

MEVSİMSSEL KESİRLİ BÜTÜNLEŞİK AKGÜRÜLTÜ SÜRECİNDE OTOKORELASYONLU REGRESYON YÖNTEMİ

Erol EĞRİOĞLU*

Süleyman GÜNAY**

ÖZET

Mevsimsel kesirli bütünleşik zaman serileri için son yıllarda az sayıda çalışma literatürde yer almaktadır. Mevsimsel kesirli bütünleşik zaman serilerinde fark parametresinin tahmini için logaritmik periodograma dayalı bazı yarı parametrik tahmin yöntemleri önerilmiştir. Logaritmik periodograma dayalı yöntemler, genellikle mevsimsel kesirli bütünleşik serilerin spektral yoğunluk fonksiyonunun özelliklerinden esinlenmektedir. Spektral yoğunluk fonksiyonu yerine, bu fonksiyonla aynı bilgiyi taşıyan otokorelasyon fonksiyonundan yararlanmak da mümkündür. Bu çalışmada mevsimsel kesirli bütünleşik akgürültü sürecinde örneklem otokorelasyon katsayılarına dayalı yeni bir tahmin yöntemi önerilmiştir. Önerilen yöntem bir benzetim çalışması yardımıyla daha önceki yöntemler ile karşılaştırılarak, üstün yönleri belirlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Mevsimsellik, Mevsimsel Kesirli Bütünleşik Zaman Serileri, Mevsimsel Kesirli Fark Parametresi, Otokorelasyon Regresyonu.

1. GİRİŞ

Son yıllarda otoregresif kesirli bütünleşik hareketli ortalama modelleri (ARFIMA) ile ilgili çalışmalar literatürde yoğun biçimde yer almaktadır. Gerçek hayatta karşılaşılan bir çok zaman serisi uzun dönem bağımlılık ve mevsimselliği bir arada barındırabilir. Bu türdeki zaman serilerinin modellenmesinde kullanılan önemli bir model sınıfı mevsimsel ARFIMA (ARFISMA) modelleridir. En genel hali ile $(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$ dereceden ARFISMA modeli aşağıdaki gibidir.

$$\phi(B)\Phi(B)(1-B)^d(1-B^s)^D X_t = \theta(B)\Theta(B)e_t \quad (1)$$

Burada B geri öteleme operatörünü göstermek üzere,

$$\phi(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)$$

$$\theta(B) = (1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q)$$

$$\Phi(B) = (1 - \Phi_1 B^s - \dots - \Phi_p B^{ps})$$

$$\Theta(B) = (1 + \Theta_1 B^s + \dots + \Theta_q B^{qs})$$

şekindedir. Ayrıca e_t sıfır ortalama ve σ_e^2 varyanslı normal akgürültü sürecidir.

* Arş. Gör. Dr., Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Fen-Edb. Fakültesi, İstatistik Bölümü, Kurupelit, Samsun, e-mail: erole@omu.edu.tr

** Prof. Dr., Hacettepe Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, Beytepe, Ankara, e-mail: sgunay@hacettepe.edu.tr

Literatürde (1) modelindeki tüm parametrelerin bulunduğu durumlar incelenmemiştir. $p = q = P = Q = 0$ olduğu durumlar için ise, Reinsen vd. (2006a, 2006b), Palma ve Chan (2005) çeşitli parametre tahmin yöntemlerini benzetim çalışması ile karşılaştırmışlardır. $p = q = P = Q = d = 0$ olduğu durum için sürecin özellikleri Brietzke vd. (2005)'de ayrıntılı olarak verilmiştir. Baillie (1996) ve Hassler ve Wolters (1994) ARFISMA modelleri hakkında kısa bilgi vermiştir. ARFISMA modelleri üzerine, Giraitis ve Leipus (1995), Arteche ve Robinson (2000), Chung ve Ching-Fan (1996), Valesco ve Robinson (2000), Giraitis vd., (2001) ve Ould (2002) önemli katkıda bulunmuşlardır. Mevsimsel uzun dönem bağımlı zaman serileri literatürde çok çeşitli alanlarda belirlenmiştir. Ray (1993) IBM girdi serisinde, Hassler ve Wolters (1995) enflasyon oranlarında, Porter-Hudak (1990) parasal toplam serilerinde, Montanari vd., (2000) nil nehri aylık akışları verisinde mevsimsel uzun dönem bağımlılık yapısını belirlemişlerdir. Candelon ve Gil-Alana (2004) Güney Amerika ülkelerindeki endüstriyel üretim endeksi zaman serilerini ARFISMA modellerini kullanarak, tahmin etmişlerdir. Gil-Alana (2002) Almanya, Danimarka ve İtalya'daki milli gelir (GDP) serilerinde ARFISMA yapısını belirlemiştir.

