

Mevsimsel Kointegrasyon Analizi: Güney Afrika Örneği*

Jeanine NDIHOKUBWAYO**

Yılmaz AKDI***

Özet

Bu çalışmada 1990:01-2013:04 dönemi Güney Afrika ekonomik verileri için birim kök testleri ve kointegrasyon analizi tartışılmıştır. Birim kök testleri için, HEGY ve periodogram yöntemleri kullanılmıştır. HEGY ve periodogram mevsimsel birim kök testleri sonuçlarına göre zaman serilerde mevsimsel birim kök olduğu tespit edilmiştir. Kointegrasyon analizi ise Engle-Granger ve periodogram yöntemleriyle uygulanmıştır. Bu çalışmada HEGY, periodogram ve Engle-Granger yöntemleri ile elde edilen bulgular karşılaştırılmaktadır. Bundan dolayı, bu üç yöntem birim kökü ve kointegrasyonu test etmek amacıyla tercih edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Zaman Serileri, Mevsimsel birim kök, HEGY yöntemi, Kointegrasyon, Engle-Granger yöntemi, periodogram yöntemi.

Seasonal Cointegration Analysis: Example of South Africa

Abstract

In this paper, unit root tests and cointegration analysis is discussed with South Africa economic data for the period 1990:01-2013:04. HEGY and periodogram methods were used for unit root tests. Time series has a seasonal unit root result of HEGY and periodogram methods. Cointegration analysis was applied with Engle-Granger and periodogram methods. A comparison is made between the HEGY, the periodogram and the Engle-Granger methods results. Therefore the three methods have been preferred in order to test the unit root and cointegration.

Key Words: *Time series, Seasonal unit root, HEGY method, Cointegration, Engle-Granger method, periodogram method.*

* Bu çalışma, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı Doktora tezinden türetilmiştir.

** Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı Doktora Öğrencisi, ndihojeanine2@yahoo.fr

*** Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, akdi@science.ankara.edu.tr

1. Giriş

Zaman serilerinde istatistiki sonuç çıkarım için serinin durağanlığı önemlidir. Bu nedenle, İstatistiksel analizler yapılmadan önce serinin durağanlığı kontrol edilmelidir. Eğer seri durağan değil ise, çeşitli dönüşümler yapılarak serinin durağanlaştırılması gerekir. İstatistiki sonuç çıkarımlar dönüştürülmüş seri üzerinden yapılmalıdır. Zaman serilerinde serilerin durağanlığı araştırılırken birim kök testlerine başvurulur. Seri mevsimsel etkiler içeriyorsa seriye uygun yöntem ile birim kökler tespit edilmeye çalışılır. Mevsimsel zaman serileri ile ilgili Hylleberg, Engle, Granger ve Yoo (1990: 215-238) tarafından önerilen ve literatürde HEGY yöntemi olarak birinen yöntem mevsimsel birim köklerin araştırılması için kullanılan en yaygın yöntemdir (Akdi, 2010).

Zaman serilerinde değişkenler arasındaki ilişki yapısının araştırılmasında en önemli kavramlardan biri kointegrasyon analizidir. Kointegrasyon analizi, durağan olmayan serilerin uzun dönemde dengeye gelip gelmediklerini sınamak için yapılan bir analizdir. İki veya daha fazla durağan olmayan seriler arasındaki lineer bir ilişki durağansa, “bu değişkenler arasında kointegrasyon ilişkisi vardır” denir. Başka bir ifadeyle kointegrasyon, durağan olmayan değişkenler arasındaki lineer birleşim olarak tanımlanabilir. Durağan olmayan serilerin herhangi bir lineer birleşimi durağan veya birim köklü olabilir.

Kointegrasyon analizi uygulanabilmesi için değişkenlerin aynı dereceden durağan olmaları gerekir. Değişkenler arasındaki kointegrasyon ilişkisini incelemek için çeşitli yöntemler vardır. Kointegrasyon analizi uygulamak için kullanılan yöntemler arasında Engle-Granger (1987: 251-276) tarafından önerilen yöntem öne çıkmaktadır. Engle-Granger (1987: 251-276) tarafından verilen tanıma göre aynı dereceden bütünleşik olan seriler arasında kointegrasyon ilişkisinden söz edilebilir, (Akdi, 2010).

Periodogram tabanlı birim kök test yöntemi, mevsimsel birim köklerin tespiti için de kullanılabilir (Akdi ve Dickey 1999: 153-164). Ayrıca periodogramlar kullanılarak, durağan olmayan serilerin kointegrasyonlu olup olmadığı da sınanabilir (Akdi, 1995).

Bu çalışmanın ikinci bölümünde kullanılan veriden bahsedilmiştir. Üçüncü bölümünde birim kök testi ve kointegrasyon analizinde kullanılan yöntemler hakkında metodolojik bilgi verilmiştir. Dördüncü bölümünde analizlere ilişkin bulgular özetlenmiştir. Beşinci bölüm olarak sunulan sonuç bölümünde ise HEGY ve periodogram yöntemleri, Engle-Granger ve periodogram yöntemleri ile elde edilen bulgular tartışılmıştır.

2. Veri

Güney Afrika'nın ekonomik verileri 1990:01 - 2013:04 dönemi için gayri safi yurtiçi hasıla(gsyih), ithalat, ihracat, üretim ve tüketim verileri kullanılmıştır. Verilerin sıklığı üçer aylıktır ve FRED web sayfasından elde edilmiştir.

Çalışmada Güney Afrikanın ekonomik verilerinde mevsimsel birim kök varlığı incelendikten sonra durağan olmayan seriler arasında kointegrasyon ilişkisinin varlığı sınanmaya çalışılmıştır. Uygulanan istatistiksel analizlerde daha dayanıklı sonuçlar elde etmek için verilerin logaritması alınmıştır. Analizler, logaritmik dönüşüm altında elde edilen veriler üzerinde yapılmıştır.

