



Suna AKKOL,** Koray CEBERUT,*** Seçil KARAKUŞ****

Öz: Çeşitli çalışma alanlarında doğal bir hiyerarşiye sahip verilerle sıklıkla karşılaşmaktadır. Bu tip verilerde bir gruba ait olan gözlemler birbirlerine benzerlik gösterirken diğer gruplardaki gözlemlerden bağımsız olurlar. Aynı grup içindeki gözlemlerin birbirlerine benzerliği, gözlemlerin bağımsızlığı varsayımının ihlal edilmesiyle sonuçlanır. Ortaya çıkan bu sorun, çok düzeyli modellerin kullanılmasıyla giderilebilir. Bu çalışmada, Van ili merkezinde şansa bağlı olarak seçilen 20 ilköğretim okulunda eğitim öğretim gören öğrencilerin, 2010 yılı SBS (Seviye Belirleme Sınavı) başarı puanı üzerine etkili olan faktörler, çok düzeyli doğrusal modeller kullanılarak değerlendirilmiştir. Kesim ve eğimin şansa bağlı olduğu model, sınav puanındaki değişimi en iyi açıklayan model olarak belirlenmiştir. Analizler yapılırken kullanılan tahmin yöntemlerinden en küçük sapmaya sahip olan MCMC yöntemi, IGLS ve RIGLS yöntemlerine tercih edilmiştir. Sonuç olarak, öğrencilerin almış oldukları sınav başarısı açısından okulların anlamlı farklılıklara sahip olduğu ortaya koyulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Çok düzeyli modeller, hiyerarşik veri, şansa bağlı kesim ve eğim modeli, SBS, çok seviyeli modeller

* Bu çalışma, YYU Bilimsel Araştırma Projeleri Başkanlığı tarafından “2011-ZF-B004” kodlu proje olarak desteklenmiştir.

** Yüzüncü Yıl Üniversitesi Ziraat Fakültesi Zootečni Bölümü, sgakkol@yu.edu.tr, Tuşba/Van, Türkiye.

*** Özel Doğa Ortaokulu, İpekyolu/ Van, Türkiye.

**** Yavuz Selim Ortaokulu, Battalgazi, Malatya, Türkiye.



A Comparison of Estimation Methods for Two-Level Linear Models

Abstract: In a variety of research areas data with natural hierarchies are frequently encountered. In these kinds of data, while observations of a group show similarity with each other it is independent from the observations of other groups. The similarity of observations of the same group results with the violation of the independence of the observations. This problem can be solved with the use of multi-level models. In this work, we apply the multilevel analysis approach to the data including the 2010-year SBS (Placement Test) achievement scores of the students at 20 elementary schools which were randomly selected in the Centrum of Van Province and the aim is to investigate the important factors on the achievement scores. The random intercept and random slope model was determined as the model which best explains the change in exam scores. The MCMC, which has the smallest deviation among the estimation methods, was preferred, as compared to IGLS and RIGLS methods. The results revealed that there is a significant difference in the student achievement scores across schools.

KeyWords: Multilevel models, hierarchical data, random intercept and random slope model, SBS (PT), hierarchical models



Giriş

Bilinen istatistiksel modellerde gözlenen cevap değişkenleri arasında bağımsızlığın olduğu varsayımı yapılmaktadır. Basit regresyon modelinde $(y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + e_i)$, x_i verildiğinde y_i 'nin benzer ve bağımsız dağılışa sahip (iid) olduğu varsayılır. Gerçek yaşamdan elde edilen veriler, sıklıkla hiyerarşik bir sınıflandırma veya gruplandırmanın söz konusu olduğu hiyerarşik veya kümelenmiş verilerdir. Sosyal bilimler başta olmak üzere, çeşitli çalışma alanlarında bu tip verilerle sıklıkla karşılaşmaktadır. Öğrencilerin okullar içinde gruplandırıldığı eğitim ile ilgili araştırmalarda, hastaların hastaneler içinde gruplandırıldığı tıp alanındaki araştırmalarda, hayvanların sürüler içinde gruplandırıldığı hayvancılık alanındaki araştırmalarda, üzerinde çalışılan popülasyon, hiyerarşik bir yapıya sahiptir. Bunun gibi iki seviyenin olduğu çok düzeyli bir modelleme probleminde, ilk olarak en yüksek düzeyden örnek birimler alınır. Daha sonra mevcut birimlerden alt birimler örneklenir. Söz konusu alt birimler, düzey bir alt birimleridir. Buna göre, birinci düzeydeki birimler genellikle tamamen bağımsız olmazlar (Hox, 1998; Goldstein, 2011; Osborne, 2000).

