

Logaritmik Toplam İşlem Zaman Tabanlı Öğrenme Etkili Tek Makineli Çizelgeleme: Geciken İş Sayısı Minimizasyonu

Tamer Eren

Kırıkkale Üniversitesi Endüstri Mühendisliği Bölümü, Ankara yolu 71451, Kırıkkale- TÜRKİYE

teren@kku.edu.tr

Özet

Üretim sistemlerinde aynı veya benzer faaliyetlerin sürekli olarak tekrarlanması sonucu üretim işleminde gelişme kaydedilmesiyle üretim zamanında bir kısalma meydana gelir. Bu olgu literatürde öğrenme etkisi olarak bilinmektedir. Bu çalışmada logaritmik toplam işlem zaman tabanlı öğrenme etkili tek makineli çizelgelemede geciken iş sayısını minimizasyonu ele alınmıştır. Problem için bir doğrusal-olmayan programlama modeli önerilmiş ve 12 işe kadar çözümler bulunmuştur.

Anahtar kelimeler: Tek makineli çizelgeleme, öğrenme etkisi, geciken iş sayısı, doğrusal-olmayan programlama modeli

Single Machine Scheduling With Sum Of Logarithm Processing Times Learning Effect: Minimization Of Number Of Tardy

Abstract

In many situations, a worker's ability improves as a result of repeating the same or similar task; this phenomenon is known as the "learning effect". In this paper, the sum-of-logarithm processing-times-based learning effect is considered in a single machine number of tardy jobs minimization problem. The problem with up to 12 jobs can be solved by the proposed non-linear programming model.

Keywords: Single machine scheduling, learning effect, number of tardy, non-linear programming model

1. Giriş

Literatürde deterministik çizelgeleme probleminde işin işlem zamanları sabit olarak kabul edilmektedir. Halbuki uygulamalarda işin tekrarlanmasıyla işlem zamanlarının kısaldığı görülmektedir. Bu olgu öğrenme etkisi olarak bilinmektedir. Çizelgeleme problemlerinde öğrenme etkisi ile ilgili ilk çalışma Biskup (1999) tarafından yapılmıştır. Çalışmasında tek makineli durumda ele almış ve maksimum tamamlanma zamanı ve toplam tamamlanma zamanları problemlerini ele almıştır. Mosheiov (2001) çalışmasında geciken iş sayısını minimize etme problemi öğrenme etkili olduğunda Moore (1968) algoritmasının optimal çözümü garanti etmediğini göstermiştir. Moshiev ve Sidney (2005) yaptıkları çalışmada ise tek makineli çizelgelemede ortak teslim tarihli geciken iş sayısını minimize etmek için atama problemi ile $O(n^3 \log n)$ zamanda çözümlerdir. Tek makineli çizelgelemede geciken iş sayısı problemi öğrenme etkisi olmadığı durumda Moore algoritması (1968) ile polinom zamanda çözülebilirken, problem öğrenme etkili olduğu durumda Moore algoritması (1968) ile çözülemediği Eren (2007) tarafından gösterilmiş ve matematiksel programlama modeli önerilmiştir. Eren ve Güner (2007a) ise yaptıkları çalışmada toplam gecikme problemini ele almışlar ve problem için matematiksel programlama modeli önermişlerdir. Ayrıca büyük boyutlu problemler için tabu arama ve tavlama benzetimi sezgiselleri geliştirmişlerdir. Eren ve Güner (2007b) iki ölçütlü öğrenme etkili problemi incelemişlerdir. Ele alınan performans ölçütleri toplam tamamlanma zamanı ve toplam gecikmedir. Eren (2008) zamana-bağlı öğrenme etkili çizelgelemede maksimum tamamlanma zamanı minimizasyonu için doğrusal-olmayan programlama modeli önermiştir. Eren (2009) iki ölçütlü zamana-bağımlı öğrenme etkili çizelgeleme probleminde maksimum erken bitirme ve geciken iş sayısı ölçütleri için matematiksel programlama modeli önermişlerdir. Ayrıca Eren (2011) tek makineli çizelgelemede hazırlık ve taşıma zamanları işe-bağımlı öğrenme etkili olduğu durumda ortak teslim tarihi kısıtı altında geciken iş sayısını problemini ele almıştır. Yapılan çalışmada problemin $O(n^3 \log n)$ polinom zamanda çözülebileceği gösterilmiştir. Logaritmik işlem zamanlı ilk çalışma Cheng vd. (2009) tarafından yapılmıştır. Zhang vd. (2012) ise Cheng vd. (2009)'in yaptığı çalışmayı genişletmiş ve çok makineli özel durumları incelemişlerdir.

