

Atf İçin: Bulut, M. ve Dumlu, A. (2023). Manyetik Levitasyon Sistemleri için Doğrusal Olmayan Kontrol Yöntemlerinin Geliştirilmesi. *İğdır Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 13(2), 960-972

To Cite: Bulut, M. & Dumlu, A. (2023). Development of Nonlinear Control Methods for Magnetic Levitation Systems *Journal of the Institute of Science and Technology*, 13(2), 960-972.

Manyetik Levitasyon Sistemleri için Doğrusal Olmayan Kontrol Yöntemlerinin Geliştirilmesi

Mustafa BULUT¹, Ahmet DUMLU²

Öne Çıkanlar:

- Manyetik levitasyon sisteminin tam dinamik modeli elde edilmiştir.
- Sistem modeline dayalı kayan kipli kontrolcü tasarlanmıştır.
- Kayan kipli kontrolcü diğerlerine göre daha iyi bir performans sağlamıştır.

ÖZET:

Manyetik Levitasyon işlemi, en temel haliyle bir manyetik kuvvet dışında herhangi bir fiziksel büyüklüğün yardımı olmadan manyetik olarak hareketi mümkün olan bir cismin kaldırılması, döndürülmesi veya ilerletilmesini sağlayan bir işlemdir. Endüstrideki en büyük problemlerden birinin sürtünme problemi olduğu varsayıma dayanarak, manyetik levitasyonda fiziksel bir temasın olmamasına bağlı olarak sürtünme probleminin de önüne geçilmiş olması bu işlemi ekonomik yönden oldukça cazip kılmaktadır. Sürtünme probleminin önüne geçmek malzeme aşınması ve ısınmaya bağlı olarak ortaya çıkan deformasyonları ortadan kaldırmakla kalmayıp aynı zamanda daha hızlı ve sorunsuz çalışma koşullarını da sağlamaktadır. Manyetik olarak manüple edilebilen bir cismin havada asılı kalması, havada belirli bir hızla dönmesi ve yine havada belirli bir hızla ilerlemesi beraberinde bir kontrol sistemi ihtiyacı doğurmaktadır. Bu çalışmada manyetik levitasyon sistemlerinden biri olan CE 152 sistemi üzerine uygulanmış olan, PID kontrol ve İkinci Dereceden Kayan Kipli Kontrol metotları ile kontrolçüye cevap verme süresi ve kontrol işlemi sürecindeki kararlılıkları karşılaştırılarak kontrolcü talebine uygun bir cevap önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler:

- Manyetik
- Levitasyon
- Kontrol

Development of Nonlinear Control Methods for Magnetic Levitation Systems

Highlights:

- A full dynamic model of the magnetic levitation system has been obtained
- A sliding mode controller is designed based on the system model.
- Sliding mode controller provided better performance than others.

ABSTRACT:

Magnetic levitation process can be defined basically as; lifting, rotating or shifting of an object that can move magnetically without help of any physical magnitude other than a magnetic force. Based on the assumption that one of the biggest problems in the industry is the friction problem, the fact that the friction problem is avoided due to the absence of physical contact in magnetic levitation makes this process quite economically preferable. Preventing the friction problem not only eliminates the deformations due to material wear and heating, but also provides faster and smooth conditions. Suspension, rotation at a certain speed, motion at a certain speed of an object that can be manipulated magnetically creates the need for a control system. In this thesis the response time of the two control methods and their stability during the control process is compared by applying them on CE 152 system, which is one of the magnetic systems, and an appropriate solution is given to the controller demand is proposed. The control systems used in this study are; PID control and second order sliding mode control. In this thesis an appropriate response to the controller demand is proposed, by comparing the response time to their controller and their stability in the control process with PID Control and Second Order Sliding Mode Control methods on CE152 system, which is one of the magnetic levitation systems.

Keywords:

- Magnetic
- Levitation
- Control

¹* Mustafa BULUT ([Orcid ID: 0000-0001-8251-4387](https://orcid.org/0000-0001-8251-4387)), Atatürk Üniversitesi, Elektrik Elektronik Bölümü, Erzurum, Türkiye

²Ahmet DUMLU ([Orcid ID: 0000-0002-2181-5386](https://orcid.org/0000-0002-2181-5386)), Erzurum Teknik Üniversitesi, Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi, Elektrik Elektronik Bölümü, Erzurum, Türkiye

*Sorumlu Yazar/Corresponding Author: Mustafa BULUT, e-mail: mustafa.bulut@atauni.edu.tr

GİRİŞ

Manyetik levitasyon işlemi, manyetik alanlar tarafından manipüle edilebilir olan bir cismin, manyetik alanlardan başka hiçbir fiziksel destek olmadan havada asılı kalması veya süzülmesi amaçlayan ve yaklaşık 100 yıldır bilim dünyasında kendine yer bulan bir işlemdir. Manyetik Levitasyonun bilim ve üretim dünyasına sunduğu en temel artısı ise aşınma ve sürtünme problemlerini ortadan kaldırmasıdır. Bu yönüyle; verimliliğin artması, bakım maliyetlerinin azalması ve kullanım ömrünün uzaması gibi teknolojik aletler için oldukça önemli olan kısımlarda getirdiği faydalar ile birçok endüstride etkili bir teknoloji olarak anılmaktadır (Eroğlu, 2016).

Manyetik Levitasyonu daha detaylı bir şekilde anlayabilmek için öncelikle söz konusu manyetik alanlar tarafından manipüle edilebilir olan cismin levitasyon süreci boyunca etkisi altında kaldığı kuvvetler incelenmelidir. En temel levitasyon işlemi, yani yalnızca düşey ekseninde hareketi amaçlayan, bir başka deyişle bir cismin sadece kaldırılıp indirilmesi hedeflenen, bunun dışında kaldırılmış olan bir cismin ileri veya geri yönde hareketini kapsamayan tek boyutlu levitasyon ele alınarak bu işlemin matematiksel modeli hakkında fikir sahip olunabilir.

CE 152 sistemi, yalnızca düşey eksenindeki tek boyutlu hareketi sağlayan klasik levitasyon sistemlerinden biridir. Manyetik levitasyonun asıl olarak meydana geldiği kısım ise metal küre ve bobin alt sistemidir. Burada metal küreye levitasyon tanımına uygun olarak manyetik alan harici hiçbir fiziksel kuvvet uygulanmadan bir kaldırma kuvveti uygulanmaktadır. Uygulanan bu manyetik kuvvet gereğince, metal küre hava asılı halde kalabilmektedir. Metal küreye toplamda etki eden kuvvet sayısı ise üçtür, bunlar; yukarı doğru uygulanan ve metal küreyi havaya kaldırmayı hedefleyen manyetik kuvvet, aşağı doğru uygulanan ve metal küreyi yere inmeye zorlayan yer çekimi kuvveti ve yine aşağı doğru olan ve metal kürenin yukarı çıkarken kazandığı hızından kaynaklanan sürtünme kuvvetidir. Newton'un hareket yasası gereğince cisme etki eden net kuvvetin sıfır olması durumunda söz konusu cismin ivmesinin de sıfır olması gerekmektedir. Bu bağlamdan hareket edilerek, manyetik levitasyona tabi tutulan bir cismin havada asılı kalması için ivmesinin sıfır olması ve haliyle de cisme uygulanan net kuvvetin sıfır olması gerekmektedir. Metal küreye etki eden üç kuvvet ele alınırsa; küreyi yukarı doğru çeken manyetik kuvvetin, küreyi aşağı doğru çeken yerçekimi ve hızdan kaynaklanan sürtünme kuvvetlerinin toplamına eşit olması CE 152 sisteminin gerçekleştirme amaçladığı kriter olacaktır. (Honc, 2019)

