

Öğretmen Adaylarının Yapılandırıcı Matematiksel Problem Çözme Ortamları Oluşturabilmeye İlişkin Bilgi ve Becerilerinin İncelenmesi

Investigation of Pre-service Teachers' Knowledge and Skills on Creating Constructivist Mathematical Problem Solving Environments

Nadide Yılmaz¹

¹Sorumlu Yazar, Dr. Öğretim Üyesi, Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi, nadideylmz70@gmail.com, (<https://orcid.org/0000-0003-1624-5902>)

Geliş Tarihi: 12.11.2022

Kabul Tarihi: 27.03.2023

ÖZ

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmen adaylarının problem çözmeye yönelik pedagojik bilgilerini ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Çalışma Türkiye'de İç Anadolu bölgesinde yer alan bir devlet üniversitesinde gerçekleştirilmiştir. Çalışmaya 20 son sınıf öğretmen adayı katılmıştır. Durum çalışması yöntemi benimsenmiş, öğretmen adaylarının hazırladıkları ders planları ve gerçekleştirdikleri uygulamaların video kayıtları veri toplama araçları olarak kullanılmıştır. Öğretmen adayları grup olarak problem çözmeye ilişkin kazanımlara yönelik ders planı tasarlamışlar ve gerçek sınıf ortamında uygulama yapmışlardır. Veriler içerik analizi ile analiz edilmiştir. Öğretmen adaylarının rutin olmayan problemler hazırlayabildikleri ve bu problemlerin farklı stratejilerle çözülebildiği gözlenmiştir. Ayrıca bu problemlerin öğrencilerin seviyelerine uygun olduğu belirlenmiştir. Uygulamalar esnasında öğretmen adayları bazı bileşenlere (örn, problemi anlama, stratejinin uygulanması) yer vermelerine rağmen bazı bileşenlere (örn, problemin çözümü için bir strateji belirlenmesi, farklı problem çözme stratejilerine yer verme, tartışma ortamı oluşturma, öğrencilerin problem çözmeye ilişkin yaşayabilecekleri zorluk ve hatalar) yer vermekte çeşitli zorluklar yaşamışlardır. Problem çözmeye sürecinin önemli bir bileşeni olan değerlendirme aşamasına uygulama sürecinde hiçbir grubun yer vermemesi dikkat çekicidir. Elde edilen sonuçlardan hareketle öneriler sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Ortaokul matematik öğretmen adayları, problem çözme, problem çözmeye yönelik pedagojik bilgi.

ABSTRACT

In this study, it was aimed to reveal the pedagogical problem solving knowledge of pre-service middle school mathematics teachers. It was carried out at a state university located in the Central Anatolia region of Türkiye. A total of 20 senior pre-service teachers participated in the study. The case study design was employed. Data collection tools are the lesson plans prepared by the pre-service teachers and the video recordings of the implementations. The pre-service teachers designed a lesson plan for the objectives related to problem solving as a group and implemented their lesson plans in a real classroom environment. The data were analyzed by content analysis. It was observed that the pre-service teachers could prepare non-routine problems and these problems could be solved with different strategies. In addition, it was determined that these problems were suitable for the level of the students. Although the pre-service teachers included some components (e.g., understanding the problem, applying the strategy) during the implementations, they experienced difficulties in including some components (e.g., determining a strategy for the solution of the problem, including different problem solving strategies, creating a discussion

environment, difficulties and mistakes that students may experience regarding problem solving). It is remarkable that no group included the evaluation phase, which is an important component of the problem-solving process, in the implementation process. In light of the results of the study, some suggestions are made.

Keywords: Pre-service middle school mathematics teachers, problem solving, pedagogical problem solving knowledge.

GİRİŞ

Problem çözme matematiğin merkezinde yer alır ve matematikle uğraşanların temel aktiviteleri aslında problem çözmedir (Halmos 1980; Schoenfeld, 1995). Bu durum matematik eğitiminin amaçlarına da yansımış, problem çözme matematik öğrenmeye destek olan bir araç olmasının yanında öğrencilere kazandırılması hedeflenen bir amaç olarak öğretim programlarında yerini almıştır (Liljedahl, vd.,2016; Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics) [NCTM], 2000; Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018; Zkaria vd, 2010). Çünkü birey problem çözmeye yaşamının her aşamasında ihtiyaç duymakta ve bu süreçte matematiksel bilgi ve becerilerini üst düzeyde kullanmaktadır (Cai ve Lester, 2010; Funke, vd., 2018; Krulik ve Rudnick, 1996; Yew ve Zamri 2018). Birey problem çözme sürecinde, çözüm yöntemini önceden bilmediği bir görev üzerine odaklanarak çözüm bulmak için uğraşır (NCTM, 2000). Bu süreçte var olan bilgilerini kullanmanın yanında yeni matematiksel anlayışlar geliştirir (NCTM, 2000). Tüm bunlar problem çözme becerisinin geliştirilmesini matematik eğitiminin temel hedeflerinden biri haline getirmiştir (Shiakalli ve Zacharos, 2014).

Araştırmalar öğrencilerini problem çözme süreçleri ile meşgul eden, bu süreçte öğrencilerin düşüncelerini ifade etmeye teşvik eden sınıflarda öğrencilerin matematiğe ilişkin anlayışlarında önemli kazanımlar elde ettiğine dair kanıtlar sağlamıştır (Rigelman, 2007; Stacey, 2018; Takahashi vd., 2013). Bu sonuçlar öğretim sürecini gerçekleştirecek öğretmenlerin problem çözme ile öğretim yapmalarının önemine dikkat çekmektedir (Hähkiöniemi ve Francisco, 2019). Bu sürecin etkili bir şekilde gerçekleşebilmesi öğretmenin sahip olduğu bilgi ve becerileriyle doğrudan ilişkilidir (Carrillo vd., 2019; Schoenfeld ve Kilpatrick, 2008). Bu süreçte öğretmen, hem problem çözme ile matematik konuları arasında bağlantılar kurmalı hem de öğrencileri problem çözmeyi bir düşünme biçimi olarak fark etmelerine rehber olmalıdır (Carrillo vd., 2019; Ma, 1999; Schoenfeld ve Kilpatrick, 2008). Öğretmenin uygun problemi seçmesi, ders ortamında nasıl kullanacağını planlaması, öğrencilerin bu problemlerle meşgul etme noktasında yeterliliğini tayin etmesi, problemin çözümü sürecinde ortaya çıkabilecek durumlara karşı hazırlıklı olması, öğrencilerin zorlukları, bu zorlukların üstesinden gelmeye yönelik neler yapılabileceği gibi birçok konu öğretmenin görevi olarak karşımıza çıkmaktadır (Carrillo vd., 2019; Schoenfeld vd., 2000). Bu noktada öğretmenlerin problem çözmeyi sınıflarına entegre etme ve uygulama konusunda gerekli bilgiye sahip olmalarının önemi ortaya çıkmaktadır. Bilindiği üzere çok iyi bir problem çözücü olmak bu bilginin öğretim sürecine çok iyi yansıtılacağı anlamına gelmeyebilir. Çünkü öğretmen problem çözme ile öğretim sürecinde birçok bilgi türünü aynı anda kullanma becerisine (örn, problemin ne olduğu, öğrencilerin bu süreci nasıl yaşayacağı, uygun problem çözme stratejisi) sahip olmalıdır (Carrillo vd., 2019; Ma, 1999; Schoenfeld ve Kilpatrick, 2008). Bu çalışmada da öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmeye yönelik pedagojik bilgilerini (pedagogical problem solving knowledge) ortaya koymak amaçlanmıştır. Bu amaçla aşağıdaki soruya cevap aranmıştır.

Ortaokul matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmeye yönelik pedagojik bilgileri nasıldır?

TEORİK ÇERÇEVE

2.1. Problem ve Problem Çözme

Problem çözmenin matematik eğitiminin merkezinde yer alması problem ve problem çözmenin neleri içerdiği sorusunu akla getirmektedir. Alanyazın incelendiğinde problemin rutin ve rutin olmayan problemler olarak iki ana başlıkta incelendiği gözlenmiştir (Polya, 1985). Rutin problemler temel işlemler ve tanımlara odaklanan problemlerdir (Santos-Trigo ve Camacho-Machín, 2009). Bu problemler daha çok alıştırma olarak değerlendirilmekte bireyin bu problemi çözebilmesi için önceden çözülmüş bir problemten yararlanması yeterli olmaktadır (Jonassen 2010; Polya 1985). Rutin olmayan problemler ise birey için şaşırtıcıdır, çözümünü direkt görülmez ve standart olmayan stratejileri kullanmayı gerektirir (Schoenfeld, 1992). Bu problemlerin çözümü sürecinde bireyin ön bilgilerini işe koşması ve bilgilerinden hareketle yeni duruma yönelik akıl yürütme süreçlerinden geçmesi gerekir (Hähkiöniemi ve Francisco, 2019; Jurdak 2005; Kolovou, vd., 2009; Lee, vd., 2014; Nancarrow 2004; Polya 1985; Schoenfeld vd., 1999). Rutin olmayan problemler bireyi zihinsel açıdan zorlamaktadır. Çözüme ulaşabilmesi için bireyin akıl yürütmesinin yanında eleştirel ve yaratıcı düşünme becerilerini harekete geçirmesi gerekir (Inoue, 2005; Woodward, vd., 2012). Bu noktada araştırmacılar rutin veya rutin olmayan problem durumlarının bireyin bilgi ve deneyimlerine bağlı olarak değişebileceğini ifade etmektedirler (Carlson ve Bloom, 2005; Zhu ve Fan, 2006). Yani bir birey için problem olan bir durum diğer birey için problem olmayabilir (Fernandez vd., 1994). Bir sorunun problem olabilmesi bireyin daha önce bu soru veya benzerleriyle karşılaşma durumuna, çözümle ilgili deneyim sahibi olup olmamasına bağlı olarak değişir (Bodner ve Domin, 2000). Soru ile daha önce karşılaşılırsa ve çözüm yolu biliniyorsa rutin problem, çözüm yolu hemen kestirilemiyorsa ve aynı zamanda soru karmaşıksa rutin olmayan problem olur (Bodner ve Domin, 2000). Araştırmacılar her iki problem türüne de öğretim sürecinde yer verilmesi gerektiğini vurgulasa da rutin olmayan problemlerin problem çözme becerisini geliştirmek ve günlük yaşama hazırlamak noktasında daha fazla destekleyici olduğunu ifade etmektedir (Chapman, 2002; London, 2007; Polya, 1985; Schoenfeld, 1992).

Problemin çözüm sürecinin nasıl olduğu ve bu süreçte ne gibi aşamalardan geçildiği eğitimciler için bir diğer araştırma konusu olmuştur (Krulik ve Rudnick, 1989; Polya, 1985; Schoenfeld, 1985). En kabul göreni ise Polya'nın problem çözme adımları olmuştur. Polya problem çözmeyi problemin anlaşılması, problemin çözümü için bir strateji belirlenmesi, stratejinin uygulanması ve değerlendirme olarak ifade etmiştir (Polya, 1985). İlk adım olan problemi anlama da problemle tanışma ve problemin ne anlam ifade ettiğine odaklanma söz konusudur. Problemde bilinmeyen ne olduğu, istenilenin ne olduğu gibi problemi derinlemesine anlama ve irdelemeye odaklanılır. Problemi anlama aşamasından sonra çözüm için strateji belirlenmesi aşamasına geçilmektedir. Bu kısımda çözüm için ne yapılması gerektiği, nasıl bir yöntem izlenmesi gerektiğine odaklanılır. Bireyler problem çözebilmek için farklı stratejileri işe koşmaya ihtiyaç duyar (Charles vd., 1992; Mabilangan vd., 2011; Mayer vd., 1995). Bu stratejiler Posamentier ve Krulik (2008; 2009) tarafından geriye doğru çalışma, örüntü arama, farklı bir bakış açısı geliştirme, daha basit benzer bir problem çözme, uç durumları düşünme, çizim yapma, bilinçli tahmin ve kontrol, tüm olasılıkları düşünme, verileri organize etme, mantıksal muhakeme ve canlandırma olarak sınıflandırılmış Tablo 1'deki gibi tanımlanmıştır.

Tablo 1*Problem Çözme Stratejileri*

Strateji	Tanım
Geriye doğru çalışma	Sonuçtan başlayarak aşama aşama ilk bilgilere ilerleyerek problemi çözmek
Örüntü arama	Belirli problemlerden hareketle ortaya çıkan örüntü yardımıyla problemi çözmek
Farklı bir bakış açısı geliştirme	Problemi tipik olandan farklı bir bakış açısı uygulayarak çözmek
Daha basit benzer bir problem çözmeye	Verilen problemi çözümü daha kolay olana dönüştürerek var olan problemi çözmek için anlayış kazanmak
Uç durumları düşünme	Değişkenlerden bazıları için uç durumları düşünürken bazı değişkenlerin sabit kalması yardımıyla problemi çözmek
Görsel temsil	Problemdeki verileri görsel temsiller yardımıyla ifade etmek
Bilinçli tahmin ve kontrol	Problemi çözmek için bilinçli tahminlerde bulunma ve bu tahminlerin doğruluğunu sınama
Tüm olasılıkları düşünme	Problemi çözmek için tüm seçenekleri düşünmek
Verileri organize etme	Verileri çeşitli şekillerde düzenleyerek problem çözmek
Mantıksal muhakeme	Problemdeki verilerden hareketle çeşitli çıkarımlar yapılması
Canlandırma	Problemdeki verileri canlandırarak problemi çözmek

Üçüncü aşamada odaklanılan probleme uygun olarak seçilen strateji uygulanır ve problemin çözüme ulaşması sağlanır. Son aşamada ise sonuçların doğruluğunun kontrol edilmesinin yanı sıra, sonucun mantıksal olup olmadığının, işlemlerin doğru yapıp yapılmadığının kontrol edilmesi ve problemle karşılaşılmasıyla başlayıp sonuca ulaşmaya kadar geçen sürecin irdelenip değerlendirilmesi gerçekleşir (Polya,1985). Bu sürecin matematik öğretiminin temel amaçlarından biri olması (MEB, 2018; NCTM, 2000; 2014) öğretim sürecinin temel bileşenlerinden biri olan öğretmenlerinde bu konuya ilişkin bilgi ve becerilere sahip olmasının önemini ortaya koymaktadır (Chapman, 2015).

2.2. Öğretmenlerin Problem Çözmeye Yönelik Pedagojik Bilgileri

Chapman (2015) öğretmenlerin sınıflarında problem çözmeye ile öğretim yapabilmeleri için hangi bilgilere ihtiyaçları olduğu sorusuna odaklanmış ve bu soruya cevap aramıştır. Chapman (2015) oluşturduğu teorik çerçevede öğretmenin problem çözmeye ilişkin yeterliliği; problem bilgisi, problem çözmeye bilgisi, problem kurma bilgisi, problem çözücü olarak öğrencilerin bilgisi, öğretim sürecinde problem çözmeye bilgisi, duyuşsal faktörler ve inanışlar bileşenlerine sahip olmaları gerektiğini ifade etmiştir. Bu bilgi bileşenlerinin problem çözmeye yönelik alan bilgisi (problem bilgisi, problem çözmeye bilgisi, problem kurma bilgisi), problem çözmeye yönelik pedagojik bilgi (problem çözücü olarak öğrencilerin bilgisi, öğretim sürecinde problem çözmeye bilgisi) ile duyuşsal faktörler ve inanışlar olarak sınıflandırmıştır. Problem çözmeye öğretimin sürecine entegresinde bu bilgi bileşenlerinin birbirine bağlı karmaşık ağlar oluşturduğunu savunmuştur (Chapman, 2015). Piñeiro, vd. (2021) ilerleyen zamanlarda çalışmalarını genişletmiş ve öğretmenin problem çözmeye yönelik pedagojik bilgilerini (a) bilişsel olmayan faktörlerin bilgisi, (b) problem çözücü olarak öğrencilerin bilgisi; (c) problem çözmeye yönelik görevlerin (task) bilgisi ile (d) öğretim sürecinde problem çözmeye bilgisi olarak tanımlamıştır. Her bir bilgi bileşeni aşağıda açıklanmıştır.

Bilişsel olmayan faktörlerin bilgisi: Çalışmalar problem çözmeye sürecinde bilişsel faktörler kadar bilişsel olmayan faktörlerin (örn, tutum, motivasyon, inanç) etkili olduğunu göstermiştir (Chapman, 2015; Rott, 2020; Schoenfeld, 1992; Silao, 2018). Bu durum öğretmenlerin problem çözmeye sürecini etkileyen bilişsel olmayan faktörler hakkında bilgi sahibi olmaları gerektiğini göstermektedir (Piñeiro vd., 2021).

Problem çözücü olarak öğrencilerin bilgisi: Öğretmenler öğrencilerin problem çözmeye ilişkin nelere ihtiyacı olduğu konusundaki bilgilere hakim olmalıdır (Piñeiro vd., 2021). Öğretmenler öğrencilerin problem çözüme sürecine ilişkin yaşayabilecekleri zorluklar ile hatalara ilişkin bilgilere hakim olmasının yanında başarılı problem çözücülerin özelliklerini bilmelidir. Bunun yanında öğretmenler öğrencilere problem çözüme ile matematiksel bilgileri inşa etmelerine yardımcı olacak bilgi ve beceriye sahip olmalıdır (Mason vd., 2010; Schoenfeld, 1985). Ayrıca öğrencilerin problem çözüme sürecinde aktif olmasını sağlayacak stratejileri bilmelidir (NCTM, 2014). Bu stratejiler, öğrencilerin sadece problem hakkında muhakeme yapmalarına değil, zamanla aynı zamanda problem çözücüler olarak gelişmelerine olanak sağlamalı ve onları desteklemelidir (Chapman, 2015; Kaur, 1997; Piñeiro vd., 2021; Schoenfeld, 1985).

Problem çözmeye yönelik görevlerin (task) bilgisi: Problem çözüme sürecinin etkililiğini belirleyen ve öğretmenin sahip olması gereken bilgi bileşenlerinden biri de hazırlanacak görevlere ilişkin bilgidir (Chapman, 2015). Çünkü görevlerin yapısı problem çözüme sürecini belirleyebilir. Öğretmenler problem çözüme sürecinde değerli görevlerin ne olduğuna ilişkin bilgi sahibi olmalıdır (Chapman, 2015; Piñeiro vd., 2021). Çünkü problem çözmeyi teşvik eden görevler seçmenin öğrencilerin akıl yürütme süreçlerini desteklediği vurgulanmaktadır (Lester ve Cai, 2016; NCTM, 2014).