$p = q = P = Q = d = 0$ olduğu model için Brietzke vd. (2005) bir Durbin–Levinson algoritmasını sunmuşlardır. Ray (1993), Hosking (1984) tarafından önerilen yöntemi ARFISMA modeline uyarlayarak kullanmıştır. Darne vd., (2004) çalışmasında ARFISMA modellerinde parametre tahmini için, Chung ve Baillie (1993) tarafından ARFISMA için önerilen koşullu kareler toplamı (CSS) yöntemini kullanmıştır. Arteche ve Robinson (2000) tarafından ARFISMA modeli için spektral yoğunluk fonksiyonlarına dayalı bir yarı parametrik tahmin yöntemi önerilmiştir. Porter-Hudak (1990) ARFISMA için önerilen GPH yöntemini, ARFISMA modeline genellemiştir. Ooms ve Hassler (1997) GPH tahmin edicisinde düzeltme yapmıştır. Reinsen (2006a, 2006b)'de GPH, Whittle ve Tam En Çok Olabilirlik (EML) yöntemleri üzerinde bir benzetim çalışması yapmıştır. Palma ve Chan (2005) çalışmasında tam en çok olabilirlik ve Kalman filtresi parametre tahmin yöntemlerini benzetim çalışması ile incelemişlerdir. Reinsen (2006a, 2006b) ve Palma ve Chan (2005) çalışmalarında sadece (1) modelinde $p = q = P = Q = 0$ olduğu durumda (d, D, s) parametrelerinin değerleri ve örneklem büyüklüğü değiştirilerek, benzetim çalışması yapmışlardır. Ayrıca Palma ve Chan (2005) internet trafiği verileri üzerinde bir uygulama yapmışlardır. Modelleme işlemi $(1, d, 1) \times (0, D, 0)_s$ dereceli bir ARFISMA modeli kullanılmıştır. Gil-Alana (2003a), Gil-Alana (2003b), Arcthe (2002), Gil-Alana ve Robinson (2001) ve Hassler ve Wolters (1995) çalışmalarında, mevsimsel uzun dönem bağımlılığın belirlenmesi için bazı test yöntemleri önermişlerdir.

(1) eşitliğinde $p = q = P = Q = d = 0$ olduğu durumda sürece mevsimsel kesirli bütünleşik akgürültü (SFI) süreci ismi verilmektedir. SFI sürecinde kesirli fark parametresi (D) 'nin tahmin edilmesi için logaritmik periodogram regresyonu yöntemine bir seçenek olarak örnek otokorelasyon katsayılarından yararlanılabilir. Bu çalışmada SFI sürecinin kuramsal otokorelasyon fonksiyonunun özelliklerinden esinlenerek, bir tahmin yöntemi önerilmiştir. Çalışmanın ikinci bölümünde SFI modelleri hakkında genel bilgi verilmiştir. Üçüncü bölümde literatürdeki logaritmik periodogram regresyonu yöntemleri açıklanmıştır. Dördüncü bölümde otokorelasyon regresyonu yöntemi tanıtılarak, yapılan benzetim çalışması sonuçları verilmiştir. Son bölümde ise önerilen yöntem tartışılmıştır.