Manyetik levitasyon işlemi, gürbüz bir kontrolcü ile denetlendiği takdirde, temassız bir hareket olanağı sağladığından dolayı entegre edildiği sistemlerde materyal sürtünmelerini ortadan kaldırmaktadır. Bir başka deyişle, ilgili materyaller yalnızca hava sürtünmesi etkisi altında olacaktır. Bu sayede; sessiz çalışma, materyal yıpranmasının önüne geçebilme ve yüksek hızlara çıkabilme gibi endüstride oldukça önemli olan kazanımlar elde edilebilmektedir. Gündelik hayatta sıklıkla kullanılan manyetik levitasyon temelli sistemlerden birisi de MagLev trenleri olarak da bilinen manyetik levitasyon trenleridir.

1934 yılında Alman bilim insanı Hermann Kemper tarafından patenti üstlenilen maglev trenleri, geleneksel trenlerin ilerleyiş mekanizması olan ray ve tekerler arasındaki sürtünme fiziğinin kullanılmasına alternatif olarak elektromanyetik kuvveti tekerlerin yerine koyarak oluşturulan bir itme kuvveti ile treni ilerletmeyi amaçlayan bir sistemdir. (Lee ve ark., 2006) Yüksek hız, düşük hız, uzun yol, kısa yol gibi farklı sahalarda tercih edilen bu trenler, yük taşımacılığının yanı sıra insan taşımacılığı da yaptıklarından doğru işleyen bir kontrolcü mekanizmasına ihtiyaç duyarlar. Özellikle Temmuz 2021 ayında, Çin'de üretilen bir maglev treninin saatte 600 kilometreye varan bir hıza ulaştığı düşünülürse stabil şekilde çalışan bir kontrolcünün ne denli önemli olduğu bir kez daha ortaya çıkmış olur.



Şekil 1. Çin'de üretilen Maglev treni (Anonim, 2022)

MATERYAL VE METOT

Bu çalışmada tasarlanan kontrol metotları CE 152 olarak bilinen bir basit ve tek boyutlu manyetik levitasyon düzeneğinin matematiksel modeli kullanılarak tasarlanmıştır. Söz konusu sistemin matematiksel modeli kullanılırken Newton'un Hareket Yasası doğrultusunda ilerlenmiştir. CE 152 sistemi Humusoft isimli bir Çekyalı şirket tarafından geliştirilen deney tabanlı bir sistemdir. Buradaki deney tabanlı sistem terimi, bu sistemin gerçek hayatta herhangi bir kullanım alanının olmadığı, sadece gözlem yapabilmek adına tasarlanan bir sistem anlamına gelmektedir.

CE 152 sisteminde bir demir bilye, elektromıknatis tarafından üretilen bir elektromanyetik kuvvet tarafından havaya kaldırılır ve bu kaldırma işlemi belirli bir seviyeye kadar gerçekleştirilir. Söz konusu referans seviyeden sonra ise ana amaç, bilyeyi havada asılı bir şekilde tutmaya devam etmektir. CE 152 sistemi, tek giriş ve tek çıkışa sahip olması (SISO (Single Input Single Output)), belirgin bir şekilde doğrusal olmayan karakteristiği ve kararsız bir sistem olması sebebiyle sistem dinamikleri üzerinde çalışmak ve klasik veya modern kontrol teorilerini üzerinde uygulayabilmek adına ideal bir düzenektir.

Kontrol sistemleri ile levitasyonun entegre halde kullanıldığı ilk çalışmalardan biri.1974 yılında Kombine Manyetik Alanlara Bağlı Kaldırma Erişiminde Sıcaklık Kontrolünde Araştırmalar isimli makale ile Holger Domke ve Madan Lal Kapoor isimli bilim insanları tarafından yapılmıştır. (Domke ve ark., 1974) Bu çalışmada kontrol işlemi için regresyon analizi denilen bir yöntem tercih edilmiştir. Bu terim için öz Türkçe olan karşılığı "bağlanım" kelimesini de kullanmak mümkündür. (Damodar ve Dawn, 2008) Regresyon analizinde iki veya daha fazla sayısal değişken arasındaki bağlantıyı hesaplamak amaçlanmaktadır. Bu analiz yönteminde iki veya daha fazla değişken arasındaki doğrusal ilişkinin fonksiyonel şekli, biri bağımlı diğerleri bağımsız değişkenler olarak bir denklem olarak ifade edilmektedir. Haliyle değişkenlerden birinin bilinmesi, diğer değişkenler arasında bir varsayım yapma şansı doğurmaktadır. Bu çalışma 1977 yılında yazılan 2 makale ile birlikte veri tabanlarında bulunabilen ve levitasyon ile kontrol mekaniklerini harmanlayan ilk çalışmalar olarak yer almaktadır. Bu çalışmalardan ilki Kontrollü Kalıcı Uyarmalı Manyetik Kaldırma isimli çalışmaları ile H. Weh ve M. Shalaby isimli bilim insanlarına aittir. Kontrollü kalıcı mıknatıslardan oluşan bir alan sistemi çerçevesinde işlenen bu çalışmada senkron olarak çalıştırılan ulaşım sistemlerinde kullanılmak üzere yapılmıştır. Aracın ağırlığına denk bir manyetik kaldırma kuvveti kalıcı mıknatıslar tarafından uygulanmaktadır. Bu çalışmadaki kontrol sistemi ise, kontrol alan sargıları tarafından sağlanmaktadır. Bu sargıların kullanımındaki esas amaç akıyı azaltıp arttırarak hız kontrolü yapmakta kullanılan bir yöntemdir. (Weh ve Shalaby, 1977)