Son yıllarda bilgisayar paket programlarının kullanışlı hale gelmesi ile yoğun olarak kullanılan çok düzeyli modelleme, gözlemler arasındaki bağımlılık yapısını dikkate alarak hiyerarşik verilerin analizlerinin doğru bir şekilde yapılmasına olanak sağlamaktadır (Hox, 2002; Raudenbush ve Bryk, 2002; Noyan ve Özer, 2006; Tatar, 2010). Bu amaçla, çok düzeyli bir modelde regresyon eğrisine hata terimi dışında hiyerarşinin herhangi bir seviyesinde bulunan, birimler arası değişimi (varyans) ve birlikte değişimi (kovaryans) dikkate alan terimler ilave edilir. Bunun bir sonucu olarak hiyerarşik bir popülasyondan elde edilen veriler arasındaki bağımlılık yapısı dikkate alınmış olur.

Çok düzeyli modeller çalışılırken, olabilirlik ve Bayes tabanlı yaklaşımlardan faydalanılmaktadır. Olabilirlik tabanlı yaklaşımlardan iteratif genelleştirilmiş en küçük kareler



(IGLS:Iterative Generalized Least Square) normal dağılış gösteren cevap değişkenleri için çok düzeyli modellerin uyumunda kullanılmaktadır (Goldstein, 1986, 1991, 2011; Goldstein ve Rasbash, 1992; Browne, 1998; Browne ve Draper, 2000; Akkol ve Okut, 2007). Ancak, IGLS yönteminin küçük örneklerde sapmalı tahminler vermesi, özellikle şansa bağlı parametrelerin daha küçük tahminiyle sonuçlanmaktadır. IGLS'deki bu eksikliği ortadan kaldırmak üzere Goldstein (1989) tarafından geliştirilen kısıtlanmış iteratif genelleştirilmiş en küçük kareler (RIGLS: Restricted Iterative Generalized Least Square) yönteminde, $\hat{\beta}$ 'nin örnekleme varyansının hesaba katılmasıyla düzeltme yapılmaktadır. Diğer tahmin yöntemi Bayes yorumlamada, ortak posteriorlar dağılışın elde edilmesi ve bu dağılıştan doğrudan örnekleme yapmak güçtür (Rasbash, Steele, Browne, ve Goldstein 2009; Browne, 2015). MCMC yönteminin kullanılması ile bu problemin üstesinden gelinir. Bu yöntemde, parametreler gruplara ayrıldıktan sonra elde edilen posterior dağılışlardan sırasıyla örnekleme yapılır. Bu örneklemenin, ortak poterior dağılışa denk olduğu bildirilmektedir (Browne ve Draper, 2001, Browne, 2015; Rasbash, Steele, Browneve Goldstein, 2009; Goldstein, Browne ve Rasbash, 2002).