2. SFI MODELLERİNİN TEMEL ÖZELLİKLERİ

(1) modelinde $p = q = P = Q = d = 0$ olduğunda elde edilen (2) modeline, SFI modeli denilmektedir. Bu modelin temel özellikleri Baillie (1996) tarafından verilmiştir.

$$(1 - B^s)^D X_t = e_t \quad (2)$$

(2) modelinin sonsuz hareketli ortalamalar sunumu,

$$X_t = \Psi(B^s)e_t = \sum_{k=0}^{\infty} \psi_k e_{t-sk} \quad (3)$$

şeklinde verilebilir. Burada,

$$\psi_k = \frac{\Gamma(k+D)}{\Gamma(D)\Gamma(k+1)}, \quad k \rightarrow \infty \text{ iken } \psi_k \sim k^{D-1}/\Gamma(D)$$

olmaktadır. (2) modelinin sonsuz otoregresif sunumu ise, aşağıdaki gibidir.

$$\Pi(B^s)X_t = \sum_{k=0}^{\infty} \pi_k X_{t-sk} = e_t \quad (4)$$

Burada,

$$\pi_k = \frac{\Gamma(k-D)}{\Gamma(-D)\Gamma(k+1)}, \quad k \rightarrow \infty \text{ iken } \pi_k = k^{-D-1}/\Gamma(-D)$$

şekindedir. (2) modelinden otokovaryans ve otokorelasyon fonksiyonları için açık formlar elde edilmiştir:

$$\gamma(sk) = \frac{(-1)^k \Gamma(1-2D)}{\Gamma(k-D+1)\Gamma(1-k-D)} \sigma_e^2, \quad k = 1, 2, \dots \quad (5)$$

$$\rho(sk) = \frac{\Gamma(1-D)\Gamma(k+D)}{\Gamma(D)\Gamma(k-D+1)}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (6)$$

$k \rightarrow \infty$ iken,

$$\rho(sk) \sim \frac{\Gamma(1-D)}{\Gamma(D)} k^{2D-1} \quad (7)$$

yaklaşımı geçerlidir. (2) modelinin spektral yoğunluk fonksiyonu,

$$f(\omega) = \frac{\sigma_e^2}{2\pi} \left[2 \sin\left(\frac{s\omega}{2}\right) \right]^{-2D}, \quad 0 < \omega \leq \pi \quad (8)$$

şekindedir. Spektral yoğunluk fonksiyonu $2\pi\nu/s$, $\nu = 1, \dots, [s/2]$ frekanslarında sınırsızdır.

3. SFI MODELLERİNDE LOGARİTMİK PERİODOGRAM REGRESYONU YÖNTEMLERİ

SFI modellerinde kesirsel fark parametresinin tahmini için periodogram kullanımı etkili bir araçtır. (8) ile verilen modelin spektral yoğunluk fonksiyonunun her iki yanının logaritması alınır ve spektral yoğunluk yerine onun bir tahmin edicisi olan periodogram ($I(\cdot)$ ile gösterilmektedir) kullanılırsa, aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\log(I(\omega)) = \log\left(\frac{\sigma_e^2}{2\pi}\right) - D \log \left[2 \sin\left(\frac{s\omega}{2}\right) \right]^2 + \varepsilon \quad (9)$$

(9) eşitliği bir regresyon denkleminde benzerdir. Mevsimsel kesirli fark parametresi ise bu basit doğrusal regresyondaki eğim katsayısının negatiftir. Literatürde önerilen logaritmik periodogram regresyonu tahmin edicileri (9) nolu eşitlikte verilen regresyonun farklı uygulamalarıdır. Logaritmik periodogram regresyonu yöntemleri arasındaki farklar genel olarak, harmonik frekansların farklı seçimine bağlıdır. Reinsen (2006b) harmonik frekansların seçimi üzerine ayrıntılı bilgi vermiştir. Reinsen (2006b) makalesinde incelenen bir logaritmik periodogram tahmin edicisi için harmonik frekansların seçimi aşağıdaki gibidir.

$$\lambda_{v,j} = \frac{2\pi v}{s} + \frac{2\pi j}{n} \quad , \quad v = 0,1,\dots, \left\lfloor \frac{s}{2} \right\rfloor, \quad j = 1,2,\dots,m \quad (10)$$

