

## İlkokul Dönemi Öğrencilerinin Bilişsel Matematiksel Modelleme Yeterlikleri\*

### Cognitive Mathematical Modelling Competencies of Elementary School Students

H. Beyza Canbazoğlu Albayrak<sup>1@</sup>, Kamuran Tarım<sup>2</sup>

#### ARTICLE INFORMATION:

Received: 19/10/2022  
Accepted: 31/01/2023  
Published: 27/07/2023  
DOI: 10.33710/sduijes.1191490

#### AUTHORS INFORMATION:

1: Çukurova University  
ORCID: 0000-0001-5596-5019

2: Çukurova University  
ORCID: 0000-0002-2048-5207

#### @CORRESPONDING AUTHOR:

H. Beyza Canbazoğlu Albayrak,  
Çukurova University,  
beyza.cnbzgl@gmail.com

#### TO CITE THIS ARTICLE:

Canbazoğlu Albayrak, H. B. & Tarım, K. (2023). Cognitive Mathematical Modelling Competencies of Elementary School Students. *SDU International Journal of Educational Studies*, 10(1), 1-21

\*Bu çalışmanın bir bölümü 28-30 Ekim 2021 tarihlerinde Alanya'da düzenlenen 5. Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi (TÜRKBİLMAT-5) Sempozyumu'nda sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

#### ÖZET

Bu çalışmada, ilkökuller dönemi öğrencilerinin matematiksel modelleme problemlerinin çözümü sürecindeki bilişsel matematiksel modelleme yeterliklerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Araştırmanın deseni, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması olarak belirlenmiştir. Araştırma sürecinde Türkiye'nin güneyinde bulunan, orta sosyo-ekonomik düzeydeki bir ilkökulda öğrenim gören ilkökul üçüncü sınıf düzeyinden dört öğrenci ile odak grup çalışması yapılmıştır. Araştırmanın veri toplama aracı, matematik eğitimi nitel araştırmalarında kullanılan göreve dayalı mülakat (*task-based interview*) yöntemidir. Bu doğrultuda öğrencilere *Adenauer Heykeli* ve *Hava Durumu* model oluşturma etkinlikleri verilerek bir görev üzerinde çalışmalarını sağlanarak, matematiksel modelleme yeterlikleri belirlenmeye çalışılmıştır. Öğrencilerin bilişsel matematiksel modelleme yeterlikleri, Blum ve Borromeo Ferri'nin (2009) çalışmasındaki modelleme süreci kullanılarak analiz edilmiştir. Elde edilen bulgulara göre, ilkökul öğrencilerinin özellikle problemi anlama, sadeleştirme, yorumlama ve doğrulama yeterliklerini sergilemede güçlükler yaşadıkları belirlenmiştir. Bununla birlikte bu süreçte dikkat çeken bir diğer bulgu ise öğrencilerin doğrudan problemi çözme eylemine geçme isteğinde bulunmaları ve sistematik bir çözüm yolu geliştiremedikleri ve bir model ortaya koyamadıkları görülmüştür.

**Anahtar Kelimeler:** *Matematiksel modelleme, İlkokul dönemi, Bilişsel modelleme, Matematiksel modelleme yeterliği, Model oluşturma etkinliği*

#### ABSTRACT

In this study, it was aimed to determine the cognitive mathematical modelling competencies of elementary school students in the process of solving mathematical modelling problems. The design of the research was determined as a case study, one of the qualitative research methods. During the research process, a focus group study was conducted with four third grade elementary school students studying in a middle socio-economic school located in the south of Turkey. The data collection tool of the research is the task-based interview method used in qualitative research in mathematics education. In this direction, students were given model eliciting activities of *Adenauer Statue* and *Weather* to work on a task and their mathematical modelling competencies were tried to be determined. Students' cognitive mathematical modelling competencies were analyzed using the modelling process in Blum and Borromeo Ferri's (2009) study. According to the findings, it was determined that elementary school students had difficulties in demonstrating their competence in understanding, simplifying, interpreting and verifying the problem. However, another remarkable finding in this process was that the students wanted to go directly to the action of solving the problem and they could not develop a systematic solution or put forward a model.

**Keywords:** *Mathematical modelling, Elementary school, Cognitive modelling, Mathematical modelling competence, Model eliciting activity*

#### JOURNAL INFORMATION:

SDU International Journal of Educational Studies (SDU IJES) is published biannual as an international scholarly, peer-reviewed online journal. In this journal, research articles which reflect the survey with the results and translations that can be considered as a high scientific quality, scientific observation and review articles are published. Teachers, students and scientists who conduct research to the field (e.g. articles on pure sciences or social sciences, mathematics and technology) and in relevant sections of field education (e.g. articles on science education, social science education, mathematics education and technology education) in the education faculties are target group. In this journal, the target group can benefit from qualified scientific studies are published. The publication languages are English and Turkish. Articles submitted the journal should not have been published anywhere else or submitted for publication. Authors have undertaken full responsibility of article's content and consequences. SDU IJES has all of the copyrights of articles submitted to be published.

## GİRİŞ

Matematiksel modelleme, gerçek dünyadaki bir durumu matematiksel hale getirme, matematiksel sonucunu elde etme ve elde edilen matematiksel sonucu gerçek yaşam bağlamında yorumlayarak gerçekleşen döngüsel bir süreçtir (Lesh ve Doerr, 2003). Bu süreçte kullanılan model oluşturma etkinlikleri ise öğrencilerin gruplar halinde işbirliği içinde çalışarak genellenebilir ve prototip olabilecek bir model oluşturabilmeleri için pek çok olasılığa dayalı çözümler ürettikleri, olası farklı çözümler içeren, rutin olmayan, gerçek hayatla ilişkilendirilmiş problem türleridir (Lesh ve Doerr, 2003). Bir model oluşturma etkinliği ile karşılaşan öğrenciler, gerçek yaşamdaki problem durumunu matematiksel olarak tanımlamakta, tanımladığı matematiksel probleme yönelik modeller oluşturmada, modeli çözmekte ve elde ettiği sonucu gerçek yaşamdaki problem durumuna göre yorumlayarak döngüsel bir süreç gerçekleştirmektedir. Bu doğrultuda matematiksel modelleme; eleştirel düşünme, yüksek bilişsel talep ve iletişim gibi matematiksel uygulamaları ve süreçleri içeren gerçek yaşamdaki bir görev olarak karşımıza çıkmaktadır (Asempapa, 2015).

Araştırmacılar, meslek örgütleri ve matematik eğitimi standartları, özellikle erken okul yıllarında matematiksel modellemenin gerekliliğini ve önemini vurgulamaktadırlar (Asempapa, 2015; Common Core State Standards Initiative [CCSSI], 2010; Carlson, Wickstrom, Burroughs ve Fulton, 2016; Gainsburg, 2008; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Bu doğrultuda ilkökul matematik dersi öğretim programı incelendiğinde bu dönemdeki öğrencilerden, matematiksel bilgi ve becerilerini günlük hayatta karşılaştığı problem durumlarında kullanabilmesi ve çözebilmesi beklenmektedir. Bu beklentiler ışığında ilkökul dönemi matematik öğretiminin, matematik ve günlük hayat (gerçek yaşam) ilişkisi bağlamında yapılandığı görülmektedir (Suh, Matson ve Seshaiyer, 2017). Sonuç olarak öğrencilerde matematik ve gerçek yaşam ilişkisine yönelik becerilerin geliştirilmesi için matematiksel modelleme süreçlerini içeren model oluşturma etkinliklerinin ilkökul döneminden itibaren kullanılmasının önemi ortaya çıkmaktadır (Canbazoğlu ve Tarım, 2021; English ve Watters, 2004; Şahin ve Eraslan, 2016, 2017, 2018; Watters, English ve Mahoney, 2004).

Öğrencilerin, gerçek yaşam ve matematiği ilişkilendirme becerilerini ölçmeyi hedefleyen bir başka deyişle matematik ve matematik okuryazarlığı becerilerini ölçen TIMSS ve PISA uygulamaları, matematiksel modellemeyi önemle vurgulamaktadır. Bu bağlamda TIMSS ve PISA uygulamalarına bakıldığında, Türkiye'nin matematik okuryazarlığı ve matematik başarı sıralamasında alt sıralarda yer aldığı görülmektedir (Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2019a, 2019b). En son gerçekleştirilen PISA 2018 sonuçlarına göre öğrencilerin matematiksel modelleme becerisini belirleyen beşinci yeterlik düzeyinde ülkemizdeki öğrencilerin matematik yeterlik düzeyi oranı %3.9, altıncı yeterlik düzeyinde %0.9 olarak ifade edilmiştir (OECD, 2019a, 2019b). Bu oranların beşinci (%8.5) ve altıncı (%2.4) yeterlik düzeyi için OECD ortalamasının çok altında yer aldığı görülmektedir (Eğitim Analiz ve Değerlendirme Raporları Serisi, 2019). Bu nedenle bireyleri, ilkökul döneminden itibaren günlük hayat problem durumlarını içeren matematiksel modelleme problemleri ve etkinlikleri ile karşı karşıya getirmenin gerekliliği ortaya çıkmaktadır (Canbazoğlu ve Tarım, 2021; Carlson vd., 2016; English, 2012; Watters, English ve Mahoney, 2004).