Öğretim sürecinde problem çözüme bilgisi: Öğretim sürecinde öğretmenlerin gerekli bilgi ve becerilere sahip olmaları gerektiği açıktır (Piñeiro vd., 2021). Piñeiro vd (2021) bu bilgi bileşenini öğretim yaklaşımları, tartışma ortamı, kritik durumlar, değerlendirme ve kaynaklar olarak alt bileşenlere ayırmıştır. Öğretmenler öğretim yaklaşımı olarak problem çözüme için öğretim, problem çözmeye ilişkin öğretim ve problem çözüme ile öğretim hakkında bilgi sahibi olmalı buna ilişkin öğretim uygulamalarını düzenleyebilmelidir (Schroeder ve Lester, 1989). Ayrıca uygun tartışma ortamı düzenleyebilmeli ve buna rehberlik edebilmelidir. Problem çözüme sınıflarında tartışma süreci öğrencileri problem çözmeye katmasının yanında farklı çözüm yollarının üzerine düşünülmesi ve sınıfın aktif bir şekilde görüşlerini sunarak savunmasına imkan verir (Hähkiöniemi ve John Francisco, 2019; Lester, 2013; Lester ve Cai, 2016). Öğretmenin öğretim sürecinde sahip olması gereken bir diğer bilgi ise öğrencilerin problemin çözümüne ulaşma sürecinde aşılması gereken engelleri içerir (Piñeiro vd., 2021). Öğretmen öğrencilerin bu tarz durumlarla karşılaştıklarında nasıl müdahale edileceğine ilişkin öğretim stratejileri (örn, ipuçları, görevler ve bunların sırası) hakkında bilgi sahibi olmalıdır (Chapman, 2015; Sullivan vd., 2009). Değerlendirme ise öğrencilerin problem çözüme sürecindeki ilerlemesini ve çözümlerinin kalitesini belirlemek için araçlar veya yöntemleri içerir (Piñeiro vd., 2021). Öğretmen, öğrencilerin problem çözüme performanslarını değerlendirmek ve daha fazla öğrenme için hedefler belirlemek için ne tür yöntemler (örn, analitik puanlama, performans değerlendirme) kullanılması gerektiğine ilişkin bilgi sahibi olmalıdır (Charles vd., 1987; Rosli, vd.,2013). Kaynaklar ise öğretmenin problem çözüme sürecinde kullanılan manipülatif ve soyut kaynaklar ile uygun temsillere ilişkin sahip olduğu bilgiyi içerir (Kelly, 2006; Piñeiro vd., 2021; Smith, 2004).

ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ

Matematik öğretmenin sahip olması gereken bilgi türlerinin neler olduğu konusunda gerçekleştirilen araştırmaların ivme kazanması problem çözmeye ilişkin öğretmenlerin sahip olması gereken bilginin neler olduğu sorusunu akla getirmiştir (Chapman, 2012; Foster vd., 2014). Matematik öğrenmenin merkezinde problem çözümenin yer alması bu alana ilişkin öğretmenin bilmesi gerekenleri daha da önemli hale getirmiştir (Chapman, 2015, Weber ve Leikin, 2016). Bu durum problem çözüme ile öğretim sürecinde öğretmenlerin neleri bilmesi gerektiğinin derinlemesine incelenmesi ihtiyacını doğurmuştur (Foster vd., 2014). Nitekim öğretim programları incelendiğinde de problem çözüme geliştirilmesi gereken temel becerilerden biri olarak dikkati çekmektedir (MEB, 2018; NCTM 2000; Zakaria, vd., 2010). Alanyazın

incelendiğinde bazı çalışmaların (örn, Chapman, 2015; Foster vd., 2014; Piñeiro vd., 2021) öğretmen/öğretmen adaylarının öğretim sürecinde problem çözmeye ilişkin hangi bilgi türlerine sahip olması gerektiğine odaklanmışken, diğer çalışmalar (örn, Uçar, 2019) öğretmen/öğretmen adaylarının problem çözmeye öğretim sürecinde nasıl yer verdiklerini incelemiştir. İlk vurgulanan nokta öğretmenlerin problem çözmeye ilişkin bilgilerinde çeşitli eksiklikler olduğu ve bu eksikliklerin öğretim sürecini etkilediğidir (Carrillo vd., 2019; Son ve Lee, 2021; Van Dooren vd., 2002). Örneğin Van Dooren vd. (2002) öğretmenin alan bilgisinin, öğrencilerin problemleri çözmeye stratejilerini değerlendirmede doğrudan etkisi olduğunu ortaya çıkarmıştır. Son ve Lee (2021) ise öğretmen adaylarının büyük bir bölümünün problem çözmeye sürecini çözümlere veya prosedürel adımlara odaklanarak beceriye dayalı veya bir sonuca varan görüş olarak tanımladığı ve muhtemelen doğru cevaplara ulaşmak için gerekli adımlara odaklandıkları sonucuna varmıştır. Bir diğer bulgu ise öğretmen adaylarının öğretim süreçlerinde problem çözmeyi kullanma, uygun öğretimsel müdahaleler yapma konusunda sınırlı bilgiye sahip olduklarıdır. Öğretmen adayları ayrıca problem çözmeye hakkında sınırlı veya uygun olmayan pedagojik bilgiye sahiptir (Aylar, 2017; Bommel ve Palmér, 2015; Capraro vd., 2012; Karp, 2010; González ve Eli, 2017; Hourigan ve Leavy, 2022; Türker-Biber vd., 2017; Uçar, 2019). Örneğin Capraro vd. (2012) öğretmen adayları ile gerçekleştirdiği çalışmada öğretmen adaylarının dört farklı çözümü olan problem durumunda bu çözümlerin tümünü bulmak için açıklama yapamadıklarını gözlemlemiştir. Karp (2010) ise öğretmen adaylarının farklı stratejilerle çözümlenebilecek problemler oluşturamadıklarını, gerek hazırladıkları ders planları gerekse gerçekleştirdikleri uygulamalarda öğrencilere problem çözmeye süreçlerinde öğrencilere rehberlik etmek noktasında zorlandıklarını göstermiştir. Aylar (2017) ise öğretmen adaylarının problem çözmeye dayalı bir derse ilişkin teorik bilgileri ile gerçekleştirdikleri uygulamalar arasında tutarsızlıklar olduğunu gözlemlemiştir. Bommel ve Palmér (2015) ilköğretim öğretmenlerinin problem çözmeye ilişkin hazırladıkları ders planlarını incelemiş ve bu ders planlarının temel amacının problem çözmeye süreci yerine verilen problemleri çözmek olduğu sonucuna ulaşmıştır. Hourigan ve Leavy'de (2022) benzer şekilde ilköğretim öğretmenlerinin problem çözmeye yönelik planlama süreçlerinde geleneksel yaklaşımı benimseme eğiliminde olduğunu ortaya çıkarmıştır.

Araştırmalar öğretmenlerin/öğretmen adaylarının problem çözmeye sınıflarına entegre etmek ve öğretim süreçlerinde öğrencilerin problem çözmeye bir düşünme biçimi haline getirmelerine destek olma noktasında zorlandıklarını göstermektedir (Cengiz vd., 2011). Buradan hareketle matematik öğretmen/öğretmen adaylarının bilgilerinin problem çözmeye ile öğretimi doğrudan etkilediği yorumu yapılabilir (Carrillo vd., 2019). Araştırmalar öğretmen adaylarının problem çözmeye yönelik fikirlerinin ortaya çıkarıldığı ve ciddiye alındığı, sağlam akıl yürütmelerinin onaylandığı ve yanlış adımlarının onların doğruya ulaşmalarında fırsat olarak kullanabilecekleri sınıf deneyimleri ile karşılaşmalarının onların matematiksel fikirlere ilişkin derin anlayışlar geliştirebileceklerini ileri sürmüştür (Conference Board of the Mathematical Sciences [CBMS] (2001). Ayrıca öğretmen/öğretmen adaylarının problem çözmeye öğretim süreçlerine entegre etme sürecinde karşılaştıkları zorlukları daha iyi anlamak için bu alana dair daha fazla çalışmaya ihtiyaç olduğu ifade edilmektedir (Hähkiöniemi ve Francisco, 2019; Lester ve Cai, 2016). Çünkü problem çözmeye ile öğretimi uygulamak sanıldığı kadar kolay değildir (Masingila vd., 2018). Öğretmenin öğrencilerin matematiksel fikirlerini işe koşmalarını sağlayacak problemler seçmeleri ve bu görevleri sınıf içerisinde uygulamaları, öğrencilerin bu süreçteki sorularına, açıklamalarına uygun cevaplar verebilmelidir (Henningsen ve Stein 1997; Masingila vd., 2018). Öğrenciler problemler üzerine çalışırken öğretmen doğrudan müdahale etmemeli bilgiyi aktarıcı olmak yerine kolaylaştırıcı (facilitator) olmalıdır (Hiebert ve Wearne, 2003; Lester, 2013; Masingila vd., 2018). Ortaya çıkan öğrenci fikirlerinin adil bir şekilde tartışılması ve bu fikirlerin değerlendirilmesi de öğrencilerin anlamlı öğrenmesini destekleyen faktörlerden biridir (Masingila vd., 2011; Stein vd., 2003). Öğretmenin bilgiyi ne zaman sunacağını ve hangi bilgiyi sunacağını bilmesi de aynı derecede önemlidir (Lobato vd., 2005). Problem çözmeye sınıflara entegresinin öğretmenlerin aynı anda birçok bilgi ve beceriyi kullanmasını gerektirmesi, problem çözmeye yoluyla matematiğin nasıl öğreileceği konusunda

öğrenilecek daha çok şey olduğunu göstermektedir (Stein vd., 2003). Bu bağlamda elde edilen sonuçların araştırmacılara ve uygulayıcılara yön göstereceği düşünülmektedir. Geleceğin öğretmeni olacak öğretmen adaylarının problem çözmeye yönelik pedagojik bilgilerinin ortaya konması hangi bilgi türlerinde zorluk yaşadıklarını gözlemlemeye imkan verecektir. Bu sayede lisans dersleri de bu doğrultuda düzenlenebilir. Tüm bu gerekçelerden hareketle aşağıdaki araştırma sorusuna cevap aranmıştır.

1. Öğretmen adaylarının problem çözmeye yönelik pedagojik bilgileri nasıldır?

YÖNTEM

4.1. Araştırma Deseni

Bu çalışmada öğretmen adaylarının problem çözmeye yönelik pedagojik bilgileri incelendiği için nitel araştırma yaklaşımı kullanılmış ve durum çalışması benimsenmiştir. Durum çalışması, ilgilenilen bir ya da birkaç durum hakkında derinlemesine bilgi elde edilmesine ve araştırma problemlerinin her yönüyle incelenmesine olanak sağlamaktadır (Merriam, 2009; Patton, 2002). Durum çalışması deseninden ise bütüncül çoklu durum çalışması benimsenmiştir (Yin, 2003). Bu yöntem herbir grubun problem çözmeye yönelik pedagojik bilgilerini incelemeye imkan vermesinin yanında grupların bilgilerini karşılaştırmaya olanak tanır.

4.2. Katılımcılar, Bağlam, Veri Toplama Araçları ve Veri Toplama Süreci

Araştırmaya problem çözmeye dersini alan son sınıf 20 öğretmen adayı katılmıştır. Katılımcıların 17'si kadın, 3'ü erkektir. Öğretmen adayları İç Anadolu Bölgesinde yer alan bir devlet üniversitesinde öğrenim görmektedir. Öğretmen adayları mezun olduklarında “Ortaokul Matematik Öğretmeni” ünvanı alarak Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı resmi ve özel öğretim kurumlarında 5-8. sınıf seviyelerinde çalışabilmektedir. Programın eğitim dili Türkçe olup, öğretmen adayları ilk iki yıl ağırlıklı olarak alan dersleri (örn, Matematiğin temelleri, Analiz) almakta, sonraki iki yıl da daha çok uygulamaya dönük pedagojik alan bilgileri içeren dersler (örn, Sayıların öğretimi, cebir öğretimi) almaktadır. Bu çalışma öğretmen adaylarının katıldığı bir lisans dersi kapsamında gerçekleştirilmiştir. Bu ders haftada iki ders saatini kapsamaktadır. Bu kapsamda dersin ilk haftalarında problem kavramının ne olduğu ve problem çözmeye süreci üzerine konuşulmuştur. İlerleyen haftalarda problem kurma, problem çözmeye başarıyı etkileyen duyuşsal etkenler ile problem çözmeye stratejileri üzerine konuşulmuştur. Problem çözmeye stratejileri üzerine konuşulduktan sonra öğretmen adaylarına rutin olmayan problemler (Posamentier ve Krulik, 2008) verilerek farklı stratejileri kullanarak çözmeleri istenmiştir. Problem çözmeye sürecini deneyimledikten sonra öğretmen adaylarıyla sınıflarda problem çözmeye ile öğretimin nasıl yapılacağı hakkında konuşulmuştur. Sonra öğretmen adaylarından grup oluşturmaları istenmiştir. Oluşturulan beş grubun üçü dört kişilik (grup 2,4,8), biri üç kişilik (grup 5), biri de beş kişiliktir (grup 9). Öğretmen adayları bu sürece paralel bir şekilde uygulama okullarına devam etmişlerdir. Öğretmen adaylarından uygulama öğretmenleri ile iletişime geçerek kazanımlarını belirlemeleri istenmiştir. Belirledikleri kazanım doğrultusunda ders planı hazırlayarak hazırlanan ders planını ilgili sınıfta uygulamaları istenmiştir. Öğretmen adayları dört bileşen içeren ders planı hazırlama formatına (Matthews, vd., 2009) göre derslerini planlamışlardır.

Şekil 1

Ders Planlama Formatı

Öğretim aktiviteleri ve ipuçları içeren sorular, yapmayı planladığınız açıklamalar	Beklenen öğrenci cevapları ve tepkileri	Öğretmenin bunlara vereceği cevaplar ve dönütler/Hatırlatılması gerekenler	Değerlendirmenin amacı ve nasıl olacağı

Şekil 1’de gösterildiği gibi bir ders planlama formatı kullanılmasının temel sebebi öğretmen adaylarının odaklandıkları kazanıma ilişkin öğrencilerin olası tepkilerini, soracakları soruları veya verecekleri cevapları üzerine düşünmelerinin istenmesidir. Bu durumun öğretmen adaylarını öğrencileri daha fazla merkeze alarak ders planlamalarına yardım edeceği düşünülmüştür. Nitekim çalışmalarda (örn, Souza vd., 2015) ders planlama formatının gerek planlama gerekse öğretim sürecindeki etkisine dikkat çekilmiştir. Bu sayede öğretmen adaylarının problem çözmeye yönelik pedagojik bilgilerine ilişkin daha detaylı bilgi sahibi olunması öngörülmüştür. Öğretmen adaylarının odaklandıkları kazanımlar ve sınıf düzeyleri Tablo 2’de gösterilmiştir.

Tablo 2

Öğretmen Adaylarının Uygulama Sürecinde Odaklandıkları Kazanımlar

Grup numarası	Sınıf düzeyi	Odaklanılan Kazanım
Grup 2	8. sınıf	İki doğal sayının en büyük ortak bölenini (EBOB) ve en küçük ortak katını (EKOK) hesaplar, ilgili problemleri çözer.
Grup 4	7. sınıf	Alan ile ilgili problemleri çözer. b) Dikdörtgenin çevre uzunluğuyla alanını ilişkilendirmeye yönelik çalışmalara yer verilir. Aynı alana sahip farklı dikdörtgenlerin çevre uzunlukları ile aynı çevre uzunluğuna sahip farklı dikdörtgenlerin alanları incelenir.
Grup 5	7. sınıf	Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer.
Grup 8	8. sınıf	n elemanlı bir kümenin r li kombinasyonlarını bulur.
Grup 9	6. sınıf	Kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapar. Gerçek hayat durumları ve uygun kesir modelleriyle yapılacak çalışmalara yer verilir.

Burada grup 8’in seçtiği kazanımın 8. sınıf öğretim programında yer almadığı gözlenmiştir. Uygulama öğretmenin sınıfın akademik seviyesinin yüksek olduğu, bu yüzden öğrencilerle ifade edilen kazanım üzerine konuşulabileceğini ifade ettiği belirtilmiştir. Öğretmen adaylarından odaklandıkları bu kazanıma ilişkin ders planlama formatına göre derslerini planlamaları istenmiş ve planlar dersi yürüten öğretim elemanına gönderilmiştir. Öğretim elemanı grupların ders planlarını okumuş ancak herhangi bir dönüt vermemiştir. Böyle yapılmasının sebebi öğretmen adaylarının gerçekleştirecekleri uygulamalarda problem çözmeye yönelik pedagojik bilgileri daha iyi gözlemlemek istemesidir. Öğretmen adayları uygulama öncesinde ders planını nasıl

uygulayacaklarını kendi aralarında tartışmış ve görev paylaşımı (örn, dersi hangi sıra ile yürütecekleri, açıklamayı hangi öğretmen adayı/adaylarının yapacağı, kameranın sınıfın neresinde konumlanacağı) yapmışlardır. Bu planlamalardan sonra öğretmen adayları uygulamalarını gerçekleştirmişlerdir. Tüm gruplardan anlattıkları dersleri video kayıt altına almaları istenmiştir. Sonrasında uygulanan bu ders üniversite sınıf ortamında değerlendirilerek üzerine tartışılmıştır. Anlatılan derslerin üniversite sınıf ortamında değerlendirilmesi ve üzerine tartışılması süreci bu çalışmaya dahil edilmemiştir.

4.3. Verilerin Analizi

Öğretmen adaylarının hazırladıkları ders planları ve gerçekleştirdikleri uygulamaların video kayıtları veri toplama araçları olarak kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının gerçekleştirdikleri uygulamaların video kayıtları transkript edilmiştir. Bu çalışmanın veri analiz birimi öğretmen adaylarının grup olarak gerçekleştirdikleri uygulamalardaki problem çözmeye yönelik pedagojik bilgileridir. Veriler içerik analizi ile analiz edilmiştir. Öğretmen adaylarının hazırladıkları ders planları ve uygulamaların video kayıtları problem çözücü olarak öğrencilerin bilgisi, problem çözmeye yönelik görevlerin (task) bilgisi ile öğretim sürecinde problem çözme bilgi bileşenleri açısından analiz edilmiştir. Her bir bilgi bileşeni kendi içinde alt bileşenlere ayrılmış ve öğretmen adaylarının gerçekleştirdikleri uygulamalar bu açıdan değerlendirilmiştir. Bu bilgi bileşenleri ve alt bileşenler Tablo 3’de gösterilmiştir.