Mevsimsel zaman serilerinde durağan olmayan seriler arasındaki muhtemel kointegrasyon vektörünün tahmini ve testi için Engle-Granger ve periodogram yöntemleri kullanılmıştır. Bu çalışmada Güney Afrika'nın ekonomik verileri için HEGY yöntemi, Engle-Granger yöntemi ve periodogram yöntemi incelenmiştir.

3. Yöntem

3.1 HEGY Yöntemi

Mevsimsel zaman serilerinin durağanlığı için kullanılan en yaygın yöntem literatürde HEGY yöntemi olarak bilinen ve Hylleberg vd. (1990: 215-238) tarafından önerilen yöntemdir.

Üç aylık veriler için $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$ olmak üzere $SAR_4(1)$ modeli,

$$Y_t = \rho Y_{t-4} + \varepsilon_t \quad t = 1, 2, 3, 4, \dots, n \quad (1)$$

şeklinde verilmiş olsun.

HEGY yöntemi ile mevsimsel birim kök araştırması için,

$$Y_{4,t} = \pi_1 Y_{1,t-1} + \pi_2 Y_{2,t-1} + \pi_3 Y_{3,t-2} + \pi_4 Y_{3,t-1} + \varepsilon_t \quad (2)$$

şeklindeki yardımcı regresyon modeline başvurulur. Bu regresyon modeli dikkate alınarak parametrelerin tahminleri ile parametrelere karşılık gelen test istatistiklerinin değerleri hesaplanır. Test istatistiklerinin değerleri tablo değerleri ile karşılaştırılır. Tablo değerleri, Hylleberg vd.,(1990: 215-238), Franses ve Hobijn, (1997: 25-47), Ghysels vd., (1994: 415-442) ve Shirvani vd., (2009) tarafından verilmiştir. Burada, yardımcı regresyonda kullanılan değişkenler

$$Y_{4,t} = (1 - B^4) X_t = X_t - X_{t-4}$$

$$Y_{3,t} = -(1 - B^2) X_t = X_{t-2} - X_t$$

$$Y_{2,t} = -(1 - B + B^2 - B^3) X_t = X_{t-3} - X_{t-2} + X_{t-1} - X_t$$

$$Y_{1,t} = (1 + B + B^2 + B^3) X_t = X_{t-3} + X_{t-2} + X_{t-1} + X_t$$

şeklinde tanımlanmıştır (Akdi, 2010, Tıraşoğlu, 2012, Gürel ve Tiryakioğlu, 2012: 77-89). Regresyon modelinde yer alan $Y_{1,t-1}$, $Y_{2,t-1}$, $Y_{3,t-2}$ ve $Y_{3,t-1}$ ifadeleri de

$$Y_{1,t-1} = (1 + B + B^2 + B^3) X_{t-1} = X_{t-4} + X_{t-3} + X_{t-2} + X_{t-1}$$

$$Y_{2,t-1} = -(1 - B + B^2 - B^3) X_{t-1} = X_{t-4} - X_{t-3} + X_{t-2} - X_{t-1}$$

$$Y_{3,t-2} = -(1 - B^2) X_{t-2} = X_{t-4} - X_{t-2}$$

$$Y_{3,t-1} = -(1 - B^2) X_{t-1} = X_{t-3} - X_{t-1}$$

şeklindedir.

3.2 Engle-Granger Yöntemi

Kointegrasyon analizinde sıklıkla kullanılan Engle-Granger yöntemi, Engle-Granger (1987: 251-276) tarafından önerilmiştir. Bu yöntem mevsimsel eşbütünleşme analizi için kullanılamaz. Ancak, pratikliği açısından durağan olmayan seriler arasında kointegrasyon ilişkisinin araştırılması için bazen bu yöntem de başvurulmaktadır.

Aynı dereceden bütünleşik olan seriler için serilerin bütün lineer birleşimlerinin durağan olacağı anlamına gelmediği gibi durağanlığı sağlayacak herhangi bir lineer birleşim de bulunamayabilir. İki değişken farklı derecelerden bütünleşik ise bu iki değişken arasında kointegrasyon bir ilişkisinden söz edilemez.

Y_t ve X_t birinci dereceden bütünleşik, $Y_t \sim I(1)$ ve $X_t \sim I(1)$ iki seri ele alınsın. Bu iki serinin $CI(1,1)$ yani $(Y_t, X_t)' \sim CI(1,1)$ olup olmadığını sınamak için aşağıdaki adımlar sırasıyla uygulanmalıdır, (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010, Akdi, 2010, Harris ve Sollis, 2003).

Adım1: Her iki değişkenin de aynı dereceden bütünleşik olup olmadığı sınanmalıdır. Değişkenler farklı dereceden bütünleşik ise iki değişkenin kointegrasyon ilişkisi olmadığı sonucuna ulaşılır. İki değişken de durağansa test süreci sonlandırılır.

Adım2: Birinci adımda değişkenlerin aynı dereceden bütünleşik olduğu sonucu elde edilmiş ise,

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, 3, 4, \dots, n \quad (3)$$

regresyon modeli göz önüne alınır. Regresyon parametreleri tahmin edilir ve artıklar serisi oluşturulur. Artıklar serisinin durağan olup olmadığı sınanır. Eğer artıklar serisi durağan ise, aynı dereceden bütünlük olan seriler eşbütünlüktür. Burada birim kök testler uygulanırken Engle-Granger tablo değerleri kullanılmalıdır. Burada Engle-Granger (1987:251-276) yönteminde değişkenlerin birinci dereceden bütünlük olduğu varsayımı unutulmamalıdır. (3)

numaralı regresyon modeli tahmin edildikten sonra dengeden sapmayı gösteren $\hat{\varepsilon}_t$ artıklar serisi elde edilir. Artıklar serisi,

$$\hat{\varepsilon}_t = Y_t - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_t \quad (4)$$

şeklinde elde edilir.