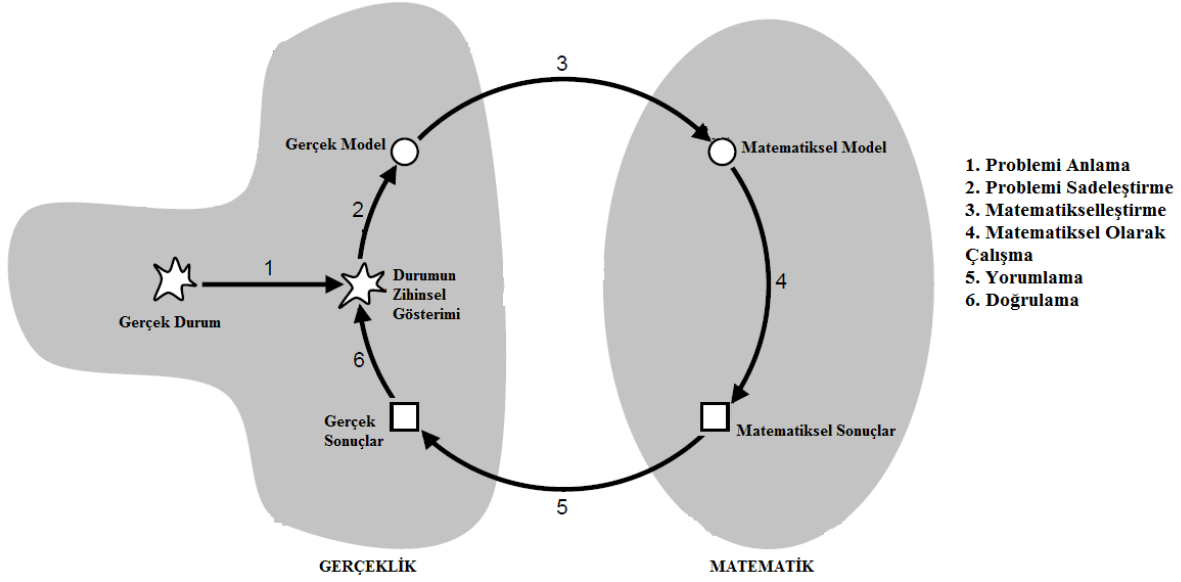
Uluslararası literatürde, ilkökul dönemi çocukları ile matematiksel modelleme çalışmalarının çoğunlukta olduğu görülmektedir (An ve Oh, 2018; Carlson vd., 2016; English, 2010; Ko ve Oh, 2015; Panaoura, 2012; Suh, Matson ve Seshaiyer, 2017; Wickstrom, 2017; Xin, Lin, Zhang ve Yan, 2007). Ulusal literatürde ise ortaokul, lise dönemi, matematik öğretmeni veya matematik öğretmeni adayları ile matematiksel modelleme çalışmalarının çoğunlukta olduğu görülmektedir (Bilgili, Öndeş ve Çiltaş, 2020; Doğan, Gürbüz, Çavuş Erdem ve Şahin, 2018; Erdem, Doğan ve Gürbüz, 2021; Hıdıroğlu ve Özkan Hıdıroğlu, 2017; İncikabı ve Biber, 2020; Özeltun Çelik ve Bukova Güzel, 2018; Özer ve Bukova Güzel, 2020; Tekin Dede, 2015). Ancak ulusal literatürde, ilkökul dönemi çocukları ile matematiksel

modellemeye ilişkin sınırlı çalışmaya ulaşılmıştır (Canbazoğlu ve Tarım, 2021; şahin, 2014, 2019; şahin ve Eraslan, 2016, 2017, 2018; Ulu, 2017). Canbazoğlu ve Tarım (2021) tarafından yapılan çalışmada, ilkokulda model oluşturma etkinliklerinin uygulanabilmesi için bir üretim süreci ortaya koyulmuş ve bir model oluşturma etkinliğinin uygulama süreci ele alınmıştır. şahin (2014, 2019), şahin ve Eraslan (2016, 2017) ile Ulu (2017) tarafından yapılan çalışmalarda ise model oluşturma etkinliği ile çalışan ilkokul dördüncü sınıf ğrencilerinin matematiksel modelleme süreçleri ve karşılaştıkları güçlükler ortaya koyulmaya çalışılmıştır. Görüldüğü gibi matematiksel modellemeye yönelik ilkokul öğrencileriyle yapılan araştırmalarda, çalışma grubunun sadece dördüncü sınıf öğrencilerinden oluşmaktadır. Daha alt sınıf seviyesindeki ilkokul ğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerinin incelendiği çalışma/lar ulusal literatürde bulunmamaktadır. Bu doğrultuda bu çalışmada ilkokul nc sınıf ğrencilerinin matematiksel modelleme yeterliklerinin ortaya koyulması ile literatürdeki önemli bir eksikliği gidereceği düşünülmektedir. Böylece ilkokul döneminin her sınıf seviyesindeki ğrencilerinin modelleme yeterliklerinin ortaya koyulmasına yönelik çalışmalara öncülük edeceği öngörülmektedir. Ayrıca matematiksel modellemenin ve model oluşturma etkinliklerinin ilkokul döneminde yaygınlaştırılmasına, hem ilkokulda sınıf öğretmenlerine öğrenme-öğretme sürecinde kullanabilecekleri hem de matematiksel modelleme literatürüne örnek model oluşturma etkinliklerinin sağlanmasına katkı sağlayacaktır. Bu doğrultuda bu çalışmada, ilkokul dönemi ğrencilerinin matematiksel modelleme problemlerinin zm sürecindeki bilişsel matematiksel modelleme yeterliklerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda “*İlkokul dönemi ğrencilerinin bilişsel matematiksel modelleme yeterlikleri nasıldır?*” sorusuna yanıt aranmıştır.

### **Bilişsel Perspektif Altında Modelleme Döngüsüne Yönelik Teorik ereve**

Matematiksel modelleme yeterliğinin nasıl değerlendirileceği hakkında net bir bilgiye sahip olmak, modelleme sürecinin daha doğru anlaşılmasına yardımcı olmaktadır. Yapılan alışmalar incelendiğinde, farklı modelleme süreçlerinin olduğu görülmektedir. Bu farklılığı Borromeo Ferri (2006), araştırmacıların problemlerin yapısına ve matematiksel modellemeyi yorumlama biçimlerine bağlamaktadır. Modelleme sürecinin başarılı bir şekilde tanımlanması, matematiksel modelleme yeterliklerinin belirlenebilmesinde önemli bir rol oynamaktadır. Bu sebeple, bu yeterliklerin belirlenmesinde, matematiksel modelleme sürecini açıklayan modelleme döngüleri kullanılmaktadır (Blomhoj, 2011). Bu doğrultuda bu çalışmada ilkokul dönemi ğrencilerinin bilişsel matematiksel modelleme yeterliklerini incelemek amacıyla kullanılan matematiksel modelleme süreci, Blum ve Borromeo Ferri’nin (2009) modelleme döngüsüdür.

Bilişsel modelleme, matematiksel modelleme etkinliklerinin zm sırasında öğrencilerin zihinlerinde oluşan bilişsel yapıların ve süreçlerin neler olduğunu açıklamaya çalışan matematiksel modelleme perspektiflerinden biridir. Günümüzde önemine sıklıkla değinilen bilişsel modelleme yaklaşımında, modelleme sürecinde oluşan zihinsel süreçler ve yapıların anlaşılması temel hedef olarak ifade edilmektedir (Kaiser ve Srirman, 2006). Bu doğrultuda öğrencilerin matematiksel modelleme yeterlikleri, Blum ve Borromeo Ferri’nin (2009) bilişsel perspektif altında modelleme döngüsünün temel basamakları kapsamında değerlendirilecektir. Blum ve Borromeo Ferri’nin (2009) alışmasındaki bilişsel perspektif altında modelleme döngüsünün temel basamakları aşağıda sunulmuştur:



Şekil 1. Bilişsel perspektif altında modelleme döngüsü (Blum ve Borromeo Ferri, 2009)

Bilişsel perspektif altında modelleme döngüsündeki bilişsel modelleme yeterlikleri; problemi anlama, problemi sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama yeterliklerinden oluşmaktadır. Model oluşturma sürecinde ilk olarak öğrenciler tarafından problem durumu anlamlandırılmakta ve durumun zihinsel bir gösterimi (zihninde canlandırma, çizim yapma gibi) yapılandırılmaktadır. Öğrenciler problemi okuyarak, problemde nelerin verildiği ve istendiğini belirlemektedirler. Durumun zihinsel gösteriminden gerçek modele geçişte, verilen durum sadeleştirilmekte, yapılandırılmakta, daha net bir duruma getirilmekte ve problemin çözümü için varsayımlar oluşturulmaktadır. Bir başka deyişle öğrenciler, problemin nasıl çözülebileceğine dair çözüm varsayımları geliştirmektedirler. Öğrenciler, şekiller, grafikler ve denklemler aracılığıyla kendi gösterimlerini oluşturarak matematiksel model/ler ortaya koymakta ve böylece matematikselleştirme süreci gerçekleşmektedir. Matematiksel olarak çalışma (aritmetik işlemleri yapma, tablo okuma, tablo oluşturma vb.) sürecinde, öğrenciler modelleme yeterliklerini kullanarak oluşturdukları modellerin çözümünü gerçekleştirmekte ve matematiksel sonuçlar elde etmektedirler. Ardından öğrenciler elde ettikleri matematiksel sonuçlardan, gerçek yaşam sonuçlarına geçerek yorumlama sürecini gerçekleştirmektedirler. Sonuçların yorumlanması süreci, matematiksel sonuçlardan gerçek sonuçlara geçilmesini gerektirmektedir. Son olarak öğrenciler gerçek yaşam deneyimlerinden yararlanarak, gerçek sonuçlar ile kendi zihinsel gösterimleri arasındaki uyumun kontrol edilmesi bağlamında doğrulama yapmaktadırlar. Doğrulama sürecinde, problemin çözümü için geliştirilen varsayımlar, bu varsayımlara dayalı olarak oluşturulan matematiksel modeller ve modellerin çözümü doğrulanmaktadır. Bu durumda öğrenciler hangi aşamada hata yaptılar ise süreçte geri dönüp söz konusu hatalarını düzeltmektedirler. Bu bağlamda ilkökul dönemi öğrencilerinin matematiksel modelleme problemlerinin çözümü süresince ortaya koydukları davranışlar bu basamaklara göre değerlendirilmiş ve bu süreçteki bilişsel matematiksel modelleme yeterlikleri belirlenmeye çalışılmıştır.

## YÖNTEM

### Araştırma Modeli

Araştırmanın deseni, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması olarak belirlenmiştir. Durum çalışması, bir bireyi, grubu veya durumu (olay) derinlemesine inceleme ve analiz etme sürecidir. Durum çalışmalarında açıklayıcı bir soruya (Bir şeyler nasıl veya neden oldu?) ya da betimleyici bir soruya (Ne oluyor veya ne oldu?) cevap aranmaktadır (Yin, 2017). Bu çalışmada ilkökul öğrencilerinin bilişsel matematiksel modelleme yeterliklerinin belirlenmesine yanıt arandığı için durum çalışması tercih edilmiştir.