Tablo 3

Problem Çözmeye Yönelik Pedagojik Bilgi Bileşenleri ve Alt Bileşenler

Bileşen	Alt bileşen
Problem çözücü olarak öğrencilerin bilgisi	Öğrencilerin problem çözmeye ilişkin yaşayabilecekleri zorluk ve hatalara ilişkin bilgileri Öğrencilerin seviyelerine uygun problemler hazırlamaya ilişkin bilgileri
Problem çözmeye yönelik görevlerin (task) bilgisi	Rutin/Rutin olmayan problemlere ilişkin bilgileri Hazırlanan problemin farklı problem çözme stratejileri ile çözmeye imkan vermesi
Öğretim sürecinde problem çözme bilgisi	Problem çözme aşamalarına ilişkin bilgileri (Problemin anlaşılması, Problemin çözümü için bir strateji belirlenmesi, Stratejinin uygulanması, Değerlendirme, farklı problem çözme stratejilerine yer verme) Tartışma ortamı oluşturmaya ilişkin bilgileri

Öğretmen adaylarının kullandıkları ifadeler, sordukları sorular, öğrencilerle olan diyalogları bu bilgi bileşenleri çerçevesinde kodlanmıştır. Bu kodlamalardan sonra nasıl yer verdiklerini ortaya koymak için ölçütler belirlenmiştir. Bu ölçütler yer verdi, kısmen yer verdi, yer vermedi olarak tanımlanmıştır. Öğretmen adaylarının belirlenen bileşene uygulama ortamında çeşitli şekillerde (örn, yaptıkları açıklamalar, sordukları sorular) hiç ele almamış ise “yer vermedi” (Y.V.M), çeşitli şekillerde kısmen ele almış ise “kısmen yer verdi” (K.V.Y), ele alınan bilgi bileşenine net bir şekilde ele aldı ise “yer verdi” (Y.V) olarak kodlanmıştır. Örneğin, çalışma kapsamında ele alınan bilgi bileşenlerinden biri öğretmen adaylarının problem çözmeye yönelik görevlerin (task) bilgisidir. Bu kapsamda öğretmen adaylarının hazırladıkları ders planlarında kullanılan problem ele alınmıştır. Problem incelenmiş ilgili sınıf seviyesi ve odaklanılan kazanıma göre “rutin problem” veya “rutin olmayan problem” olduğunu karar verilmiştir. Bu süreçte dikkate alınan bileşenlerden biri de problemin farklı çözüm stratejileri ile çözülebilmesi olmuştur. Eğer kullanılan problem rutin olmayan problem ise “yer verdi” (Y.V) değil ise “yer vermedi” (Y.V.M) olarak kodlanmıştır. Öğretmen adaylarının hazırladıkları problemleri öğretim sürecinde nasıl yer verdikleri öğretim sürecinde problem çözme bilgi bileşeni kapsamında incelenmiştir. Öğretmen adaylarının gerçekleştirdikleri video kayıtları incelenmiş örneğin problemin çözümü için bir strateji belirlenmesi alt bileşeni için Grup 9’un “*Başka bir fikri olan var mı? Sizce nasıl ilerleyebiliriz? Nasıl bir yöntem kullanabiliriz?*” şeklindeki

sorgulamaları strateji belirlenmesi aşamasına yer verdiklerinin bir göstergesi olarak değerlendirilmiş ve “yer verdi” (Y.V) olarak kodlanmıştır. Grup 4’un kullandığı “*Tamam şimdi problemi anladık. Neler yapabiliriz?*” ifadeleri ise problemin çözümü için strateji aşamasını açık açık yer vermeselerde örtük yer verdiklerini göstermektedir. Bu yüzden de “kısmen yer verdi” (K.V.Y) olarak kodlanmıştır. Bu bilgi bileşenine ilişkin grupların gerçekleştirdikleri uygulamalarda herhangi bir açıklama veya sorgulamaya ulaşılmamış ise “yer vermedi” (Y.V.M) olarak kodlanmıştır. Odaklanılan bir diğer bilgi bileşeni ise öğretmen adaylarının problem çözücü olarak öğrencilerin bilgisidir. Örneğin grup 2’nin “*Evet ne diyorsunuz arkadaşımızın düşüncesine? 24’ü atlıyoruz değil mi biz 6 ile 8’i çarparsak. Ne yapmamız lazım?*” şeklindeki ifadeleri öğrencilerin sayıların en küçük ortak katını bulurken yaşanan temel zorluklardan birine dikkat çektiğini göstermektedir. Bu yüzden bu bilgi bileşeni için yer verdi” (Y.V) olarak kodlanmıştır. Öğrencilerin problem çözmeye ilişkin yaşayabilecekleri zorluk ve hatalara ilişkin uygulamalarda herhangi bir şekilde yer verilmemiş ise “yer vermedi” (Y.V.M) olarak kodlanmıştır.

Bu çalışma nitel bir araştırma olduğu için inandırıcılık, transfer edilebilirlik, tutarlılık ile doğrulanabilirlik ölçütlerini sağlaması için bir dizi önlem alınmıştır. Çoklu veri kaynaklarından (video kayıtları, ders planları) veri toplanması ile kodlama güvenilirliği bu önlemlerdendir. Elde edilen verilerin %30’unu problem çözme alanında çalışan başka bir araştırmacıdan kodlaması istenmiştir. Tablo 3’de verilen bilgi bileşenleri ve alt bilgi bileşenleri doğrultusunda kodlaması istenmiştir. Kodlayıcı uyum yüzdesi %88 çıkmıştır. Ortaya çıkan uyumsuzluklar fikir birliğine varılıncaya kadar tartışılmıştır. Araştırmanın benzer durumlara transfer edilebilmesi içinde araştırmanın yöntemi, katılımcıların seçimi, araştırma süreci detaylı bir şekilde açıklanmış elde edilen sonuçlar ayrıntılı betimleme ve doğrudan alıntılarla desteklenmiştir.

Araştırmanın gerçekleştirilmesine ilişkin etik kurul izni, Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi, Sosyal ve Beşerî Bilimler Kurulu’ndan 24/05/2022 tarihli 71180 karar sayısı ile alınmıştır.

BULGULAR

Bu bölümde her grubun gerçekleştirdiği uygulamalarda problem çözme sürecine nasıl yer verdikleri incelenmiştir.

5.1. Grup 2’nin Problem Çözmeye Yönelik Pedagojik Bilgileri

Tablo 4’de Grup 2’nin gerçekleştirdiği uygulamada problem çözme sürecine nasıl yer verdikleri gözlenmiştir.

Tablo 4

Grup 2’nin Problem Çözmeye Yönelik Pedagojik Bilgileri

Bilgi bileşeni	Alt bileşen	Y.V	K.V.Y	Y.V.M
Problem çözücü olarak öğrencilerin bilgisi	Öğrencilerin problem çözmeye ilişkin yaşayabilecekleri zorluk ve hatalar Öğrencilerin seviyelerine uygun problemler hazırlama	✓		
Problem çözmeye yönelik görevlerin (task) bilgisi	Rutin olmayan problemler hazırlayabilme Farklı problem çözme stratejileri ile çözmeye imkan vermesi Yer verilen stratejiler	✓		
			Mantıksal muhakeme Tüm olasılıkları düşünme Örüntü araman Canlandırma	

Öğretim sürecinde problem çözme bilgisi	Problem çözme aşamaları	Problemin anlaşılması	✓	
		Problemin çözümü için bir strateji belirlenmesi		✓
		Stratejinin uygulanması	✓	
		Değerlendirme		✓
		Farklı problem çözme stratejilerine yer verme		✓
		Tartışma ortamı oluşturma	✓	

Öğretmen adaylarının hazırladıkları ders planında ve uygulamada yer verdikleri görevin rutin olmayan bir problem olduğu gözlenmiştir. Bu problem ayrıca farklı stratejiler kullanılarak çözülebilmektedir. Öğretmen adaylarının hazırladıkları problem ve çözerken kullandıkları stratejiler Şekil 2’de gösterilmiştir.

Şekil 2

Grup 2'nin Hazırladıkları Problem ve Çözüm Stratejileri

6'B sınıfında pencere ve duvar kenarında olmak üzere sıralar bulunmaktadır. Bu sınıfın öğretmeni olan Azra öğretmen sınıfıyla bir oyun oynamak istiyor. Oyunun adı "**KİM EŞİT SAYIDA KURABİYE YER?**". Pencere kenarında oturan öğrencilerden, 6'dan ve en önden başlayarak altışarlı, duvar kenarında oturan öğrencilerden de en arkadan ve 7'den başlayarak yedişerli sayımlarını istiyor. Pencere kenarında oturan öğrencilerden en arkadaki öğrenci 114 sayısını, duvar kenarında oturan öğrencilerden en öndeki öğrenci ise 133 sayısını söylemiştir.

- ✓ Azra öğretmen başta her bir öğrenciye bir kurabiye verdikten sonra oyunu başlatmaya karar verdiğine göre sizce ilk aşamada kaç kurabiye dağıtması gerekir?
- ✓ İkinci aşamada altışarlı ve yedişerli sayıldığında aynı sayıyı söyleyen öğrencilere ikişer tane kurabiye verecektir.

• Sizce bu aşamada Azra öğretmen kaç öğrenciye ikişer kurabiye vermiştir?

• İkişer kurabiye verilen öğrenciler hangi sayıları söylemiş olabilirler?

- ✓ Sürecin sonunda kaç kişi eşit sayıda kurabiye yemiştir?

3) Mantıksal muhakeme

6'dan başlanarak altışarlı ritmik sayılıyor ve son söyleyen kişi 114 sayısını söylüyorsa 114'ü 6'ya bölmek pencere kenarında kaç kişi olduğunu cevabını verecektir. Aynı şekilde 133'ü 7'ye bölmek de duvar kenarında kaç kişi olduğunu cevabını verecektir. Aynı sayıyı söyleyen öğrencilerin hangi sayıyı söylediklerini bulmak için 6 ve 7 çarpılır ve en küçük ortak katı bulunur. Daha sonra 42 eklenerek 84'ü de ortak söyledikleri belirlenir.

1) Tüm olasılıkları düşünme

6'dan başlayarak 114'e kadar altışar altışar yazılır.
6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, 96, 102, 108, 114
7'den başlayarak 133'e kadar yedişer yedişer yazılır.
7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98, 105, 112, 119, 126, 133
Yazılan sayıların hepsi tek tek sayılır ve sınıf mevcudunun 38 olduğu anlaşılır. Yazılan sayılara bakılarak tekrar edilen sayılar nelerdir bulunur ve ikişer kurabiye kaç kişinin aldığına karar verilir. Yine yazılan sayılara bakılarak sürecin sonunda kaç kişi eşit sayıda kurabiye yemiş bulunur.

2) Örüntü arama

6'dan başlanarak altışar sayılarak 114'e kadar gidiliyorsa
6*1=6 (birinci kişi) 6*2=12 (ikinci kişi) 6*3=18 (üçüncü kişi)
6*?=114 ise ? yerine gelecek sayı kaçınca kişi olduğunu belirtecek.
114/6=19 pencere kenarında 19 kişi var.
7'den başlanarak yedişerli sayılarak 133'e kadar gidiliyorsa
7*1=7 (birinci kişi) 7*2=14 (ikinci kişi)
7*?=133 ise ? bulalım. ? yerine 133/7'den 19 olduğu bulunur. Yani 19. kişi 13 sayısını söylemiştir. Buradan da duvar kenarında 19 kişi olduğunu anlıyoruz.

4) Canlandırma

Öğrencilerden pencere kenarında oturanlardan en önden başlayarak saymaları istenir. Bu öğrenciler 6'dan başlayarak altışarlı sayarlar. Daha sonra duvar kenarında oturanlardan en arkadan başlayarak saymaları istenir. Bu öğrenciler 7'den başlayarak yedişerli saymaları istenir. Sonra sayı söyleyen öğrenciler sayılır ve bu şekilde 38'e ulaşılır. Ve her bir öğrenciye birer kurabiye verilir. Söylenen sayılar tahtaya yazılır ve öğrencilerden aynı sayıyı söyleyenlerin tahtaya çıkmaları ve hangi sayıları söylediklerini söylemeleri beklenir. Tahtaya çıkan öğrencilere ikişer kurabiye daha verilir. En sonunda kaç kişi kaç kurabiye almış öğrencilere bakılarak eşit sayıda alanlar belirlenir.

Hazırlanan problemin farklı stratejilere imkan vermesinin yanında öğrencilerin seviyesine uygun olduğu belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının uygulama esnasında öğrencilerin problemi anlamasına odaklandıkları gözlenmiştir. Hatta öğrencilerden birinin "*Öğretmenim hadi problemi çözelim*" ifadesi üzerine öğretmen adayları "*Tabi ki çözeceğiz ama önce problemi anlayalım, probleminden ne anladık?*" gibi ifadeler kullanmıştır. Öğretmen adaylarının yaptıkları bu açıklamanın uygulama sürecinde problemi anlamaya yer verdiklerinin bir kanıtı olarak nitelendirilebilir. Öğretmen adayları problemi anlama aşamasına uygulamalarında yer vermiş olsalar da problemin çözümü için bir strateji belirlenmesi aşamasına yer vermedikleri doğrudan çözüm aşamasına geçiş yaptıkları gözlenmiştir. Ancak çözüm aşamasında öğrencilerin farklı fikirlerini işe koşmaya çalıştıkları yani tartışma ortamı oluşturma gayretleri dikkati çekmiştir. Aşağıda sınıf ortamından bir kesit sunulmuştur.

Öğrenci 1: Hocam bence şöyle çözebiliriz. Şimdi 114'ü 6'ya böldüğümüzde 19, 133'ü de 7'ye böldüğümüzde 19 oluyor. Yani galiba cevap 19.

*A Öğretmen Adayı: **Hım peki. Bunu aklımızda tutalım, şimdi cevap vermeyeceğim sana. Şimdi soruyu tekrar bir bakalım. Azra öğretmen oyuna başlamadan önce her bir öğrenciye birer tane kurabiye dağıtacakmış. Şimdi biz bu birer kurabiyeyi yani sınıfta olan öğrencilere ritmik saymadan ulaşıarak kaç tane kurabiye vermesi gerektiğini bulacağız. Yani her bir kişiye bir tane kurabiye verildiğine göre öğrenci sayısını bulacağız.***

Öğrenci 3: Hocam o zaman toplamda 38 öğrenci var, 38 kurabiye verilir.

*A Öğretmen Adayı: **Tamam sen nasıl buldun peki?***

Öğrenci 3: Hocam duvar tarafındakiler yedişer sayıyormuş en son 133 demiş. O zaman 133' ü 7'ye böldüm 19 oluyor. Sonra hocam birde diyor ki pencere tarafındakiler altışarlı ilerliyormuş en arkadan başlıyormuş en öndeki 114 dediğine göre 114' ü 6'ya böldüm 19 çıktı. Yani her ikisi de 19 çıktı. 19 19 daha 38. Herkese bir tane kurabiye vereceği için 38 oluyor.

A Öğretmen Adayı: Evet, peki. Bu arada her iki arkadaşınız da aynı şeyi söyledi bana. Siz bu arkadaşlarınıza katılıyor musunuz? Doğru mu söylediler?

Öğrencilerden bazıları: Evet, evet...

*B Öğretmen Adayı: **Herkes doğru mu diyor, başka fikri olan ya da yanlış olduğunu düşünen yok mu?***

*Öğrenci 1: Hocam ben başımı dedim, Enes'te sonunu söyledi. Ayşegül Öğretmen: Yani evet, ikinizde anlatmış oldunuz. **Peki sizce bu soruyu başka nasıl çözebiliriz?***

Öğrenci 2: Hocam aynı şey galiba ama 114 ile 133'ü toplayıp 6'ya bölebiliriz.

*A Öğretmen Adayı: **Arkadaşınız söylediğine katılıyor musunuz? Olur mu sizce?***

Öğrenciler: Olmaz hocam.

*C. Öğretmen Adayı: **Neden olmaz? Nedenini merak ediyorum, bana neden olmayacağını söyler misiniz yani olmaz diyenler.***

Öğrenci 4: Hocam çünkü 7' de var. 7' ye de bölmesi lazım

*A Öğretmen Adayı: **Evet değil mi arkadaşlar. Bir taraftaki öğrenciler altışarlı sayıp en sondaki 114 dediği için altıya bölüyoruz, diğer taraftakiler ise yedişerli sayıp 133 söylüyor. Bunu da yediye bölüyoruz. Oldu mu, anladık mı?***

Öğrenci 4: Hocam zaten ikisini topladığımız da altıya bölünmedi.

*A Öğretmen Adayı: **Hım anladım. Yani aslında senin yaptığın ikisini harmanlayıp düşündün herhalde.***

Öğrenci 2: Evet öğretmenim.

Sınıf ortamından alınan bu kesit değerlendirildiğinde öğretmen adayının öğrencilerin düşüncelerini sorgulattığı bu fikirleri doğru yanlış şeklinde sınıflandırmayıp tartışma ortamında değerlendirmeye çalıştığı dikkati çekmiştir. Bunun yanında öğrencilerin yanlış düşüncelerini doğrudan yanlış olarak değerlendirmemiş yaptığı yanlışın farkına varmasını sağlayacak sorgulatmalar yapmaya çalışmıştır.

Öğrenci 5: Hocam, o zaman 6 ve 7'yi toplayıp bölsek olur mu?

*A Öğretmen Adayı: **Hi, yani bir sayı ikiye bölünüyordur aynı zamanda üçe de bölünüyor. O zaman üç ile ikiyi topladığımızda yani beşe de bölünebilir diyebilir miyiz? Bir düşün bakalım.***

Öğrenci 5:

A Öğretmen Adayı: ...36 sayısına bakalım mesela. İkiye bölünür mü?

Öğrenci 5: Evet.

A Öğretmen Adayı: Üçe bölünür mü?

Öğrenci 5: Evet.

D Öğretmen Adayı: Beşe bölünür mü peki?

Öğrenci 5: Hayır.

A Öğretmen Adayı: Şimdi ne dersin?

Öğrenci 5: Evet bölünmez anladım şimdi. 36 sayısı ikiye ve üçe bölünebilirken beşe bölünmez. Burada olduğu gibi altıya ve yediye bölünüyorsa, $6+7=13$ 13'e bölünmez.

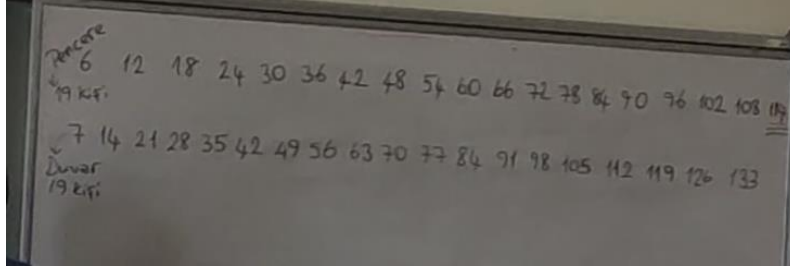
Sınıf ortamından alınan kesitte görüldüğü gibi öğretmen adaylarının öğrencilerin yanlışlarını bulmasına yönelik sorgulatma çabaları gözlenmiştir. Ders planlarında ele alınan problemi farklı çözüm stratejileri ile çözdükleri gözlenirse de aynı şey uygulama sırasında gözlenmemiştir. Örüntü arama stratejisi odaklı bir çözüm ortamının oluşturulduğu sınıfta ekok kavramlarının neden kullanılması gerektiğine dair öğrencilerde farkındalık oluşturma çabaları da dikkati çekmiştir. Sınıf ortamından kesit aşağıdadır.