(10) eşitliğinde, $s = 4$ olduğunda $v = 0,1,2$ olarak alınabilir. Bu durumda 3 farklı şekilde harmonik frekanslar seçilebilmektedir. Bu üç farklı seçime göre 3 ayrı logaritmik periodogram tahmin edicisi elde edilebilmektedir. $v = 0$ alındığında uygulanan yöntem Porter-Hudak (1990) tarafından önerilen GPH yöntemidir. Bu çalışmada, Reinsen (2006b) makalesinde olduğu gibi logaritmik periodogram tahmin edicileri v 'nün farklı seçimleri için GPH_v ile gösterilecektir. Örneğin $s = 4$ olduğunda GPH_0 , GPH_1 , GPH_2 isimli logaritmik periodogram yöntemleri söz konusu olacaktır.

(10) eşitliğinde $m < \frac{n}{2s}$ olarak alınması gerektiği de Reinsen (2006b) tarafından belirtilmiştir.

4. SFI MODELİNDE OTOKORELASYON REGRESYONU TAHMİNİ YÖNTEMİ VE BENZETİM ÇALIŞMASI

$ARFIMA(0,D,0)_s$ modelinde D parametresinin tahmin edilmesi çok önemli bir sorundur. $ARFISMA(P,D,Q)_s$ gibi modellerin tahmininde üç aşamalı yöntem kullanılmaktadır. İki aşamalı yöntemin ilk aşamasında D parametresinin tahmin edilmesi gerekmektedir. Bu nedenle $ARFISMA(0,D,0)_s$ modelinde sadece D parametresinin tahmin edildiği bir yöntem yararlı olacaktır. Eğrioğlu ve Günay (2005) tarafından, $ARFIMA(0,d,0)$ modelinde otokorelasyonların asimtotik özelliğine dayalı

bir yöntem önerilmiştir. Bu yöntem $ARFISMA(0,D,0)_s$ modeline de kolaylıkla uyarlanabilir. $ARFISMA(0,D,0)_s$ modeli için (7) ile verilen eşitliğin her iki yanının logaritması alınır, aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\log(\rho(sk)) \sim (2D-1)\log(k) + \log\left(\frac{\Gamma(1-D)}{\Gamma(D)}\right) \quad (11)$$

(11) yaklaşımı bir regresyon modeli olarak ele alınabilir. Buna göre,

$$\log(\rho(sk)) = y, \quad \log(k) = x, \quad (2D-1) = b \quad \text{ve} \quad \log\left(\frac{\Gamma(1-D)}{\Gamma(D)}\right) = a \quad \text{olmak üzere}$$

$$y = a + bx \quad \text{şeklindeki basit doğrusal regresyondan,}$$

$$\hat{D} = \frac{\hat{b} + 1}{2} \quad (12)$$

eşitliği ile mevsimsel kesirli fark parametresinin tahmini elde edilebilir. Buradaki otokorelasyonların, serinin periyodu ve periyodunun katları için olduğu unutulmamalıdır. Benzer şekilde regresyondan elde edilen sabit terimden de mevsimsel kesirli fark parametresi elde edilebilir. Ancak eğim parametresinden tahmini bulmak daha kolaydır. Parametre tahmin performansı bir benzetim çalışması ile incelenmiştir. Benzetim çalışmasında mevsimsel kesirli fark parametresi için $D = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ değerleri kullanılmıştır. Örneklem büyüklüğü ise 120,240,480 ve 720 olarak alınmıştır. Zaman serisinin periyodu ise ilk önce $s = 4$ olarak düşünülmüştür. Ortaya çıkacak her bir durum için 1000 zaman serisi üretilmiştir. Üretilen zaman serilerinde mevsimsel kesirli fark parametresi, Reinsen (2006b) tarafından verilen GPH_v yöntemleri ve otokorelasyon regresyonu (OKR) yöntemi ile tahmin edilmiştir. Her bir durumdan elde edilen hata kareler ortalaması (HKO) değerleri, Tablo 1, 2, 3 ve 4 ile verilmiştir. (*) ile ilgili durumda en küçük HKO değerine sahip yöntem belirtilmiştir.