### Çalışma Grubu

Araştırma 2020-2021 eğitim öğretim yılının birinci döneminde gerçekleştirilmiştir. Araştırma sürecinde Türkiye'nin güneyinde bulunan, orta sosyo-ekonomik düzeydeki bir okulda öğrenim gören ilkökul üçüncü sınıf düzeyinden dört öğrenci ile odak grup çalışması yapılmıştır. Çalışma grubunda yer alan öğrencilerin dördü, kız çocuğudur. Öğrenciler sekiz (8) yaşında ve okul öncesi eğitim almışlardır. Çalışma grubunun oluşturulmasında, araştırmacılara yakın ve erişilmesi kolay olan durumu seçilere, araştırmaya hız ve pratiklik kazandırılmasının sağlandığı *kolay ulaşılabilir durum örnekleme (convenience sampling)* (Yamane, 2009) tercih edilmiştir.

### Veri Toplama Araçları

Araştırmanın veri toplama aracı, matematik eğitimi nitel araştırmalarında kullanılan göreve dayalı mülakat (*task-based interview*) yöntemidir. Bir klinik mülakat biçimi olan göreve dayalı mülakat, bireyin bir görev ortamı ile etkileşime girebileceği şekilde tasarlanmaktadır (Goldin, 2000). Bu nedenle belirli bir amaca yönelik yapılandırılmış bir görev, matematik eğitiminde göreve dayalı mülakatın önemli bir bileşenidir (Maher, Powell ve Uptegrove, 2011). Bu bağlamda bu çalışmada, öğrencilere model oluşturma etkinlikleri verilerek bir görev üzerinde çalışmaları sağlanarak, matematiksel modelleme yeterlikleri belirlenmeye çalışılmıştır. Ayrıca öğrencilerin tüm matematiksel modelleme süreçleri video kamera ve ses kayıt cihazı ile kayıt altına alınmıştır.

### Verilerin Toplanması

Sürece başlamadan önce ebeveyn izin formu ve gönüllü katılımcı onam formu ebeveynlerin ve öğrencilerin onayına sunulmuştur. İzin süreci tamamlandıktan sonra asıl uygulama sürecine geçilmiştir. Asıl uygulama sürecinde öğrencilerin her hafta bir model oluşturma etkinliği üzerinde çalışmaları sağlanmıştır. Sonuç olarak uygulama süreci iki hafta sürmüştür. Bu doğrultuda *Adenauer Heykeli* (Herget, Jahnke ve Kroll, 2001) ve *Hava Durumu* (Doerr ve English, 2003) model oluşturma etkinlikleri ile süreç gerçekleştirilmiştir.

*Adenauer Heykeli* model oluşturma etkinliği Herget, Jahnke ve Kroll'in (2001) çalışmasından Türkçe'ye araştırmacılar tarafından uyarlanmıştır (Bkz. Ek 1). Adenauer Heykeli problemi, ilkökul matematik dersi öğretim programındaki ölçme öğrenme alanının, uzunluk alt öğrenme alanı ile ilişkili bir problemidir. Öğrenciler bu problemde oranlama, tahmin etme, sezgisel olarak ölçme gibi akıl yürütme becerilerini işe koşturmaktadırlar. Ayrıca öğrenciler heykelin uzunluğunu, standart olmayan uzunluk ölçme birimleriyle tahmin etmekte ve birimleri sayarak tahminini kontrol etmektedirler. *Hava Durumu* model oluşturma etkinliği, Doerr ve English'in (2003) çalışmasından Türkçe'ye uyarlanmıştır (Bkz. Ek 2). Hava Durumu problemi, ilkökul matematik dersi öğretim programındaki veri işleme öğrenme alanının, veri toplama ve değerlendirme alt öğrenme alanı ile ilişkili bir problemidir. Problemde öğrencilerin bir derecelendirme modeli geliştirerek en iyi, ikinci en iyi ve kötü şehirleri belirlemeleri gerekmektedir. Bu doğrultuda

öğrenciler tablo okuma, yorumlama, sıralama, karşılaştırma, sıralanan değişkenleri gruplama gibi akıl yürütme becerilerini işe koşmaktadırlar.

Her iki model oluşturma etkinliği, ilkokul düzeyine uygun olacak biçimde düzenlenmiştir. Etkinliklerin öğrenci seviyesine uygunluğu, dilsel anlatım ve anlaşılır olma durumlarına yönelik uygunluğu iki sınıf öğretmeni ve bir matematik eğitimcisi tarafından değerlendirilmiştir. Bu doğrultuda *Adenauer Heykeli* etkinliğinin orijinalinde, Adenauer'un boyutu (baştan ayağa) sorulurken, bu durumun ilkokul öğrencilerinin seviyesine uygun olmayacağı düşünülerek Adenauer Heykeli'nin bir başka deyişle görselde yer alan heykelin boyutunun yaklaşık olarak ne kadar olabileceği sorulmuştur. *Hava Durumu* etkinliğinde ise problem durumunda hava durumu bilgileri verilen dokuz şehir Türkiye'de bulunan şehirlere uyarlanmıştır. Ayrıca problem durumunda şehirlerin yıllık ortalama yağış miktarı ondalık gösterim şeklinde yer almakta idi. Bu doğrultuda ilkokul döneminde ondalık gösterim yer almadığı için yıllık ortalama yağış miktarları, tam sayı olarak verilmiştir. Son olarak problem durumunun orijinalinde üç ayrı soru yönergesi bulunmaktayken, bu sorular ilkokul öğrencilerinin anlayabileceği açıklıkta olması için üç sorudan iki soruya indirgenmiştir. Genel olarak model oluşturma etkinliklerini değerlendirdiğimizde öğrencilerden, nicel olarak verilen bilgileri ve verileri sadeleştirmeleri, yorumlama yapmaları, analiz etmeleri ve nitel veriyi nicel veri ile ilişkilendirmeleri istenmektedir. Ayrıca bu problemler öğrencilerin grup çalışması yapabilmelerine, farklı çözümlerini varsayımları ile genellenebilir ve yeni durumlarda kullanılabilir bir model oluşturmalarına, çözümlerini ve modellerini sunmaya yönelik yazılı bir rapor hazırlamalarına, çözümlerini yazılı ve sözlü paylaşabilme becerilerini kullanmalarına imkân tanıyan model oluşturma etkinlikleridir (Doerr ve English, 2003).

Öğrencilerin model oluşturma etkinlikleri üzerindeki çalışma süreçleri, video ve ses kaydı ile kayıt altına alınmıştır. Bununla birlikte süreç sonunda öğrencilerin matematiksel modellerini yazılı olarak ifade ettikleri yazılı çözümlerini kâğıtları alınmış ve süreçte gözlem notları tutulmuştur. Ayrıca matematiksel modelleme problemlerinin çözümlerini sürecinde herhangi bir yönlendirmede bulunulmadan "*Neden bu yolu izlediniz?*", "*Neden bu şekilde düşündünüz?*", "*Problemi nasıl çözeceksiniz?*" gibi öğrencilerin düşüncelerini açığa çıkartmaya yönelik sorular yöneltilmiştir.

### Verilerin Analizi

Çalışmada yer alan ilkokul öğrencilerinin, matematiksel modelleme problemlerinin çözümlerini sürecinde geliştirdiği bilişsel matematiksel modelleme düşünceleri ve ortaya koydukları yazılı çözümlerini kâğıtları betimsel analiz yöntemiyle çözümlenmiştir. Betimsel analiz yöntemine göre, toplanan veriler daha önceden belirlenen temalara göre düzenlenir ve yorumlanır (Miles ve Huberman, 2016). İkokul öğrencilerinin matematiksel modelleme problemleri üzerindeki bilişsel matematiksel modelleme yeterlikleri, Blum ve Borromeo Ferri'nin (2009) çalışmasındaki modelleme süreci kullanılarak analiz edilmiştir. Bu doğrultuda çalışmada dikkate alınan modelleme sürecine ait basamaklar "*problemi anlama, problemi sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama, doğrulama*" olmak üzere altı yeterlilik basamağından oluşmaktadır. Bu kapsamda ilkokul öğrencilerinden yazılı olarak alınan çözümler, belirlenen kategoriler ve yeterlikler çerçevesinde değerlendirilmiştir. Söz konusu değerlendirmeler gerçekteştirilirken, her bir boyutun varlığı araştırmacılar tarafından sorgulanmıştır. Ayrıca öğrencilerin gösterdikleri yeterlikler doğrultusunda yazılı çözümlerini kâğıtlarından görsellere doğrudan yer verilmiştir. Bununla birlikte öğrencilerin hem yazılı çözümlerini kâğıtlarından görsellere hem de görüşlerinden doğrudan alıntılara yer verilmiştir. Öğrencilerin görüşlerinin aktarılmasında, öğrencilere 1'den 4'e kadar numara verilerek bireysel görüşleri aktarılmıştır [Ö1, görüşünden alıntı yapılan birinci öğrenci]. Bu sayede çalışmanın geçerliği ve güvenirliliğinin artırılması hedeflenmiştir.

## Araştırmada Geçerlik ve Güvenirlik

Araştırmanın nitel boyutunun, geçerlik ve güvenirliğini sağlamak amacıyla izlenen stratejiler; inandırıcılık, aktarılabirlik, tutarlılık ve teyit edilebilirlik başlıkları altında açıklanmıştır.

**İnandırıcılık (İ Geçerlik):** Nitel araştırmalarda inandırıcılığı sağlamak için araştırmanın geerleştirildiği durumu, çalışma grubunu ve temaları ayrıntılı bir biçimde betimleme, açıklama ve araştırmanın uzmanlara sunulması yoluna gidilmektedir (Creswell ve Miller, 2000; Johnson ve Christensen, 2004). Bu araştırmada, araştırmaya katılan ilkokul nc sınıf ğrencilerinin özellikleri, ortaya çıkan süreç ve bilişsel davranışları ilişkin ayrıntılı bilgiler, ilgili başlıklar altında açıklanmıştır.

**Aktarılabirlik (Dış Geçerlik):** Nitel araştırmalarda verilerin elde edildiği durum ve ortama benzer bir ortamın tekrar elde edilmesi mümkün olmadığı için, geerleştirilen araştırmanın genellenebilirliği mümkün değildir. Bu sebeple nitel araştırmalarda, araştırmanın aktarılabir nitelikte olması üzerinde durulmaktadır (Miles ve Huberman, 2016). Araştırmanın aktarılabirliğini sağlayabilmek için elde edilen verilerin detaylı bir şekilde betimlenmesi, açıklanması, doğrudan alıntılara yer verilmesi ve okuyucuya anlaşılır bir biçimde sunulması gerekmektedir. Bu araştırmada, araştırmanın aktarılabirliğini sağlayabilmek amacıyla elde edilen veriler detaylı bir şekilde betimlenmiş, açıklanmış, öğrencilerin hem yazılı çözüm kğitlerinden görsellere hem de görüşlerinden doğrudan alıntılara yer verilmiştir.