A. Öğretmen Adayı: Nasıl çözebiliriz?

Öğrenci 1: Hocam ben de şöyle düşünüyorum. Şimdi altışar altışar olunca 114, yedişer yedişer olunca 133 olduğuna göre onları sıralayıp kaç defa saydığımızı toplasak. Mesela 7, 14, 28 ..böyle 133 e kadar sıralasak, diğerini de yani 6, 12.. 114 e gelene kadar sıralasak 19 tane olup toplarız. Bu şekilde tek tek yazıp bulabiliriz.

Şekil 3

Grup 2'nin Sınıf Ortamından Kesit



D. Öğretmen Adayı: Şimdi gelelim arkadaşlarımızın dediği gibi 114 sayımızı 6'ya, 133 sayımızın 7'ye bölmek meselesine. (Öncesinde öğrencilerden biri 114 sayısını 6'ya, 133 sayısını da 7'ye bölerek sonuca ulaşabileceğini ifade etti). Arkadaşlarımız dediler ki öyle bölerek de ben 19'a ulaşabilirim. Hem fikir misiniz, ne düşünüyorsunuz? (Öğrencilerin yarısı hem fikir olduğunu, yarısı olmadığını ifade ediyorlar. Öğrencilerin fikirlerini önceden ifade ettikleri için öğretmen devam ediyor). Tamam o zaman şöyle yapalım. Bu 19'u arkadaşlarımızın dediği yöntemin nereden geldiğine bakalım. Anlaştık mı? 6, 1. Kişimiz değil mi? Peki ben bunu çarpan şeklinde yazmak istesem. Nasıl yazabilirim?

Öğrenci 3: 6×1 şeklinde yazabilir miyim?

A. Öğretmen Adayı: Evet değil mi? Peki 12 sayısını nasıl yazarız?

Öğrenci 3: 6×2

(Bundan sonra öğretmen adayı tek tek soruyor, öğrenciler kaçınca kişi olduklarını söylüyor).

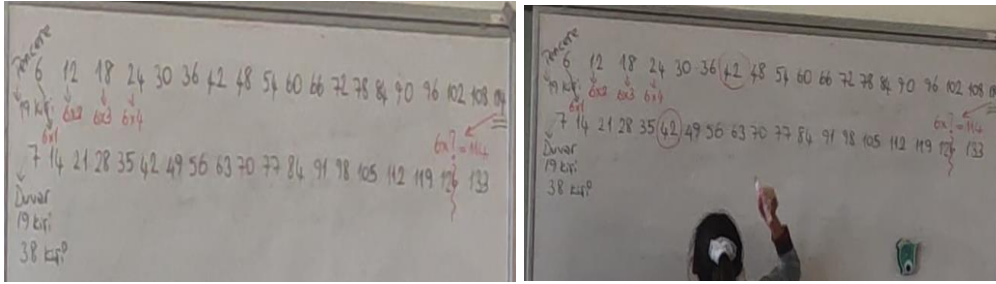
.....

C. Öğretmen Adayı: **Şimdi geldik 114'e bize sonuncuyu söyleyenin kaçınca kişi olduğunu soruyor değil mi?**

(Öğrenciler 19 diye bağıyor).

Şekil 4

Grup 2'nin Sınıf Ortamından Kesit



A. Öğretmen Adayı: Artık oyuna başlayalım. Altışarlı ve yedişerli sayıldığında aynı sayıyı söyleyen öğrenciye ikişer kurabiye verilecek ise Azra Öğretmen kaç tane öğrenciye ikişer kurabiye verir? Peki şunu sorayım size (tahtayı işaret ederek) biz burada 42 ve 84 sayılarını yazdığımız için gördük. 42 ve 84 ortak, baktığımız zaman hiçbir sayı ortak değil. Biz bunları böyle tek tek yazmasaydık nasıl bulacaktık, 42 ve 84'ü? **Şimdi yazdığımız için gördük, zaten ortada. Yazmasaydık ne olacaktı?**

Öğrenci 8: 6 ve 7'nin ortak katları.

B. öğretmen Adayı: **Humm, 6 ve 7'nin ortak katları. Sen ne diyorsun?**

Öğrenci 3: Hocam ben şöyle düşündüm hocam. Şöyle 6,12,18,24,30,36,42 yazarım hocam ikisinde 42'ye ulaştığım zaman. 42'nin katları olacağı için 42 ve 84 olacağını biliyorum.

A. Öğretmen Adayı: **42 ve 84'ün katı olarak mı biliyorsun, hum tamam. Güzel. Başka bir fikri olan var mı?**

Öğrenci 4: Hocam büyük olarak 42'yi bulduktan sonra 42, 42 artırırım. Sonra 114 ve 133'ten küçük en küçük katıyla en büyük katını bulurum. Yani 0 ile 133...

Sınıf ortamından verilen kesit değerlendirildiğinde Ebob ve Ekok kavramları ile ilk defa karşılaşan öğrencilerin bu kavramların anlamları üzerine düşünmelerini sağladığı yorumu yapılabilir. Bu süreçte öğrencilerin zorluk yaşayabileceği bir noktaya değinen öğretmen adayları sayıların ekok'larının bulunması sürecinde aralarında asal olma durumlarına değerlendirmelerine yönelik bir sorgulatma yapmıştır. Sınıf ortamından kesit aşağıdadır.

A. Öğretmen Adayı: **6 ve 8 olsaydı. Altışarlı ve sekizerli gitseydik ritmik ritmik. Bu düzen aynı. (Tahtadaki 6 ve 8'den başlayarak ritmik şekilde yazılan sayıları göstererek) Şurasının sadece 8 olduğunu ve sekizer sekizer devam ettiğini düşün. Orda ne yapardın? Orda da mı 6 ile 8'i çarpardın?**

Öğrenci 1: Aynen hocam. Hocam çünkü 48'e ulaşıyorsun ikisini çarpınca

A. öğretmen Adayı: **Tamam 48. (48'i tahtaya yazar.)**

Öğrenci 4: Hocamm.

C. Öğretmen Adayı: Dinliyorum.

Öğrenci 4: Hocam ama öyle yapınca arkadaki 24'ü unutmuş oluyor.

A. Öğretmen Adayı: **Evet ne diyorsunuz arkadaşımızın düşüncesine? 24'ü atlıyoruz değil mi biz 6 ile 8'i çarparsak. Ne yapmamız lazım?**

Öğrenci 7: **Şimdi bizim amacımız en küçük ortak katlarına ulaşmak. 24'ü kaçırtıyoruz böyle bir durumda. Bu durumda ne yaparız? (Tahtada 6 ile 8 çarpanlarına ayırıyor).**

D. Öğretmen Adayı: **Burada da dikkat etmemiz gereken 6 ile 8'in katında, arkadaşlarımız sonradan doğru cevabı buldu, direkt çarpıyoruz aslında biz bu sayıları. Bunu neden çarpabildik? Bu sayılar çünkü aralarında asal. Birbirleriyle çarpmaktan başka daha küçük bir katları olamaz. Çünkü zaten aralarında asal. Bu sayılar (6 ve 8'i göstererek) aralarında asal olmadığı için daha küçük katı oluyor. Orda dikkat etmemiz gereken nokta bu. Bu soruda da anlaşılmayan bir yer var mı? Kafası karışan?**

Öğrenciler: Yok anladık şimdi.

Sınıf ortamındaki bu kesit değerlendirildiğinde öğretmen adaylarının öğrencilerin sayılarını en küçük ortak katını bulurken yaşayabilecekleri temel zorluklardan birini sınıf ortamında yer verme çabaları dikkati çekmiştir. Öğrencilerin cevaplarından hareketle de bu süreçte de nelere dikkat edilmesi gerektiğine dair açıklamalar yapmaya çalışmışlardır. Tüm bunlar öğretmen adaylarının öğrencilerin zorluklarını dikkate aldıklarını ve uygulama sürecini buna göre şekillendirmeye çalıştıklarını göstermektedir. Dersin geri kalanında problemin kalan kısmı çözümlenmiştir. Ancak öğretmen adaylarının problemin gerek farklı yolla çözümlenmeyeceği gerekse çözümlerin doğruluğu ve değerlendirilmesi hakkında herhangi bir sorgulama gerçekleştiremediği gözlenmiştir.

5.2. Grup 4'ün Problem Çözmeye Yönelik Pedagojik Bilgileri

Tablo 5'de bu grubun gerçekleştirdikleri uygulamada problem çözme sürecine nasıl yer verdikleri gözlenmiştir.

Tablo 5

Grup 4'ün Problem Çözmeye Yönelik Pedagojik Bilgileri

Bilgi bileşeni	Alt bileşen	Y.V.	K.Y.V	Y.V.M
Problem çözücü olarak öğrencilerin bilgisi	Öğrencilerin problem çözmeye ilişkin yaşayabilecekleri zorluk ve hatalar Öğrencilerin seviyelerine uygun problemler hazırlama	✓ ✓		
Problem çözmeye yönelik görevlerin (task) bilgisi	Rutin olmayan problemler hazırlayabilme Farklı problem çözme stratejileri ile çözmeye imkan vermesi Yer verilen stratejiler	✓ ✓		Uç durumları düşünme Tüm olasılıkları düşünme Verileri organize etme Daha basit benzer bir problem çözme
Öğretim sürecinde problem çözme aşamaları bilgisi	Problemin anlaşılması Problemin çözümü için bir strateji belirlenmesi Stratejinin uygulanması Değerlendirme	✓ ✓	✓	✓

Farklı Problem çözüme
stratejilerine yer verme ✓
Tartışma ortamı oluşturma ✓

Öğretmen adaylarının hazırladıkları ders planında ve uygulamada yer verdikleri görev incelendiğinde bu görevin rutin olmayan bir problem olduğu gözlenmiştir. Bu problem ayrıca farklı stratejiler kullanılarak çözülebilmektedir. Öğretmen adaylarının hazırladıkları problem ve çözerken kullandıkları stratejiler Şekil 5’de gösterilmiştir.

Şekil 5

Grup 4’ün Hazırladıkları Problem ve Çözüm Stratejileri

İki komşu olan Mustafa Amca ve İrfan Amca, alanları aynı ve dikdörtgen şeklinde olan bahçelerini telle çevirmişlerdir. Mustafa Amca'nın bahçesinin uzun kenarı 36 metre ve kısa kenarı 4 metredir. İrfan Amca ise bahçesinin kenar uzunluklarını bilmemektedir fakat Mustafa Amca'nın kullandığı toplam tel miktarından daha fazla tel kullandığını söylemektedir. İrfan Amca'nın, bahçesinin çevresini tel ile çevirirken en fazla miktarda tel kullanması için bahçenin kısa kenarının ve uzun kenarının uzunluğu kaç metre olmalıdır?

2.) Uç durumları düşünme

Bu soruda uç durumları düşünen bir öğrenci alanlarının aynı olduğunu bildiği için kısa kenarının en kısa ve en uzun olabileceği değerleri alarak soruyu çözmeye çalışır. Bu değerler de 1 cm ve 12 cm'dir. Yani İrfan Amca'nın bahçesinin kenarlarının alabileceği değerler 1-144 cm ve 12-12 cm olur. Bize İrfan Amca'nın, Mustafa Amca'dan daha fazla tel kullandığı söylendiği için önce Mustafa Amca'nın bahçesinin çevresi bulunur. Mustafa Amca'nın bahçesinin çevresi $2 \cdot (36+4) = 80$ cm olduğu görülür.

Düşünmüş olduğumuz uç durumlarından çevre uzunluğunun 80 cm'den fazla olan ve en fazla olacak olanın 1-144 cm; $2 \cdot (1+144) = 290$ olduğu için cevabımız 1-144 cm olur.

1.) Tüm olasıları düşünme -verileri organize etme



Alanları aynı olduğu bilindiğine göre;
İrfan Amca'nın bahçesinin alanı $36 \cdot 4 = 144$ m²'dir.

O halde;

- $a \cdot b = \text{Çevre}$
- 1-144 = 290
 - 2-72 = 148
 - 3-48 = 102
 - 4-36 = 80
 - 6-24 = 60
 - 8-18 = 52
 - 9-16 = 50
 - 12-12 = 48 değerlerini alabilir.

Soruda İrfan Amca'nın Mustafa Amca'dan daha fazla tel kullandığı söylendiği için çevre uzunluğu 80 m'den büyük olan değerleri alabiliriz. O halde geriye üç değerimiz kalıyor (1-144, 2-72, 3-48) ve soruda en fazla tel kullanacak dediği için cevabımız 1-144 cm olur.

3.) Daha basit benzer bir problem çözüme



Alanlarının 144 m² değil de 48 m² olduğunu ve kenar uzunluklarının 6 m ve 8 m olduğunu düşünerek soruyu çözecek olursak alabileceği değerler;

- 1-48
- 2-24
- 3-16
- 4-12
- 6-8 'dir.

Soruda Mustafa Amca'dan daha fazla kullandığı söylendiğine göre 6-8 kenar uzunluklarını alamayız. Geriye kalan değerler arasında çevresi en fazla olacak değer 1-48 yani $2 \cdot (1+48) = 98$ m'dir.

O halde kısa kenarımız ne kadar kısa ve uzun kenarımız ne kadar fazla ise en fazla çevre uzunluğu bu değerlerde olur. Soruya geri döndüğümüzde kısa kenarının en kısa olduğu 1m, uzun kenarının en uzun olduğu 144m'dir. Cevabımız 1-144 m olur.

Öğretmen adaylarının hazırladıkları problemin öğrencilerin seviyesine uygun olacak şekilde rutin olmayan problem olduğu ve farklı stratejilerle çözülebildiği ortaya çıkmıştır. Bu grubun gerçekleştirdikleri uygulamada problem çözme sürecinin ilk aşaması olan problemi anlamaya yer verme çabaları dikkati çekmiştir. Öğrenciler problem verildiği an hemen çözmeye yönelik girişimlerde bulunmuşlar öğretmen adayı “Şimdi çözüme geçmeden önce burada bize ne anlatılmak isteniyor?, Problemden ne anladınız?; Evet, problemde başka nelerden bahsetmiş?” gibi sorularla öğrencilerin problemi anlamaya odaklanmalarını istemişlerdir. Problemin ne anlam ifade ettiği hakkında konuşurken öğretmen adayları öğrencilerin alan ile çevreyi karıştırdıklarını fark etmiştir. Bu duruma ilişkin sınıf ortamından kesit aşağıdadır.

“E. Öğretmen Adayı: Şimdi geçen sene öğrendiğimiz bilgileri biraz hatırlayalım. Alan neydi arkadaşlar?”

Öğrenci 1: Bir şeyin çevresi

F. öğretmen Adayı: Çevresi alan mıydı?

Öğrenci 2: Bir şeyin kenarları değil iç tarafı.

G. öğretmen Adayı: Evet ne diyorsunuz arkadaşlarımızın düşünceleri hakkında? Hangi arkadaşınıza katılıyorsunuz? Mesela okulun bahçesinin çevresi desem ne dersiniz?

Öğrenci 3: Çıkar koşarım etrafında

H. Öğretmen Adayı: Alanı dersem ne dersiniz?

Öğrenci 4: Hımm bahçenin tamamı.

E. öğretmen Adayı: Evet ne diyorsunuz arkadaşlarımızın düşüncesi hakkında?

Öğrenciler: Evet anladım.

Sınıftan verilen kesit değerlendirildiğinde öğretmen adaylarının öğrencilerin çevre ile alan kavramlarını karıştırdıklarını fark ettikleri ve öğrencilerin bu zorluğunun üstesinden gelmeye yönelik sorgulamalar yaptıkları dikkati çekmiştir. Öğretmen adaylarının problemi anlamaya yönelik girişimleri dikkate çekse de problemin çözümü için bir strateji belirlenmesi aşamasına kısmen yer verme girişimleri dikkati çekmiştir. “*Tamam şimdi problemi anladık. Neler yapabiliriz?*” ifadeleri açık açık ifade etmeseler de problemin çözümü için bir strateji aşamasına yer vermeye çalıştıklarını göstermektedir. Öğrencilere süre verilmiş ve öğrencilerden grupça sorunun çözümüne odaklanmaları istenmiştir. Öğretmen adayları gruplar arasında tek tek dolaşmış ve öğrencilerin çözümlerini incelemiştir. Sınıf ortamından kesit aşağıdadır.

Şekil 6

Grup 4'ün Sınıf Ortamından Kesit



Öğrenciler çözümlerini tamamladıktan sonra her gruptan bir öğrencinin yaptıkları çözümü savunmaları istenmiştir.

Şekil 7

Grup 4'ün Sınıf Ortamından Kesit



Yukarıda sınıftan kesit sunulduğu gibi öğretmen adayları ile öğrenciler arasında gerçekleşen diyaloglardan bir kesit aşağıdadır.

E. öğretmen Adayı: Şimdi her gruptan bir kişi bize neler düşündüğünü söyleyecek tamam mı?

Öğrenci 3: Cevap 290.

G. öğretmen Adayı: Şu an cevabı istemiyorum. Nasıl düşündünüz?

Öğrenci 3: Uzun kenarı 144 buldum, kısa kenarı 1 buldum. Sonra bunları topladım kenarlarını öyle buldum.

H. öğretmen Adayı: Peki bu sonuca nasıl ulaştın? Yani nereden yola çıktın?

Öğrenci 3: Burada en fazla dediği için en fazla 144 en az 1 olması gerekiyor. Çarpınca aynı olması gerekiyor.

E. öğretmen Adayı: Alanları aynı olduğu için kenarlarını bulmaya çalışıyoruz diyorsun, başka fikri olan?

Öğrenci 7: Alanlara aynı dediği için o zaman bunların alanları 144 tür. Ama tel miktarı daha fazla olması gerekiyor.

G. öğretmen Adayı: Tel miktarı bize neyi ifade ediyor?

Öğrenci 8: Çevre

H. öğretmen Adayı: Evet çevresini ifade ediyor değil mi?

Öğrenci 9: Mustafa amcayla alanları aynı olduğu için ikisini topladım. 144, 144 daha 288 yapıyor.

B. öğretmen Adayı: Neden topladın?

Öğrenci 9: Çünkü çevreyi soruyor.

B. öğretmen Adayı: Çevreyi bulurken alanı mı topluyoruz?

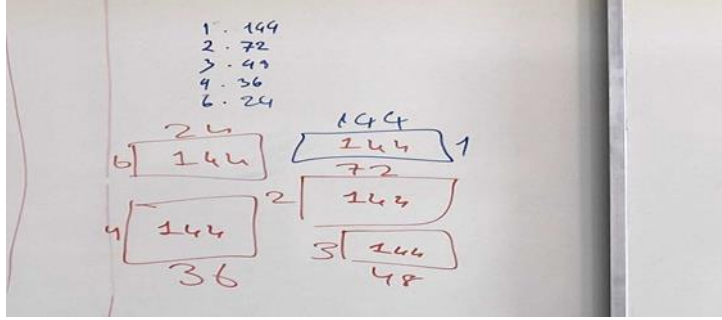
Öğrenci 9: aaa tamam.