Tablo 1. n=120, s=4 için benzetimden elde edilen HKO sonuçları

	D	GPH_0	GPH_1	GPH_2	OKR
n=120	0.1	0,0740	0,0750	0,0770	0,0570*
	0.2	0,0790	0,0820	0,0800	0,0230*
	0.3	0,0860	0,0850	0,0810	0,0410*
	0.4	0,0790*	0,0840	0,0860	0,1597

Tablo 1'de 120 örneklem büyüklüğünde $D=0.1, 0.2$ ve 0.3 iken, OKR yöntemi logaritmik periodogram regresyonu yöntemlerinden iyi sonuç vermektedir. $D=0.4$ iken, logaritmik periodogram regresyonu daha iyi sonuç vermektedir. $D=0.4$ durumunda OKR yönteminden elde edilen HKO değeri büyük olmasına karşın, diğer üç durumda küçüktür.

Tablo 2. n=240, s=4 için benzetimden elde edilen HKO sonuçları

	D	GPH_0	GPH_1	GPH_2	OKR
n=240	0.1	0,0290	0,0280*	0,0300	0,0520
	0.2	0,0350	0,0360	0,0300	0,0120*
	0.3	0,0380*	0,0400	0,0420	0,0390
	0.4	0,0390*	0,0390*	0,0390*	0,1486

Tablo 2’de 240 örneklem büyüklüğünde OKR yöntemi sadece $D=0.2$ olduğu durumda GPH_v yöntemlerinden daha düşük HKO değeri vermiştir. Ancak $D=0.1, 0.2$ ve 0.3 olduğu durumlarda, OKR yönteminin HKO değerleri çok düşüktür. $D=0.3$ olduğunda OKR yöntemi GPH_1 ve GPH_2 yönteminden daha düşük HKO değeri vermektedir.

Tablo 3. $n=480, s=4$ için benzetimden elde edilen HKO sonuçları

n=480	D	GPH_0	GPH_1	GPH_2	OKR
	0.1	0,0150*	0,0150	0,0160	0,0513
	0.2	0,0209	0,0210	0,0210	0,0088*
	0.3	0,0230*	0,0240	0,0240	0,0340
	0.4	0,0241	0,0230	0,0220*	0,1427

Tablo 3’te 480 örneklem büyüklüğündeki sonuçların Tablo 2’deki 240 örneklem büyüklüğüne benzer olduğu görülmektedir. OKR yöntemi yine $D=0.2$ olduğu durumda en iyi performansını sergilemiştir. OKR yöntemi $D=0.1, 0.2$ ve 0.3 olduğu durumlarda çok düşük HKO değerleri vermiştir.

Tablo 4. $n=720, s=4$ için benzetimden elde edilen HKO sonuçları

n=720	D	GPH_0	GPH_1	GPH_2	OKR
	0.1	0,0111	0,0106	0,0100*	0,0511
	0.2	0,0169	0,0169	0,0172	0,0084*
	0.3	0,0194	0,0190*	0,0196	0,0330
	0.4	0,0173*	0,0183	0,0193	0,1367

Tablo 4’teki sonuçlar da yine OKR yöntemi için Tablo 2 ve Tablo 3’te elde edilen sonuçlara çok yakındır. OKR yöntemi 120 örneklem büyüklüğü için, bir başka ifade ile en küçük örneklem büyüklüğü için en iyi performansı göstermektedir. Benzetim çalışması $s=12$ periyodu içinde tekrarlanmıştır. $s=12$ periyodunda logaritmik periodogram regresyonu yöntemi olarak Porter-Hudak (1990) tarafından önerilen GPH yöntemine karşılık gelen GPH_0 yöntemi ile OKR yöntemi için benzetim çalışması sonuçları Tablo 5’te verilmiştir. Tablo 5’ten OKR yönteminin $n=120$ olduğunda D ’nin tüm değerleri için GPH_0 yönteminden daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir. $n=240$ örneklem büyüklüğünde $D=0.4$ durumu hariç yine OKR yöntemi daha iyidir. 480 ve 720 örneklem büyüklüğünde ise OKR yöntemi $D=0.2$ ve 0.3 olduğu durumda daha iyidir.