Adım3: Artıklar için durağanlık analizi yapılır. Eğer iki değişken arasında kointegrasyon ilişkisi var ise Adım 2’de tahmin edilen (3) numaralı modelden elde edilen artıklar serisi $\hat{\varepsilon}_t$ durağan olacaktır. Diğer bir ifade ile artıklar serisi durağandır. Yani $\hat{\varepsilon}_t \sim I(0)$ dir. Artıkların durağanlığını test etmek için,

$$\Delta \hat{\varepsilon}_t = \delta \hat{\varepsilon}_{t-1} + u_t \quad t = 1, 2, 3, 4, \dots, n \quad (5)$$

şeklindeki model kullanılır. Burada $u_t \sim \text{iid}(0, \sigma^2)$ ’dir. Eğer u_t beyaz gürültü değilse, kullanılması gereken model,

$$\Delta \hat{\varepsilon}_t = \delta \hat{\varepsilon}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \delta_i \Delta \hat{\varepsilon}_{t-i} + u_t \quad t = 1, 2, 3, 4, \dots, n \quad (6)$$

biçiminde olur. Diğer bir ifadeyle artıkları gösteren u_t otokorelasyonlu ise (5) numaralı model genişletilerek (6) numaralı modele ulaşılır. Burada p gecikme sayısını göstermektedir.

Adım4: Aşağıdaki hipotezler kullanılarak değişkenler arasında kointegrasyon ilişkisi olup olmadığına karar verilir, (Akter ve Majumder, 2013: 17-20, Dickey ve Fuller, 1979: 427-431, Dickey, 1976).

$H_0 : \delta = 0$ yokluk hipotezi $H_1 : \delta < 0$ alternatif hipotezine karşı test edilir. Regresyondan hesaplanan t -istatistiği değeri, tablo kritik değeriyle karşılaştırılır. $H_0 :$

$\delta = 0$ eğer $t_{hesap} > t_{tab}$ ise $\hat{\varepsilon}_t$ durağan değildir yani kointegrasyon ilişkisi yoktur.

$H_1 : \delta < 0$ eğer $t_{hesap} < t_{tab}$ ise $\hat{\varepsilon}_t$ durağandır yani kointegrasyon ilişkisi vardır.

Eğer $t_{hesap} > t_{tab}$ ise H_0 hipotezi red edilemez. $\hat{\varepsilon}_t$ ’nin durağan olmadığını diğer bir ifade ile Y_t ve X_t değişkenlerinin kointegrasyon ilişkisi olmadığını göstermektedir.

$t_{hesap} < t_{tab}$ ise H_0 hipotezi red edilir. H_0 hipotezi red edilmiş ise, $\hat{\varepsilon}_t$ artıklar serisi durağandır. Yani, Y_t ve X_t değişkenleri kointegrasyondur.

$H_0: \delta = 0$ ve $H_1: \delta < 0$ hipotez testi için test istatistiğine ilişkin kritik değerler aşağıda verilmiştir.

Tablo 1: Kritik değerler, Wei (2006).

Model	%1	% 5
AR(1)	-4.07	-3.37
AR(p), $p > 1$	-3.73	-3.17

Engle-Granger (1987: 251-276) yöntemi kullanılan değişkenlerin bütünleşik derecelerinin belirlenmesine dayanan bir yöntemdir. Bu nedenle öncelikle değişkenlerinin bütünleşik derecelerini bulmak için birim kök testleri kullanılmaktadır. Bu çalışmada da öncelikle her seri için durağan olmayan AR(1) modellerinin uygun olduğu belirlenmiştir. Serilere ilişkin birim kökler çeşitli yöntemler ile tespit edilmiştir. Tablolardaki sonuçlar incelendiğinde her serinin birinci dereceden bütünleşik olduğu gözlenmiştir. Kointegrasyon analiziyle aynı dereceden bütünleşik olan serilerde kointegrasyon ilişkisi olup olmadıklarını araştırılmıştır.

3.3 Periodogram Yöntemi

Mevsimsel zaman serilerinde mevsimsel birim kökün varlığının araştırmasında periodogram yöntemi birim kök testi kullanılabilir.

$\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$ olmak üzere $SAR_4(1)$ modeli $Y_t = \rho Y_{t-4} + \varepsilon_t$ $t = 1, 2, 3, 4, \dots, n$ şeklinde verilmiş olsun. Y_t serisi için periodogramlar

$$I_n(\omega_k) = \frac{n}{2} (a_k^2 + b_k^2) \quad (7)$$

şeklinde hesaplanır. Burada, Fourier katsayıları olarak bilinen a_k ve b_k değerleri de.

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n Y_t \text{ ve } \omega_k = \frac{2\pi k}{n}$$

olmak üzere

$$a_k = \frac{n}{2} \sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y}) \cos(\omega_k t), \quad b_k = \frac{n}{2} \sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y}) \sin(\omega_k t) \quad (8)$$

şeklinde hesaplanır.

$H_0 : \rho = 1$ hipotezinin testi için

$$T_n(\omega_k) = \frac{2(1 - \cos(\omega_k))}{\hat{\sigma}^2} I_n(\omega_k) \quad (9)$$

önerilmektedir. Ancak, bu hipotezin test edilebilmesi için $H_0 : \rho = 1$ yokluk hipotezi altında, $T_n(\omega_k)$ test istatistiğinin dağılımına ihtiyaç duyulmaktadır.