E. öğretmen Adayı: Soruda İrfan amcanın bahçesinin çevresi daha büyüktür demiş. Bunu nasıl çözeceğimize dair yani siz deneyerek buluyorsunuz yani değer vererek.

Burada öğretmen adaylarının çözüm için öğrencilere söz hakkı verdiklerinde “*Şu an cevabı istemiyorum. Nasıl düşündünüz?*” sorusu problemin çözümü için bir strateji belirlenmesi aşamasına kısmen yer verdiklerinin bir göstergesi olarak değerlendirilebilir. Bu süreçte öğretmen adaylarının öğrencinin yaşadığı bir zorluğu da fark ederek sordukları sorularla öğrencilerinde fark etmelerini sağlamışlardır. Aşağıdaki kesitte de sunulacağı gibi grupların hepsinin tüm olasılıkları düşünme stratejisi ile problem çözdüğü belirlenmiştir. Gruplardan birinin çözümünü savunmasına ilişkin sınıf ortamından kesit aşağıdadır.

Şekil 8

Grup 4'ün Sınıf Ortamından Kesit



B. Öğretmen Adayı: **Peki o zaman diğer gruba soralım. 2 metre ve 72 metre, 3 metre ve 48 metre dururken 1 metre ve 144 metreyi aldınız?**

Öğrenci 3: İrfan amcanın daha fazla olması gerektiği için bunu aldık. Sonra toplayarak bulduk.

A. Öğretmen Adayı: **Neyin fazla olması gerekiyordu?**

Öğrenci 3: *Yani çevresinin.*

E. Öğretmen Adayı: **Arkadaşınıza katılıyor musunuz diğer gruplar? Doğru mu söyledi sizce? Farklı düşünen var mı?**

Öğrenci 9: *Bizde aynı bulduk.*

G. öğretmen Adayı: **Evet arkadaşlar peki bu dikdörtgenleri yazdığımız zaman bunların hepsinin alanı 144 metre kare oluyor değil mi? Yani burada ne fark ettiniz? Şekillere bakınca ne fark ediyorsunuz?**

Öğrenci 3: *Alanlarının hepsi aynı olarak çıkıyor ama çevreleri farklı olarak çıkıyor.*

B. Öğretmen Adayı: **Evet, bravo çok güzel. O zaman şöyle toparlayacak olursak aynı alana sahip dikdörtgenlerin çevre uzunlukları farklı olabilir miymiş?**

Sınıf: *Evet.*

Sınıf ortamından kesit değerlendirildiğinde öğretmen adaylarının grupların çözümleri üzerine konuştuktan sonra öğrencilerin kazanmalarının hedeflendiği aynı alana sahip dikdörtgenlerin çevre uzunluklarına üzerine konuşmuşlardır. Bu girişimlere rağmen öğretmen adayları ele aldıkları problemin farklı çözüm yollarına ilişkin herhangi bir sorgulama yapmadıkları dikkati çekmiştir. Ayrıca problem çözme sürecinin son aşaması olan değerlendirme aşamasına da yer vermemişlerdir.

5.3. Grup 5'in Problem Çözmeye Yönelik Pedagojik Bilgileri

Tablo 6'da bu grubun gerçekleştirdikleri uygulamada problem çözme sürecine nasıl yer verdikleri gözlenmiştir.

Tablo 6

Grup 5'in Problem Çözmeye Yönelik Pedagojik Bilgileri

Bilgi bileşeni	Alt bileşen	Y.V	K.Y.V	Y.V.M
Problem çözücü olarak öğrencilerin bilgisi	Öğrencilerin problem çözmeye ilişkin yaşayabilecekleri zorluk ve hatalar			✓
	Öğrencilerin seviyelerine uygun problemler hazırlama	✓		
Problem çözmeye yönelik görevlerin (task) bilgisi	Rutin olmayan problemler hazırlayabilme	✓		
	Farklı problem çözme stratejileri ile çözmeye imkan vermesi	✓		
	Yer verilen stratejiler		Mantıksal muhakeme Denklemler kurma Bilinçli tahmin ve kontrol	
Öğretim sürecinde problem çözme bilgisi	Problem çözme aşamaları	✓		✓
	Problemin anlaşılması	✓		
	Problemin çözümü için bir strateji belirlenmesi			✓
	Stratejinin uygulanması	✓		
	Değerlendirme			✓
	Farklı problem çözme stratejilerine yer verme	✓		
	Tartışma ortamı oluşturma			✓

Öğretmen adaylarının hazırladıkları ders planında ve uygulamada yer verdikleri görev incelendiğinde bu görevin rutin olmayan bir problem olduğu gözlenmiştir. Bu problem ayrıca farklı stratejiler kullanılarak çözülebilmektedir. Öğretmen adaylarının hazırladıkları problem ve çözerken kullandıkları stratejiler Şekil 9'da gösterilmiştir.

Şekil 9

Grup 5'in Hazırladıkları Problem ve Çözüm Stratejileri

Gülbeyaz öğretmen ara tatil ödevi olarak öğrencilerden "Küçük Prens" kitabını okumalarını istemiştir. Sınıfta 36 öğrenci olduğu bilinmektedir. Ve tüm öğrenciler 3 gün içerisinde kitaplarını temin etmişlerdir. Her gün bir önceki günden 2 fazla öğrenci kırtasiyeye gidip kitaplarını almıştır. Her bir günde kaç öğrenci kitap almıştır?

1. Mantıksal Muhakeme

$$\frac{1. \text{gün}}{(x)} + \frac{2. \text{gün}}{(x+2)} + \frac{3. \text{gün}}{(x+4)} = 36$$
$$3x + 6 = 36$$
$$3x = 30$$
$$x = 10$$

1. gün: 10
2. gün: 12
3. gün: 14

2. Mantıksal Muhakeme

36 : 3 = 12 → ortanca gün okunan kitap sayısı

$$\frac{1. \text{gün}}{10} \quad \frac{2. \text{gün}}{12} \quad \frac{3. \text{gün}}{14}$$

← -2 +2

4. Bilinçli Tahmin ve Kontrol

1. gün	2. gün	3. gün	okun . toplam	okul
2	4	6	okun . toplam	12 okul
8	10	12	okun . toplam	30 okul
10	12	14	okun . toplam	36 okul

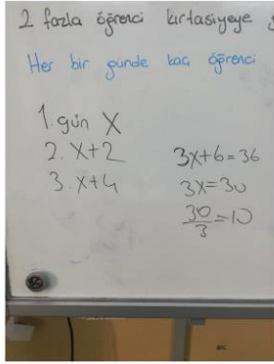
Öğretmen adaylarının hazırladıkları problemin öğrencilerin seviyesine uygun olacak şekilde rutin olmayan problem olduğu ve farklı stratejilerle çözülebildiği ortaya çıkmıştır. Öğretmen adaylarının “Şimdi herkesin bu problem üzerinde sadece düşünmesini istiyorum bu problem bizden ne bekliyor, ne istiyor problemi çözmeyin sadece bizden problemin ne istediğini anlamaya çalışalım tamam mı? Bana anlatmak isteyen arkadaşınız var mı?” şeklindeki sorgulatmaları bunun bir göstergesi olarak nitelendirilebilir. Ancak öğretmen adayları problem için bir strateji belirlenmesi aşamasına yer vermemişlerdir. Bunun yerine problemi anlama aşamasından sonra doğrudan problemi çözme aşamasına geçiş yapmışlardır. “Soruyu anladığımıza göre çözmeye başlayabiliriz herkes yanındaki sıra arkadaşıyla beraber sorunun çözümü için uğraşsın. Hadi bakalım” ifadeleri bunun bir göstergesi olarak nitelendirilebilir. Öğrencilerden bireysel olarak çalışmalarını istemişler ve soruyu çözmeleri için süre vermişlerdir. Öğrenciler çözümlerini tamamladıktan sonra tahtaya istekli öğrencileri kaldırarak soruyu çözmelerini istemiştir. Buna ilişkin sınıf ortamından bir kesit aşağıdadır.

A. Öğretmen Adayı: *evet arkadaşlar şimdi tahtaya gelip benimle birlikte soruyu çözmek isteyen var mı neler düşündünüz ilk önce onları duymak istiyorum. Tahtaya gelebilirsiniz.*

Öğrenci1: (Soruyu okudu çözümü anlatarak aşağıdaki şekilde yaptı.)

Şekil 10

Grup 5'in Sınıf Ortamından Kesit



B.Öğretmen Adayı: *Arkadaşımız güzel bir çözüm yaptı aynı şekilde çözüm yapan arkadaşlarımız var mıydı?*

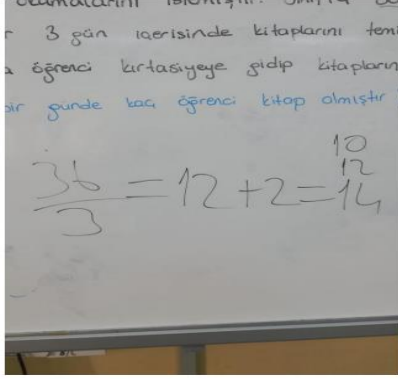
Öğrencilerden bazıları: *ben*

C. Öğretmen Adayı: *Şimdi farklı bir çözüm yolu bulan var mı? (Bir öğrenci daha tahtaya gelir.)*

Öğrenci 2: *Şimdi hocam 36'yı 3'e böldüm 2 artacağı için 2 ile toplayacağız. 12+2=14 3.gününün 1.günüün 10 2.gün 12 oluyor.*

Şekil 11

Grup 5'in Sınıf Ortamından Kesit



D. Öğretmen Adayı: **aferin sana çok güzel çözmüşsün arkadaşınız gibi çözen var mı?**

Öğrenci: Evet bende böyle çözdüm

B. Öğretmen Adayı: **Güzel. Farklı bir çözüm ile problemi çözmek isteyen var mı?**

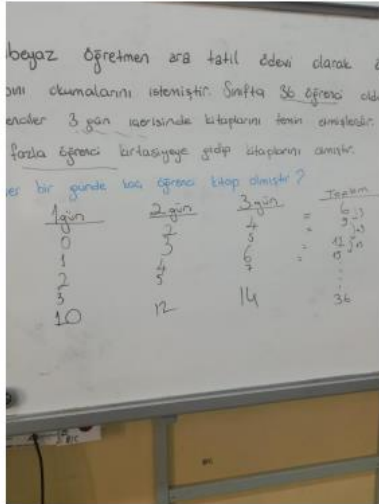
Öğrenci: Bende başka şekilde çözdüm.

C. Öğretmen Adayı: **Nasıl çözdün gelip gösterebilir misin?**

Öğrenci: (Aşağıdaki çözümü yapar)

Şekil 12

Grup 5'in Sınıf Ortamından Kesit



Öğrenci: Şimdi bakınca ilk gün birinci öğrenci hiç kitap almamış olsun, ikinci öğrenci 2, üçüncü öğrencide 4 kitap alırsa toplamda 6 kitap olur. Başka bir ihtimalde birinci öğrenci 1, ikinci öğrenci 3, üçüncü öğrenci ise 5 kitap alırsa toplamda 9 kitap oluyor. Üçüncü ihtimalde de

toplamda 12 kitap oluyor. Toplam kitap sayılarına baktığımda üçer üçer arttığını fark ettim. Toplamı 36 olacak şekilde günleri düşündüğümde 10, 12 ve 14 kitap oluyor.

C. Öğretmen Adayı: Değil mi? Anladık mı arkadaşlar

Öğrenciler: Evet

Sınıf ortamından kesit incelendiğinde öğretmen adaylarının öğrencilerin problemi farklı stratejiler ile çözmelerine imkan verseler de bu çözümler üzerine değerlendirme yapmamışlardır. Yani çözümler ya da öğrenci düşüncelerinden hareketle herhangi tartışma ortamı oluşturamamışlardır. Odak nokta tahtaya çıkan öğrencilerin farklı çözüm yöntemleri olmuştur. Bu süreçte öğrencilerin yaşayabilecekleri zorlukları göz ardı etmişlerdir. Bunun yanında öğretim uygulaması boyunca değerlendirme aşamasına da yer vermemişlerdir.

5.4. Grup 8'in Problem Çözmeye Yönelik Pedagojik Bilgileri

Tablo 7'de bu grubun gerçekleştirdikleri uygulamada problem çözme sürecine nasıl yer verdikleri gözlenmiştir.

Tablo 7

Grup 8'in Problem Çözmeye Yönelik Pedagojik Bilgileri

Bilgi bileşeni	Alt bileşen	Y.V.	K.Y.V	Y. V.M
Problem çözücü olarak öğrencilerin bilgisi	Öğrencilerin problem çözmeye ilişkin yaşayabilecekleri zorluk ve hatalar	✓		
	Öğrencilerin seviyelerine uygun problemler hazırlama	✓		
Problem çözmeye yönelik görevlerin (task) bilgisi	Rutin olmayan problemler hazırlayabilme	✓		
	Farklı problem çözme stratejileri ile çözmeye imkan vermesi	✓		
	Yer verilen stratejiler		Görsel temsil Örüntü arama Canlandırma	
Öğretim sürecinde problem çözme bilgisi	Problem çözme aşamaları	✓		
	Problemin çözümü için bir strateji belirlenmesi			✓
	Stratejinin uygulanması	✓		
	Değerlendirme			✓
	Farklı problem çözme stratejilerine yer verme	✓		
	Tartışma ortamı oluşturma			✓

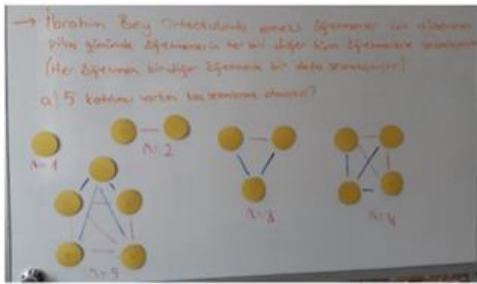
Öğretmen adaylarının hazırladıkları ders planında ve uygulamada yer verdikleri görev incelendiğinde bu görevin rutin olmayan bir problem olduğu gözlenmiştir. Bu problem ayrıca farklı stratejiler kullanılarak çözülebilmektedir. Öğretmen adaylarının hazırladıkları problem ve çözerken kullandıkları stratejiler Şekil 13'de gösterilmiştir.

Şekil 13

Grup 8'in Hazırladıkları Problem ve Çözüm Stratejileri

İbrahim Bey ortaokulunda emekli öğretmenler için düzenlenen pilav gününde öğretmenlerin her biri diğer tüm öğretmenlerle selamlaşmıştır. (Her öğretmen bir diğer öğretmenle bir defa selamlaşmıştır.)

- 5 katılımcı varken kaç selamlaşma olmuştur?
- 5 katılımcı daha eklenirse toplam kaç selamlaşma olur?



Görsel temsil stratejisi

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	3	6	10	15	21	28	36	45
	2	3	4						

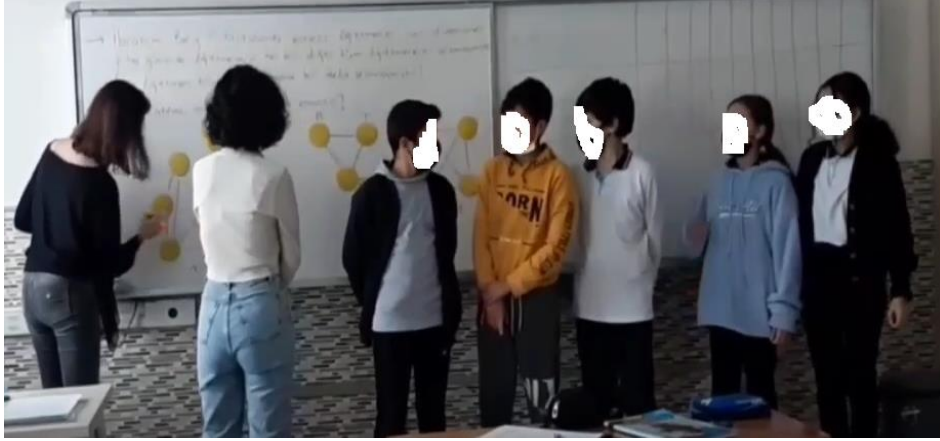
Örüntü arama stratejisi

Canlandırma stratejisi: Tahtaya 5 öğretmeni temsil edecek 5 öğrenci birer birer çağrılır. Öğrencilerin birbiri ile selamlaşması ve toplam selamlaşma sayısına ulaşması beklenilmiştir.

Öğretmen adaylarının hazırladıkları problemin öğrencilerin seviyesine uygun olacak şekilde rutin olmayan problem olduğu ve farklı stratejilerle çözülebildiği ortaya çıkmıştır. Öğretmen adaylarının “Şimdi sorudan ne anladınız? Sorudan ne anladığınızı ifade eder misiniz? Cevaba odaklanmıyoruz” şeklindeki sorgulamaları problemi anlama aşamasına uygulamalarında yer verdiklerini göstermektedir. Sonrasında ise öğrencilerden problemi çözmeleri istenmiştir. Problemin çözümü için strateji belirlenmesi aşamasını göz ardı etmişlerdir. Öğretmen adayları “hani biz şimdi bu problemi canlandıralım.” diyerek doğrudan problemin çözüm aşamasına geçmişler ve canlandırma stratejisini işe koşmuşlardır. Aşağıda sınıf ortamından kesit sunulmuştur (Şekil 14).

Şekil 14

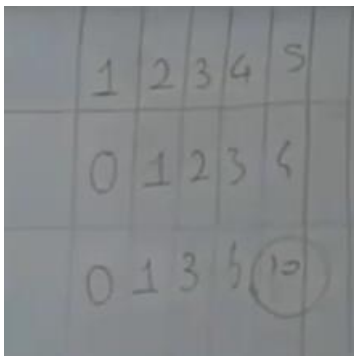
Grup 8'in Sınıf Ortamından Kesit



Öğrencilerin tahtaya kalkmaları ve selamlaşmaları istenmiş sonrasında da tahtaya bu durumun görsel temsili oluşturulmuştur. Bunlar öğretmen adaylarının problemleri çözerken farklı stratejiler kullanma gayreti içerisinde olduklarını göstermektedir. Bu süreçte öğrencilerin yaşadıkları bir zorluğu fark etmişler ve bu zorluğun üstesinden gelmeye yönelik açıklamalar yapabilmişlerdir. Öğretmen adayları problemi canlandırırken öğrencileri sırayla kaldırmışlar ve selamlaşma yapmalarını istemişlerdir. Öğrencilerden biri “*Öğretmenim soruda eksik var tek tek hep birlikte gelmedik ama görsele bakınca hepsi birlikte*” demiştir. Bunun üzerine öğretmen adayları öğrencilerin birlikte gelme durumlarında ortaya çıkacak selamlamayı öğrencilerden canlandırmalarını istemişler ve bu sayede öğrencinin aynı sonuç çıktığını görmelerini sağlamışlardır. Bu çözümler üzerine konuştuktan sonra problemin farklı bir yolla çözümlenemeyeceğini sormuşlardır. Öğrencilerden cevap gelmeyince öğretmen adayları kendileri tablo oluşturmuş ve bu tabloyu öğrencilerden doldurularak istenmiştir. Doldurulan tabloya ilişkin “*burada bir şey dikkatinizi çekti mi?*” diye sorarak öğrencilerden ortaya çıkan örüntüyü fark etmelerini hedeflemişlerdir.