Tablo 5. $s=12$ için benzetimden elde edilen HKO sonuçları

n	D	GPH_0	OKR
	120	0.1	0,5903
120	0.2	0,5459	0,0760*
	0.3	0,6000	0,1122*
	0.4	0,5448	0,2456*
	240	0.1	0,1436
240	0.2	0,1419	0,0310*
	0.3	0,1533	0,0689*
	0.4	0,1747*	0,2058
	480	0.1	0,0520*
480	0.2	0,0650	0,0150*
	0.3	0,0850	0,0565*
	0.4	0,0830*	0,1872
	720	0.1	0,0344*
720	0.2	0,0490	0,0119*
	0.3	0,0552	0,0511*
	0.4	0,0573*	0,1742

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada SFI modellerinde mevsimsel kesirli fark parametresinin tahmin edilmesi incelenmiştir. Bu tahmin problemini çözmek için OKR yöntemi önerilmiştir. Önerilen yöntem SFI sürecinin kuramsal otokorelasyon fonksiyonu için verilen (7) eşitliğini temel almaktadır. OKR yöntemi logaritmik periodogram tahmin edicilerine bir seçenek olarak düşünülmüştür. OKR yöntemi benzetim çalışmasıyla GPH yöntemleri ile karşılaştırılmıştır. Özellikle $s=4$ iken, küçük örneklem büyüklüğünde ($n=120$) OKR yöntemi GPH yöntemlerine tercih edilebilir. Büyük örneklem büyüklüklerinde ise, OKR yöntemi durağanlık sınırından uzak değerler ($D=0.1, 0.2$ ve 0.3) için iyi sonuç vermektedir. Periyot arttığında ise ($s=12$); küçük örneklem büyüklüklerinde ($n=120, 240$) GPH yönteminin performansı çok düşmesine karşın, OKR yöntemi küçük HKO değerlerine sahiptir. Sonuç olarak özellikle küçük örneklem büyüklükleri için OKR yöntemi, GPH yöntemlerinden daha üstündür. Zaman serisinin periyodu büyüdükçe OKR yönteminin performansı GPH yöntemlerine göre daha da iyi olmaktadır.

6. KAYNAKLAR

Arteche, J., Robinson, P.M., 2000. Semiparametric Inference in Seasonal and Cyclical Long Memory Processes. *Journal of Time Series Analysis*, 21(1), 1-25.

Arteche, J., 2002. Semiparametric Robust Tests on Seasonal or Cyclical Long Memory Time Series. *Journal of Time Series Analysis*, 23(3), 251-285.

Baillie, R.T., 1996. Long Memory Processes and Fractional Integration in Econometrics. *Journal of Econometrics*, 73, 5-59.

Brietzke, E.H.M., Lopes S.R.C., Bisognin C., 2005. A Closed Formula for the Durbin-Levinson's Algorithm in Seasonal Fractionally Integrated Processes. *Mathematical and Computer Modeling*, 42, 1191-1206.

Candelon, B., Gil-Alana, L.A., 2004. Seasonal and Long-run Fractional Integration in the Industrial Production Indices of Some Latin American Countries. *Journal of Policy Modeling*, 26, 301-313.

Chung, C.F., Baillie, R.T., 1993. Small Sample Bias in Conditional Sum of Squares Estimators of Fractionally Integrated ARMA Models. *Empirical Economics*, 18, 791-806.

Chung, C.F., Ching-Fan, 1996. A Generalized Fractionally Integrated Autoregressive Moving Average Processes. *Journal of Time Series Analysis*, 17(2), 111-140.

Darne, O., Guiraud V., Terraza M., 2004. Forecasts of the Seasonal Fractional Integrated Series. *Journal of Forecasting*, 23, 1-17.

Eğrioğlu E., Günay S., 2005. Uzun Dönem Bağımlı Normal Akgürültü Sürecinde Otokorelasyon Regresyonu ile Parametre Tahmini. *Anadolu Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi*, 6, 61-66.