**Tutarlılık (İ Güvenirlik):** Araştırmanın tutarlılığını sağlayabilmek amacıyla, araştırmada elde edilen bulguların tamamı, yorumlama ve genelleme yapılmadan, doğrudan okuyucuya sunulmuştur. Elde edilen veriler üzerinde, araştırmacılar tarafından ayrı ayrı yeterliklerin değerlendirilmesi yapılmış ve kodların tutarlılığı için görüş uyumlarına bakılmıştır.

**Teyit Edilebilirlik (Dış Güvenirlik):** Araştırma sürecinde elde edilen video ve ses kayıtları, öğrencilerin yazılı çözüm kğitleri ve transkriptler, ilgililerin inceleyebilmelerine imkân tanımak için araştırmacılar tarafından saklanmaktadır.

## BULGULAR

İlkokul dönemi ğrencilerinin matematiksel modelleme problemlerinin zm sürecindeki bilişsel matematiksel modelleme yeterliklerinin belirlenmesi amacıyla yapılan bu çalışmada, ğrencilere *Adenauer Heykeli* ve *Hava Durumu* model oluşturma etkinlikleri yazılı olarak verilmiş ve öğrencilerin bu problemleri zmeleri istenerek süreç sonundaki bilişsel matematiksel modelleme yeterlikleri belirlenmiştir. Bu anlamda öğrencilerin her bir model oluşturma etkinliği sürecindeki modelleme yeterlikleri, ayrı ayrı ele alınarak sunulmuştur.

### Adenauer Heykeli Probleminin Matematiksel Modelleme Süreci

İlkokul ğrencilerine ilk olarak *Adenauer Heykeli* model oluşturma etkinliği uygulanmıştır. Öğrencilerin *Adenauer Heykeli* problemini, kısmen anladığını gösteren ifadelere yer verdiği ve bu doğrultuda kabul edilebilir varsayımlarda bulunarak problemi sadeleştirdiği belirlenmiştir. Öğrenciler, resimdeki heykelin üstünde yer alan çocuğun yaşını ve yaşına bağlı olarak ortalama boy uzunluğunu tahmin ederek heykelin boyutunu bulabileceklerini ifade etmişlerdir. Ancak ocuğun duruşunun dik olmadığını fark edemedikleri için çocuğun boy uzunluğu ile diz boyunu oranlamalarını ve çocuğun diz boyunun kaç cm olduğunu bulmalarına yönelik geeki bir varsayımda bulunmamışlardır. Sadece heykelin üstündeki çocuğu kendi boyları ile ilişkilendirerek kabul edilebilir bir varsayımda bulunmuşlardır. Bu varsayımlar doğrultusunda

doğrudan matematik dünyasına geçiş yapmışlardır. Öğrencilerin problemi anlama ve problemi sadeleştirme süreçlerine dair diyalogları aşağıda sunulmuştur:

Ö4: *Biz heykelin boyutunu nereden bilelim şimdi.*

Ö2: *Tahmin edeceğiz.*

A: *Bu resme baktığımızda ne görüyorsunuz?*

Ö1: *Heykel var. İnsanlar var.*

Ö4: *Heykellere çıkmış insanlar var.*

A: *Sizce bu heykelin boyutunu nasıl bulabilirsiniz? Bir düşünün bakalım.*

Ö4: *Öğretmenim buldum. Çocukların boyuna göre. ... Öğretmenim örnek verirsem mesela bu çocuğun boyu 1.40 ise zaten gerisi yaklaşık 2 metredir.*

Ö1, Ö2: *Bu çocuklar benim yaşımda gibi. Bizim yaşlarımızda.*

Ö2: *Bence 1.50*

A: *Bu çocuk sizle aynı yaşta mı yoksa büyük mü küçük mü?*

Ö2: *Bizle yaşıt yani benle yaşıt. (Çocuğun yaşını ve boyunu bulmak için tartışıyorlar.)*

*Bence 10 yaşındadır bu çocuk.*

Ö4: *1.40 olabilir öğretmenim.*

Matematikselleştirme sürecinde öğrencilerin, çocuğun bastığı yerden diz kapağına kadar olan kısmın dik durduğunu dikkate alarak buraya kadar olan yüksekliği 1 birim olarak ele almaları ve öncelikle çocuğun boy uzunluğu ile diz boyunu oranlayarak çocuğun diz boyunun kaç cm olduğunu bulmaları gerekirken sadece çocuğun boyunun 140 cm olduğunu varsayarak problemi çözmeye başlamışlardır. Ardından resim üzerinde 140 cm kabul ettikleri alanı çizerek göstermişlerdir. Heykelin geri kalan yüksekliğini bulmak için herhangi bir matematiksel işlem yapmadan heykelin üstündeki çocuğun ayağından şortunun bittiği yere kadar olan bölümü 45 cm olarak varsaymışlardır. Tahmin ettikleri 45 cm'i heykelin geri kalanı olarak ele almışlardır. Ardından çocuğun boyu olarak belirledikleri 140 cm ile heykelin geri kalan bölümü olarak belirledikleri 45 cm'i toplamışlardır. Toplama işlemi sonucunda buldukları 185 cm'i heykelin yüksekliği olarak belirlediklerini ifade etmişlerdir. Ancak gerçekçi varsayımlara göre doğru matematiksel modelleri oluşturabilmeleri için heykelin boyunun yaklaşık kaç birime denk geldiğini bulmaları ardından 1 birime (diz boyu) karşılık gelen uzunluk ile çarpmaları gerekmektedir. Bir başka deyişle öğrencilerin matematiksel modeller oluşturmak yerine sezgisel olarak bu süreci gerçekleştirdikleri görülmüştür. Öğrencilerin matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma süreçlerine dair diyalogları ve çözüm kâğıtlarından (Bkz. Resim 1) bir kesit aşağıda sunulmuştur:

(Ö3 adlı öğrenci, 1.40 olarak kabul ettikleri boyutu heykelin üzerinde çizerek gösteriyor.)

A: *Peki, buraya kadar olan bölümü 1.40 olarak varsaydınız. Heykelin boyutu nerede bitiyor?*

(Ö3 adlı öğrenci, heykelinin boyunun bittiği yeri çizerek gösteriyor.)

A: *O zaman o aralığı nasıl bulacaksınız?*

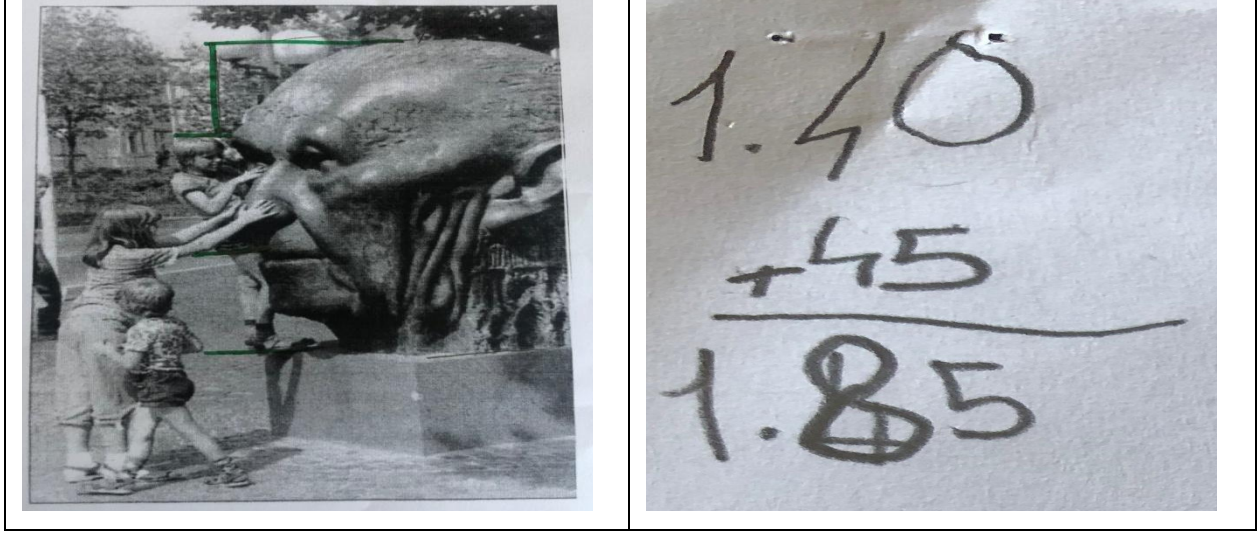
Ö4: *Öğretmenim benim hesaplamalarıma göre buradan kalanı 45 gibi bir şey olabilir. ... Öğretmenim çocuğun boyuna 1.40 dedim. O zaman çocuğun bacağının bittiği yere kadar gelirse 45 cm diyebiliriz.*

(Görsel üzerinde çizerek gösteriyorlar. Çocuğun şortunun bittiği yere kadar olan bölümü 45 cm olarak varsaydılar.)

Ö1: *Çocuğun boyunun olduğu yere 1.40 dedik. Geri kalan kısmına da 45 cm dedik.*

Ö4: *Toplayalım hadi. (140 cm ve 45 cm'i topladılar.) Öğretmenim Heykel Amca 185 cm.*





Resim 1. Matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma sürecine dair çözüm kağıdından bir kesit

Adenauer Heykeli probleminin modelleme sürecine yönelik son olarak ise ilkökul üçüncü sınıf öğrencilerinin, elde ettikleri matematiksel çözüme ilişkin yorumlama ve doğrulama yaklaşımlarında bulunmadıkları belirlenmiştir. Araştırmacının süreçte öğrencilere “*Bu şekilde mi bırakmak istiyorsunuz?*” sorusuna rağmen öğrencilerin problemi çözmeye eylemini tamamladıktan sonra problemin bitmiş olduğu algısına sahip oldukları görülmüş ve Ö1 adlı öğrenci “*Bu kadar öğretmenim. Çözdük.*” görüşünde bulunmuştur.