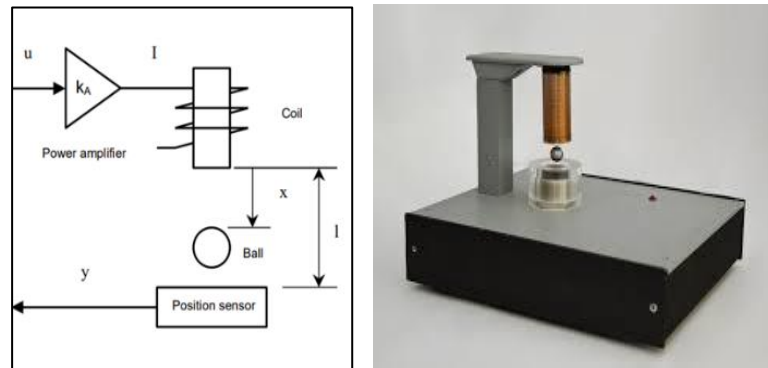
1977 yılında yapılan ikinci çalışmada ise; Eveline Gottzein, Karl-Heinze Brock, Ernst Schneider ve Johann Pfefferl isimli bilim adamları, Paletli Bir Manyetik Kaldırma Yüksek Hızlı Test Aracının Kontrol Yönleri isimli makaleleri bulunmaktadır. Bir Alman üretimi olan KOMET isimli hız aracının kontrol sistemlerinin ele alındığı bu çalışmada kontrol donanımını; dijital bilgisayar, sensörler, mıknatıs sürücüler ve mıknatıslar oluşturmaktadır. Bu çalışmadaki kontrol sistem sentezi, durum uzayı

yaklaşımına ve z-dönüşümünün klasik yaklaşımına dayalı olarak gerçekleşmektedir. Z dönüşümü, zaman tanım kümesinde gerçel ve sanal bileşenleri olan herhangi bir ayrık işareti, frekans tanım kümesindeki biçimine dönüştürmede kullanılan bir dönüşümdür. Aracın izlediği yoldaki düzensizlikler, dış kuvvetler ve kontrol deneyinin gerçekleştiği testteki parametre değişkenleri, zaman tanım kümesindeki gerçel ve sanal bileşenleri meydana getirmektedir. Durum vektörünü oluşturmak içinse; mıknatıs boşlukları, araç ivmeleri ve mıknatıs akımları gibi ölçümlerden faydalanılmaktadır. (Gottzein ve ark., 1977)

2018 yılında Matthew O.T. Cole ve Wichapon Fakkaew isimli bilim adamlarınca yazılan İnce Duvarlı Rotorlar için Aktif Manyetik Rulman: Titreşim Dinamiği ve Denge Kontrolü isimli çalışmada ise optimize edilmiş geri beslemeli kontrolcü tasarımı, bir başka alternatif olarak sunulmuştur. PD kontrolcü geri beslemeli bir şekilde levitasyon yoluyla manyetik yatak kullanımını daha kararlı bir şekilde mümkün kılmıştır. PD geri besleme kontrollü azaltılmış sıralı kapalı döngü modeli kullanılarak sistemdeki titreşim ve kararlılık özellikleri tahmin edilebilmiştir. Statik konumlandırma hatalarını ortadan kaldırmak adına bu kontrolcüye integral geri besleme fonksiyonu da dahil edilerek PD olarak tasarlanan kontrolcüyü PID kontrolcüye çevirmek de mümkün olabilirken, çalışmayı yürütenler, bu durumun titreşim kararlılığına etkisinin çok düşük seviyede olacağını düşündükleri için geri beslemeli kontrolcüyü PD şeklinde tasarlamışlardır. (Cole ve ark., 2018)

CE 152 sistemi en temel haliyle üç ana başlık altında incelenebilmektedir. Bunlar; bobin, elektronik aksam ve demir bilye olarak sıralanmaktadır. Bu üç parça bir veri toplama kartı (DAQ) ve bilgisayar ile tamamlandıktan sonra deney düzeneği de son halini almaktadır. Topun manyetik olarak havaya kaldırılması, DAQ kartının çıkışına bağlı D/A kısmındaki bobin tarafından üretilen manyetik alanın sağlanması ve demir bilyenin endüktif doğal konumunun, DAQ kartının A/D girişine bağlı doğrusal konum sensörü tarafından algılanması bu düzeneğin temel işleyiş sıralamasını oluşturmaktadır.

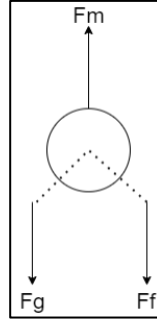
Sistemde kullanılan elemanlardan biri olan güç yükseltici, DAQ kartı tarafından üretilen giriş voltajı ile orantılı ve dengelenmiş bir akım kaynağı için kullanılmaktadır. Bu sisteme uygulanan 0 ile 5 V arası gerilim, 0 ile 1.5 A arasında değişen bir akım değeri sunmakta ve bobinler bu akımla ile indüklendikten sonra Earnshaw yasası gereğince doğrusal olmayan bir manyetik alan meydana getirebilmektedirler. Kullanılan elektrik bileşenlerinin parametrelerinden faydalanılarak bu güç yükseltcinin kazancının 0.297 olduğu sonucuna ulaşılabilmektedir. (Honc, 2019)



Şekil 2. CE 152 manyetik levitasyon sistemi şeması ve fotoğrafı (Honc.2019)

CE 152 sistemine dair bu kısma kadar anlatılanlar, yukarıdaki blok şema üzerinden de görülebilmektedir.

Manyetik levitasyon işlemi sırasında demir bilye üzerine etkiyen üç tane kuvvet vardır. Burada demir bilyeyi yukarıya doğru çeken F_m kuvveti aynı zamanda manyetik kaldırma kuvveti olarak geçmekte olup, şu şekilde ifade edilebilmektedir.



Şekil 3. Demir bilye manyetik levitasyona maruz kaldığında üzerine etkiyen kuvvetler

$$F_m = \frac{i^2 K_c}{(x-x_0)^2} \quad (1)$$

1 numaralı eşitlikteki ifadeler;

i = Bobin Üzerinden Akan Akım, K_c = Bobin Kazanç Sabiti, x = Demir Bilyenin En Altaki Pozisyon Sensörü ile Bobin Arasındaki Pozisyonu, x_0 = Demir Bilyenin Ofset Pozisyonu olarak verilmektedir.

Endüktif bir bobin kullanarak oluşturulan elektromıknatıs sayesinde demir bilyenin etrafında bir potansiyel kuyusu oluşturulabilmektedir. Bu tip mıknatıslanmalar statik manyetik alanlara yol açmamaktadırlar. Levitasyon işlemini gerçekleştirmek için ihtiyaç duyulan manyetik alan, statik değil zamanla değişen manyetik alandır. Ters Kare Yasası gereğince manyetik kuvvetin kaynağından uzaklaştıkça uygulanan manyetik kuvvet karesel oranda azalacağı için kararlı bir kaldırma işlemini uygulamak statik manyetik alanlar ile mümkün olmamaktadır. CE 152 sisteminde mıknatıs olarak endüktif bir bobin kullanılmasının sebebi ise zamanla değişen bir manyetik alan yaratarak demir bilyenin etrafında oluşturulan potansiyel kuyusu yardımıyla, levitasyonun etkiyeceği alan boyunca homojen bir kaldırma kuvveti sağlayabilmektir.