$H_0 : \rho = 1$ yokluk hipotezi altında $T_n(\omega_k) \xrightarrow{D} Z_1^2 + 3Z_2^2$ 'dir. Burada Z_1 ve Z_2 bağımsız standart normal dağılıma sahip rasgele değişkenlerdir (Akdi ve Dickey, 1999: 153-164, Akdi, 1995).

4. Bulgular

4.1 Verilerin Tek Değişkenli Analizleri

Güney Afrika'nın 1990:01 - 2013:04 dönemi için gayri safi yurtiçi hasıla, ithalat, ihracat, üretim ve tüketim verileri için uygun modeller belirlenerek HEGY yöntemi uygulanarak serilerin mevsimsel birim köklü olup olmadığı araştırılmıştır. (2) numaralı modele sabit terim trendin olmadığı duruma göre π_1 , π_2 parametrelerine ilişkin ve τ -istatistiği (\hat{t}_{hesap1} ve \hat{t}_{hesap2}) değerleri Tablo 2 de verilmiştir.

Tablo 2: HEGY mevsimsel birim kök testi sonuçları ($\alpha = \% 5$)

Deterministik bileşen: Intercept				
Değişken	Parametre		τ -istatistiği	
	π_1	π_2	\hat{t}_{hesap1}	\hat{t}_{hesap2}
lgsyih	0.00039	-0.87723	0.59	-6.23
lithalat	-0.00202	-0.44825	-1.23	-4.66
lihracat	-0.00138	-0.32977	-0.69	-4.06
lürretim	-0.00638	-0.59720	-1.21	-5.48
ltüketim	-0.00004	-0.63388	-0.04	-6.76

lgsyih değişkeni için $Y_{4,t}$ 'nin $Y_{1,t-1}$, $Y_{2,t-1}$, $Y_{3,t-2}$ ve $Y_{3,t-1}$ üzerine regresyonundan tahmin edilen model $\hat{Y}_{4,t} = 0.00039 Y_{1,t-1} - 0.87723 Y_{2,t-1} - 0.08685 Y_{3,t-2} - 0.85061 Y_{3,t-1}$ şeklinde elde edilmiştir.

Tablo 2'de yer alan değerler HEGY (1990: 215-238) tablo değerleri (yaklaşık $n = 100$) ile karşılaştırıldığında, $H_0 : \pi_1 = 0$, $\hat{t}_{hesap1} = 0.59 > \hat{t}_{tab} = -2.96$ olduğundan H_0 yokluk hipotezi red edilemez yani mevsimsel birim köklüdür. $H_0 : \pi_2 = 0$, $\hat{t}_{hesap2} = -6.23 < \hat{t}_{tab} = -2.96$ olduğundan H_0 yokluk hipotezi red edilir. Yani seri altı aylık periyotlarda birim kök içermemektedir. Benzer şekilde diğer seriler de incelenerek sonuçlar Tablo 2'de verilmiştir.

Aynı veriler HEGY testinin yanı sıra periodogram tabanlı mevsimsel birim kök test yöntemi kullanılarak da analiz edilmiştir Bunun için bazı istatistiki değerler;

Igsyih için $\hat{\sigma}_{Igsyih}^2 = 0.046343$ ve lithalat için $\hat{\sigma}_{lithalat}^2 = 0.906296$ şeklinde hesaplanmıştır.

Buradan, $n = 96$ için $\alpha = \%5$ anlam düzeyindeki kritik değer 0.178 dir. Değişik periyotlardaki ($k=1,2,3,4$, Igsyih ve lithalat serileri için) periodogramlar ve t - istatistiğinin değerleri Tablo 3'te verilmiştir. Tablo 3 incelendiğinde, Igsyih için $T_n(\omega_1) = 0.28765 > \hat{t}_{tab} = 0.178$ olduğundan $H_0: \rho=1$ yokluk hipotezi red edilemez. Yani Igsyih serisi birim köklüdür. Benzer şekilde $T_n(\omega_2) = 0.21748 > \hat{t}_{tab} = 0.178$ olduğundan $H_0: \rho=1$ hipotezi de red edilemez. Bununla birlikte, $T_n(\omega_3) = 0.17746 < \hat{t}_{tab} = 0.178$ olup $H_0: \rho=1$ hipotezi red edilir yani birim köklü değildir. Ayrıca, $T_n(\omega_4) = 0.19953 > \hat{t}_{tab} = 0.178$ olduğundan $H_0: \rho=1$ hipotezi red edilemez. lithalat serisi için $T_n(\omega_k) > \hat{t}_{tab}$ olduğundan $H_0: \rho=1$ yokluk hipotezi red edilemez. Yani ithalat serisi birim köklüdür.

Tablo 3: Igsyih ve lithalat için periodogram koordinatları ve t - istatistiği

Igsyih		lithalat		
$I_n(\omega_k)$	$T_n(\omega_k):$ t -istatistiği	$I_n(\omega_k)$	$T_n(\omega_k):$ t -istatistiği	$\alpha = \% 5$
3.11303	0.28765	53.9081	0.25471	0.178
0.58905	0.21748	13.2182	0.24955	
0.21400	0.17746	4.9974	0.21190	
0.13569	0.19953	3.7213	0.27982	

Diğer seriler için elde edilen istatistiki değerler lihracat için $\hat{\sigma}_{lihracat}^2 = 0.747806$, üretim serisi için de $\hat{\sigma}_{iuretim}^2 = 0.013253$ olarak gözlenmiştir. Tablo 4'te lihracat ve üretim serileri için periodogram değerleri ($k=1,2,3,4$ için) ile t - istatistiklerinin değerleri verilmiştir.