### Hava Durumu Probleminin Matematiksel Modelleme Süreci

İlkokul öğrencilerine bir sonraki hafta ise *Hava Durumu* matematiksel model oluşturma etkinliği uygulanmıştır. Öğrencilerin *Hava Durumu* problemini, kısmen anladığını gösteren ifadelerle yer verdikleri ancak verilenleri ve istenenleri belirlemede güçlük yaşadıkları ve yanlış varsayımlarda buldukları belirlenmiştir. Öğrenciler, problemi anlama sürecinde problemi anlamadıklarını belirterek problemi birden fazla okuma eyleminde bulunmuşlardır. Araştırmacının “*Problemden ne anladınız?*” sorusundan sonra problemde sadece en iyi şehirlerin, ikinci en iyi şehirlerin ve kötü şehirlerin belirlenmesinin istendiğini söylemeleri nedeniyle problemi kısmen anladıkları belirlenmiştir. Problemde bu şehirleri belirlemeye yönelik bir derecelendirme sistemi geliştirmeleri istendiği bilgisini göz ardı etmişlerdir. Bununla birlikte problemi sadeleştirme sürecinde varsayım oluştururken, müşterilerin mektuplarından yararlanarak matematik dünyasına geçiş yapmaları gerekirken, mektuplardaki verilenleri ve değişkenleri göz ardı ettikleri ve bundan dolayı yanlış varsayımlarda buldukları görülmüştür. Öğrencilerin problemi anlama ve problemi sadeleştirme süreçlerine dair diyalogları aşağıda sunulmuştur:

(Problemi okumaya başladılar. Yaklaşık 10 dk problemi birkaç kez okudular.)

Ö4: *Problemde evlerini değiştirmek isteyenler için bir seyahat şirketi var. Bunlar için iki kişinin fikrini alacaklarmış. Bu iki kişinin o yerlerin nerede olduklarını ve hava durumlarına bakacak. En iyi hava durumu ve en uygun alanı seçeceğiz.*

A: *Hava durumunu neye göre seçeceksiniz?*

Ö3: *Tabloya göre. ... Şehirlerin hava durumu var.*

Ö1: *Mektuplar var.*

Ö3: *Bu mektupları yaşadığı yerden rahatsız olan ve yeni bir yere taşınmak isteyen insanlar yazmış.*

Ö4: *Buradaki hava sıcaklıkları ile en uygun olanı seçeceğiz.*

Ö2: *Yani toplama yapacağız.*

Ö3: *En iyi şehirler, ikinci en iyi şehirler ve kötü şehirleri bulmamız gerekiyor.*

Ö4: *İlk önce mektuplarda yazanlara bakacağız.*

Ö3: *Toplayacağız.*

Ö2: *Bunları böylesine toplayacağız, böylesine toplayacağız, hepsini toplayacağız. (Açık hava gün sayısı, 15° C'nin altındaki gün sayısı, 30° C'nin üstündeki gün sayısı ve yıllık ortalama yağış miktarı değerlerini alt alta toplayacağını gösteriyor.)*

Matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma süreçlerinde öğrencilerin matematiksel model oluşturmadıkları ve model oluşturmadıkları için matematiksel çözüm sunmadıkları belirlenmiştir. Öğrenciler, en iyi şehirleri, ikinci en iyi şehirleri ve kötü şehirleri belirlemek için ilk önce toplama işlemi yapacaklarını ifade etmişlerdir. Ardından grup içerisinde Ö4 kodlu öğrencinin “*Ama toplama yok ki. Hepsini karşılaştıracağız buradaki puanlara göre.*” söyleminden sonra kararlarından vazgeçerek açık hava gün sayısında, 15° C'nin altındaki gün sayısında, 30° C'nin üstündeki gün sayısında ve ortalama yağış miktarında sayı olarak en büyük olanı belirleyip karşılaştırma yapacaklarını belirtmişlerdir. Bu şehirleri belirledikten sonra her en büyük sayıda farklı şehirlerin ortaya çıktığını ve bu şekilde karşılaştırma yapamayacaklarını söylemişlerdir. Ardından problemi çözemediklerini ifade ederek devam etmeyeceklerini ifade etmişlerdir. Öğrenciler matematiksel olarak çalışma sürecini bıraktıkları için yorumlama ve doğrulama yaklaşımları sergilememişlerdir. Öğrencilerin matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma süreçlerine dair diyalogu ve çözüm kâğıdından bir kesit (Bkz. Resim 2) aşağıda sunulmuştur:

Ö4: *Ama toplama yok ki. Hepsini karşılaştıracağız buradaki puanlara göre.*

Ö2: *85 ile 95'i topladığımızda...*

Ö4: *Toplama ile hiçbir alakası yok.*

Ö2: *Nasıl?*

Ö4: *Bu iki şehri niye topluyoruz ben onu anlamıyorum.*

Ö3: *Toplama mı yapacağız?*

Ö4: *Öğretmenim ben anlamadım. ... Toplamanın nerede olduğunu anlamadım.*

A: *Grupça tartışın ve karar verin.*

Ö4: *Aaaaa buldum. Açık hava gün sayısında en iyi olanı, 15° C'nin derecenin altındaki gün sayısında, 30° C'nin derecenin üstündeki gün sayısı ve ortalama yağış miktarını. Sonra karşılaştıracağız.*

Ö1: *En iyi olanları bulup işaretleyecek miyiz yani?*

Ö4: *Sonra en fazla en iyi olanı bulacağız. Şimdi şöyle yapacağız.*

(Problem kâğıdında, hava durumu faktörlerindeki en büyük sayıları işaretlemeye başlıyorlar. Açık hava gün sayısında Adana'yı, 15° C'nin altındaki gün sayısında Kars'ı, 30° C'nin üstündeki gün sayısında Giresun'u, yıllık ortalama yağış miktarında Rize şehrini daire içine alıyorlar.)

Ö4: *Ama olmuyor işte hepsi farklı çıktı. Böyle karşılaştırma yapamayız ki.*

Ö1: *Bunları yani büyükleri bulunca nasıl yapacağız ki? Büyükten küçüğe doğru...*

Ö4: *Ona bakılırsa bu da bundan daha büyük. (Daire içine aldıkları sayıları karşılaştırarak bu söylemde bulunuyorlar.)*

Ö1: *Burada bir sürü kategori vermiş biz hepsine göre karşılaştırma yapıyoruz.*

Ö4: *Ona bakılırsa bu da bundan büyük, bu da bundan büyük.*

(Yaklaşık 7 dk sonra)

Ö1: *Öğretmenim çözemiyoruz.*

Ö4, Ö2: *Evet öğretmenim.*

ŞEHİR	Açık Hava Gün Sayısı (1 Yılda)	15° C'nin Altındaki Gün Sayısı (1 Yılda)	30° C'nin Üstündeki Gün Sayısı (1 Yılda)	Yıllık Ortalama Yağış Miktarı (mm/yıl)
Zonguldak	85	12	15	1224.4
Mersin	95	40	169	274.5
Kars	36	184	6	516.3
Rize	71	0	185	622.4
Amasya	45	55	30	661.0
Giresun	85	0	328	1534.7
Adana	78	4	237	386.4
Kayseri	84	157	36	633.1
Sinop	114	10	58	863.7

Resim 2. Matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma sürecine dair çözüm kağıdından bir kesit

İlkokul üçüncü sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterlikleri genel olarak değerlendirildiğinde, her iki etkinlikte öğrencilerin problemi anlamakta zorlandıkları ve problemi tam olarak anlamlandırmadan problemi çözme eğiliminde oldukları görülmüştür. *Adenauer Heykeli etkinliğinde*, problemi çözmek için matematiksel modeller oluşturmak yerine sezgisel olarak varsayımlarda bulunmuşlardır. Örneğin heykelin yüksekliğini bulmak için herhangi bir matematiksel işlem yapmadan heykelin üstündeki çocuğun ayağından şortunun bittiği yere kadar olan bölümü 45 cm olarak varsayımlardır. *Hava Durumu* etkinliğinde ise öğrencilerin gerçekçi varsayımlara göre herhangi bir matematiksel model oluşturamadıkları ve matematiksel kavramlarla ilişki kurmakta güçlük yaşadıkları belirlenmiştir. *Adenauer Heykeli* ve *Hava Durumu* etkinliklerinde öğrencilerin, elde ettikleri matematiksel çözüme ilişkin yorumlama ve doğrulama yeterliklerinde bulunmadıkları belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin probleme odaklanmakta güçlük yaşadıkları, işbirliği içerisinde çalışmakta zorlandıkları, yazılı olarak modellerini ve matematiksel işlemlerini gösterme eğiliminde olmadıkları gözlemlenmiştir. Bu süreçlerde araştırmacı, öğrencilerin birlikte çalışarak fikir üretmelerini ve işbirliği içerisinde problemi çözmenin önemini vurgulamış, öğrencilerden süreç sırasında düşüncelerini daha açık ifade etmeleri ve yazarak açıklamaları yönünde teşvik etmiştir.

## SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu çalışma ile ilkökul dönemi öğrencilerinin *Adenauer Heykeli* ve *Hava Durumu* problemlerinin çözümünü sürecindeki bilişsel matematiksel modelleme yeterlikleri incelenmiş ve bu süreçte karşılaştıkları güçlükler her bir modelleme yeterliği değerlendirmesinde bütüncül olarak ele alınmıştır. Matematiksel modelleme yeterliğinin ilk basamağı olan *problemi anlama* aşamasında öğrenciler *Adenauer Heykeli* probleminde, problemi kısmen anladığını gösteren ifadelerle yer verdiği, kendi cümleleriyle problemde verilenleri tanımlayamadıkları ve doğrudan matematik dünyasına geçiş yaptıkları belirlenmiştir. *Hava Durumu* probleminde ise verilenleri ve istenenleri belirlemede güçlük yaşadıkları ve aralarında ilişki kuramadıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin *problemi anlama* sürecine yönelik yeterliklerini genel olarak değerlendirdiğimizde, problemde verilenleri ve istenenleri belirleme ve aralarında ilişki kurmada zorlandıkları ve doğrudan problemi çözme eylemine geçtikleri görülmüştür. Modelleme döngüsünün ilk adımı olan anlama basamağının doğru yapılandırılmadığı takdirde, model oluşturma sürecinin önündeki en büyük engellerden biri olabileceği vurgulanmaktadır (Wijaya, Van den Heuvel-Panhuizen, Doorman ve Robitzsch, 2014). English ve Watters (2004) tarafından yapılan çalışmada da, öğrencilerin problem durumunda yer alan veriyi anlamada bir başka deyişle problemi anlamlandırma sürecinde zorlandığı sonucuna ulaşılmıştır. Bununla birlikte bu aşamada öğrenciler problemi anlama sürecini gerçekleştirilmeden problemi nasıl çözeceklerini düşünmeye başlamaları dikkat çeken bir diğer sonuçtur. Haas, Kreis ve Lavicza (2020) ile Blum ve Borromeo-Ferri'ye (2009) göre, öğrenciler okul bağlamında ve okul dışında matematiksel modelleme problemleri ve etkinlikleriyle karşılaşmadıklarından dolayı, problem durumu üzerinde düşünmeden ve problemi anlamadan doğrudan çözüm işlemine geçmektedirler. Bu bağlamda öğrencilerin problemi anlama sürecinde güçlük yaşamalarının sebebi olarak bu tarz

modelleme etkinliklerine yönelik yaşantılarının sınırlı olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Çünkü gerçek yaşam bağlamı olan sözel problemlerde bile gerçek yaşam durumunun pek söz konusu olmadığı belirtilmekte (Niss, Blum ve Galbraith, 2007) ve model oluşturma etkinliklerinde gerçek yaşam bağlamında öğrencilerin problem durumunu anlamlandırması (Lesh ve Harel, 2003) ve problem durumunda yer alan matematiksel kavramlarla işlemler arasındaki bağlantıyı kurması gerektiği vurgulanmaktadır (Mousoulides, Christou ve Sriraman, 2008).