Manyetik kaldırma kuvveti eşitliğinin temelini bobinin enerjisini veren eşitlikten almaktadır. Bu eşitliğe göre bobin enerjisi;

$$W_m = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2 \quad (2)$$

olarak ifade edilmektedir. Bu eşitlikteki ifadeler;

W_m = Bobin Enerjisi, L = Bobin Endüktans Değeri, i = Bobin Üzerinden Akan Akım

olarak verilmektedir. Bu ifadedeki L değeri ise;

$$L = \frac{N^2}{R} \quad (3)$$

olarak ifade edilebilmektedir. Endüktans değerini veren bu ifadede;

N = Sarım Sayısı, R = Bobin Elemanın İç Direnci

şeklinde isimlendirilmektedir. Son olarak bobin elemanın iç direncini veren ifade;

$$R = \frac{l}{\mu A} \quad (4)$$

Biçiminde ifade edilmiştir. Bobin iç direncini ifade eden eşitlikteki semboller ise sırasıyla;

l = Bobin Uzunluğu, μ = Manyetik Geçirgenlik, A = Bobinin Yatay Kesit Alanı

ile verilmektedir. Eşitlik 2’de verilen L değerinin yerine eşitlik 3’te verilen ifade yazılırsa;

$$W_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{N^2}{R} \cdot i^2 \quad (5)$$

eşitliği ortaya çıkacaktır. Bu eşitlikte bobin iç direncini ifade eden R gösterimi yerine ise eşitlik 4'te ifade edilen gösterim kullanıldığında;

$$W_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{N^2}{\frac{l}{\mu A}} \cdot i^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu AN^2}{l} \right) \cdot i^2 = \frac{\mu AN^2 i^2}{2l} \quad (6)$$

eşitliğine ulaşılmaktadır. Enerjinin, etki ettiği konuma göre olan türevi kuvveti vermektedir. Benzer şekilde işin yapıldığı konuma göre olan türevi de kuvveti vermektedir. Bobinin enerjisinin eşitliği bilindiğine göre bu eşitlikteki enerjinin etki ettiği konuma göre alınacak türev işlemiyle bobinin kuvveti, bir başka deyişle bobin tarafından demir bilyeye uygulanan manyetik kaldırma kuvvetinin eşitliğine ulaşmak mümkün olmaktadır. Türev işlemi yapılırsa;

$$F_m = \frac{dW_m}{dl} = \left(\frac{\mu AN^2 i^2}{2l} \right) \frac{d}{dl} = \frac{\mu AN^2 i^2}{2l^2} \quad (7)$$

ifadesi elde edilmektedir. Daha önce bobin kazanç sabit olarak da verilen K_C ifadesi aynı zamanda;

$$K_C = \frac{\mu AN^2}{2} \quad (8)$$

şeklinde ifade edilebildiğinden dolayı, eşitlik 7'deki $\frac{\mu AN^2}{2}$ kısmı yerine K_C yazılırsa;

$$F_m = \frac{K_C i^2}{l^2} \quad (9)$$

halini almaktadır.

Demir bilyeyi aşağıya doğru çeken kuvvetlerden ilki F_g olarak ifade edilen yer çekimi kuvvetidir. Yine Newton'un hareket yasasından yola çıkarak $F = m \cdot a$ eşitliği kullanılarak ifade edilebilir. Burada m ifadesi yerine demir bilyenin kütesini ifade eden m_k , ivmeyi simgeleyen a ifadesi yerine de yer çekimi ivmesi olarak alınan g ifadesi konulursa demir bilyeye etkiyen yer çekimi kuvveti ifade edilebilmektedir. Bu durumda;

$$F_g = m_k \cdot g \quad (10)$$

ifadesi demir bilyeyi aşağıya doğru çeken kuvvetlerden ilki olan yer çekimi kuvvetini ifade etmekte kullanılabilir.

Demir bilyeyi aşağıya doğru çeken kuvvetlerden ikincisi ise levitasyon işleminin başlamasıyla birlikte zeminden yukarıya doğru hareket eden demir bilyenin kalkış hızı ile birlikte oluşan hıza bağlı sürtünme kuvvetidir. Bu kuvvet CE 152 sistemi kullanılarak yapılan modellemelerde çok küçük olduğu için çoğunlukla hesaplamalara dahil edilmeyen bir kuvvet olmakla birlikte bu çalışmada hesaplamalara dahil edilmiştir. F_f olarak da ifade edilen bu sürtünme kuvvetinin formülü, tanımıyla da bağlantılı olarak;

$$F_f = K_{fv} \cdot v \quad (11)$$

ifade edilmektedir.

Nihayetinde CE 152 sisteminde bir manyetik levitasyon işlemi uygulandığı esnada demir bilyeye etki eden üç kuvvetin eşitliklerine ulaşılmıştır. Havada asılı kalma işleminin kararlı bir şekilde gerçekleşebilmesi için levitasyon işlemi başarılı bir şekilde gerçekleştikten hemen sonra, demir bilyeye etki eden net kuvvetin sıfır olması gerektiği bilindiğine göre;

$$F_{net} = F_m - F_g - F_f = 0 \quad (12)$$

durumunun sağlanması demir bilyeyi havada asılı bir halde tutmak için gerekmektedir. Bir başka deyişle, demir bilyeyi yukarı kaldırmaya zorlayan manyetik kaldırma kuvvetinin, demir bilyeyi aşağı indirmeye zorlayan yer çekimi kuvveti ve hıza bağlı sürtünme kuvvetinin toplamına eşit olması gerekmektedir. Elde edilen tüm eşitliklerle beraber nihai duruma demir bilye üzerine etki eden net kuvvet;

$$F_{net} = \frac{i^2 K_c}{(x-x_0)^2} - m_k \cdot g - K_{fv} \cdot v \quad (13)$$

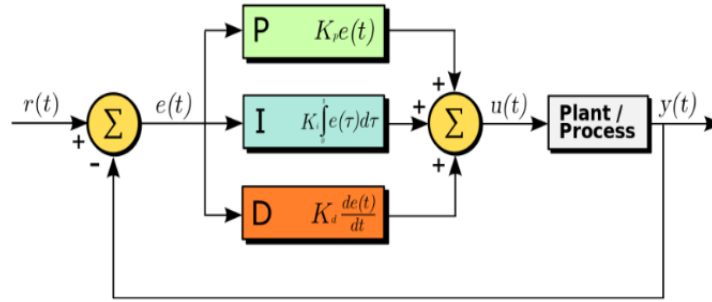
şeklinde ifade edilebilmektedir.

Sistemin durum uzay modelini elde edebilmek için gerekli dönüşümler yapıldığında ve ihtiyaç duyulan parametreler için CE 152 Manyetik Levitasyon Sistemi parametreler tablosundaki veriler kullanıldığında nihayetinde elde edilen transfer fonksiyonu;

$$G(s) = \frac{144.5962}{s^2 + 2.381s + 15821.6191} \quad (14)$$

olarak ifade edilmektedir. (El Najjar, 2013)

PID Kontrolcü



Şekil 4. PID kontrolcünün blok gösterimi (Ataşoğlu, 2020)

Şekil 4'te bir PID kontrolcünün şeması görülmektedir. Şekil üzerinden de anlaşılacağı gibi PID kontrolcünün amacı; sistem değişkeni, çıkış veya süreç değişkeni olarak da bilinen y yanıtının, sistemin girişini gösteren ve Şekil 4'te birim basamak fonksiyonu olarak belirlenmesine karşın herhangi bir fonksiyon olarak da belirlenebilecek olan r değişkenini takip edebilmesidir. Bunun sağlanabilmesi adına manipüle edilebilir u değişkeninin kontrolcünden gelen komutlar vasıtasıyla dinamik olarak değiştirilmesi gerekmektedir. Yukarıda şeması verilen PID kontrolcüsünün matematiksel denkliği ise;

$$u(t) = K_p e + K_d \frac{de}{dt} + K_i \int_0^t e(t) dt \quad (15)$$

olarak verilmektedir.