Bu çalışmada, Van ili merkezine bağlı 20 ilköğretim okulunda eğitim öğretim gören öğrencilerin SBS başarı puanı değerlendirilecektir. Öğrencilerin okullar içinde gruplandırılmış olduğu doğal bir hiyerarşik yapıya sahip olan bu veri seti için iki düzeyli doğrusal modeller kullanılacaktır. Verilerin analizi için olabilirlik tabanlı yöntemlerden IGLS, RIGLS ile Bayes tabanlı yöntemlerden MCMC kullanılacaktır. SBS başarı puanı en iyi açıklayan model ve tahmin yöntemi ki-kare testi ile belirlenecektir

Yöntem

Materyal: Çalışmada, Van il merkezinde bulunan ve şansa bağlı olarak seçilen 20 okulun sekizinci sınıf öğrencilerine ait 2010 yılı SBS başarı puanı ile bu öğrencilere yapılan anketten elde edilen veriler kullanılacaktır. İl Milli Eğitim Müdürlüęü'nden alınan SBS



başarı puanı, cevap değişkeni olarak değerlendirilecektir. Analizler için MLwiN (2.02) (Rasbash, Charlton, Browne, Healy ve Cameron, 2009) ve SAS (9.3) paket programlarından faydalanılacaktır. Çalışmada kullanılan değişkenler Tablo 1’de açıklanmıştır.

Tablo 1: Çalışmada kullanılan bağımlı ve bağımsız değişkenler ve açıklamaları

| Değişkenler | Açıklamalar |
|----------------|---|
| Y | Öğrencinin 2009-2010 eğitim-öğretim yılı sonunda girmiş olduğu SBS sınavından aldığı puan |
| X ₁ | Öğrencinin 2008-2009 eğitim-öğretim yılına ait yılsonu okul başarı puanı |
| X ₂ | Cinsiyet |
| X ₃ | Okul öncesi eğitim alma |
| X ₄ | Okul dışı eğitim desteği alma, özel ders |
| X ₅ | Annenin eğitim durumu |
| X ₆ | Babanın eğitim durumu |

Öğrencilerin okulların içinde yer aldığı bu çalışmada, veri seti iki düzeyli bir hiyerarşik yapıya sahiptir. Bir diğer ifade ile öğrenciler okullar içinde yer almaktadır. Buna göre çok düzeyli modelleme mantığında, düzey 1 birimleri öğrencileri ve düzey 2 birimleri ise okulları göstermektedir. $j = 1, 2, \dots, m$ ile gösterilen düzey 2’de $m = 20$ okul ve $i = 1, 2, \dots, n_m$ ile gösterilen düzey 1’de $i = 1, 2, \dots, n_{20} = 2498$ öğrenci bulunmaktadır. Her bir okuldaki örnek büyüklüğü birbiri ile aynı olmak zorunda değildir (Goldstein ve Rasbash, 1992; Hox, 2002).

Yöntem: y_{ij} , j’nci gruptaki i’nci bireye ait bağımlı değişkeni, x_{ij} açıklayıcı değişkeni ve β regresyon katsayısını gösterebilir. İki düzeyli bir regresyon modeli için düzey 1 ve düzey 2 eşitlikleri aşağıdaki gibi tanımlanır (Goldstein, 1986, 1989, 2011; Browne ve Draper, 2000).

Model I: Sadece kesim noktasının şansa bağlı olduğu iki düzeyli doğrusal regresyon modeli için düzey 1 eşitliği aşağıda verilmiştir.

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_1 x_{1ij} + \beta_2 x_{2ij} + \beta_3 x_{3ij} + \beta_4 x_{4ij} + \beta_5 x_{5ij} + \beta_6 x_{6ij} + e_{ij} \quad (1)$$

Bu modelde β_{0j} şansa bağlı olarak değişen başlangıç değerlerini ifade eder. Şansa bağlı değişimin ifade edildiği düzey 2 eşitliği aşağıdaki gibi olur.

$$\beta_{0j} = \beta_0 + u_{0j} \quad (2)$$

Eşitlik 2'nin 1 numaralı eşitlikte yerine koyulması ile aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$y_{ij} = \beta_{00} + \beta_1 x_{1ij} + \beta_2 x_{2ij} + \beta_3 x_{3ij} + \beta_4 x_{4ij} + \beta_5 x_{5ij} + \beta_6 x_{6ij} + u_{0j} + e_{ij} \quad (3)$$

Burada, β_0 genel ortalamayı, β_1, \dots, β_6 regresyon katsayılarını, u_{0j} ortalama etrafındaki sapmayı yani düzey 2 hatasını ve e_{ij} düzey 1 hatasını ifade eder ve hata terimleri için $u_{0j} \sim N(0, \sigma_{u_0}^2)$ ve $e_{ij} \sim N(0, \sigma_e^2)$ varsayımları yapılır.