Şekil 15

Grup 8'in Sınıf Ortamından Kesit



Öğretmen adayları öğrencilerin problemi farklı stratejiler ile çözülebileceğini amaçlasa da bu çözümler ve öğrencilerin farklı fikirleri arasında bir tartışma ortamı oluşturamamışlardır. Bunun yanında problem çözme sürecinin son aşaması olan problemi değerlendirme aşamasına da uygulama sürecinde yer vermedikleri gözlenmiştir. Problemi çözdükten sonra dersi tamamlamışlardır.

5.5. Grup 9'un Problem Çözmeye Yönelik Pedagojik Bilgileri

Tablo 8'de bu grubun gerçekleştirdikleri uygulamada problem çözme sürecine nasıl yer verdikleri gözlenmiştir.

Tablo 8

Grup 9'ün Problem Çözmeye Yönelik Pedagojik Bilgileri

Bilgi bileşeni	Alt bileşen	Y.V.	K.Y.V.	Y.V.M
Problem çözücü olarak öğrencilerin bilgisi	Öğrencilerin problem çözmeye ilişkin yaşayabilecekleri zorluk ve hatalar	✓		
	Öğrencilerin seviyelerine uygun problemler hazırlama	✓		
Problem çözmeye yönelik görevlerin (task) bilgisi	Rutin olmayan problemler hazırlayabilme	✓		
	Farklı problem çözme stratejileri ile çözmeye imkan vermesi	✓		
	Yer verilen stratejiler		Mantıksal muhakeme	
			Görsel temsil	
			Canlandırma	
Öğretim sürecinde problem çözme bilgisi	Problem çözme aşamaları	✓		
	Problem anlaşılması	✓		
	Problem çözümü için bir strateji belirlenmesi	✓		
	Stratejinin uygulanması	✓		
	Değerlendirme			✓
	Farklı problem çözme stratejilerine yer verme			✓
	Tartışma ortamı oluşturma	✓		

Öğretmen adaylarının hazırladıkları ders planında ve uygulamada yer verdikleri görev incelendiğinde bu görevin rutin olmayan bir problem olduğu gözlenmiştir. Bu problem ayrıca farklı stratejiler kullanılarak çözülebilmektedir. Öğretmen adaylarının hazırladıkları problem ve çözerken kullandıkları stratejiler Şekil 16'da gösterilmiştir.

Şekil 16

Grup 9'un Hazırladıkları Problem ve Çözüm Stratejileri

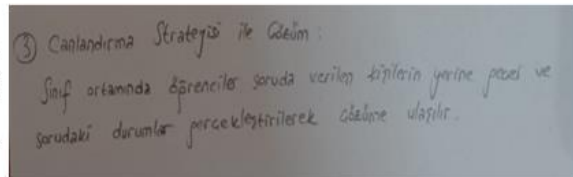
Rıfki'nin 6 Kasım'da doğum günü vardır. Arkadaşları Alper ve Salih Rıfki'ya doğum günü sürprizi planlamışlardır. Plan şöyledir: Arkadaşları Rıfki'nin evine misafir olarak gelecek, arkadaşlarının kardeşleri de ellerinde meyveli bir pastayla arkalarından gelerek kutlama yapacaklar.

Rıfki'nin annesi Ayşe Hanım, oğlunun arkadaşlarının geleceğini duyunca çikolatalı pasta yapar. Arkadaşları gelince de çikolatalı pastayı kendisine, eşine, Rıfki, Salih ve Alper'e eşit olacak şekilde dilimler. Herkes payına düşen dilimi yedikten sonra Alper'in iki kardeşi, Salih'in de bir kardeşi ellerinde çikolatalı pasta ile eşit büyüklükte olan bir meyveli pastayla kapıyı çalarlar. Ayşe Hanım, Rıfki'nin doğum günü kutlandıktan sonra, meyveli pastayı toplam kişi sayısına göre dilimler. Ayşe Hanım ve eşi meyveli pastayı yemek istemediklerini söylemişlerdir. Kalan kişiler meyveli pastadan birer dilim yemiş, Rıfki doymayıp bir dilim daha meyveli pastadan yemiştir. Ayşe Hanım da komşusu Emine Hanım'a meyveli pastadan kalanı göndermiştir.

1) Her bir bireyin yediği pasta miktarlarını bulunuz.

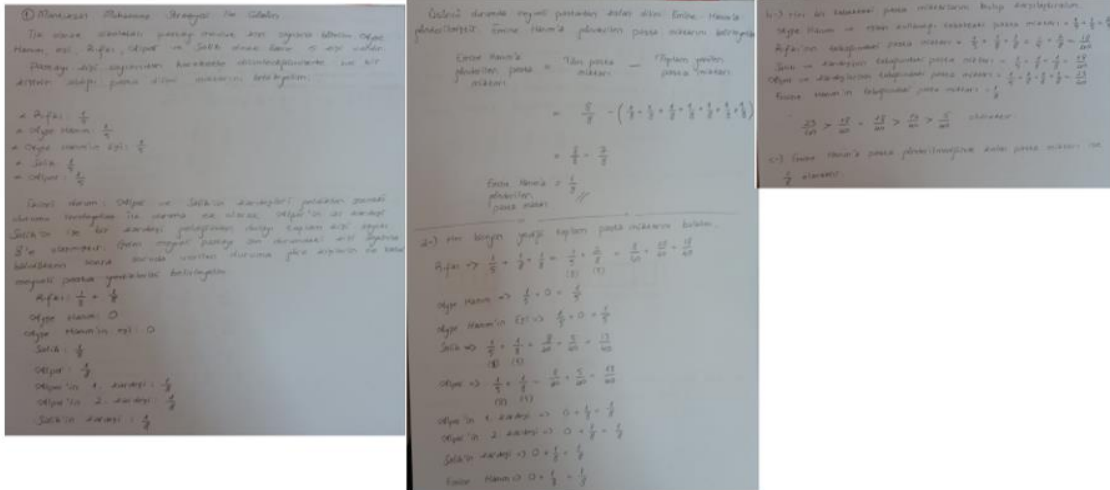
2) Evde tabaklar bulaşık makinasında olduğu için Pastaları Ayşe Hanım ve eşi bir tabakta, Rıfki bir tabakta, Salih ve kardeşi bir tabakta, Alper ve kardeşleri bir tabakta son olarak Emine Hanım bir tabakta yediklerine göre tabaklarındaki pasta miktarlarını karşılaştırınız.

3) Rıfki çikolatalı pasta yemeseydi ve Emine Hanım'a pasta gönderilmeseydi ne kadar pasta kalırdı?

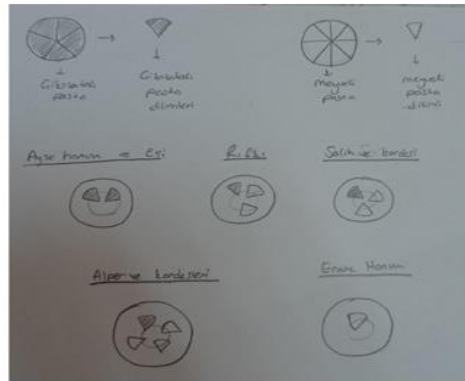
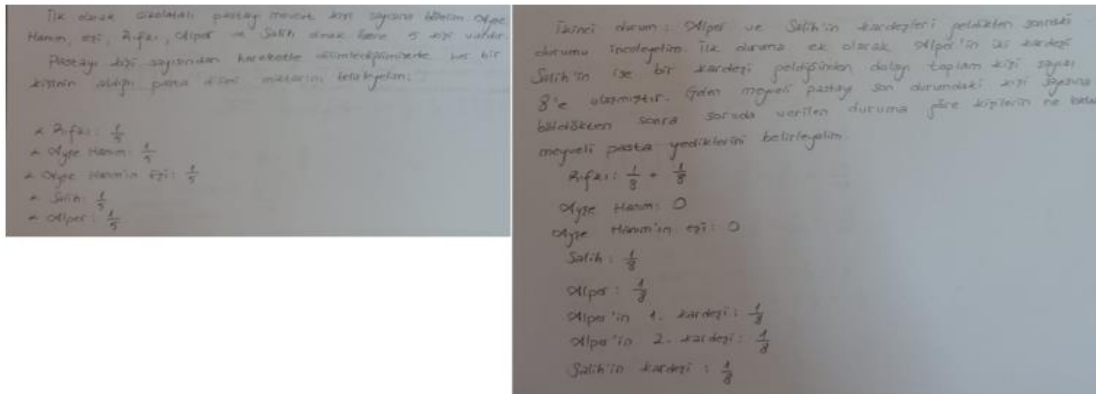


Problem

Canlandırma stratejisi



Mantıksal muhakeme



Görsel temsil stratejisi

Öğretmen adaylarının hazırladıkları problemin öğrencilerin seviyesine uygun olacak şekilde rutin olmayan problem olduğu ve farklı stratejilerle çözülebildiği gözlenmiştir. Öğretmen adaylarının “Soruyu önce anlayalım, verilenleri anlayalım” şeklindeki ifadeleri problemi anlama aşamasına yer verdiklerini göstermektedir. Neredeyse her öğrenciye problemde ne anladıklarını soran öğretmen adayları problemin nasıl çözülebileceğine ilişkin strateji belirlenmesi aşamasına geçiş yaptıkları gözlenmiştir. Öğretmen adaylarının “Başka bir fikri olan var mı? Sizce nasıl ilerleyebiliriz? Nasıl bir yöntem kullanabiliriz?” şeklindeki sorgulamaları bunun bir göstergesi olarak değerlendirilebilir. Ayrıca öğrencilerin görüşlerini ortaya çıkarmayı amaçladıkları gözlenmiştir. Buna ilişkin sınıf ortamından bir kesit aşağıdadır.

Şekil 17

Grup 9'un Sınıf Ortamından Kesit



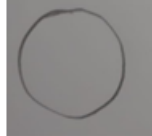
Çözümün nasıl yapılacağı üzerine öğrencilerin görüşlerini sorgulayan öğretmen adayı bu süreçte öğrencilerin yaşadıkları zorlukları da fark edebilmiş ve öğrencilerin bu zorluklarının üstesinden gelmeye yönelik açıklamalar yapmaya çalışmıştır. Öğrencilerden biri çikolatalı pasta ve meyveli pastayı aşağıdaki şekilde modellemiştir.

Şekil 18

Bir Öğrencinin Pasta Modelleme Örnekleri



Çikolatalı pasta



Meyveli pasta

Öğretmen adayı ile öğrenci arasında geçen sınıf ortamından kesit aşağıdadır.

B. Öğretmen Adayı: **Çikolatalı ve meyveli pastayı neden farklı şekilde temsil ettin?**

Öğrenci: Böyle çizmek daha kolay oldu.

C. Öğretmen Adayı: **Peki soruda birşeye dikkat etmeni istiyorum tekrar okur musun? (Öğrenciden soruyu sesli bir şekilde okumasını istiyor).**

Öğrenci: İki pasta için eşit büyüklük diyor.

D. Öğretmen Adayı: **Peki bu ne demek?**

Öğrenci: Dikdörtgende dairede aynı büyüklükte olmalı.

B. Öğretmen Adayı: **Peki senin şekillerin aynı büyüklükte mi?**

Öğrenci: Tam olarak değil öğretmenim

E. Öğretmen Adayı: **Peki aynı büyüklükte olsaydı şeklin çeşidi fark eder miydi?**

Öğrenci: ... (Biraz düşünüyor) Yok değişmezdi.

Sınıf ortamından verilen kesit değerlendirildiğinde öğrencinin kesirlerin hangi durumlarda kıyaslanabileceğine ilişkin yaşadığı zorluğu fark ederek öğrencinin de bu zorluğunun üstesinden gelmeye yönelik sorgulamalar yaptığı dikkati çekmiştir. Öğretmen adayları bu sorgulamaları yapsalar da öğrencilerin problemi farklı yollarla çözülüp çözülemeyeceği ya da farklı çözüm stratejileri ile çözen öğrenci olup olmadığını sorgulatmadıkları gözlenmiştir. Bunun yanında

problem çözüme sürecinin son aşaması olan değerlendirme aşamasına da sınıf uygulamalarında yer vermedikleri dikkati çekmiştir.

TARTIŞMA VE SONUÇ

Öğretmenlerin problem çözmeyi matematik öğretiminin bir amacı olarak algılaması, problem ile öğretimi sınıflarına entegre etmesi öğrencilerin matematiği daha anlamlı öğrenmesine yardımcı olmasının yanında matematiğe karşı olumlu tutum geliştirebilmesini destekleyebilir (Hiebert vd., 1997). Ancak bu kolay bir süreç değildir öğretmenin uygun olan rutin olmayan problemler seçmesinden bu problemin öğretim sürecinde konuşulması, öğrencilerin problemin ne anlama geldiği ve odaklanılan kavramı öğrenmeye desteklemesini sağlaması gibi birçok bilgi ve beceriye sahip olması kilit hale gelmektedir. Bu çalışmada da geleceğin matematik öğretmeni olacak son sınıf öğretmen adaylarının problem çözmeye yönelik pedagojik bilgilerini gerçekleştirdikleri uygulamalar yoluyla ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Öğretmen adaylarının problem çözmeye yönelik bilgileri üç ana bileşen (problem çözücü olarak öğrencilerin bilgisi, problem çözmeye yönelik görevlerin bilgisi, öğretim sürecinde problem çözüme bilgisi) çerçevesinde değerlendirilmiştir. Öğretmen adaylarından elde edilen sonuçların tümü Tablo 9’da gösterilmiştir.

Öğretmen adaylarının problem çözücü olarak öğrencilerin bilgisi iki alt bileşen bağlamında incelenmiştir. Bu alt bileşenler öğrencilerin problem çözmeye ilişkin yaşayabilecekleri zorluk ve hatalar ile öğrencilerin seviyelerine uygun problemler hazırlama olarak değerlendirilmiştir. Öğretmen adaylarının genel olarak öğrencilerin seviyesine uygun problemler hazırlayabildikleri ortaya çıkmıştır. Böyle bir sonucun ortaya çıkmasında lisans programında yer alan “Matematikte problem çözüme” dersinin içeriğinin etkili olduğu söylenebilir. Çünkü bu ders kapsamında problem tasarlarken öğrencilerin seviyesinin nasıl dikkate alınması gerektiği tartışılmıştır. Bu tartışmaların öğretmen adaylarının ders plan ve uygulamalarına yansıdığı söylenebilir. Alanyazın değerlendirildiğinde bazı çalışmalarda (örn, Piñeiro vd., 2021) öğretmen/öğretmen adaylarının problem kurma becerilerinin yüksek olduğu ifade edilirken bazı çalışmalarda (örn, Chapman, 2012; Karp, 2010; Silver vd., 1996) öğretmen/öğretmen adaylarının problem kurmakta zorlandıkları veya kurdukları problemlerin çözülemez olduğu ortaya çıkmıştır. Öğretmen adaylarının problem çözücü olarak öğrencilerin bilgisi bileşeninde değerlendirilen bir diğer bileşen öğrencilerin problem çözmeye ilişkin yaşayabilecekleri zorluk ve hatalardır. Öğretmen adaylarından bir grup hariç (grup 5) uygulamalarında öğrencilerin problem çözmeye ilişkin yaşayabilecekleri zorluk ve hatalara yer vermeye çalıştıkları ve ortaya çıkan öğrenci zorluklarının üstesinden gelmeye yönelik sorgulamalar yapma girişimleri dikkati çekmiştir. Grup 5’in uygulamalarında öğrencilerin problem çözmeye ilişkin yaşayabilecekleri zorluk ve hatalara uygulamalarında yer vermemeleri birkaç başlık altında değerlendirilebilir. Bunlardan ilki öğretmen adaylarının öğrencileri tanımaya ilişkin bilgilerindeki eksiklikler olabilir. Öğretmen adaylarının bu bilgi eksiklikleri gerçekleştirdikleri uygulamalara yansımış olabilir. Bunun yanında öğretime ilişkin bakış açıları da öğretmen adaylarının uygulamalarını bu şekilde şekillendirmelerine sebep olmuş olabilir. Öğrenci düşüncesinden hareketle öğretim uygulamalarının şekillenmesi gerektiğine inanan bir öğretmen uygulamalarını bu doğrultuda düzenleyebilirken, bu noktaya inanmayan bir öğretmenin uygulamalarını öğrenci düşüncesinden bağımsız şekilde gerçekleştirebilir (Handal ve Herrington, 2003). Alanyazın incelendiğinde öğretmenlerin bile rutin olmayan problemleri çözüme konusundaki öğrencileri anlama bilgilerinin yetersiz olduğuna ilişkin sonuçlara ulaşan çalışmalar gözlenmiştir (Uçar, 2019). Uçar (2019) öğretmenlerin rutin olmayan problemlere ilişkin öğrenci hatalarını kısmen veya tam olarak tespit edebildikleri ancak hataların nedenlerini belirleme konusunda yetersiz olduklarını gözlemlemiştir. Özellikle birden çok hata içeren problemlerde öğretmenler hatalardan sadece birini tespit edebilmiş, birden çok hatayı tespit etmede zorlanmışlardır.