Tablo 4: lihracat ve üretim için periodogram koordinatları ve t - istatistiği

lihracat		lütretim		
$I_n(\omega_k)$	$T_n(\omega_k):$ t -istatistiği	$I_n(\omega_k)$	$T_n(\omega_k):$ t -istatistiği	$\alpha = \% 5$
45.0919	0.25821	0.81036	0.26183	0.178
11.0916	0.25378	0.12681	0.16372	
3.8631	0.19852	0.10614	0.30777	
2.7592	0.25145	0.10008	0.51462	

Tablo 4 incelendiğinde, lihracat serisi için $T_n(\omega_k) > \hat{t}_{tab}$ olduğundan $H_0: \rho=1$ hipotezi red edilemez. Yani lihracat serisi birim köklüdür. lütretim için ise $T_n(\omega_1) = 0.26183 > \hat{t}_{tab} = 0.178$ olup $H_0: \rho=1$ hipotezi red edilemez. Ancak, $T_n(\omega_2) = 0.16372 < \hat{t}_{tab} = 0.178$ olduğundan $H_0:$

$\rho=1$ yokluk hipotezi red edilir. Yani, seri $k=2$ için birim köklü değildir. Ayrıca, $k=3$ için $T_n(\omega_3) = 0.30777 > \hat{t}_{tab} = 0.178$ olup $H_0: \rho=1$ yokluk hipotezi red edilemez. Son olarak, $k=4$ için $T_n(\omega_4) = 0.51462 > \hat{t}_{tab} = 0.178$ olduğundan $H_0: \rho=1$ hipotezi red edilemez. Yani, aynı seri için farklı periyotlarda farklı sonuçlar elde edilmektedir.

İtüketim için beyaz gürültü serisinin varyansı $\hat{\sigma}_{İtüketim}^2 = 0.597455$ olarak hesaplanmış olup benzer analizler yapılarak sonuçlar Tablo 5' te özetlenmiştir.

Tablo5: İtüketim için periodogram koordinatları ve t- istatistiği

$I_n(\omega_k)$	$T_n(\omega_k) : t$ -istatistiği	$\alpha = \% 5$
34.5418	0.24757	0.178
8.5356	0.24445	
4.3596	0.28042	
1.9903	0.22702	

$T_n(\omega_k) > \hat{t}_{tab}$ olduğundan $H_0: \rho=1$ yokluk hipotezi red edilemez.

Tablo 6: Kritik değerler, (Akdi ve Dickey 1999: 153-164).

α	0.001	0.01	0.025	0.05	0.10	0.20	0.50	0.80	0.90	0.95	0.975	0.99
t-ist	0.0035	0.0348	0.088	0.178	0.368	0.79	2.54	6.32	9.48	12.85	16.37	21.17

4.2 Çok Değişkenli Analizler

Durağan olmayan serilerin, aynı derecede durağanlığı sağlanıyorsa, bu seriler arasında kointegrasyon ilişkisi olup olmadığı Engle-Granger yöntemiyle araştırılabilir. Engle-Granger yöntemiyle kointegrasyon analizi yapılırken, tek bağımsız değişken kullanılabileceği gibi k sayıda bağımsız değişkenle de uygulanabilir. Bağımlı ve k sayıdaki bağımsız değişkenin her biri birinci dereceden bütünleşik yani $I(1)$ olması gerekmektedir. Bu kısımda Engle-Granger yöntemiyle sırasıyla İtüketim ve İgryih, İtüketim ve İhracat, İtüketim ve İretim, İthalat ve İgryih, İretim ve İgryih, İthalat ve İretim, İthalat ve İtüketim, İhracat ve İgryih, İhracat ve İretim, İthalat ve İhracat serileri arasında kointegrasyon ilişkisi olup olmadığı incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar periodogram yöntemiyle karşılaştırılmıştır.

İtüketim ve İgryih

Engle-Granger yöntemi kullanılarak İtüketim ve İgryih serilerinin kointegrasyonlu olup olmadığı sınanmaya çalışılmıştır. Bunun için

$$Itüketim_t = \beta_0 + \beta_1 lgsyih_t + \varepsilon_t \quad t = 1, 2, 3, 4, \dots, 96 \quad (10)$$

şeklinde bir model gözönüne alınmıştır. Katsayılara ilişkin değerler Tablo 7’de verilmiştir.

Regresyondan elde edilen artıklar serisi $\hat{\varepsilon}_t = Y_t - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_t$ şeklinde hesaplanmış ve artıklar için

$$\Delta \hat{\varepsilon}_t = \delta \hat{\varepsilon}_{t-1} + u_t \quad t = 1, 2, 3, 4, \dots, 96 \quad (11)$$

şeklinde bir model dikkate alınmıştır. Bununla birlikte, Itüketim ve lihracat serileri için de benzer analizler yapılmış, sonuçlar Tablo 7’de özetlenmiştir.

Tablo 7: Itüketim ve lgsyih, Itüketim ve lihracat serilerin katsayıları

Değişkenler	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	Artıklar için δ
Itüketim(Y_t) ve lgsyih(X_t)	-90.25	3.54	-0.10
tüketim(Y_t) ve lihracat (X_t)	0.18	0.88	-0.13

Artıklara ilişkin istatistiki sonuçlar ise Tablo 8’de verilmiştir.