Model II: Bu model, kesim noktasının ve eğimin şansa bağlı olduğu modeldir. Bu modelde düzey 1 ve düzey 2 eşitliği sırasıyla 4 ve 5 numaralı eşitliklerle verilmiştir.

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_1 x_{1ij} + \beta_2 x_{2ij} + \beta_3 x_{3ij} + \beta_4 x_{4ij} + \beta_5 x_{5ij} + \beta_6 x_{6ij} + e_{ij} \quad (4)$$

$$\beta_{0j} = \beta_0 + u_{0j} \quad (5)$$

$$\beta_{1j} = \beta_1 + u_{1j}$$

Yukarıda verilen 5 numaralı eşitlik, 4 numaralı eşitlikte yerine yazıldığında aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 x_{1ij} + \beta_2 x_{2ij} + \beta_3 x_{3ij} + \beta_4 x_{4ij} + \beta_5 x_{5ij} + \beta_6 x_{6ij} + u_{0j} + u_{1j} x_{1ij} + e_{ij} \quad (6)$$

Model II için yukarıda yazılan eşitlikte, β_1 ortalama eğimi ve u_{1j} eğim etrafındaki şansa bağlı

değişimi gösterir ve $e_{ij} \sim N(0, \sigma_e^2)$, $\mathbf{u}_j = [u_{0j}, u_{1j}]^T \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{\Omega}_u)$, $\mathbf{\Omega}_u = \begin{pmatrix} \sigma_{u_0}^2 & \sigma_{u_0 u_1} \\ \sigma_{u_0 u_1} & \sigma_{u_1}^2 \end{pmatrix}$

varsayımları yapılır (Goldstein, 2011).

Bulgular

Van ilinde 20 okul üzerinde yapılan bu çalışmada, 2486 birey değerlendirmeye alınmıştır. Bunların içinde kız öğrencilerin oranı % 49.96, okul öncesi eğitimi alan öğrencilerin oranı %26.19, okul dışı eğitim desteği alanların oranı %41.55 olarak tespit

edilmiştir. Anne ve babanın eğitim durumuna ilişkin açıklama ve dağılım Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2. Çalışmada yer alan anne ve baba için eğitim durumu bilgisi

| Eğitim Durumu | Anne için dağılım | Baba için dağılım |
|--------------------------|-------------------|-------------------|
| | % | % |
| Okuryazar değil | 37.85 | 9.82 |
| İlkokul mezunu | 42.62 | 37.09 |
| Ortaokul mezunu | 9.73 | 19.80 |
| Lise mezunu | 8.19 | 23.43 |
| Ön lisans, lisans mezunu | 1.61 | 9.86 |

2010 yılı SBS başarı puanı ve her bir öğrencinin bir önceki yıla ait sınıf başarı puanları standardize edildikten sonra çok seviyeli analizler yapılmıştır. Model I kullanılarak elde edilen IGLS, RIGLS ve MCMC yöntemlerine ilişkin analiz sonuçları Tablo 3’de verilmiştir.