Tablo 9*Öğretmen Adaylarının Problem Çözmeye Yönelik Pedagojik Bilgileri*

		Grup 2			Grup 4			Grup 5			Grup 8			Grup 9		
Bilgi bileşeni	Alt bileşen	Y. V	K. Y. V	Y. V. M	Y. V	K. Y. V	Y. V. M	Y. V	K. Y. V	Y. V. M	Y. V	K. Y. V	Y. V. M	Y. V	K. Y. V	Y. V. M
Problem çözücü olarak öğrencilerin bilgisi	Öğrencilerin problem çözmeye ilişkin yaşayabilecekleri zorluk ve hatalar	✓			✓					✓	✓			✓		
	Öğrencilerin seviyelerine uygun problemler hazırlama	✓			✓			✓			✓			✓		
Problem çözmeye yönelik görevlerin (task) bilgisi	Rutin olmayan problemler hazırlayabilme	✓			✓			✓			✓			✓		
	Farklı problem çözme stratejileri ile çözmeye imkan vermesi	✓			✓			✓			✓			✓		
	Yer verilen stratejiler				Mantıksal muhakeme Tüm olasılıkları düşünme Örüntü araman Canlandırma			Uç durumları düşünme Tüm olasılıkları düşünme Verileri organize etme Daha basit benzer bir problem çözmeye			Mantıksal muhakeme Denklemler kurma Bilinçli tahmin ve kontrol			Görsel temsil Örüntü arama Canlandırma		
Öğretim sürecinde problem çözme bilgisi	Problem çözme aşamaları	Problemin anlaşılması	✓			✓		✓			✓			✓		
		Problemin çözümü için bir strateji belirlenmesi			✓		✓				✓			✓	✓	
		Stratejinin uygulanması	✓			✓			✓			✓			✓	
		Değerlendirme			✓			✓			✓			✓		✓
		Farklı Problem çözme stratejilerine yer verme			✓			✓	✓		✓			✓		✓
	Tartışma ortamı oluşturma	✓			✓					✓			✓	✓		

Öğretmen adaylarının problem çözmeye yönelik görevlerine ilişkin bilgileri de iki alt bileşen bağlamında değerlendirilmiştir. Bu alt bileşenler rutin olmayan problemler hazırlayabilme ile hazırladıkları problemin farklı problem çözme stratejileri ile çözülmeye imkan vermesidir. Öğretmen adaylarının bu iki bilgiye ders planlarında yer verebildikleri gözlenmiştir. Öğretmen adaylarının bu bilgilere sahip olmaları dersin içeriği ile ilişkilendirilebilir. Ders kapsamında öğretmen adayları ile rutin/rutin olmayan problemler hakkında ayrıntılı bir şekilde konuşulmuştur. Rutin olmayan problemler üzerine çalışmaları istenmiştir. Öğretmen adaylarının bu uygulamalara katılmaları bilgilerinin gelişimini tetiklemiş olabilir. Alan yazın incelendiğinde bazı çalışmalarda (Hourigan ve Leavy, 2022) öğretmenlerin ilgili problem kurma bilgisine sahip olduklarına dikkat çekilmişken diğer birçok çalışmada öğretmen/öğretmen adaylarının rutin olmayan problemler hazırlama konusunda zorluk yaşadıkları gözlenmiştir (Asman ve Markovits, 2008; Türker-Biber vd., 2017; Lee ve Kim, 2005). Ayrıca problem çözme sürecinde problem kurmanın üstlendiği kritik rol ve problemi değerli yapan noktalarla ilgili öğretmen/öğretmen adaylarının sınırlı bilgiye sahip oldukları ifade edilmektedir (Cai, 2003; Klein ve Leikin, 2020; Takahashi, 2008; Watson ve Ohtani, 2015). Bu bağlamda elde edilen bulguların alan yazınla farklılaştığı söylenebilir.

Öğretmen adaylarının öğretim sürecinde problem çözme bilgileri ise iki alt bileşen çerçevesinde değerlendirilmiştir. İlk alt bileşen olan problem çözme aşamaları problemin anlaşılması, problemin çözümü için bir strateji belirlenmesi, stratejinin uygulanması, değerlendirme ile farklı problem çözme stratejilerine yer verme bağlamında değerlendirilmiştir. Öğretmen adaylarının gerçekleştirdikleri uygulamalarda sordukları sorular ve yaptıkları açıklamalarla problemin anlaşılması aşamasına yer verebildikleri gözlenmiştir. Öğretmen adayları uygulamalarında problemi anlama aşamasına yer verseler de problemin çözümü için bir strateji belirlenmesi aşamasına yer vermekte zorlanmışlardır. Sadece bir grup (grup 9) bu aşamaya uygulamalarında açık bir şekilde yer vermiştir. Strateji belirlenmesinin aksine strateji uygulanması aşamasına bütün grupların uygulamalarında yer verebildiği gözlenmiştir. Problem çözmenin bir diğer aşaması olan çözümlerin değerlendirilmesi aşamasına da grupların hiçbiri yer vermemiştir. Bir diğer alt bileşen olan farklı problem çözme stratejilerine yer verme ise öğretmen adaylarından sadece iki grup (grup 5 ve grup 8) tarafından uygulamalarda dikkate alınmıştır. Öğretmen adaylarının ders planlarında hazırladıkları problemleri farklı stratejilerle çözmelerine rağmen uygulamalarında yer vermekte zorlanmaları dikkat çekicidir. Öğretmen adaylarının uygulamalarında problem çözme aşamalarının bazılarında yer vermelerine rağmen bazı aşamalara yer vermekte zorlanmaları birkaç nedenle ilişkilendirilebilir. Bunlardan ilki öğretmen adaylarının deneyim eksikliği olarak nitelendirilebilir. Gerçek sınıf ortamında uygulamak yapmak konusunda daha az deneyimli olan öğretmen adayları problem çözme aşamalarının tamamına yer vermekte bu yüzden zorlanmış olabilirler. Bir diğer sebep ise zaman kaygısı olabilir. Öğretmen adaylarından bir ders saatinde uygulama yapmaları istenmiştir. Bu süreçte zamanı iyi yönetememe yine böyle bir sonucun ortaya çıkmasına zemin hazırlamış olabilir. Bunun yanında öğretmen adaylarının problem çözmeye ilişkin duyuşsal özelliklerinin de (örn, inanç) bu süreci doğrudan etkilediği düşünülebilir. Dikkat çeken bir diğer bulguda öğretmen adaylarının hazırladıkları ders planlarında problemleri farklı stratejilerle çözmelerine rağmen uygulamalarında buna yer vermekte zorlanmaları olmuştur. Bu bağlamda değerlendirildiğinde öğretmen adaylarının teorik bilgiye sahip olmalarına rağmen bunu uygulamaya yansıtma zorlandıkları söylenebilir. Ayrıca öğrencilerin üstesinden gelemeyeceğini düşünme ihtimalleri de böyle bir sonucun ortaya çıkmasına neden olmuş olabilir. Nitekim çalışmalarda öğretmenlerin öğrencilerin üstesinden gelemeyeceği korkusu nedeniyle zorlayıcı problemler kullanılmasına karşı direnç gösterdiği bildirilmektedir (Ingram vd., 2020; Hourigan ve Leavy, 2022; Russo ve Hopkins, 2019; Sullivan vd., 2010). Halbuki araştırmalar öğrencilerin problem çözme becerisini geliştirmek amacıyla problemlerin farklı çözüm yollarına yer vermeleri gerektiğini vurgulamaktadır (Kayan ve Çakıroğlu, 2008; Leikin ve Lev, 2007; Youngs vd., 2022). Alan yazında öğretmen adaylarının ele alınan problemleri farklı stratejilerle çözmekte zorlandıklarını

ortaya çıkarmıştır (Gürbüz ve Güder, 2016; Yılmaz, 2021). Bu bağlamda elde edilen bulguların alanyazınla farklılaştığı söylenebilir.

Problemi anlama aşamasına yer verilmesine rağmen strateji belirleme aşamasına yer vermekte zorlanmaları kendi öğretim yaşantıları ile ilişkilendirilebilir. Doğrudan problemi çözme odaklı bir öğretim yaşantısına sahip olmaları problem çözme süreçlerine yer vermemeleri böyle bir sonucun ortaya çıkmasına zemin hazırlamış olabilir. Nitekim alan yazında benzer/farklı sonuçlar ortaya koyan çalışmalar mevcuttur (Aylar, 2017; Türker-Biber vd., 2017; Lee ve Kim, 2005; Asman ve Markovits, 2009; Oğraş, 2011; Piñeiro vd., 2021). Aylar (2017) çalışmasında öğretmen adaylarının gerçekleştirdikleri uygulamalardan problemi çözme aşamalarının tamamına uygulamalarında yer vermekte zorlandıklarını göstermiştir. Aylar (2017) öğretmen adaylarından gözlem raporlarında problemi çözme aşamalarına yer vermelerine rağmen uygulamada farklı sonuçlar ortaya çıktığını vurgulamıştır. Alanyazın değerlendirildiğinde de öğretmen/öğretmen adaylarının rutin olmayan problemler hazırlama konusunda zorluk yaşadıklarını ve bu problemlere öğretim süreçlerinde yer vermenin gerekli olduğunu düşünmediklerini ortaya çıkarmıştır (Asman ve Markovits, 2009; Lee ve Kim, 2005; Türker-Biber vd., 2017). Örneğin Türker-Biber vd. (2017) öğretmenlerle gerçekleştirdikleri görüşmelerde rutin olmayan problemlere ilişkin bilgi ve becerilere sahip olduklarını gözlemlemelerine rağmen gerçekleştirdikleri uygulamalara bu bilgi ve becerinin yansımadığını ifade etmiştir. Lee ve Kim, (2005) ve Asman ve Markovits (2009) sınıf öğretmenlerinin büyük çoğunluğunun rutin olmayan problemleri gereksiz ve zaman alıcı gördükleri, derslerinde bu tarz problemlere yer vermediklerini ortaya çıkarmıştır. Elde edilen bu sonuçlarla bizim çalışmamızdan elde edilen bulguların bu anlamda farklılaştığı söylenebilir. Oğraş (2011) ise ilköğretim matematik ve sınıf öğretmeni adaylarının problemde verilenler doğrultusunda bir an evvel sonuca gitme eğiliminde oldukları ve hesap yapma uygulamalarına daha fazla önem verdiklerini ortaya çıkarmıştır. Alan yazın değerlendirildiğinde ortaya çıkan sonuçlar öğretmen adaylarının problemin çözümünün değerlendirilmesi basamağına gereken önemi ve zamanı vermediklerini göstermiştir (Arıkan ve Ünal, 2012; Arslan ve Altun, 2007; Brad, 2011; Crisostomo, 2010; Gür ve Korkmaz, 2003; Oğraş, 2011). Çözümü doğruluğunun değerlendirilmesi yine öğretmen/öğretmen adaylarının uygulamalarda zorlandıkları bir basamak olarak dikkati çekmiştir (Altun, 2006; Arıkan ve Ünal, 2012; Gökçurt vd., 2015).

Öğretmen adaylarının öğretim sürecinde problem çözme bilgisi bağlamında incelenen bir diğer bilgi bileşeni ise tartışma ortamı oluşturabilmeye ilişkin bilgilerdir. Öğretmen adaylarının çoğu (grup 2,4,9) gerçekleştirdikleri uygulamalarda tartışma ortamı oluşturabilmişken öğretmen adaylarının bazıları (grup 5,8) tartışma ortamı oluşturamamışlardır. Böyle bir sonucun ortaya çıkmasında öğretmen adaylarının öğretime süreç değil de sonuç odaklı bir öğretim yaşantısı geçirmiş olmaları sebep olmuş olabilir. Nitekim alan yazın değerlendirildiğinde de öğretmen/öğretmen adaylarının gerçekleştirdikleri uygulamalarda problemin sonucuna odaklandıkları, farklı fikirleri tartışmaya yer vermediklerini gözlenmiştir (Türker-Biber vd., 2017; Uçar, 2019). Ancak araştırmacılar öğrencilerin zorlu görevlerle bağımsız olarak ilgilenmelerine izin vermenin bir diğer deyişle fikirlerin üzerine konuşulan ortamların öğrencilerin düşüncelerini daha görünür hale getirebileceğine dikkat çekmektedir (Hourigan ve Leavy, 2022; Ingram vd., 2020; Sakshand ve Wohltuter, 2010).

SINIRLILIKLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışma öğretmen adaylarının bir ders saatinde gerçekleştiren uygulamalardan elde edilmiştir. Uygulamanın bir ders saatinde gerçekleştirilmiş olması bir sınırlılık olarak nitelendirilebilir. Bu bağlamda ilerleyen çalışmalarda öğretmen adayları ile daha uzun süreli çalışmalar yapılması söylenebilecek ilk öneridir. Çünkü gerçekleştirilen çalışmalarda dikkat çekilen bir nokta öğretmen adaylarının problem çözmeye yönelik daha fazla deneyim yaşamaları

gerektiğidir (Toluk ve Olkun, 2002). Bir diğerk dikkat çekilmesi gereken nokta ise öğretmen adaylarının problem ve problem çözmeye ilişkin inançlarının öğretim sürecine doğrudan etki ettiğidir (Piñeiro vd., 2021). Bu yüzden ilerleyen çalışmalarda öğretmen adaylarının inançlarının derinlemesine incelenmesi problem çözmeye ortamlarının yapılandırılması noktasında araştırmacılara daha detaylı bilgiler sunabilir. Araştırmalar (örn, Darragh ve Radovic, 2019; Hähkiöniemi ve Francisco, 2019; Hourigan ve Leavy, 2022) öğretmenlerin bile problem çözmeyi öğretim süreçlerinde desteğe ihtiyaç duyduklarını vurgulamaktadır. Bu kapsamda öğretmen adaylarının lisans programlarında aldıkları derslerin içeriğini problem çözmeye sürecini destekleyecek şekilde düzenlenebilir (Masingila vd., 2018). Bu çalışmada öğretmen adaylarının problem çözmeye yönelik pedagojik bilgileri üç ana bilgi bileşeni bağlamında incelenmiştir. Bu bilgi bileşenleri arasındaki ilişkiler çalışmanın doğrudan odak noktası olmamıştır. İlerleyen çalışmalarda öğretmen/öğretmen adaylarının bu bilgi türlerinin birbirlerini nasıl etkilediğine odaklanılan çalışmalar yapılabilir. Bu sayede öğretmen/öğretmen adaylarının problem çözmeye yönelik pedagojik bilgileri hakkında daha derinlemesine bilgi sahibi olunabilir.

KAYNAKÇA

- Altun, M. (2006). The teacher trainees' skills and opinions on solving non-routine mathematical problems. *Paper presented at the 3rd International Conference on the Teaching of Mathematics*, İstanbul.
- Arıkan, E. E., ve Ünal, H. (2012). Farklı profillere sahip öğrenciler ile çoklu yoldan problem çözmeye. *Bitlis Eren University The Journal of Science and Technology Journal*, 1(2), 76–84.
- Arslan, Ç., ve Altun, M. (2007). Learning to solve non-routine mathematical problems. *Elementary Education Online*, 6(1), 50-61.
- Asman, D., ve Markovits, Z. (2009). Elementary school teachers' knowledge and beliefs regarding non-routine problems. *Asia Pacific Journal of Education*, 29(2), 229-249.
- Aylar, E. (2017). Sınıf öğretmeni yetiştirme sürecinde problem çözmeye dair pedagojik alan bilgisine ilişkin çıkarımlar. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13(2), 744-759.
- Bodner, G. M., ve Domin, D. S. (2000). Mental models: The role of representations in problem solving in chemistry. *University Chemistry Education*, 4(1), 24-30.
- Bommel, J.V., & Palmér, H. (2015). From solving problems to problem solving: Primary school teachers developing their mathematics teaching through collaborative professional development. *KAPET*, 11(1), 72-89.
- Brad, A. (2011). A study of the problem-solving activity in high school students: Strategies and self-regulated learning. *Acta Didactica Napocensia*, 4(1), 21-30.
- Cai, J. (2003). What research tells us about teaching mathematics through problem solving. In F. Lester (Ed.), *Research and issues in teaching mathematics through problem solving* (pp. 241–255). National Council for Curriculum and Assessment.
- Cai, J., ve Lester, F. (2010). *Why is teaching with problem solving important to student learning?* National Council of Teachers of Mathematics.
- Capraro, M. M., An, S. A., Ma, T., Rangel-Chavez, F. A., ve Harbaugh, A. (2012). An investigation of preservice teachers' use of guess and check in solving a semi open-ended mathematics problem. *Journal of Mathematical Behavior*, 31(1), 105-116.

- Carlson, M.P., ve Bloom, I. (2005). The cyclic nature of problem solving: An emergent multidimensional problem-solving framework, *Educational studies in Mathematics*, 58, 45-75.
- Carrillo J., Climent N., Contreras L. C., ve Montes M. Á. (2019) Mathematics teachers' specialised knowledge in managing problem-solving classroom tasks. In Felmer P., Liljedahl P., Koichu B. (eds) *Problem Solving in Mathematics Instruction and Teacher Professional Development*. Research in Mathematics Education. Springer.
- Cengiz, N., Kline, K., ve Grant, T. (2011). Extending students' mathematical thinking during whole-group discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15(5), 1–20.
- Chapman, O. (2002) Teaching Word Problems: What High School Teachers Value. *Proceeding of the Annual Meeting [of the] North American Chapter of the International Group the Psychology of Matematics Education* (24 th, Athens, GA, October 26-29, 2002) Volume 1-4.
- Chapman, O. (2012). Prospective elementary school teachers' ways of making sense of mathematical problem posing, *PNA*, 6(4), 135 – 146.
- Chapman, O. (2015). Mathematics teachers' knowledge for teaching problem solving. *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education*, 3(1), 19–36.
- Charles, R.; Lester, F., ve O'Daffer, P. (1987). *The analytic scoring scale. How to evaluate progress in problem-solving*. Reston.
- Charles, R., Lester, F. , ve O'Daffer, P. (1992). *How to evaluate progress in problem solving*. E.U.A.: NCTM.
- Conference Board of the Mathematical Sciences [CBMS]. (2001).*The Mathematical Education of Teachers*. American Mathematical Society and Mathematical Association of America.
- Crisostomo, A. (2010). Students' conceptual understanding and problem solving difficulties in physics using a concept based problem solving strategy. *The International Journal of Learning*, 17(6), 165-174.
- Darragh, L., ve Radovic, D. (2019). Chaos, Control, and Need: Success and Sustainability of Professional Development in Problem Solving. In P. Felmer, P. Liljedahl, & B. Koichu (ds.), *Problem Solving in Mathematics Instruction and Teacher Professional Development* (pp. 339-358). Springer.
- Fernandez, M. L., Hadaway, N. ve Wilson, J.W. (1994). Problem solving: Managing it all. *The Mathematics Teacher*, 87(3), 195-199.
- Foster, C., Wake, G., & Swan, M. (2014). Mathematical knowledge for teaching problem solving: Lessons from lesson study. In S. Oesterle, P. Liljedahl, C. Nicol & D. Allan (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36* (Vol. 3, pp. 97–104). Vancouver: PME.
- Funke, J., Fischer, A., Holt, D.V., (2018). Competencies for complexity: Problem solving in the 21st century. In E. Care, P Griffin, M. Wilson, (eds.), *Assessment and Teaching of 21st Century Skills: Research and Applications*. Springer, Dordrecht.
- González, G., ve Eli, J.A. (2017). Prospective and in-service teachers' perspectives about launching a problem. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20, 159–201.

