Modeling deformation modulus of a stratified sedimentary rock mass using neural network, fuzzy inference and genetic programming. *Eng. Geol.*, 203, 70–82, 2016.
- [22] R. Z. Moayed, A. Kordnaeij, and H. Mola-Abasi, Pressuremeter modulus and limit pressure of clayey soils using GMDH-type neural network and genetic algorithms. *Geotech. Geol. Eng.*, 36 (1), 165–178, 2018.
- [23] Google Earth. <http://www.google.com/intl/tr/earth/index.html>, Accessed:26.07.2022
- [24] MTA Genel Müdürlüğü. Yer Bilimleri Harita Görüntüleyici. <http://yerbilimleri.mta.gov.tr/anasayfa.aspx>, Accessed:25.07.2022.
- [25] S. S. C. Liao and R. V Whitman, Overburden correction factors for SPT in sand. *J. Geotech. Eng.*, 112 (3), 373–377, 1986.
- [26] A. W. Skempton, The colloidal activity of clays. 3rd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Switzerland 1, 57, 1953.
- [27] B. G. Clarke, Pressuremeters in geotechnical design. CRC Press, 1994.
- [28] IBM SPSS Statistics v23.0. <https://www.ibm.com/support/pages/downloading-ibm-spss-statistics-23>, Accessed:03.08.2022.
- [29] MATLAB 2020b, https://www.mathworks.com/products/new_products/release2020b.html, Accessed:03.08.2022.
- [30] Y. B. Yücel, Yaşam memnuniyetini etkileyen faktörlerin sınıflama ve regresyon ağacı ile belirlenmesi. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Ticaret Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2017.
- [31] M. Mendeş and E. Akkartal, Regression tree analysis for predicting slaughter weight in broilers. *Italian Journal of Animal Science*, 8 (4), 615–624, 2009.
- [32] L. Rokach and O. Z. Maimon, Data mining with decision trees: theory and applications. 2nd Edition ed. Singapore: World Scientific, 2014.

- [33] G. Temel Orekici, Sınıflama ve regresyon ağaçları. Yüksek Lisans Tezi, Mersin Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü, Mersin, 2004.
- [34] V. Vapnik, The nature of statistical learning theory. NY: Springer-Verlag, 1995.
- [35] K. Soman, R. Loganathan, and V. Ajay, Machine learning with SVM and other kernel methods. PHI Learning Pvt. Ltd., 2009.
- [36] S. Ayhan and Ş. Erdoğmuş, Destek vektör makineleriyle sınıflandırma problemlerinin çözümü için çekirdek fonksiyonu seçimi. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi, 9 (1), 175-201, 2014.
- [37] S. Haykin, Neural Networks, a comprehensive foundation. Prentice-Hall Inc. Upper Saddle River, New Jersey, 7458, 161-175, 1999.
- [38] S. Tolun, Destek vektör makineleri: Banka başarısızlığının tahmini üzerine bir uygulama. Doktora Tezi, İşletme Anabilim Dalı, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul, 2008.
- [39] N. Cristianini and J. Shawe-Taylor, An introduction to support vector machines and other kernel-based learning methods. Cambridge university press, 2000.
- [40] B. Schölkopf, J. C. B. Christopher, and J. A. Smola, Advances in kernel methods (Support Vector Learning). The MIT Press, Cambridge, England, 1999.
- [41] T. Kavzoğlu and İ. Çölkesen, Destek vektör makineleri ile uydu görüntülerinin sınıflandırılmasında kernel fonksiyonlarının etkilerinin incelenmesi. Harita Dergisi, 144 (7), 73-82, 2010.
- [42] S. Huang, N. Cai, P. P. Pacheco, S. Narrandes, Y. Wang, and W. Xu, Applications of support vector machine (SVM) learning in cancer genomics. Cancer genomics & proteomics, 15 (1), 41-51, 2018.
- [43] E. E. Osuna, Support vector machines: Training and applications. Massachusetts Institute of Technology, USA, 1998.
- [44] K. Liu, X. Hu, Z. Wei, Y. Li, and Y. Jiang, Modified Gaussian process regression models for cyclic capacity prediction of lithium-ion batteries. IEEE Transactions on Transportation Electrification, 5(4), 1225-1236, 2019.
- [45] M. Acı and A. G. Doğansoy, Makine öğrenmesi ve derin öğrenme yöntemleri kullanılarak e-perakende sektörüne yönelik talep tahmini. Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi, 37 (3), 1325-1340, 2022.
- [46] B. Ateş, Gemi yapılarında gerilme yığılması öngörülerinin kaba ağ yapısı ve makine öğrenmesi ile gerçekleştirilmesi, Yüksek Lisans Tezi, Gemi ve Deniz Teknolojileri Mühendisliği Ana Bilim Dalı, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2020.
- [47] Y. Heo and V. M. Zavala, Gaussian process modeling for measurement and verification of building energy savings. Energy and Buildings, 53, 7-18, 2012.
- [48] C. Rasmussen and C. Williams, Gaussian processes for machine learning. USA MIT Press, 2006.
- [49] C. K. Arthur, V. A. Temeng, and Y. Y. Ziggah. Novel approach to predicting blast-induced ground vibration using Gaussian process regression. Engineering with Computers, 36 (1), 29-42, 2020.
- [50] K. Yazıcı, Makine öğrenmesi yöntemleri kullanılarak kısa dönem rüzgar gücü tahmini, Yüksek Lisans Tezi Yüksek Lisans Tezi, Endüstri Mühendisliği, Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Sakarya, 2021.