Bu çalışmada tek makineli çizelgelemede geciken iş sayısı problemi logaritmik işlem zaman tabanlı öğrenme etkili durumda ele alınmıştır. Problemin klasik (öğrenme etkisiz) durumda ile optimal olarak çözen Moore Algoritması (1968)'nin logaritmik işlem zaman tabanlı öğrenme etkili durumda optimal olarak çözülmediği gösterilmiştir. Ayrıca problemin optimal çözümünü bulmak için doğrusal-olmayan programlama modeli önerilmiştir. Modelin deneysel olarak sonuçları sunulmuştur.

Çalışmanın ikinci bölümünde ele alınan problem tanımlanmıştır. Üçüncü bölümünde önerilen doğrusal-olmayan programlama modeli verilmiştir. Deneysel sonuçlar ise dördüncü bölümde sunulmuştur. Son bölüm olan beşinci bölümde ise ele alınan problemin çözümü değerlendirilmiş ve gelecekte yapılabilecek çalışmalar hakkında bilgi verilmiştir.

2. Problemin Tanımlanması

Problem tanımında Cheng vd. (2009) ve Zhang vd. (2012) çalışmasındaki notasyonlar kullanılmıştır. Tek makineli çizelgeleme probleminde önerilen öğrenme modelinin formülasyonu aşağıdaki gibidir. Tek bir makinede hazır n tane iş vardır. Her bir j işinin normal işlem zamanı p_j , $\ln p_j \geq 1$ ve teslim tarihi d_j dir. Öğrenme etkisinden dolayı j işi r . pozisyona atandığında işlem zamanı aşağıdaki gibidir:

$$p_{j[r]} = p_j \left(1 + \sum_{l=1}^{r-1} \ln p_{(l)} \right)^a$$

Burada $-1 < a < 0$ öğrenme indeksidir ve öğrenme etkisinin 2 tabanına göre logaritmasıdır. Problemin amacı geciken iş sayısını minimize etmektir. Ele alınan problem $1/p_{j[r]} = p_j (1 + \sum_{l=1}^{r-1} \ln p_{(l)})^a / \sum_{r=1}^n U_r$ ile gösterilmektedir.

Örnek 1.

Tek makinede dört işli bir problemin işlem zamanları ve teslim tarihleri tablo 1'de verilmektedir. Öğrenme indeksi $a = -0.5$ olmak üzere ele alınan problem Moore (1968) algoritması ile çözüldüğünde geciken iş sayısı 1 ile 2-3-4-1 sıralaması bulunmaktadır. Halbuki problemin optimal çözümünde geciken iş yoktur. Bu sonuç 2-1-3-4 ve 3-1-2-4 sıralaması ile elde edilmektedir. Sonuç olarak ele alınan problemde Moore (1968) algoritması optimal çözümü garanti etmemektedir.

Tablo 1. Örnek 1'in verileri

j	1	2	3	4
p_j	16	11	7	9
d_j	20	22	24	26

3. Doğrusal-Olmayan Programlama Modeli

Geliştirilen matematiksel model $n^2 + 4n$ değişkenli ve $6n$ kısıtlıdır. Modelde kullanılan parametreler ve değişkenle şu şekildedir.

Parametreler:

j	iş indeksi	$j = 1, \dots, n.$
p_j	j işinin işlem zamanı	$j = 1, \dots, n.$
d_j	j işinin teslim tarihi	$j = 1, \dots, n.$
M	büyük bir sayı	
a	öğrenme indeksi	$-1 < a < 0$

Karar değişkenleri:

Z_{jr}	eğer j işi r . pozisyona atanırsa 1 aksi halde 0	$j = 1, \dots, n.$	$r = 1, \dots, n.$
U_r	r . pozisyondaki işte gecikme varsa 1 aksi halde 0		$r = 1, \dots, n.$
$p_{[r]}$	r . pozisyona atanan işin işlem zamanı		$r = 1, \dots, n.$
$d_{[r]}$	r . pozisyondaki işin teslim tarihi		$r = 1, \dots, n.$
C_r	r . pozisyona atanan işin tamamlanma zamanı		$r = 1, \dots, n.$