*Problemi sadeleştirme* yeterliğinde öğrenciler, *Adenauer Heykeli* probleminde kısmen değişkenleri belirleyerek bu doğrultuda kabul edilebilir varsayımlarda buldukları belirlenmiştir. Ancak *Hava Durumu* probleminde öğrencilerin, değişkenleri belirleyemediği ve gerçekçi varsayımlar oluşturamadıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin *problemi sadeleştirme* sürecine yönelik yeterliklerini genel olarak değerlendirdiğimizde, değişkenleri belirleme ve gerçekçi varsayım oluşturmada güçlük yaşadıkları görülmüştür. Gerçek yaşamdaki problem durumunda, hangi bilgilerin yer alacağını ve hangilerinin hariç tutulacağını seçmek, bunun nedenlerini belirlemek, problemi sadeleştirme sürecinde önemli faktörlerdir (Biccard, 2010; Mousoulides, Christou ve Sriraman, 2008). Ayrıca veri setinin oluşturulması ve yorumlanmasının modelleme sürecinde ve modelin matematikselleştirilmesi aşamasında önemli bir etken olduğunu vurgulayan pek çok çalışma mevcuttur (Doerr ve English, 2003; English, 2006, 2006a; English ve Watters, 2005). Hem bu çalışmada hem de diğer benzer çalışmalar öğrencilerin problemi sadeleştirme sürecinde güçlük yaşamalarının sebebinin, bireysel problem çözme odaklı bir anlayışa sahip olmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu durum Maaß'ın (2006) gerçekleştirdiği çalışmasında da ortaya çıkmış ve öğrencilerin modelleme sürecinde tartışmadıkları ve bu durumun tartışma sırasında ortaya çıkacak olan yeterlikleri etkilediğini belirtmiştir.

*Matematikselleştirme* sürecinde öğrenciler, *Adenauer Heykeli* ve *Hava Durumu* problemlerinde gerçekçi varsayımlara göre herhangi bir matematiksel model oluşturamadıkları görülmüştür. *Matematiksel olarak çalışma* sürecinde ise öğrenciler, matematiksel kavramlarla ilişki kurmakta güçlük yaşadığı ve basit matematiksel hesaplamalara yönelik çözümler geliştirdikleri belirlenmiştir. Bununla birlikte bu süreçte dikkat çeken bir diğer bulgu ise öğrencilerin doğrudan problemi çözme eylemine geçme isteğinde bulunmaları ve sistematik bir çözüm yolu geliştiremedikleri ya da bir model ortaya koyamadıkları görülmüştür. Ayrıca çalışmamızda öğrenciler, kurdukları modeller üzerinde herhangi bir matematiksel işlem gerçekleştirmeden, zihinsel hesaplamalar yaparak ve sezgisel kararlar alarak sonuca hızlıca ulaşacakları çözüm yolları aramışlardır. Elde edilen bu bulgu, öğrencilerin hızlı bir şekilde sonuç odaklı çözüm yolları geliştirme isteklerinin, matematiksel modelleme çalışmalarında problem çözme sürecini olumsuz etkilediğini vurgulayan çalışmalarla örtüşmektedir (Eraslan, 2011a; Greefrath, 2015; Şahin, 2014, 2019; Şahin ve Eraslan, 2017). Öğrencilerin oluşturdukları matematiksel modelleri ve öğrendikleri matematiksel kavram, bilgi ve becerileri kullanamamalarının sebebinin, çoğunlukla sözel veya rutin problemler ile çalışmaları ve çoktan seçmeli ölçme ve değerlendirmeye ilişkin yaşantılarından kaynaklanıyor olabileceği düşünülmektedir. Bu bağlamda farklı bir problem türü olan matematiksel modelleme problemleri ile karşılaşan bu yaş grubundaki öğrenciler bildikleri süreçleri uygulayamamakta (Haas, Kreis ve Lavicza, 2020) ve bu nedenle problemin çözümünde matematiksel olarak çalışmakta zorlanmış olabilecekleri düşünülmektedir.

*Yorumlama* sürecinde öğrenciler, *Adenauer Heykeli* ve *Hava Durumu* problemlerinde, elde ettikleri matematiksel çözüme ilişkin yorumlama yaklaşımlarında bulunmadıkları belirlenmiştir. Bir başka deyişle öğrencilerin elde ettikleri matematiksel çözümleri, gerçek yaşam bağlamında yorumlamada güçlük yaşadıkları ve bazen de hiç yorumlama yoluna gitmedikleri belirlenmiştir. Okul ortamında öğrencilerin, çoğunlukla tek bir doğru çözüme veya sonuca ulaşacakları problem türleriyle deneyim yaşıyor olması ve elde edilen bu sonuçların gerçek yaşam bağlamlarında yorumlanmaması, öğrencilerin yorumlama yeterliğinde güçlük yaşamalarının sebebi olduğu düşünülmektedir (Fox, 2006; Haas, Kreis ve Lavicza, 2020; Lesh ve Doerr, 2003). Bu düşünceleri destekler nitelikte öğrencilerin matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlamakta zorlandıklarını gösteren çalışmalar mevcuttur (Blum, 2011; Bukova

Güzel, 2011; Ji, 2012; Maaß, 2006, Sekerak, 2010; Şahin, 2019; Ulu, 2017). Bu bağlamda öğrencilerin modelleme problemleri üzerinde çalışırken, kendi matematiksel modellerini oluşturabilecekleri, değerlendirebilecekleri ve gerçek yaşam bağlamında yorumlayabilecekleri ortamların tasarlanması gerektiği vurgulanmaktadır (Blum ve Borremeo Ferri, 2009; Haas, Kreis ve Lavicza, 2020; Suh, Matson, Seshaiyer, Jamieson ve Tate, 2021).

*Doğrulama* sürecinde ise öğrencilerin elde ettikleri matematiksel çözüme ve problemi çözme süreçlerine ilişkin doğrulama yeterliğinde bulunmadıkları belirlenmiştir. Yapılan çalışmalar, öğrencilerin matematiksel çözümlerini ve sonuçlarını gerçek yaşam bağlamında doğrulamadıklarını ortaya koymaktadır (Berry & Houston, 1995; Blum & Borremeo-Ferri, 2009; Peter-Koop, 2004; Sekerak, 2010). Doğrulama basamağı, matematiksel modelleme sürecinde üst bilişsel süreçlerin kullanılmasında önemli bir rol oynamaktadır (Hıdıroğlu, 2012). Bu çalışmada sadece problemin çözümüne odaklanan öğrenciler, matematiksel sonucu buldukları anda problemi bırakma eğiliminde oldukları için doğrulama yeterliğini sergilememişlerdir. Son olarak öğrencilerin doğrulama yeterliğini gerçekleştirememesinin, öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliklerine alışık olmaması ve gerçek yaşam deneyimlerindeki eksikliklerden kaynaklanabileceği düşünülmektedir (Doerr ve English, 2003; English ve Watters, 2005; English, 2002, 2009; Haas, Kreis ve Lavicza, 2020; Suh vd., 2021).

İlkokul dönemi öğrencilerinin her iki etkinlikteki yeterliklerine yönelik bir karşılaştırma yapıldığında, Adenauer Heykeli probleminde öğrencilerin, problemi kısmen anladığını gösteren ifadelere yer verdiği, kendi cümleleriyle problemde verilenleri tanımlayamadıkları ve doğrudan matematik dünyasına geçiş yaptıkları görülmektedir. Hava Durumu probleminde ise verilenleri ve istenenleri belirlemede güçlük yaşadıkları ve aralarında ilişki kuramadıkları belirlenmiştir. Problemi sadeleştirme yeterliğinde öğrencilerin, Adenauer Heykeli probleminde kısmen değişkenleri belirleyerek bu doğrultuda kabul edilebilir varsayımlarda buldukları belirlenirken, Hava Durumu probleminde öğrencilerin değişkenleri belirleyemediği ve gerçekçi varsayımlar oluşturamadıkları görülmüştür. Matematikselleştirme sürecinde öğrenciler, Adenauer Heykeli ve Hava Durumu problemlerinde gerçekçi varsayımlara göre herhangi bir matematiksel model oluşturamamışlardır. Matematiksel olarak çalışma sürecinde ise öğrencilerin matematiksel kavramlarla ilişki kurmakta güçlük yaşadığı ve basit matematiksel hesaplamalara yönelik çözümler geliştirdikleri belirlenmiştir. Son olarak öğrenciler, Adenauer Heykeli ve Hava Durumu problemlerinde, elde ettikleri matematiksel çözüme ilişkin yorumlama ve doğrulama yeterliklerini ortaya koymadıkları görülmüştür.

## ÖNERİLER

İlkokul dönemi öğrencileriyle gerçekleştirilen bu çalışmada, onların bilişsel matematiksel modelleme yeterlikleri ortaya koyulmaya çalışılmıştır. Öğrencilerin özellikle problemi anlama, sadeleştirme, yorumlama ve doğrulama yeterliklerini sergilemede güçlükler yaşadıkları belirlenmiştir. Bu doğrultuda ilkokul birinci sınıftan itibaren öğrencilere, problem çözmenin bir sonuç yerine bir süreç olduğu davranışı kazandırılabilir. Öğrencilerin bu davranışları ve yeterlikleri kazanmalarında rol oynayan kişi, sınıf öğretmenleridir. Bu anlamda sınıf öğretmeni adaylarına lisans döneminde matematik öğretimi derslerinde, matematiksel modellemeye yönelik bilgi, yeterlik ve farkındalık kazanabilecekleri ve etkinlikler tasarlayabilecekleri ders içerikleri hazırlanabilir. İlkokul üçüncü sınıf öğrencileri ile yapılan bu çalışmada kullanılan matematiksel modelleme problemleri, ilkokul dönemindeki farklı sınıf düzeylerine uygulanarak karşılaştırmalı çalışmalar yapılabilir.