Tablo 3. Model I için analiz sonuçları

| | IGLS | RIGLS | MCMC ^a |
|---------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| Sabit Etkiler | Tahmin (Std. Hata) | Tahmin (Std. Hata) | Tahmin (Std. Hata) |
| β_0 | -0.043 (0.115) | -0.042 (0.116) | -0.036 (0.117) |
| β_1 | 0.747 (0.016) | 0.748 (0.016) | 0.748 (0.015) |
| β_2 | 0.098 (0.029) | 0.098 (0.029) | 0.098 (0.029) |
| β_3 | 0.008 (0.035) | 0.008 (0.035) | 0.006 (0.035) |
| β_4 | -0.190 (0.032) | -0.190 (0.032) | -0.189 (0.032) |
| β_5 | 0.016 (0.012) | 0.014 (0.012) | 0.016 (0.012) |
| β_6 | 0.033 (0.011) | 0.033 (0.011) | 0.032 (0.011) |
| Şansa bağlı etkiler | | | |
| $\sigma_{u_0}^2$ | 0.028 (0.011) | 0.030 (0.012) | 0.034 (0.015) |
| σ_e^2 | 0.384 (0.013) | 0.385 (0.013) | 0.385 (0.013) |
| Sabit Etkiler | t değeri | t değeri | t değeri |
| β_0 | -0.37 ^{ns} | -0.36 ^{ns} | -0.31 ^{ns} |
| β_1 | 48.08 ^{***} | 48.01 ^{***} | 49.87 ^{***} |
| β_2 | 3.39 ^{***} | 3.39 ^{***} | 3.38 ^{***} |
| β_3 | 0.22 ^{ns} | 0.22 ^{ns} | 0.17 ^{ns} |
| β_4 | -6.00 ^{***} | -5.98 ^{***} | -5.91 ^{***} |

| | | | |
|----------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| β_5 | 1.29 ^{ns} | 1.28 ^{ns} | 1.33 ^{ns} |
| β_6 | 2.93 ^{**} | 2.90 ^{**} | 2.91 ^{**} |
| Şansa bağlı etkiler | z değeri | z değeri | z değeri |
| $\sigma_{u_0}^2$ | 2.55 ^{**} | 2.51 ^{**} | 2.27 ^{**} |
| σ_e^2 | 30.66 ^{***} | 30.61 ^{***} | 29.62 ^{***} |
| Sapma (-2*log olabilirlik) | 3610.460 | 3610.502 | 3579.227 |

^a Parameter tahminleri 500 iterasyon burn-in periyodundan sonra 5000 MCMC örneğinden elde edilen ortalamalardır.

Tablo 3 ile verilen sonuçlar incelendiğinde, IGLS ve RIGLS tahmin yöntemleri için sabit ve şansa bağlı etkiler bakımından elde edilen sonuçların birbirine benzer olduğu görülmektedir. Sapma miktarı dikkate alındığında, her iki yöntemin aynı sapma değerine sahip olduğu dikkat çekmektedir (3650.5). Bunun nedeni, IGLS yönteminin sadece küçük örnek testlerinde sapmalı tahminler üretmesidir (Browne, 1998; Browne ve Draper, 2001; Goldstein, 1991, 2011; Goldstein ve Rasbash, 1992). Tablo 3'deki MCMC yöntemi sonuçlarının IGLS ve RIGLS yönteminden elde edilenlerden farklı olduğu görülmektedir. En dikkat çekici farklılık sapma değerinde meydana gelen azalmadır (3610.5-3579.2=31.3). Bu sonuç, Model I için MCMC tahmin yönteminden elde edilen sonuçların daha güvenilir olduğunu göstermektedir (Goldstein, 2011; Hox, 2002).

Model II kullanılarak elde edilen IGLS, RIGLS ve MCMC analiz sonuçları Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4. Model II için analiz sonuçları

| | IGLS | RIGLS | MCMC^a |
|----------------------|--------------------------|---------------------------|---------------------------|
| Sabit Etkiler | Tahmin (Std.Hata) | Tahmin (Std. Hata) | Tahmin (Std. Hata) |
| β_0 | -0.090 (0.113) | -0.089 (0.114) | -0.087 (0.115) |
| β_1 | 0.740 (0.040) | 0.740 (0.041) | 0.741 (0.043) |
| β_2 | 0.098 (0.028) | 0.098 (0.028) | 0.098 (0.028) |
| β_3 | 0.023 (0.034) | 0.023 (0.034) | 0.023 (0.034) |
| β_4 | -0.165 (0.031) | -0.165 (0.031) | -0.164 (0.032) |
| β_5 | 0.014 (0.012) | 0.014 (0.012) | 0.014 (0.012) |
| β_6 | 0.027 (0.011) | 0.027 (0.011) | 0.027 (0.011) |