Model

$$\text{Min } \sum_{r=1}^n U_r$$

Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^n Z_{jr} = 1 \quad r = 1, \dots, n. \quad (1)$$

$$\sum_{r=1}^n Z_{jr} = 1 \quad j = 1, \dots, n. \quad (2)$$

$$p_{[r]} = \sum_{j=1}^n Z_{jr} p_j \quad r = 1, \dots, n. \quad (3)$$

$$d_{[r]} = \sum_{j=1}^n Z_{jr} d_j \quad r = 1, \dots, n. \quad (4)$$

$$C_r - C_{r-1} \geq \sum_{j=1}^n Z_{jr} p_{[r]} \left(1 + \sum_{l=1}^{r-1} \ln p_{(l)}\right)^a \quad r = 1, \dots, n. \quad (5)$$

$$C_r - d_{[r]} \leq MU_r \quad r = 1, \dots, n. \quad (6)$$

$$Z_{jr}: 0 - 1 \quad j = 1, \dots, n. \quad r = 1, \dots, n.$$

$$U_r: 0 - 1 \quad r = 1, \dots, n.$$

Kısıt (1); r . iş önceliğinde sadece bir tek iş çizelgelenmesini kısıt (2); her bir işin sadece bir kez çizelgelenmesini ifade etmektedir. Kısıt (3) ve kısıt (4); r . pozisyona atanan işin işlem zamanı ile teslim tarihini vermektedir. Kısıt (5) r . pozisyondaki işin tamamlanma zamanı ile bir önceki işin tamamlanma zamanı arasındaki farkın r . pozisyondaki işin işlem zamanına büyük veya eşit olduğunu göstermektedir ($C_0 = \sum_{l=1}^0 \ln p_{(l)} = 0$). Kısıt (6) ise r . pozisyondaki işin gecikme olduğunda 1, olmaması durumunda ise 0 olmasını sağlamaktadır.

4. Deneysel Sonuçlar

Çalışmada bütün deneysel testler Intel® Core™ 2 Duo CPU 8800 2.67 GHz 4 GB RAM kapasiteli kişisel bilgisayarla yapılmıştır. Ele alınan problemin optimal çözümlerini bulmak için GAMS 22.5 (2007) yazılımı kullanılmıştır. İş sayıları 8, 10 ve 12 olmak üzere üç farklı durumda çözülmüştür. İşlem zamanları 3 ile 10, teslim tarihleri 4 farklı durumda C_{max} üzerinden düzgün dağılımdan üretilmiştir. Buradaki C_{max} , işlerin küçükten büyüğe doğru sıralandığındaki son işin bitme zamanını ifade etmektedir. Öğrenme indeksi ise $a = -0.50$ alınmıştır. Her alternatif için 10 problem olmak üzere toplam 120 problem çözülmüştür. Deney seti toplu olarak Tablo 2'de verilmiştir.

Problemin ancak 12 işe kadar makul bir zamanda optimal olarak çözüldüğü Şekil 1'de görülmektedir. Ayrıca teslim tarihi aralığı büyüdükçe problemin çözüm zamanı uzadığı görülmektedir.

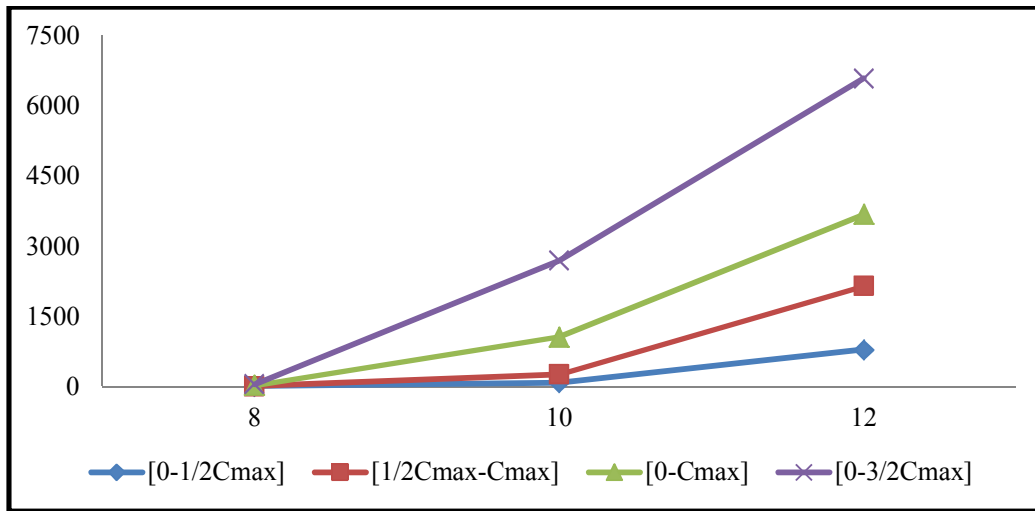
Tablo 2. Ele alınan problemin deney seti