**KAYNAKLAR**

- An, I., & Oh, Y. (2018). An analysis of mathematical modeling process and mathematical reasoning ability by group organization method. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 22(4), 497-516.
- Asempapa, R. S. (2015). Mathematical modeling: Essential for elementary and middle school students. *Journal of Mathematics Education*, 8(1), 16-29.
- Berry, J., & Houston, K. (1995). *Mathematical modelling*. Bristol: J. W. Arrowsmith Ltd.
- Biccard, P. (2010). *An investigation into the development of mathematical modelling competencies of grade 7 learners*. Master thesis, Stellenbosch Üniversitesi, South Africa.
- Bilgili, S., Öndeş, R. N., & Çiltaş, A. (2020). Matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme etkinliklerini oluşturma ve çözme süreçlerinin incelenmesi. *The Journal of Limitless Education and Research*, 5(1), 90-108.
- Blomhøj, M. (2011). Modelling competency: Teaching, learning and assessing competencies-Overview. *Trends in teaching and learning of mathematical modelling*, 343-347.
- Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri ve G. Stillman (Ed.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: International perspectives on the teaching and learning of mathematical modelling* içinde (s. 15-30). Dordrecht: Springer.
- Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM*, 38(2), 86-95.
- Bukova Güzel, E. (2011). An examination of pre-service mathematics teachers approaches to construct and solve mathematical modelling problems. *Teaching Modelling and Its Applications*, 39, 19-36.
- Canbazoğlu, H. B., & Tarım, K. (2021). İlkokulda matematiksel modelleme için bir öğretim süreci. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, (51), 210-225.
- Carlson, M. A., Wickstrom, M. H., Burroughs, E. A., & Fulton, E. W. (2016). A case for mathematical modeling in the elementary school classroom. C. R. Hirsch ve A. R. McDuffie (Eds.), *Mathematical modeling and modeling mathematics* içinde (s. 121-129). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Common Core State Standards Initiative. (2010). *Common Core State Standards for Mathematics (CCSSM)*. Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers.
- Creswell, J. W., & Miller, D.N. (2000). Determining validity in qualitative inquiry. *Theory Into Practice*, 39 (3), 124- 130.
- Doerr, H. M., & English, L. D. (2003). A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal for research in mathematics education*, 34(2), 110-136.
- Doğan, M. F., Gürbüz, R., Çavuş Erdem, Z., & Şahin, S. (2018). STEM eğitimine geçişte bir araç olarak matematiksel modelleme. R. Gürbüz ve M. F. Doğan (Ed.), *Matematiksel modellemeye disiplinler arası bakış: Bir STEM yaklaşımı* içinde (s. 43-56). Ankara: Pegem Akademi.
- Eğitim Analiz ve Değerlendirme Raporları Serisi (2019). *PISA 2018 Türkiye ön raporu*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- English, L. (2002). Development of 10-year-olds' mathematical modelling. A. Cockburn ve E. Nardi (Ed.), *Proceedings of the 26th International PME Conference* içinde (s. 329-336). Norwich: University of East Anglia.
- English, L. D. (2006). Introducing young children to complex systems through modeling. M. Chinnappan, P. Grootenboer ve R. Zevenbergen (Ed.), *Proceedings of the 29th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* içinde (s. 195-202). Canberra, Australia: MERGA Inc.
- English, L. (2006a). Mathematical modeling in the elementary school: Children's construction of a consumer guide. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 303-323.
- English, L. (2009). Promoting interdisciplinarity through mathematical modelling. *ZDM*, 41(1-2), 161-181.
- English, L. (2010). Young children's early modelling with data. *Mathematics Education Research Journal*, 22(2), 24-47.
- English, L. (2012). Data modelling with first-grade students. *Educational Studies in Mathematics*, 81(1), 15-30.
- English, L., & Watters, J. J. (2004). Mathematical modelling with young children. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 335-342.

- English, L., & Watters, J. J. (2005). Mathematical modeling in third-grade classrooms. *Mathematics Education Research Journal*, 16, 59-80.
- Eraslan, A. (2011a). Bir matematiksel modelleme etkinliği: Büyük ayak problemi. *Eğitimci-Öğretmen Dergisi*, 6, 25-27.
- Erdem, Z. Ç., Doğan, M. F., & Gürbüz, R. (2021). Ortaokul öğrencilerinin disiplinler arası matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 10(4), 1763-1788.
- Fox, J. (2006). A justification for mathematical modelling experiences in the preparatory classroom. M. Chinnappan, P. Grootenboer ve R. Zevenbergen (Eds.) *Identities Cultures and Learning Spaces* içinde (s. 221-228). Canberra, Australia: MERGA Inc.
- Gainsburg, J. (2008). Real-world connections in secondary mathematics teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11, 199-219.
- Goldin, G. A. (2000). A scientific perspective on structured, task-based interviews in mathematics education research. *Handbook of research design in mathematics and science education*, 517-545.
- Greefrath, G. (2015). Problem solving methods for mathematical modeling. G. Stillman, W. Blum ve M. S. Biembengut (Eds.), *Mathematical modelling in education research and practice. Cultural, sosial and cognitive influences ICTMA 16* içinde (s. 173-183). Dordrecht, Heidelberg, London, New York: Springer, Cham.
- Haas, B., Kreis, Y., & Lavicza, Z. (2020). Connecting the real world to mathematical models in elementary schools in Luxemburg. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 40(2), 1-6.
- Herget, W. Jahnke, T., & Kroll, W. (2000). *Produktive aufgaben für den mathematikunterricht in der sekundarstufe I*. Berlin: Cornelsen.
- Hidroğlu, Ç. N. (2012). *Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözümlerinin analiz edilmesi: Yaklaşım ve düşünme süreçleri üzerine bir açıklama*. Yayınlanmış doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Hidroğlu, Ç. N., & Özkan Hidroğlu, Y. (2017). Altıncı sınıf öğrencilerinin matematiksel modellemede oluşturdıkları gerçek yaşam problem durumu modelleri. *İlköğretim Online*, 16(4), 1702-1731.
- İncikabı, S., & Biber, A. Ç. (2020). Ortaokul matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme farkındalıklarının araştırılması. *Türk Akademik Yayınlar Dergisi (TAY Journal)*, 4(1), 55-72.
- Ji, X. (2012). A quasi-experimental study of high school students' mathematics modelling competence. *12th International Congress on Mathematical Education*. Seoul, Korea: COEX.
- Johnson, B., & Christensen, L. (2004). *Educational research: quantitative, qualitative and mixed approaches*. Boston: Pearson Education Inc.
- Ko, C., & Oh, Y. (2015). The effects of mathematical modeling activities on mathematical problem solving and mathematical dispositions. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 19(3), 347-370.
- Lesh, R., & Doerr, H. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. R. Lesh ve H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspective on mathematics problem solving, learning, and teaching* içinde (s. 3-34). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Lesh, R., & Harel, G. (2003). Problem solving, modeling, and local conceptual development. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2&3), 157-189.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM*, 38(2), 113-142.
- Maher, C. A., Powell, A. B., & Uptegrove, E. (2011). *Combinatorics and reasoning: Representing, justifying and building isomorphisms*. New York: Springer.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (2016). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. California: Sage Publications.
- Mousoulides, N. G., Christou, C., & Sriraman, B. (2008). A modeling perspective on the teaching and learning of mathematical problem solving. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(3), 293-304.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. L. (2007). Introduction. W. Blum, P. Galbraith, H. Henn ve M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* içinde (s. 3-32). New York: Springer.
- Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD]. (2019a). *PISA 2018 assessment and analytical framework*. Paris: OECD Publishing.
- Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD]. (2019b). *PISA 2018 results volume I: What students know and can do*. Paris: OECD Publishing.

- Özaltun Çelik, Ö., & Bukova Güzel, E. (2018). Doğrusal fonksiyonun öğrenilmesine yönelik tasarlanan matematiksel modelleme etkinliği üzerine çalışan öğrencilerin nicel muhakemeleri. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, Özel Sayı, 53-85.
- Özer, A. Ö., & Bukova Güzel, E. (2020). Bisim matematiksel modelleme etkinliğinin sınıf içi ve sınıf dışı uygulaması. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 7(4), 289-308.
- Panaoura, A. (2012). Improving problem solving ability in mathematics by using a mathematical model: A computerized approach. *Computers in Human Behavior*, 28(6), 2291-2297.
- Peter Koop, A. (2004). Fermi problems in elementary mathematics classrooms: Pupils' interactive modelling processes. I. Putt, R. Farragher ve M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the third millenium: Towards 2010* içinde (s. 454-461). Townsville, Queensland: MERGA.
- Sekerak, J. (2010). Phases of mathematical modelling and competence of high school students. *The Teaching of Mathematics*, 13(2), 105-112.
- Suh, J. M., Matson, K., & Seshaiyer, P. (2017). Engaging elementary students in the creative process of mathematizing their world through mathematical modeling. *Education Sciences*, 7(2), 61-83.
- Suh, J., Matson, K., Seshaiyer, P., Jamieson, S., & Tate, H. (2021). Mathematical modeling as a catalyst for equitable mathematics instruction: Preparing teachers and young learners with 21st century skills. *Mathematics*, 9(2), 162.
- Şahin, N. (2014). *İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin model oluşturma etkinlikleri üzerindeki düşünme süreçleri*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun.
- Şahin, N. (2019). *İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin bilişsel modelleme yeterliklerinin belirlenmesi ve değerlendirilmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun.
- Şahin, N., & Eraslan, A. (2016). İlkokul öğrencilerinin modelleme süreçleri: Suç problemi. *Eğitim ve Bilim*, 41(183), 47-67.
- Şahin, N., & Eraslan, A. (2017). Fourth-grade elementary school students' thought processes and challenges encountered during the butter beans problem. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 17(1), 105-127.
- Şahin, N., & Eraslan, A. (2018). İlkokulda model oluşturma etkinlikleri nasıl uygulanmalı? *Eğitim Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi*, 4(1), 99-117.
- Tekin Dede, A. (2015). *Matematik derslerinde öğrencilerin modelleme yeterliklerinin geliştirilmesi: Bir eylem araştırması*. Yayınlanmış doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Ulu, M. (2017). Examining the mathematical modeling processes of elementary school 4th-grade students: Shopping problem. *Universal Journal of Educational Research*, 5(4), 561-580.
- Watters, J. J., English, L. D., & Mahoney, S. (2004). *Mathematical modeling in the elementary school*. *American Educational Research Association Annual Meeting* içinde (s. 1-12). ABD: San Diego.
- Wickstrom, M. H. (2017). Mathematical modeling: Challenging the figured worlds of elementary mathematics. E. Galindo ve J. Newton (Ed.), *Proceedings of the 39th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* içinde (s. 685-692). Indianapolis, IN: Hoosier Association of Mathematics Teacher Educators.
- Wijaya, A., van den Heuvel-Panhuizen, M., Doorman, M., & Robitzsch, A. (2014). Difficulties in solving context-based PISA mathematics tasks: An analysis of students' errors. *The Mathematics Enthusiast*, 11(3), 555-584.
- Xin, Z., Lin, C., Zhang, L., & Yan, R. (2007). The performance of Chinese elementary school students on realistic arithmetic word problems. *Educational Psychology in Practice*, 23(2), 145-159.
- Yamane, T. (2009). *Temel örnekleme yöntemleri*. İstanbul: Literatür Yayıncılık.
- Yin, R. K. (2017). *Applications of case study research*. Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.