Tablo 8: Itüketim ve lgsyih, Itüketim ve lihracat, Itüketim ve lüretim, lithalat ve lgsyih, lüretim ve lgsyih, lithalat ve lüretim, lithalat ve Itüketim, lihracat ve lgsyih, lihracat ve lüretim, lithalat ve lihracat serilerin artıkları test sonucu

Değişkenler	Artıklar($\hat{\varepsilon}_t$) : t_{hesap}	Sonuç	AR(p)	$\alpha = \% 5 :$ t_{tab}
Itüketim(Y_t) ve lgsyih(X_t)	-3.85	$\hat{\varepsilon}_t \sim I(0)$	p=1	-3.37
Itüketim(Y_t) ve lihracat (X_t)	-2.47	$\hat{\varepsilon}_t \sim I(0)$		
Itüketim(Y_t) ve lüretim(X_t)	-2.50	$\hat{\varepsilon}_t \sim I(0)$		
lithalat(Y_t) ve lgsyih(X_t)	-2.75	$\hat{\varepsilon}_t \sim I(0)$		
lüretim(Y_t) ve lgsyih(X_t)	-2.05	$\hat{\varepsilon}_t \sim I(0)$		
lithalat(Y_t) ve lüretim(X_t)	-2.60	$\hat{\varepsilon}_t \sim I(0)$		

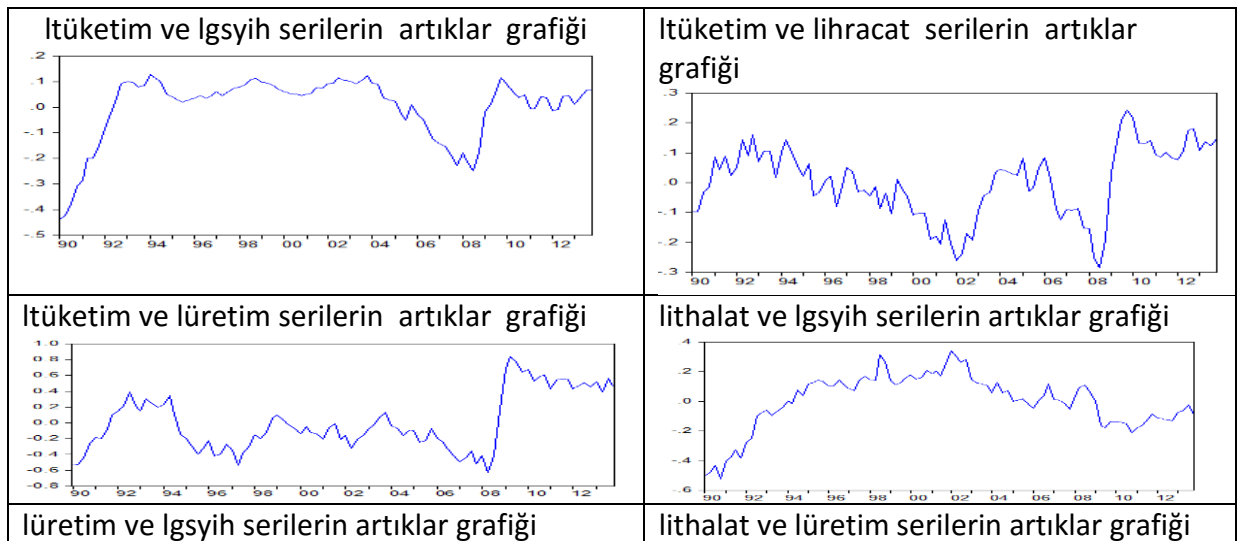
lithalat(Y_t) ve ltüketim(X_t)	-2.46	$\hat{\varepsilon}_t \sim I(0)$		
lihracat (Y_t) ve lgsyih(X_t)	-2.58	$\hat{\varepsilon}_t \sim I(0)$		
lihracat (Y_t) ve lütetim(X_t)	-2.34	$\hat{\varepsilon}_t \sim I(0)$		
lithalat(Y_t) ve lihracat (X_t)	-2.76	$\hat{\varepsilon}_t \sim I(0)$		

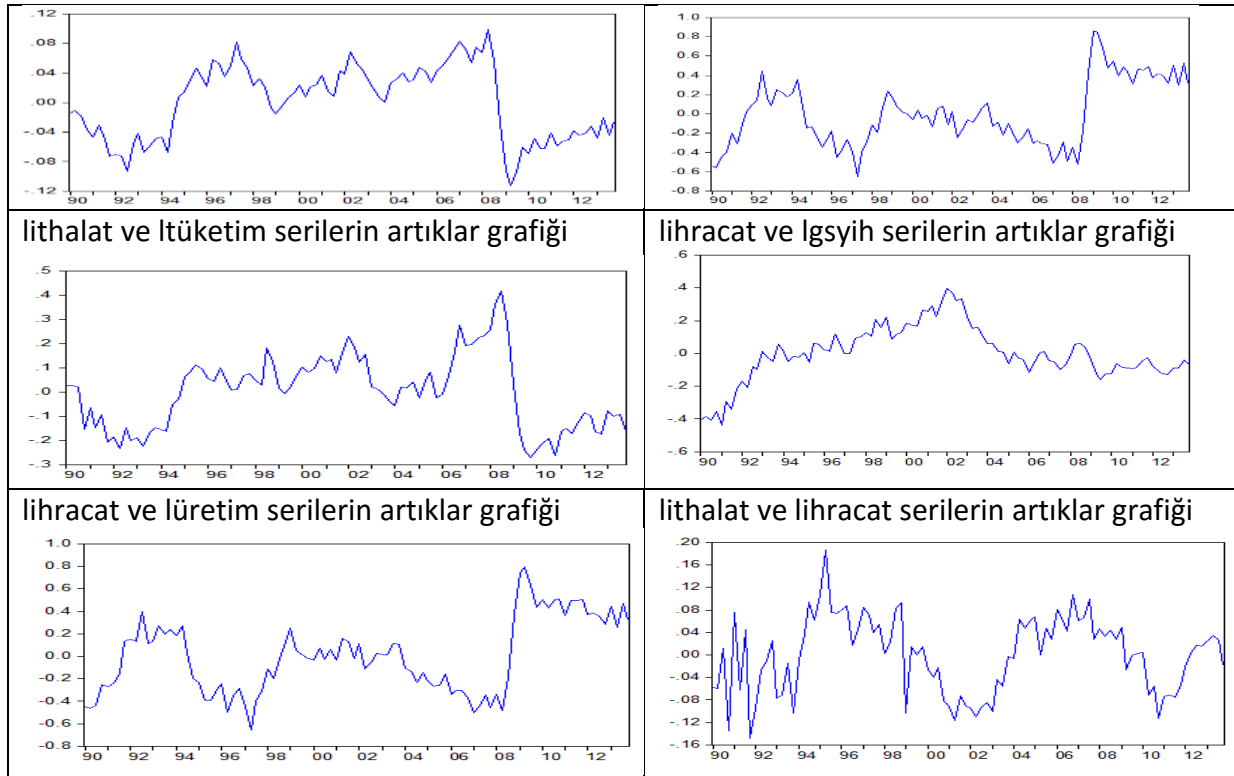
$H_0 : \delta = 0$ yokluk hipotezi red edilirse artıklar serisi durağandır ve serilerde kointegrasyon ilişkisi olduğu söylenebilir. Bunun için hesaplanan t -değerinin yukarıda verilen tablo değerinden küçük olup olmadığına bakılması gerekmektedir.