Parametre	Alternatif	Değerleri
İş sayısı, n	3	8, 10, 12
İşlem zamanı p_j	1	$\sim U[3,10]$
Teslim tarihi, d_j	4	$\sim U[1, C_{max}/2]$, $\sim U[C_{max}/2, C_{max}]$, $\sim U[1, C_{max}]$, $\sim U[1, 3C_{max}/2]$,
Öğrenme indeksi, a	1	-0.50
Problem sayısı	10	-
Toplam çözülen problem	$3*1*4*1*10=120$	

5. Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada tek makineli çizelgelemede logaritmik toplam işlem zamanlı öğrenme etkili problem incelenmiştir. Ele alınan performans ölçütü ise geciken iş sayısını minimize etmektir. Problem için doğrusal-olmayan programlama modeli geliştirilmiş ve geliştirilen model 12 işe kadar çözümler sunulmuştur.

Problemin optimal çözümleri makul zamanda ancak küçük boyutlu problemler çözülebilmektedir. Bundan sonraki çalışmalarda büyük boyutlu problemleri çözmek için sezgisel yaklaşımlar geliştirilebileceği gibi, çok makineli durumlarla ilgili çalışmalarda yapılabilir.



Şekil 1. İşlerin teslim tarihleri alternatiflerine göre CPU (s) çözüm zamanları

6. Kaynaklar

1. Biskup D., Single-machine scheduling with learning considerations, European Journal of Operational Research, 115, 173-178, 1999.
2. Cheng T.C.E. Lai, P.J. Wu C.C. Lee W.C., Single-machine scheduling with sum-of-logarithm-processing-times-based learning considerations, Information Sciences, 179, 3127-3135, 2009.
3. Eren T., Öğrenme etkili çizelgeleme problemi: Geciken iş sayısı minimizasyonu, Teknoloji Dergisi, 10(4), 235-238, 2007.
4. Eren T., Zamana-bağımlı öğrenme etkili çizelgeleme probleminde maksimum gecikme minimizasyonu: Doğrusal-olmayan programlama modeli, Gazi Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi, 23(2), 459-465, 2008.
5. Eren T., İki ölçütlü zamana-bağımlı öğrenme etkili çizelgeleme problemi, Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, 14(1), 387-394, 2009.
6. Eren T., Hazırlık ve taşıma zamanlarının öğrenme etkili olduğu tek makineli çizelgeleme problem: Geciken iş sayısı minimizasyonu, International Journal of Engineering Research and Development, 3(6), 34-36, 2011.

7. Eren, T., Güner, E., Minimizing total tardiness in a scheduling problem with a learning effect, *Applied Mathematical Modelling*, 31, 1351-1361, 2007a.
8. Eren, T., Güner, E., A bicriteria scheduling with a learning effect: total completion time and total tardiness, *INFOR: Information Systems and Operational Research*, 45(2), 75-81, 2007b.
9. GAMS 22.5, Development Corporation, GAMS – the solver manuals, GAMS user notes, Washington, DC, USA, 2007.
10. Moore, J.M., An n Jobs, One Machine Sequencing Algorithm for Minimizing The Number of Late Jobs, *Management Science*, 15 (1), 102-109, 1968.
11. Mosheiov G., Scheduling problems with a learning effect. *European Journal of Operational Research*, 132, 687–693, 2001.
12. Mosheiov G. Sidney J.B., Note on scheduling with general learning curves to minimize the number of tardy jobs, *Journal of the Operational Research Society*, 56, 110–112, 2005.
13. Zhang X., Yan G., Huang W., Tang G., A note on machine scheduling with sum-of-logarithm-processing-time-based and position-based learning effects, *Information Sciences*, 187, 298–304, 2012.