## EKLER

### Ek 1

#### ADENAUER HEYKELİ

Aşağıdaki heykel, Batı Almanya'nın merkezi olan Bonn şehrinde bulunmaktadır. Heykel 1949-1963 yıllarında Batı Almanya'nın ilk başbakanının baş bölümünü göstermektedir. Buna göre aşağıdaki görselde yer alan Adenauer Heykeli'nin boyutu yaklaşık olarak ne kadardır?



## Ek 2

## HAVA DURUMU

**Bundan sonra nerede yaşamak istersiniz?**

Bir seyahat şirketi, yeni yerlere taşınacak insanlara yardımcı olmak ve onlara tavsiyelerde bulunmak için bir sistem geliştirmek istemektedir. Müşterilerinin yaşayacakları yerleri seçerken kullanılacak olan danışmanlık (bilgilendirme) sistemini geliştirmek için seyahat şirketinin sizin yardımınıza ihtiyacı bulunmaktadır. Müşteriler öncelikle yaşamak istedikleri yerin hava durumu ile ilgilenmektedirler:

“Ne kadar yağmur yağıyor? Hava ne kadar soğuk oluyor? Ne kadar sıcak oluyor? Günler güneşli mi ya da bulutlu mu?”

Ancak bu faktörlerin her biri, her müşteri için aynı öneme sahip değildir. İki müşteri, yaşamak istedikleri yerler ile ilgili kendi tercihlerini bir mektup ile seyahat şirketine göndermişlerdir. Ayrıca, şirket aşağıdaki listede verilen 9 şehir için bazı bilgileri toplamıştır.

ŞEHİR	Açık Hava Gün Sayısı (1 Yılda)	15° C'nin Altındaki Gün Sayısı (1 Yılda)	30° C'nin Üstündeki Gün Sayısı (1 Yılda)	Yıllık Ortalama Yağış Miktarı (mm/yıl)
Zonguldak	85	12	15	1224
Mersin	95	40	169	274
Kars	36	184	6	516
Rize	71	0	185	2222
Amasya	45	55	30	661
Giresun	85	0	328	1534
Adana	178	4	237	386
Kayseri	84	157	36	633
Sinop	114	10	58	863

## GÖREVİNİZ

1. Seyahat şirketine her iki müşteri için önerilerinizi içeren bir tavsiye mektubu yazınız. Bu tavsiye mektubunda önerdiğiniz şehirleri üç gruba ayırınız. “*En iyi şehirler*”, “*ikinci en iyi şehirler*” ve “*kötü şehirler*”. Bu şekilde müşteriler hangi şehirleri dikkate alması gerektiğini ve hangilerini dikkate almaması gerektiğini bilecektir.
2. Oluşturduğunuz derecelendirme sisteminin (modelinin) nasıl çalıştığını ve neden iyi bir sistem olduğunu seyahat şirketine açıklamalısınız. Unutmayınız ki bu model sadece bu problemdeki şehirler için değil başka şehirleri karşılaştırmak için de kullanılacaktır. Bunun için oluşturduğunuz derecelendirme sisteminin (modelinin) nasıl çalıştığını ve nasıl yaptığınızı seyahat şirketine bir mektupla **açıklayınız**.

**1. Mektup:**

Sevgili seyahat şirketi,

Birkaç ay önce eşim ve ben emekli olduk. İlk ve güneşli bir yere yerleşmeyi istiyoruz. Çok yağmur yağıyor olması ya da olmamasına önem vermiyoruz. Ancak kesinlikle çok soğuk olmasını istemiyoruz. Yaşamak için düşünmemiz gereken şehirler neler olabilir?

Sevgilerimizle,

Turna & Özgür ÖZLÜ

**2. Mektup:**

Sevgili seyahat şirketi,

Mesleğim, bilgisayar programcılığı. Kendi alanımda yeni iř fırsatlarına bakıyorum. Nerede olursa olsun, bir iř bulabileceğime eminim. Tım açık hava (açık alan) sporlarını gerçekten seviyorum, özellikle de doğa yürüyüşünü. Bu sebeple, hava durumu iyi olan ve çok sıcak olmayan bir şehre taşınmak istiyorum. Yaşamak için nereyi tercih etmeliyim?

Sevgilerimle,

Nilgün MADAK

## EXTENDED ABSTRACT

### Cognitive Mathematical Modelling Competencies of Elementary School Students

**Introduction:** Mathematical modeling is a cyclical process that takes place by mathematicalizing a real-world situation, obtaining its mathematical result, and interpreting the obtained mathematical result in a real-life context. (Lesh and Doerr, 2003). Students encountering a model eliciting activity mathematically define the problem situation in real life, create models for the mathematical problem they define, solve the model, and interpret the results according to the real-life problem situation and perform a cyclical process. In this respect, mathematical modeling emerges as a real-life task that includes mathematical applications and processes such as critical thinking, high cognitive demand and communication (Asempapa, 2015).

In the international literature, it is seen that mathematical modeling studies with elementary school children are in the majority (An and Oh, 2018; Carlson et al., 2016; English, 2010; Ko and Oh, 2015; Panaoura, 2012; Suh, Matson and Seshaiyer, 2017; Wickstrom, 2017; Xin, Lin, Zhang and Yan, 2007). However, limited studies on mathematical modeling with elementary school children have been found in the national literature (Şahin, 2014; 2019; Şahin and Eraslan, 2016; 2017; 2018; Ulu, 2017). In the studies conducted by Şahin and Eraslan (2014, 2016, 2017, 2019) and Ulu (2017), the mathematical modeling processes and difficulties faced by the fourth grade students working with the mathematical modeling problem were tried to be revealed. As can be seen, in the studies conducted with elementary school students on mathematical modeling, the study group consisted of only fourth grade students. The study/s examining the mathematical modeling processes of lower grade elementary school students are not found in the national literature. In this direction, it is thought that this study will eliminate an important deficiency in the literature by revealing the mathematical modeling competencies of elementary school third grade students. Thus, it is predicted that it will lead the studies to reveal the modeling competencies of the students at all grade levels in the elementary school period. In addition, it will contribute to the dissemination of mathematical modeling and model-building activities in the elementary school period, and to provide model-building activities that can be used by elementary school teachers in the learning-teaching process and to the mathematical modeling literature. Accordingly, in this study, it is aimed to determine the cognitive mathematical modeling competencies of elementary school students in the process of solving mathematical modeling problems.

**Method:** The design of the research was determined as a case study, one of the qualitative research methods. During the research process, a focus group study was conducted with four third grade elementary school students studying in a middle socio-economic school located in the south of Turkey. The data collection tool of the research is the task-based interview method used in qualitative research in mathematics education. In this direction, students were given model eliciting activity of *Adenauer Statue* (Herget, Jahnke and Kroll, 2001) and *Weather* (Doerr and English, 2003) to work on a task and their mathematical modelling competencies were tried to be determined. Students' cognitive mathematical modelling competencies were analyzed using the modelling process in Blum and Borromeo Ferri's (2009) study.

**Results:** At the stage of understanding the problem, which is the first step of mathematical modeling competence, it was determined that the students included statements showing that they understood the problem to some extent in the Adenauer Statue problem, they could not define what was given in the problem with their own words, and they went directly to the world of mathematics. In the Weather problem, it was determined that they had difficulty in determining what was given and what was requested, and that they could not establish a relationship between them.

In the ability to simplify the problem, it was determined that the students determined the variables to some extent in the Adenauer Statue problem and made acceptable assumptions in this direction. However, in the Weather problem, it was determined that the students could not determine the variables and could not form realistic assumptions.

In the mathematization process, it was observed that the students could not create any mathematical model according to realistic assumptions in the Adenauer Statue and Weather problems. In the process of working

mathematically, it was determined that the students had difficulty in establishing relationships with mathematical concepts and they developed solutions for simple mathematical calculations.

During the interpretation process, it was determined that the students did not interpret the mathematical solution they obtained in the Adenauer Statue and Weather problems. In the validation process, it was determined that the students did not have the validation competence regarding the mathematical solution they obtained and the problem solving processes.

**Conclusion:** According to the findings, it was determined that elementary school students had difficulties in demonstrating their competence in understanding, simplifying, interpreting and verifying the problem. However, another remarkable finding in this process was that the students wanted to go directly to the action of solving the problem and they could not develop a systematic solution or put forward a model. This finding is in line with studies that emphasize that students' desire to develop result-oriented solutions quickly affects the problem solving process in mathematical modeling studies (Eraslan, 2011a; Greefrath, 2015; Şahin, 2014, 2019; Şahin and Eraslan, 2017). In this context, students in this age group who encounter mathematical modeling problems, which are a different type of problem, cannot apply the processes they know (Haas, Kreis and Lavicza, 2020) and it is thought that they may have difficulty in working mathematically in solving the problem.

**Keywords:** Mathematical modelling, Elementary school, Cognitive modelling, Mathematical modelling competence, Model eliciting activity