Tablo 8 incelendiğinde, $t_{hesap} = -3.85 < t_{tab} = -3.37$ olduğundan, H_0 hipotezi red edilir. Yani artıklar serisi durağandır. Başka bir ifade ile ltüketim ve lgsyih serileri kointegrasyonludur. Diğer taraftan, $t_{hesap} = -2.47 > t_{tab} = -3.37$ olduğundan H_0 hipotezi red edilemez. Yani artıklar serisi durağan olmayıp, ltüketim ve lihracat serileri kointegrasyonlu değildir.

Benzer şekilde diğer kointegrasyon analizleri yapılmış, analiz sonuçları Tablo 8 'de verilmiştir. Artıklar serisinin grafikleri de Şekil 1'de verilmiştir.

Şekil 1: ltüketim ve lgsyih, ltüketim ve lihracat, ltüketim ve lütetim, lithalat ve lgsyih, lütetim ve lgsyih, lithalat ve lütetim, lithalat ve ltüketim, lihracat ve lgsyih, lihracat ve lütetim, lithalat ve lihracat serilerin artıklar grafiği





Değişkenler arasındaki kointegrasyon ilişkisi periodogram yöntemiyle de incelenmiştir. periodogram yöntemiyle ltüketim ve lgsyih, ltüketim ve lihracat, ltüketim ve lüretim, lithalat ve lgsyih, lüretim ve lgsyih, lithalat ve lüretim, lithalat ve ltüketim, lihracat ve lgsyih, lihracat ve lüretim, lithalat ve lihracat değişkenleri arasındaki kointegrasyon ilişkisi araştırılmıştır. Periodogram yöntemiyle değişkenler arasındaki ilişkiyi ortaya koyan sonuçlar Tablo 9'da verilmiştir. Burada $Y_k = \text{Real}\{I_{XY}(w_k)\}$ ve $X_k = I_{XX}(w_k)$ olmak üzere,

$$Y_k = \beta_0 + \beta_1 X_k + \eta_k, k=1,2,3,\dots,n/2$$

şeklinde bir regresyon modelinde faydalanılmıştır. Buradan, artıklar serisi

$$Z_t = Y_t - \hat{\beta}_1 X_t, t=1,2,3,\dots,96$$

şeklinde oluşturulmuştur. Bu artıklar serisinin durağanlığı için $\Delta Z_t = Z_t - Z_{t-1}$ serisi elde edilmiş ve bu fark serisi Z_{t-1} değişkeni üzerine regresyonu yapılarak $\hat{\beta}_1$ katsayısına karşılık gelen t-istatistiği değeri hesaplanmıştır. Ancak, bu tablo değerleri standart t-dağılım tablo değerleri yerine Berment vd. (2005) tarafından verilen tablo değerleri ile karşılaştırılmalıdır. Örneğin, ltüketim(Y_t) ve lgsyih(X_t) değişkenleri arasındaki kointegrasyon ilişkisi için, $Z_t = Y_t - 3.33650 X_t$ artıklar serisi elde edilmiş, ve bu artıklar serinin durağanlığı için de t-istatistiğinin değeri $t_{hesap} = -4.13$ olarak hesaplanmıştır. %5 anlam düzeyi için tablo değeri $t_{tab} = -3.43564$ olup $t_{hesap} < t_{tab}$ olduğundan H_0 yokluk hipotezi red edilir. Yani, ltüketim(Y_t) ve lgsyih(X_t) serileri kointegrasyonludur. Diğer istatistiki analiz sonuçları özet olarak Tablo 9'da verilmiştir.