CE 152 Manyetik Levitasyon sistemi özelinde, demir bilyenin manyetik levitasyon sahası içerisindeki konumuna göre bir akım belirlenmeli ve belirlenen bu akım, bobin üzerinde farklı değerlerde indüklenmeler yaratarak farklı değerlerde manyetik çekim kuvveti sağlamalıdır. Örneğin demir bilyenin, levitasyon sahasının tam orta noktasında asılı kalması hedeflenirken, demir bilye üzerine uygulanacak olan aşağı yönlü küçük bir itirme kuvveti demir bilyeyi bobinden uzaklaştıracağı için daha yüksek bir manyetik çekim kuvveti ve dolayısıyla daha yüksek bir akım büyüklüğüne ihtiyaç olacaktır. PID kontrolcünün $u(t)$ yanıtı, değişen bu duruma adapte bir şekilde güncellenerek yüksek akım değerini talep edecek ve demir bilyeyi levitasyon sahasının tam orta noktasına gelmeye zorlayacaktır.

Kesirli Dereceden PID Kontrolcü

Literatürde kullanılan diğer bir kontrolcü tekniği ise kesirli dereceden PID kontrol metodudur. Bu kontrolcünün en önemli özelliği kontrolcünde kullanılan integral ve türevin derecesi kesirli bir değere

sahip olmasıdır. Bu sayede özellikle klasik PID kontrolcüsüne göre sistem cevabının aşım değeri azaltılabilmekte ve sistem üzerindeki belirsizliklerin üstesinden gelinebilmektedir. Literatürde kesirli derece hesabını en anlaşılır bir şekilde ortaya koyan tanım Riemann-Liouville eşitliği olup her hangi bir $f(t)$ fonksiyonunun α inci kesirli dereceden türev ve integral ifadesi denklem (16) ile tanımlanmaktadır (Teng, 2020.)

$$\mathcal{D}^\alpha f(t) = \frac{d^\alpha f(t)}{dt^\alpha} = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \left(\frac{d^n}{dt^n} \right) \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha+1-n}} d\tau$$

$$\mathcal{D}^{-\alpha} f(t) = \mathcal{L}^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-\alpha}} d\tau \quad (16)$$

Buradaki n değeri bir tam sayı olmak üzere α değeri ($n - 1 < \alpha < n$) aralığında tanımlı olup \mathcal{D}^α kesirli dereceden türevi, \mathcal{L}^α ise kesirli dereceden integrali temsil etmektedir. Denklem (16)' da ifade edilen $\Gamma(\alpha)$ ise Euler' in Gamma fonksiyonu olup denklem (17) ile tanımlanmaktadır.

$$\Gamma(\lambda) = \int_0^\infty e^{-t} t^{\lambda-1} dt \quad (17)$$

Dolayısıyla, kesirli dereceden bir PID kontrolcüsünün hata fonksiyonuna ($e(t)$) bağlı zaman domenindeki matematiksel eşitliği denklem (18) ile ifade edilmektedir.

$$u(t) = K_p + K_i(\mathcal{L}^\alpha e(t)) + K_d(\mathcal{D}^\alpha e(t)), \quad (\alpha > 0) \quad (18)$$

Kayan Kipli Kontrolcü

Kayan kipli kontrolcüler; gürbüzlük, referans sinyalini izlemelerindeki tutarlılık ve parametre değişimlerinin kolay ayarlanabilmesi gibi olumlu yönleri sahip kontrolcülerdir. Kayan kipli sistemler, sistem durumlarını kayma yüzeyi olarak adlandırılan bir durum uzayına sürerek kontrol işlemini sağlamayı amaçlamaktadır. Kayma yüzeyine ulaşıldığında kayan kipli kontrol, sistemdeki durumları kayma yüzeyinin çok yakınındaki yerlerde tutmaya zorlayarak çalışmayı sağlamaktadır. Kayan kipli kontrolcüler, iki farklı blok halinde çalışan kontrolcüler olarak da tanımlamak mümkündür. Bu bloklardan ilki, tasarımdaki kriterleri sağlayacak bir kayan yüzey oluşturup kayma hareketi ile tasarım kriterlerinin grafiksel olarak uyuşmasını sağlamak adına tasarlanmaktadır. İkinci blok ise anahtarlama yüzeyi olarak adlandırılmakta olup, seçilen sistem kriterlerini, kayma yüzeyine yakın bir bölgede kalmaya zorlamak adına tasarlanmaktadır. Kayma yüzeyi tasarlanırken yapılan sistem kriterlerine uygun seçimler vasıtasıyla, dinamik sistem davranışını bu kontrolcüye uyarlamamanın mümkün olması ve bazı belirsizliklere duyarsız halde olan kapalı döngü tasarımı, kayan kipli kontrolcülerin istenen sonuçları daha tutarlı bir şekilde vermesine neden olmaktadır. Bu açıklamada belirtilen “belirsizliklere duyarsız olma” durumu, bir sistem çalışırken dış etkenlere bağlı olarak meydana gelen küçük değişimlerin kontrolcü tarafından algılanmayıp herhangi bir bozunuma yol açmama hali olarak da açıklanabilmektedir.

$$\dot{x} = f(x, t) + g(x, t)u \quad (19)$$

$$y = h(x, t) \quad (20)$$

olarak ifade edilen bir tek giriş-tek çıkış (SISO (Single Input Single Output)) sistem ele alınırsa bir kontrolcüdeki ana amaç, y çıktı değişkeninin daha önceden belirlenen bir y_{DES} olarak da tanımlanan değişkenini takip etmesini sağlamaktır. CE152 Manyetik Levitasyon Sistemi ele alınırsa, bu açıklamada geçen y_{DES} değişkeninin, demir bilyenin kontrollü bir şekilde levitasyon sahasının tam orta noktasında durduğu pozisyon olduğu söylenebilmektedir. CE 152 Manyetik Levitasyon Sistemi'nin transfer fonksiyonu hesaplanırken aynı zamanda doğrusal olmayan durum matrislerini doğrusal hale getirmek

için de kullanılan bu değerin $a = \frac{T_d}{2} = 0.0095$ olduğunu söylemek mümkündür. Dolayısıyla CE 152 Manyetik Levitasyon Sistemi özelinde kontrolcü tasarlanırken gözetlenen ana amaç y çıktı değişkeninin, $a = \frac{T_d}{2} = 0.0095$ çıktısını izlemesini sağlamaktır.