- Gökkurt, B., Örnek, T., Hayat, F., ve Soylu, Y. (2015). Öğrencilerin Problem Çözme Ve Problem Kurma Becerilerinin Değerlendirilmesi, *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 4(2), 751-774.
- Gür, H., ve Korkmaz, E. (2003). İlköğretim 7. Sınıf öğrencilerinin problem ortaya atma becerilerinin belirlenmesi. *Matematikçiler Derneği Matematik Köşesi Makaleleri*. <http://www.matder.org.tr> adresinden 13 Ekim 2022 tarihinde edinilmiştir.
- Gürbüz, R., ve Güder, Y. (2016). Matematik öğretmenlerinin problem çözmeye kullandıkları stratejiler. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(2), 371-386.
- Halmos, P. R. (1980). The heart of mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 87(7), 519-524.
- Hähkiöniemi, M., ve Francisco, J. (2019). Teacher Guidance in Mathematical Problem-Solving Lessons : Insights from Two Professional Development Programs. In P. Felmer, P. Liljedahl, & B. Koichu (Eds.), *Problem Solving in mathematics instruction and teacher professional development* (pp. 279-296). Springer.
- Handal, B., ve Herrington, A. (2003). Mathematics teachers' beliefs and curriculum reform. *Mathematics Education Research Journal*, 15(1), 59-69.
- Henningsen, M., ve Stein, M. K. (1997). Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom Based Factors That Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking and Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 524-549.
- Hiebert, J. & Wearne, D. (2003). Developing understanding through problem solving. In H.L. Schoen & R.I. Charles (Eds.), *Teaching Mathematics through problem solving grades 6-12* (pp. 3-14). Reston, VA: NCTM
- Hiebert, J., Thomas, P., Fennema, E., Fuson, K. C., Wearne, D., Murray, H., ... Human, P. (1997). *Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Hourigan, M., ve Leavy, A.M. (2022). Elementary teachers' experience of engaging with Teaching Through Problem Solving using Lesson Study. *Mathematics Education Research Journal*, 1-27. <https://doi.org/10.1007/s13394-022-00418-w>
- Ingram, N., Holmes, M., Linsell, C., Livy, S., McCormick, M., & Sullivan, P. (2020). Exploring an innovative approach to teaching mathematics through the use of challenging tasks: A New Zealand perspective. *Mathematics Education Research Journal*, 32(3), 497-522.
- Inoue, N. (2005). The realistic reasons behind unrealistic solutions: The role of interpretive activity in word problem solving. *Learning and Instruction*. 15, 69-83.
- Jonassen, D. H. (2010). *Learning to solve problems: A handbook*. Routledge.
- Jurdak, M. (2005). Contrasting perspectives and performance of high school students on problem solving in real world situated, and school contexts. *Educational Studies in Mathematics*, 63, 283-301.
- Karp, A. (2010). Analyzing and attempting to overcome prospective teachers' difficulties during problem-solving instruction. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(2), 121-139.
- Kaur, B. (1997). Difficulties with problem solving in mathematics. *The Mathematics Educator*, 2(1), 93-112.

- Kayan, F., ve Çakıroğlu, E. (2008). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmeye yönelik inançları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35, 218–226.
- Kelly, C. A. (2006). Using Manipulatives in Mathematical Problem Solving: A Performance Based Analysis. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3, 184-193.
- Klein, S., ve Leikin, R. (2020). Opening mathematical problems for posing open mathematical tasks: What do teachers do and feel? *Educational Studies in Mathematics*, 105, 349–365.
- Kolovou, A., van den Heuvel-Panhuizen, M., ve Bakker, A. (2009). Non-Routine Problem Solving Tasks in Primary School Mathematics Textbooks – A Needle in a Haystack. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 8(2), 31-68.
- Krulik, S., ve Rudnick, J. A. (1996). *The new sourcebook for teaching reasoning and problem solving in junior and senior high schools*. Boston, MA: Allyn and Bacon.
- Krulik, S., ve Rudnick, J. A. (1989). *Problem Solving: a handbook for senior high school teachers*, Allyn and Bacon.
- Lee, M., ve Kim, D. S. (2005). The effects of the collaborative representation supporting tool on problem-solving processes and outcomes in web-based collaborative problem-based learning (PBL) environments. *Journal of Interactive Learning Research*, 16(3), 273-293.
- Lee, N. H., Yeo, D. J. S., ve Hong, S. E. (2014). A metacognitive-based instruction for Primary Four students to approach non-routine mathematical word problems. *ZDM Mathematics Education*, 46, 465-480.
- Leikin, R., ve Lev, M. (2007). Multiple solution tasks as a magnifying glass for observation of mathematical creativity. In Woo, J. H., Lew, H. C., Park, K. S. & Seo, D. Y. (Eds.). *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 161-168. PME.
- Lester, F. K. J. (2013) Thoughts about research on mathematical problem- solving Instruction. *The Mathematics Enthusiast*. 10(1), 245-278.
- Lester, F. K., & Cai, J. (2016). Can mathematical problem solving be taught? Preliminary answers from 30 years of research. In P. Felmer, E. Pehkonen, & J. Kilpatrick (Eds.), *Posing and solving mathematical problems: Advances and new perspectives* (pp. 117–135). Springer.
- Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U., ve Bruder, R. (2016). *Problem solving in mathematics education*. Springer, Cham.
- Lobato, J., Clarke, D., ve Ellis, A. B. (2005). Initiating and eliciting in teaching: A reformulation of telling. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(2), 101–136.
- London, R. (2007). What is essential in mathematics education: A holistic viewpoint. *MSOR Connections*, 7(1), 30-34.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers, understanding of fundamental mathematics in China and the United States*, Erlbaum, Mahwah.
- Mabilangan, R. A., Limjap, A. A., ve Belecina, R. R. (2011) Problem Solving Strategies of High School Students on Non-Routine Problems. *Alipato: A Journal of Basic Education*, 5, 23-47.

- Masingila, J. O., Olanoff, D., & Kimani, P. M. (2018). Mathematical knowledge for teaching teachers: knowledge used and developed by mathematics teacher educators in learning to teach via problem solving. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(5), 429-450.
- Masingila, J. O., Lester, F. K., ve Raymond, A. M. (2011). *Mathematics for elementary teachers via problem solving: Instructor resource manual* (3rd ed.). Copley Custom Textbooks.
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking Mathematically*. Prentice Hall.
- Matthews, M., Hlas, C. S., ve Finken, T. M. (2009). Using lesson study and four-column lesson planning with preservice teachers: Lessons from lessons. *Mathematics Teacher*, 102(7), 504-509.
- Mayer, R. E., Sims, V., ve Tajika, H. (1995). A comparison of how textbooks teaching mathematical problem solving in Japan and the United States. *American Educational Research Journal*, 35, 443-459.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. <https://ttkb.meb.gov.tr> adresinden 12.10.2022 tarihinde erişilmiştir.
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: A guide to design and implementation*. Jossey-Bass.
- Nancarrow, M. (2004). *Exploration of metacognition and nonroutine problem based mathematics instruction on undergraduate student problem solving success*. (Unpublished doctoral dissertation). The Florida State University.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Mathematics Teachers.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2014). *Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All*. NCTM.
- Oğraş, A. (2011). *İlköğretim öğretmenlerinin matematiksel problem çözme aşamalarını ve üstbilişsel düşünme becerilerini uygulama süreçlerinin değerlendirilmesi*. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep.
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research and evaluation methods*. SAGE Publishing.
- Piñeiro, J.L., Chapman, O., Castro-Rodríguez, E., ve Castro, E. (2021). Prospective elementary teachers' pedagogical knowledge for mathematical problem solving. *Mathematics*, 9(15) 1811.
- Polya, G. (1985). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press
- Posamentier, A. S., ve Krulik, S. (2008). *Problem-solving strategies for efficient and elegant solutions*. Corwin Press.
- Posamentier, A. S., ve Krulik, S. (Eds.). (2009). *Problem solving in mathematics, grades 3-6: powerful strategies to deepen understanding*. Corwin Press.
- Rigelman, N. R. (2007). Fostering mathematical thinking and problem solving. *Teaching Children Mathematics*, 13(6), 308-314.
- Rosli, R., Goldsby, D., ve Capraro, M. M. (2013). Assessing students' mathematical problem – solving and problem – Posing Skills. *Asian Social Science*. 9(16), 54-60.

- Rott, B. (2020). Teachers' behaviors, epistemological beliefs, and their interplay in lessons on the topic of problem solving. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18, 903–924.
- Russo, J. ve Hopkins, S. (2019). Teachers' perceptions of students when observing lessons involving challenging tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(4), 759–779
- Sakshaug L.E ve Wohlhuter KA. (2010). Journey toward teaching mathematics through problem solving. *School Science and Mathematics*. 110(8), 397–409.
- Santos-Trigo, M. ve Camacho-Machín, M. (2009). Towards the construction of a framework to deal with routine problems to foster mathematical inquiry. *Primus*, 19(3), 260-279.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 334–370). Macmillan Publishing Co, Inc.
- Schoenfeld, A. H., Burkhardt, H., Daro, P., Ridgway, J., Schwartz, J., ve Wilcox, S. (1999). High school assessment. White Plains, NY: Dale Seymour Publications. Schoenfeld, A. H., & Kilpatrick, J. (2008). *Toward a Theory of Proficiency in Teaching Mathematics*. *International Handbook of Mathematics Teacher Education*, 2, 1-35.
- Schroeder, T. L., ve Lester K. L. Jr.(1989). Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In P. R. Trafton (eds.), *New Directions for Elementary School Mathematics, 1989 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics*, (pp. 31–42). Reston, Va.
- Schoenfeld, A. H., & Kilpatrick, J. (2008). Toward a Theory of Proficiency in Teaching Mathematics. *International Handbook of Mathematics Teacher Education*, 2, 1-35.
- Schoenfeld, A. H., Minstrell, J., ve van Zee, E. (1999). The detailed analysis of an established teacher's non-traditional lesson. *The Journal of Mathematical Behavior*, 18(3), 281- 325.
- Shiakalli, M. A., Ve Zacharos, K. (2014). Building meaning through problem solving practices: the case of four-year olds. *Journal of mathematical behavior*. 35, 58-73
- Silao, I.V. (2018). Factors affecting the mathematics problem solving skills of Filipino pupils. *International Journal of Scientific and Research Publications*, 8(2), 487–497.
- Silver, E. A., Mamona-Downs, J., ve Leung, S. S. (1996). Posing mathematical problems: An exploratory study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 293–309.
- Smith, S. P. (2004). Representation in school mathematics: Children`s representations of problems. In J. Kilpatrick (Ed.), *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 263-274). NCTM, Inc.
- Son, J. W. & Lee, M.Y. (2021). Exploring the relationship between preservice teachers' conceptions of problem solving and their problem-solving performances. *International Journal of Science and Mathematics Education*. 19, 129–150.
- Souza, L., Lopes, C. E., & Pfannkuch, M. (2015). Collaborative professional development for statistics teaching: A case study of two middle school teachers. *Statistics Education Research Journal*, 14(1), 112–134.

- Stacey, K. (2018). Teaching Mathematics through Problem Solving, *Numeros*, 98, 7-18.
- Stein, M. K., Boaler, J., ve Silver, E.A. (2003). *Teaching Mathematics through problem solving grades 6-12*, NCTM.
- Sullivan, P., Clarke, D. M., Clarke, B. ve O'Shea, H. (2010). Exploring the relationship between task, teacher actions, and student learning. *PNA*, 4(4), 133-142.
- Sullivan, P., Mousley, J., ve Jorgensen, R. (2009). Tasks and pedagogies that facilitate mathematical problem solving. In B. Kaur (Ed.), *Mathematical problem solving* (pp.17-42). Association of Mathematics Educators: Singapore / USA / UK World Scientific Publishing.
- Takahashi, A. (2008). Beyond show and tell: neriage for teaching through problem-solving— ideas from Japanese problem-solving approaches for teaching mathematics. Paper presented at *the 11th International Congress on Mathematics Education in Mexico* (Section TSG 19: Research and Development in Problem Solving in Mathematics Education).
- Takahashi, A., Lewis, C., ve Perry, R. (2013). A US lesson study network to spread teaching through problem solving. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 2(3), 237-255.
- Toluk, Z. ve Olkun, S. (2002). Türkiye'de matematik eğitiminde problem çözme: 1-5 Sınıflar matematik ders kitapları. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 2(2), 563-581.
- Türker Biber, B. , Aylar, E. , Ay, Z. S., ve Akkuş İspir, O. (2017). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözmeye dair pedagojik alan bilgilerinin sınıf İçi gözlem ve görüşme yoluyla belirlenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 25(4) , 1483-1498.
- Uçar, H. B. (2019). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin rutin olmayan problemleri çözme konusundaki pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Balıkesir Üniversitesi.
- van Dooren, W., Verschaffel, L., ve Onghena, P. (2002). The impact of preservice teachers' content knowledge on their evaluation of students' strategies for solving arithmetic and algebra word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(5), 319-351.
- Watson, A., & Ohtani, M. (2015). *Task design in mathematics education: An ICMI study 22*. Springer International.
- Weber, K. ve Leikin, R. (2016). Recent advances in research on problem solving and problem posing, in Gutierrez, A., Leber, G.C. and Boero, P. (Eds.), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: The Journey Continues*, (pp. 353-382). Springer.
- Woodward, J., Beckmann, S., Driscoll, M., Franke, M., Herzig, P., Jitendra, A., Koedinger, K. R., ve Ogbuehi, P. (2012). *Improving mathematical problem solving in Grades 4 through 8: A practice guide*. National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education.
- Yew, W. T., ve Zamri, S. N. A. S. (2018). Problem solving strategies of selected pre-service secondary school mathematics teachers in Malaysia. *MOJES: Malaysian Online Journal of Educational Sciences*, 4(2), 17-31.
- Yılmaz, K. (2021). *Öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerinin incelenmesi*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi.
- Yin, R. K. (2003). *Case Study Research Design and Methods*. Sage Publications.

- Youngs, P., Molloy Elreda, L., Anagnostopoulos, D., Cohen, J., Drake, C., ve Konstantopoulos, S. (2022). The development of ambitious instruction: How beginning elementary teachers' preparation experiences are associated with their mathematics and English language arts instructional practices. *Teaching and Teacher Education*. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2021.103576>
- Zakaria E., Haron, Z., ve Daud, Y. (2010). The reliability and construct validity of scores on the attitudes toward problem solving scale. *Journal of Science and Mathematics Education in Asia*, 27(2), 81-91.
- Zhu, Y., ve Fan, L. (2006). Focus on the representation of problem types in intended curriculum: A comparison of selected mathematics textbooks from Mainland China and the United States. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4(4), 609-626.

EXTENDED ABSTRACT

Introduction

Problem solving is at the centre of mathematics and the main activities of those who deal with mathematics are actually problem solving (Schoenfeld, 1994). Research shows that teachers/pre-service teachers have difficulties integrating problem solving into their classrooms and supporting students in making problem solving a way of thinking in their teaching processes (Cengiz, et al., 2011). It was aimed to reveal the pedagogical problem solving knowledge of pre-service teachers.

Methods

The case study design was employed. 20 senior pre-service teachers who were taking the problem solving course participated in the study. The study was carried out within the context of the "Problem Solving" course taken by the pre-service teachers. The pre-service teachers prepared lesson plans and carried out implementations. They prepared lesson plans and video recordings of the implementations were analyzed in terms of the pre-service teachers' knowledge of student as problem solver, knowledge of problem solving as worthwhile task, knowledge of problem solving instructional practice. The expressions used by the pre-service teachers, the questions they asked and their dialogues with the students were coded within the framework of these knowledge components. After this coding, criteria were determined to reveal the extent of their inclusion. These criteria were defined as included, partially included, not included. Thirty percent of the data obtained were coded by another researcher working in the field of problem solving and the inter-coder agreement rate was found to be 88%. In order for the results of the study to be transferred to similar situations, the method of the research, the selection of the participants, the research process were explained in detail.

Results

It was revealed that the pre-service teachers could generally prepare problems suitable for the level of students. Except for one group, the pre-service teachers included the difficulties and mistakes that students might experience in problem solving in their implementations and they were able to make inquiries to overcome the emerging student difficulties. The problems prepared by the pre-service teachers were non-routine problems and could be solved with different strategies. The pre-service teachers included the phase of understanding the problem in their implementations. Although the pre-service teachers included the phase of understanding the problem in their implementations, they had difficulty in including the phase of determining a strategy for the solution of the problem. Contrary to strategy determination, it was observed that all the groups included the strategy implementation phase in their implementations. None of the

groups included the evaluation of solutions, which is another phase of problem solving. It is remarkable that although they solved the problems they had prepared in their lesson plans with different strategies, they had difficulty in including them in their implementations. While most of the pre-service teachers were able to create a discussion environment in their implementations, some of the pre-service teachers could not create a discussion environment.

Discussion and Conclusion

It can be said that the content of the “Problem Solving in Mathematics” course taken in the undergraduate program is effective in the pre-service teachers’ being able to prepare problems suitable for the level of the students in general, to prepare non-routine problems and to allow the problem to be solved with different problem solving strategies because, within the scope of this course, non-routine problems and problem solving strategies and how students’ level should be taken into account when designing problems are discussed. When the literature is reviewed, it is seen that in some studies (e.g., Piñeiro, et al., 2021) it has been found pre-service teachers have high problem posing skills, while in some studies (e.g. Chapman, 2012), it has been found that pre-service teachers have difficulty in posing problems or the problems they have created are unsolvable.

Except for one group of the pre-service teachers, they included the difficulties and mistakes that students might experience in problem solving in their implementations and they were able to make inquiries to overcome the student difficulties emerging. The related group did not include the difficulties and mistakes that students might experience regarding problem solving in their implementations can be evaluated under several headings. The first of these may be the lack of knowledge of the pre-service teachers about getting to know students. In addition, their perspectives on teaching may have caused them to shape their implementations in this way. When the literature is examined, it is seen that even teachers have insufficient knowledge on understanding students in solving non-routine problems (Uçar, 2019).

Although the pre-service teachers included some of the problem solving phases in their implementations, their having difficulty in including some phases can be attributed to several reasons. The first of these can be described as the lack of experience on the part of the pre-service teachers. Another reason could be the concern about time. The pre-service teachers were asked to practice for a class hour. In addition, it can be thought that the affective characteristics of pre-service teachers related to problem solving (e.g., belief) directly affect this process. Another remarkable finding was that although the pre-service teachers solved the problems with different strategies in the lesson plans they prepared, they had difficulties to include these strategies in their applications. When evaluated in this context, it can be said that although the pre-service teachers have theoretical knowledge, they have difficulty in reflecting this in practice. In the literature, it has been revealed that pre-service teachers have difficulties in solving the problems addressed with different strategies (Gürbüz and Güder, 2016). The findings obtained in the current study differ from the literature. While most of the pre-service teachers were able to create a discussion environment in their implementations, some of the pre-service teachers could not create a discussion environment. The emergence of such a result may have been caused by the fact that the pre-service teachers had a result-oriented teaching experience rather than a process-oriented one. In fact, when the literature is evaluated, it is seen that teachers/pre-service teachers focus on the result of the problem in their implementations and do not discuss different ideas (Biber, et al., 2017).