Gil-Alana L.A., Robinson P.M., 2001. Testing of Seasonal Fractional Integration in UK and Japanese Consumption and Income. *Journal of Applied Econometrics*, 16, 95-114.

Gil-Alana L.A., 2002. Seasonal Long Memory in the Aggregate Output. *Economics Letters*, 74,333-337.

Gil-Alana L.A., 2003a. Seasonal Misspecification in the Context of Fractionally Integrated Univariate Time Series. *Computational Economics*, 22, 65-74.

Gil-Alana L.A., 2003b. Modelling Seasonality with Fractionally Integrated Processes, Technical Report.

Giraitis L., Leipus R., 1995. A Generalized Fractionally Differencing Approach in Long Memory Modeling. *Lithuanian Mathematical Journal*, 35, 53-65.

Giraitis L, Hidalgo J., Robinson P.M., 2001. Gaussian Estimation of Parametric Spectral Density with Unknown Pole. *Ann. Statist.*, 29(4), 987-1023.

Hassler U., Wolters J., 1994. On the Power of Unit Root Tests Against Fractional Alternatives. *Economics Letters*, 45, 1-5.

Hassler U., Wolters J., 1995. Long Memory in Inflation Rates: International Evidence. *Journal of Business & Economic Statistics*, 13(1), 37-45.

Hosking, J.R.M., 1984. Modeling Persistence in Hydrological Time Series Using Fractionally Differencing. *Water Resources Research*, 20-12, pp. 1898-1908.

Montanari A., Rosso R., Taqqu M.S., 2000. A Seasonal Fractional ARIMA Model Applied to Nile River Monthly Flows at Aswan. *Water Resour. Res.*, 36(5), 1249-1259.

Ooms M., Hassler U., 1997. On the Effect of Seasonal Adjustment on the Log-Periodogram Regression. *Economics Letters*, 56, 135-141.

Ould H., 2002. Asymptotic Behavior of the Empirical Process for Seasonal Long-Memory Data. *European Series in Applied and Industrial Mathematics*, 6, 293-309.

Palma W., Chan N.H., 2005. Efficient Estimation of Seasonal Long-Range Dependent Processes. *Journal of Time Series Analysis*, 26(6), 863-892.

Porter-Hudak S., 1990. An Application of the Seasonal Fractionally Differenced Model to the Monetary Aggregates. *Journal of American Statistical Association*, 85 (410), 338-344.

Ray B.K., 1993. Long-Range Forecasting of IBM Product Revenues Using a Seasonal Fractionally Differenced ARMA Model. *International Journal of Forecasting*, 9, 255-269.

Reinsen V.A., Rodrigues A.L., Palma W., 2006a. Estimating Seasonal Long-Memory Processes: A Monte Carlo Study. *Journal of Statistical Computation and Simulations*, 76(4), 305-316.

Reinsen V.A., Rodrigues A.L., Palma W., 2006b. Estimation of Seasonal Fractionally Integrated Processes. *Computational Statistics and Data Analysis*, 50, 568-582.

Valesco C., Robinson P.M., 2000. Whittle Pseudo-Maximum Likelihood Estimation of Nonstationary Time Series. *J. Amer. Statis. Assoc.*, 95(452), 1229-1243.

AUTOCORRELATED REGRESSION MODEL USED IN SEASONAL FRACTIONALLY INTEGRATED PROCESSES

ABSTRACT

In the literature, there are a few studies for seasonal fractionally integrated processes in recent years. Semi-parametric methods based on logarithmic periodogram were proposed to estimate seasonal fractionally differencing parameter. The methods based on logarithmic periodogram can be used as a spectral density function of seasonal fractionally integrated processes. Also autocorrelation function instead of spectral density function can be used to seasonal fractionally integrated processes. In this study, a new parameter estimation method based on autocorrelation function is proposed for seasonal fractionally integrated process. This new method is compared classical methods in the literature by a simulation studies.

Key Words: Seasonality, Seasonal Fractionally Integrated Processes, Seasonal Fractionally Differencing Parameter, Autocorrelation Regression.