Daha önceki açıklamada iki farklı blok halinde çalıştığı söylenen kayan kipli kontrolcünün ilk bloğu olan kayan yüzey bloğu matematiksel olarak tanımlanırsa, ilk adım sistem durumunun skaler bir fonksiyon olarak tanımlanması olacaktır.

$$\sigma(x) = R^n \rightarrow R \quad (21)$$

Kayma yüzeyi, e_y olarak tanımlanan izleme hatasını ve bu hatanın türevlerine bağlı bir dizgiyi kapsamaktadır.

$$s = s(e, \dot{e}, \ddot{e}, \dots, e^{(k)}) \quad (22)$$

s fonksiyonu, hata ve türevleriyle beraber sifıra yakınsayacak bir şekilde seçilmelidir. Kayma yüzeyi için en fazla karşılaşılan tercihler;

$$s = \dot{e} + c_0 e \quad (23)$$

$$s + c_1 \dot{e} + c_0 e \quad (24)$$

$$e(t) = y_r(t) - y_m(t) \quad (25)$$

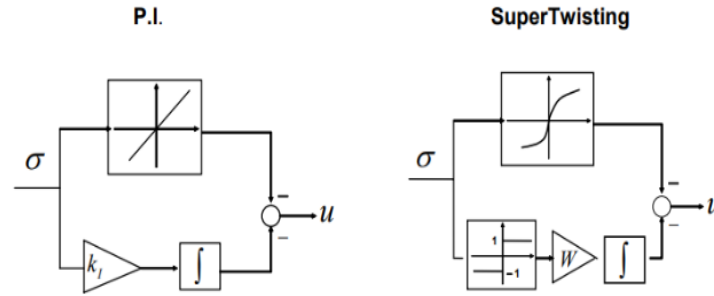
tercihleridir. Hata sinyali, giriş olarak gösterilen $y_r(t)$ sinyali ile çıkış olarak gösterilen $y_m(t)$ sinyali arasındaki farkı ifade etmektedir. Bu kayma yüzeyi tercihleriyle oluşturulan kayan kipli kontrolcüler sırasıyla, birinci dereceden kayan kipli kontrolcüler ve ikinci dereceden kayan kipli kontrolcüler olarak isimlendirilmektedirler. Dolayısıyla bir kayan kipli kontrolcüyü isimlendirirken, kayma yüzeyi fonksiyonunda hatanın kaçınıcı türevinin alındığını bilmek belirleyici olmaktadır. İdeal bir biçimde seçilen c_i katsayıları ile s değişkeni sifıra indirildiğinde bu değişkenle beraber hata ve türevleri de sifıra yaklaşmakta yani ideal bir kontrol şeması oluşmaktadır. Bu durum geometrik bir bakış açısıyla tekrardan açıklanırsa, $s = 0$ denklemi, hata uzayında kayan yüzey olarak isimlendirilen bir yüzeyi tanımlamaktadır. Kontrol edilen sistemin tüm yörüngeleri, sistem davranışlarının önceden belirlenen kriterleri karşıladığı bu kayma yüzeyine bağlı kalmaya zorlanarak gürbüz bir kontrolcü tasarlamak mümkün olmaktadır.

Dolayısıyla bir kayan kipli kontrolcü tasarlarırken ikinci aşama, sistemdeki tüm yörüngeleri, s değişkenini sonlu bir zamanda sifıra yönlendiren ve kayma yüzeyi olarak bilinen bu yüzeyde tutabilen bir fonksiyon tasarlamaktır. Bu çalışma kapsamında ikinci dereceden kayan kipli kontrolcüler inceleneceğinden, yörüngeleri yüzeyde kalmaya zorlayan ve anahtarlama fonksiyonu olarak da bilinen bu fonksiyonu tasarlarırken Üstün Burulma Algoritması (Super Twisting Algorithm) yöntemi kullanılmaktadır. Bu algoritmaya, s değişkeni entegre edilirse;

$$u = -\lambda \sqrt{|s|} \operatorname{sgn}(s) + w \quad (26)$$

$$\dot{w} = -W \operatorname{sgn}(s) \quad (27)$$

eşitlikleri meydana gelmektedir. $\lambda = \sqrt{U}$ ve $W = 1.1U$ kabulleri parametre dönüşümü yapabilmek adına kolaylık sağlayan kabuller olarak ele alınmaktadır. Bu kabullerdeki U değişkenine karar verebilmek için, incelenen kapalı döngü sistemlerde istenilen çıkış yanıtları elde edilene kadar kademeli olarak arttırılarak bulunan bir değer tercih edilmektedir. Bir başka deyişle U değişkeni, deneme yanılma yöntemi ile bulunabilmektedir. Üstün burulma algoritmasını, klasik PI kontrolcünün doğrusal olmayan bir versiyonu olarak da açıklamak mümkündür.



Şekil 5. PI kontrolcüsüyle üstün burulma algoritmasının benzerliğini gösteren devre şemaları

Şekil 5' e bakılarak bu açıklamayı görselleştirmek mümkündür. (Decarlo ve Žak, 2008)

Kayan kipli kontrolcülerde bilinmesi gereken bir diğer husus, ikiye ayrılan çalışma bloklarının ikincisi olan anahtarlama bloğundan kaynaklanan çatırdama (chattering) problemidir. Bu sorunun temelinde model tarafından ihmal edilen ve hızlı değişen dinamiklerden kaynaklanan anahtarlama fonksiyonundaki ani değişimlerdir. Çatırdama probleminde yol açabilecek bir başka husus ise sonlu örnekleme hızına sahip dijital kontrolcülerin kullanılmasıdır. Bu durum ayrıklaştırma çatırdamasına neden olmaktadır. Teoride ideal bir kayma yüzeyi aynı zamanda sonsuz bir anahtarlama frekansı anlamına gelmektedir. Kontrol algoritmasını oluşturan işaret bir örnekleme aralığı içerisinde sabittir, anahtarlama frekansı ise söz konusu örnekleme aralığını aşmadığından bu durum da çatırdama probleminde yol açmaktadır.

Verilen bu bilgiler bağlamında, ikinci dereceden kayan kipli kontrolcünün matematiksel ifadesi üç denklem grubu ile incelenebilmektedir;

Kayma yüzeyinin zamana göre ikinci türevi;

$$\ddot{s}(t) + \beta\dot{s}(t) = k_p\dot{e}(t) + k_i e(t) + k_d\ddot{e}(t) \quad (28)$$