Tablo 9: Periodogram yöntemi ile kointegrasyon analizi

Değişkenler	$\hat{\beta}_i$	t_{hesap}	%5 kritik değer: t_{tab}	sonuç
İtüretim ve İgryih	3.33650	-4.13	-3.43564	$t_{hesap} < t_{tab}$ olduğundan H_0 yokluk hipotezi red edilir. Kointegrasyon vardır.
İtüretim ve İhracat	0.87001	-2.41	-3.43564	$t_{hesap} > t_{tab}$ olduğundan H_0 yokluk hipotezi red edilemez. Kointegrasyon yoktur.
İtüretim ve İretim	6.21239	-2.03	-3.43564	$t_{hesap} > t_{tab}$ olduğundan H_0 yokluk hipotezi red edilemez. Kointegrasyon yoktur.
İthalat ve İgryih	4.10098	-3.04	-3.43564	$t_{hesap} > t_{tab}$ olduğundan H_0 yokluk hipotezi red edilemez. Kointegrasyon yoktur.
İretim ve İgryih	0.47479	-2.06	-3.43564	$t_{hesap} > t_{tab}$ olduğundan H_0 yokluk hipotezi red edilemez. Kointegrasyon yoktur.
İthalat ve İretim	8.00370	-2.65	-3.43564	$t_{hesap} > t_{tab}$ olduğundan H_0 yokluk hipotezi red edilemez. Kointegrasyon yoktur.
İthalat ve İtüretim	1.23867	-2.09	-3.43564	$t_{hesap} > t_{tab}$ olduğundan H_0 yokluk hipotezi red edilemez. Kointegrasyon yoktur.
İhracat ve İgryih	3.75332	-2.77	-3.43564	$t_{hesap} > t_{tab}$ olduğundan H_0 yokluk hipotezi red edilemez. Kointegrasyon yoktur.
İhracat ve İretim	7.29709	-2.41	-3.43564	$t_{hesap} > t_{tab}$ olduğundan H_0 yokluk hipotezi red edilemez. Kointegrasyon yoktur.
İthalat ve İhracat	1.09317	-4.82	-3.43564	$t_{hesap} < t_{tab}$ olduğundan H_0 yokluk hipotezi red edilir. Kointegrasyon vardır.*

(*) Periodogram metoduna göre İthalat ve İhracat arasında kointegrasyon ilişkisi gözlenmesine rağmen Engle-Granger yöntemine göre kointegrasyon ilişkisi gözlenmemiştir.

5. Sonuç

Bu çalışmada 1990:01-2013:04 dönemi için Güney Afrika'nın üçer aylık ekonomik verileri kullanılmıştır. Serilerin birim kök içerip içermediği ve değişkenler arasında kointegrasyon ilişkisi olup olmadığı araştırılmıştır. Birim kök testi için HEGY ve periodogram yöntemleri kullanılmıştır. Kointegrasyon analizi için ise Engle-Granger ve periodogram yöntemleri uygulanmıştır.

Güney Afrika'nın ekonomik serileri için yapılan analizlerde bütün serilerin hem HEGY sonuçlarına göre hem de periodogram sonuçlarına göre mevsimsel birim köklü olduğu sonucuna varılmıştır.

Kointegrasyon analizinde periodogram yöntemine göre ithalat ve ihracat arasında kointegrasyon ilişkisi gözlenmesine rağmen, Engle-Granger yöntemine göre ithalat ve ihracat değişkenleri arasında kointegrasyon ilişkisi gözlenememiştir. Bunun sebebi, Engle-Granger yöntemi mevsimsel kointegrasyon için kullanılmamalıdır. Bunun yerine yine Engle-Granger yöntemi kadar pratik olan periodogram tabanlı kointegrasyon yöntemi kullanılmalıdır.

Kaynaklar

Akdi, Y. (2010), "Zaman Serileri Analizi (Birim Kökler ve Kointegrasyon)" 2. Baskı, Gazi Kitabevi.

Akdi, Y. (1995), "Periodogram Analysis for Unit Roots", Ph.D. Thesis, North Carolina State University.

Akdi, Y. and Dickey, D. A. (1999), "Periodograms for Seasonal Time Series With a Unit Root", İstatistik, Journal of the Turkish Statistical Association, 2, 3, 153-164.

Akter, R. and Majumder, A. K. (2013), "Restricted Testing Procedure and Modified Dickey- Fuller Test", Research Journal of Mathematical and Statistical Sciences 1, 17-20.

Berument, H., Akdi, Y. and Atakan, C. (2005), An Empirical Analysis of Istanbul Stock Exchange Sub-Indexes, Studies in Non linear Dynamics & Econometrics Electronic Press, 9, 3.

Dickey, D. A. (1976), "Estimation and Hypothesis Testing in Nonstationary Time Series", Unpublished, Ph. D. Dissertation, Iowa State University.

Dickey, D. A. and Fuller, W. A. (1979), "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root", Journal of the American Statistical Association, 74, 427- 431.

Engle, R. F., ve C. W. J. Granger (1987), "Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing", *Econometrica*, vol:55, 251-276.

Franses, P. H. And Hobjin, B. (1997), "Critical Values for Unit Root Tests in Seasonal Time Series", *Journal of Applied Statistics*, 24, 1, 25-47.

FRED: Federal Reserve Economic Data, <https://research.stlouisfed.org/fred2>.

Ghysels, E., Lee, H. S. and Noh, J. (1994), "Testing for Unit Roots in Seasonal Time Series", *Journal of Econometrics*, 62, 415 – 442. Princeton New Jersey.

Gürel, S. P. And Tiryakioğlu, M. (2012), "Seasonal Unit Root: An Application to Turkish Industrial Production Series", *Business and Economics Research Journal*, 3, 4, 77-89.

Harris, R. and Sollis, R. (2003), "Applied Time Series Modelling and Forecasting", John Wiley& Sons.

Hylleberg, S., Engle, R. F., Granger, C. W. J. and Yoo, B. S. (1990), "Seasonal Integration and Cointegration", *Journal of Econometrics*, 44, 215-238.

Sevüktekin, M. ve Nargeleçekenler, M. (2010), "Ekonometrik Zaman Serileri Analizi, Eviews Uygulamalı", 3. Baskı, Nobel Yayın Dağıtım.

Shirvani, H. , Wilbratte, B., Delcoure, N. (2009), "Testing for Periodic Integration and Cointegration of the Stock Prices of the G7 Countries", *Investment Management and Financial Innovations*,6,1.

Tıraşoğlu, M. (2012), HEGY Mevsimsel Birim Kök Testi: Türkiye’de TÜFE ve TÜFE Harcama Grupları için bir Uygulama, *Kırklareli Üniversitesi İ. İ. B. F. Dergisi*.

Wei, W. W. S. (2006), "Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods", Second Edition, Pearson-Addison Wesley.