$\dot{s}(t) = 0$ iken $u_{eq}(t)$ ile gösterilen bileşke kontrolün matematiksel ifadesi;

$$u_{eq}(t) = (k_d C_n)^{-1} (k_i e(t) + k_p \dot{e}(t) + k_d (\dot{y}_r(t) + A_n \dot{y}_m(t) + B_n y_m(t)) - \beta \dot{s}(t)) \quad (29)$$

son olarak anahtarlama kontrolünün, bir diğer adıyla anahtarlama fonksiyonunun $u_{sw}(t)$ ile gösterilen matematiksel ifadesi;

$$u_{sw}(t) = \lambda_1 s(t) + k_s \text{sign}(\dot{s}(t)) \quad (30)$$

Denklemden yer alan sgn fonksiyonu ise;

$$\text{sgn}(x) = -1 \text{ eğer } x < 0$$

$$0 \text{ eğer } x = 0$$

$$1 \text{ eğer } x = 1$$

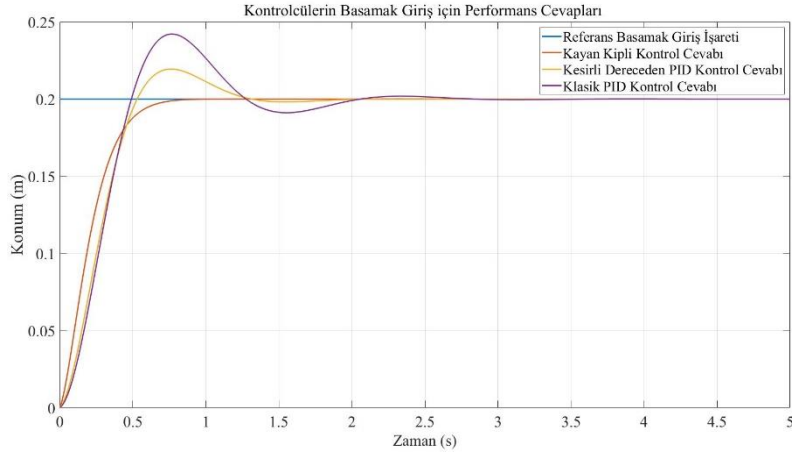
Olarak verilir, bu matematiksel ifadeler yardımıyla bir ikinci dereceden kayan kipli kontrolcü tasarlanabilmektedir.

$y_m = \text{Çıkış}$, $A_n, B_n, C_n = \text{Nominal Parametreler}$, $s(t) = \text{Kayma Yüzeyi}$, $e(t) = \text{Hata}$, $\lambda_1, \frac{1}{k_d C_n}$ İfadesinden Büyük Olma Koşuluyla Bir Pozitif Sabit Sayı, k_s, D_{\max} İfadesinin, $D_{\max} = \sup_{t, s, s'=0} \{D(t, u(t))\}$ Olmak Şartıyla $\frac{D_{\max}}{C_n}$ İfadesinden Büyük Bir Sayı, $k_p = \text{Oransal Kazanç Parametresi}$, $k_i = \text{İntegral Kazanç Parametresi}$, $k_d = \text{Türev Kazanç Parametresi}$, β , Bir pozitif sayı olarak verilmektedir. (Eker, 2010)

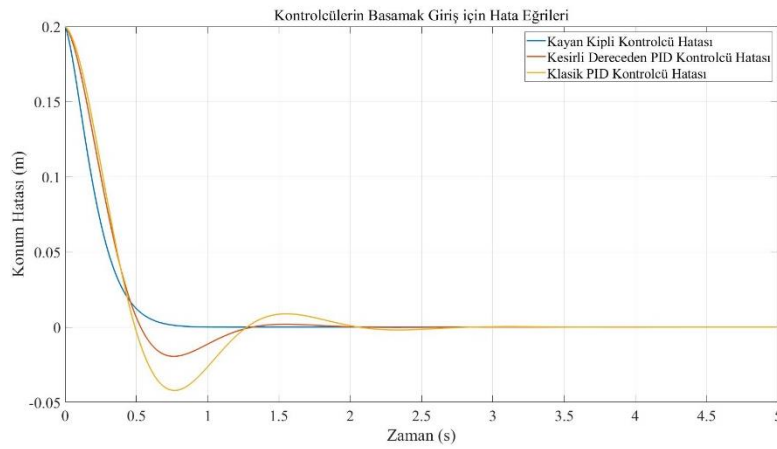
BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde söz konusu CE152 manyetik levitasyon sisteminin elde edilen matematiksel model temel alınarak Matlab Simulink programında karşılaştırılmalı kontrolcü performans simülasyonları gerçekleştirilmiştir. Öncelikle söz konusu sisteme genliği 0.2 metre olan bir birim basamak konum girişi tanımlanmış ve ardından sırasıyla klasik PID, kesirli dereceden PID ve kayan kipli kontrolcülerin bu referans için performans cevapları araştırılmıştır. Şekil 6'da görüldüğü üzere kayan kipli kontrolcü diğer yöntemlere göre daha hızlı ve aşım yapmadan bir cevap üreterek söz konusu referansı daha az hata ile takibini sağlamıştır. Şekil 7'de gösterilen performans eğrilerine göre kayan kipli kontrolcünün hiçbir aşım yapmadan referans değere ulaştığı, kesirli dereceden PID kontrolcüsünde %9.72'lik ve klasik PID kontrolcüsünde ise %21.06' lik bir maksimum aşım meydana geldiği görülmektedir. Benzer şekilde yerleşme zamanı açısından kayan kipli kontrolcünün 0.8. saniyede, kesirli dereceden PID kontrolcüde 1.86. saniyede ve son olarak klasik PID kontrolcüsünde ise 2.6. saniyede %2 lik referans band aralığına girdiği görülmektedir. Oturma zamanının kontrolü sağlanmış bir sistemde ne denli önemli olduğunu görebilmek için manyetik levitasyon sistemlerinin günlük hayattaki kullanım alanlarına tekrardan bakmak gerekmektedir, bu alanlar; elektromanyetik yataklar, maglev trenleri, elektromanyetik vinçler, rüzgâr tünelleri, hassas makineler için titreşim izolasyonu, endüklemler, ocaklarda metal eritme, roket güdümü projeleri, fotolitografide plakaların yüksek hassasiyetle konumlandırılması, üretim esnasında metal levhaların kaldırılması olarak sıralanabilmektedir. Manyetik levitasyon işleminin bu alanlarda tercih edilmesinin, sürtünme problemini ortadan kaldırarak yüksek hız ve düşük malzeme deformasyonu sunması gibi nedenleri de göz önüne alınırsa sunulan yüksek hız avantajının daha da perçinlenmesi oturma zamanının düşük olmasıyla mümkün olmaktadır. Bir maglev treninin manyetik raylara olan mesafesindeki herhangi bir kaymanın mümkün olduğunca kısa bir sürede telafi edilmesi, insan taşımacılığı için oldukça büyük bir öneme sahiptir. CE 152 Manyetik Levitasyon Sistemi özelinde ikinci dereceden kayan kipli kontrolcünün oturma zamanı diğer kontrolcülerin oturma zamanından yaklaşık olarak 3 kat daha hızlı bir şekilde gerçekleştiğinden dolayı ikinci dereceden kayan kipli kontrolcülerin tercih edilmesi gerektiği ortaya çıkmaktadır.

Şekil 7 ise kontrolcülerin basamak girişi için sergilemiş olduğu hata eğrileri sunulmuştur. Bu grafiğe baz alınarak performans kriterlerinden biri olan ortalama kare hatası (MSE) karşılaştırmasına göre kayan kipli kontrolcünün kullanılması durumunda söz konusu hata değeri 0.0228 olarak elde edilirken, bu değer kesirli dereceden PID kontrolcüsünde 0.0384 ve klasik PID kontrolcüsünde ise 0.0410 olarak elde edilmiştir. Bahsi geçen tüm performans değerleri için karşılaştırma tablosu Tablo 1' sunulmuştur.



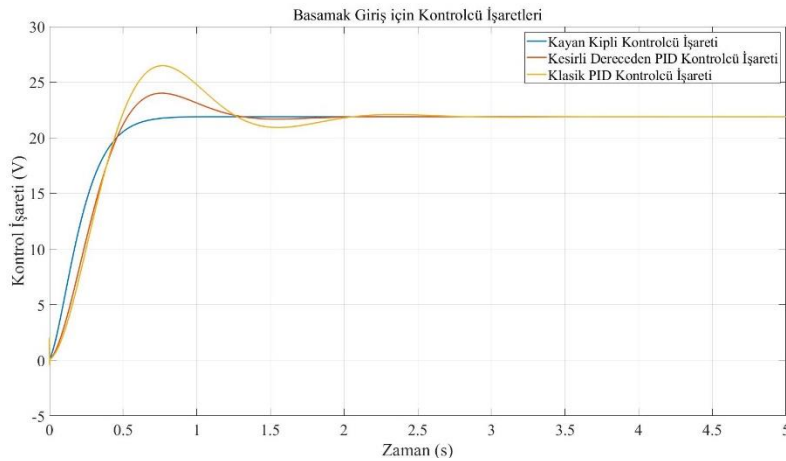
Şekil 6 Kontrolcülerin Basamak Giriş için Performans Cevap Eğrileri



Şekil 7. Kontrolcülerin Basamak Giriş için Hata Eğrileri

Çizelge 1. Performans karşılaştırma tablosu

	Kayan Kipli Kontrolcü	Kesirli Dereceden PID Kontrolcü	Klasik PID Kontrolcü
Yüzde Aşım Değeri (M_p)	%0.001	%9.72	%21.06
Oturma Zamanı (t_o)	0.8	1.86	2.6
Ortalama Kare Hatası (MSE)	0.0228	0.0384	0.0410



Şekil 8. Basamak girişi için kontrolcü işaret değişimleri

Şekil 8' ise söz konusu üç kontrolcünün basamak girişi için sergilemiş oldukları kontrol işaretleri gösterilmiştir. Grafik incelendiğinde kayan kipli kontrolcünün diğerlerine göre daha az ve kararlı bir

enerji değişimi uyguladığı ve bu sayede aşım yapmadan daha kısa bir sürede referans takibini sağladığı görülmektedir.

SONUÇ

MATLAB Simulink üzerinden yürütülen simülasyon çalışmaları verileri incelendiğinde bir manyetik levitasyon işlemi için ikinci dereceden kayan kipli kontrolcünün, kesirli dereceden ve klasik PID kontrolcülerine kıyasla daha ideal bir tercih olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Kontrolcülerin referans takibi ve oturma zamanı performansları kıyaslanarak mevzu bahis çıkarımlar yapılmıştır. Aynı zamanda her bir kontrolcünün kontrol sinyali ve hata sinyali grafiklerine de yer verilerek yapılan çıkarımların tutarlılığı desteklenmiştir.

Bu çalışmada ele edilen bulguları, daha olumlu hale getirebilmek adına ikinci dereceden kayan kipli kontrolcülerin çatırdama problemleri üzerinde iyileştirme çalışmaları yapmak mümkündür. Buna ek olarak, farklı kontrol parametreleri belirleme yöntemleri kullanılarak yerleşme zamanı ve referans takibi konusunda da performans iyileştirmeleri sağlanabilir. Her iki iyileştirme önerisi için de hali hazırda mevcut olan çeşitli literatür çalışmaları üzerinden denemeler yapılarak daha gürbüz bir kontrol sistemi elde edilebilir.

Çıkar Çatışması

Makale yazarları aralarında herhangi bir çıkar çatışması olmadığını beyan ederler.

Yazar Katkısı

Yazarlar makaleye eşit oranda katkı sağlamış olduklarını beyan eder.

KAYNAKLAR

- Anonim, 2020, Python ile PID Kontrol Örneği, <https://ahmetatasoglu98.medium.com/python-ile-pid-kontrol-ornegi-18d0b4cee2b2> (Erişim Tarihi: 01.10.2022).
- Anonim, 2021, World's first 600 km/h high-speed maglev train rolls off assembly line, web sitesi: http://www.xinhuanet.com/english/2021-07/20/c_1310072057.htm (Erişim Tarihi: 01.05.2022).
- Brock K, Gottzein E, Mannlein, E, Pfefferl J, 1975. Control aspects of a Tracked Magnetic Levitation High Speed Test Vehicle. IFAC Proceedings Volumes, 8(1), 743-759.
- Cole M, Fackaew W, 2018. An Active Magnetic Bearing for Thin-Walled Rotors: Vibrational Dynamics and Stabilizing Control, IEEE/ ASME Transactions and Mechatronics, 23(6), 2859-2869.
- Damodar N, Dawn P, 2008. Basic Econometrics. McGraw-Hill Education, 944, United States of America.
- Decarlo R, Žak S, 2008. A quick introduction to sliding mode control and its applications, Università' Degli Studi di Cagliari, Dipartimento di Ingegneria Electricia ed Electronica, 22, Cagliari.
- Domke H, Kapoor M, 1974. Untersuchungen zur Temperatursteuerung des Schwebeschmelzverfahrens mit Hilfe kombinierter Magnetfelder. International Journal of Materials Research, 65(11), 691-696.
- Eker, İ. 2010. Second-Order Sliding Mode Control with Experimental Application. ISA Transactions, 49(3), 394-405.
- El Najjar S, 2013. Ripple Free Deadbeat Control for Nonlinear Systems with Time-Delays and Disturbances. Master's Thesis, The Islamic University of Gaza, Deanery of Higher Studes, Faculty of Enginnering, Electrical Engineering Department, 86, Gazza (Printed).
- Eroğlu Y, 2016. Manyetik Levitasyon Sisteminin Kayan Kip ve PID Temelli Referans Takip Kontrolü ve Donanım İçeren Benzetim Temelleri. Yüksek Lisans Tezi, Abdullah Gül Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektrik ve Bilgisayar Mühendisliği Ana Bilim Dalı.88, Kayseri (Basılmış).
- Honc D, 2019. Modelling and identification of magnetic levitation model CE 152/Revised. R. Silhavy (Ed.), Cybernetics and Algorithms in Intelligent Systems 765, 35-43.
- Utkin V, Lee H, 2010. Chattering Problem in Sliding Mode Control Systems. IFAC Proceedings Volumes, 49(3), 1.
- Teng Y, Li H., ve Wu F, 2020. Design of distributed fractional order PID type dynamic matrix controller for large-scale process systems, IEEE Access, 8, 179754-179771, 2020.
- Weh H, Shalaby M, 1977. Magnetic levitation with controlled permanentic excitation. IEEE Transactions on Magnetics, 13(5), 1409-1411.