| Şansa bağlı etkiler | | | |
|----------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| $\sigma_{u_0}^2$ | 0.027 (0.010) | 0.029 (0.011) | 0.034 (0.014) |
| $\sigma_{u_{01}}$ | 0.009 (0.007) | 0.009 (0.008) | 0.011 (0.010) |
| $\sigma_{u_1}^2$ | 0.025 (0.010) | 0.026 (0.010) | 0.031 (0.014) |
| σ_e^2 | 0.366 (0.012) | 0.367 (0.012) | 0.367 (0.012) |
| Sabit Etkiler | t değeri | t değeri | t değeri |
| β_0 | -0.80 ^{ns} | -0.78 ^{ns} | 0.76 ^{ns} |
| β_1 | 18.50 ^{***} | 18.05 ^{***} | 17.23 ^{***} |
| β_2 | 3.50 ^{***} | 3.50 ^{***} | 3.50 ^{***} |
| β_3 | 0.68 ^{ns} | 0.68 ^{ns} | 0.68 ^{ns} |
| β_4 | 5.32 ^{***} | 5.32 ^{***} | 5.13 ^{***} |
| β_5 | 1.17 ^{ns} | 1.17 ^{ns} | 1.17 ^{ns} |
| β_6 | 2.45 [*] | 2.45 [*] | 2.45 [*] |
| Şansa bağlı etkiler | z değeri | z değeri | z değeri |
| $\sigma_{u_0}^2$ | 2.70 ^{**} | 2.64 ^{**} | 2.43 ^{**} |
| $\sigma_{u_{01}}$ | 1.29 ^{ns} | 1.13 ^{ns} | 1.10 ^{ns} |
| $\sigma_{u_1}^2$ | 2.50 ^{**} | 2.60 ^{**} | 2.22 ^{**} |
| σ_e^2 | 30.50 ^{***} | 30.58 ^{***} | 30.58 ^{***} |
| Sapma (-2*log olabilirlik) | 3554.571 | 3554.638 | 3487.884 |

^a Parameter tahminleri 500 iterasyon burn-in periyodundan sonra 5000 MCMC örneğinden elde edilen ortalamalardır.

Tablo 4'deki sonuçlar incelendiğinde, IGLS ve RIGLS yöntemlerinin özellikle sabit etkiler için benzer sonuçlar ürettiği görülmektedir. Modelin şansa bağlı unsurları tahmin edilirken söz konusu iki yöntem açısından anlamlı bir değişim olmamıştır. Model II için IGLS ve RIGLS yöntemleri kullanılarak elde edilen sapma miktarında herhangi bir değişim gözlenmemiştir (3554.6). Çünkü IGLS küçük örnek terslerinde sapmalı tahminler üretmektedir. Büyük örnek testleri için IGLS sonuçlarının RIGLS ile benzer olması beklenen bir sonuçtur (Goldstein ve Rasbash, 1992; Browne ve Draper, 2001; Goldstein, 2011).

Model II için MCMC yöntemi kullanılarak elde edilen tahminler, IGLS ve RIGLS yöntemleriyle elde edilenlerden farklılık göstermektedir. Özellikle sabit etkilerde önemli bir değişim gözlenmezken şansa bağlı unsurların tahmininde fark söz konusu olmuştur. Tablo 4

<http://dx.doi.org/10.23891/yyuni.2017.5>

ISSN:1305-2020

ile verilen sapma miktarları incelendiğinde, MCMC yöntemi ile elde edilen sapma değerinin IGLS/RIGLS yöntemi ile elde edilenden daha küçük olduğu görülmektedir. MCMC yönteminin kullanılması ile sapma miktarında 66.7 birimlik azalma meydana gelmiştir (3554.6-3487.9=66.7). Sapma miktarındaki bu azalma, MCMC yönteminin diğer yöntemlere tercih edilme nedeni olmuştur. Model II için yapılan bu değerlendirmeler en uygun tahmin yönteminin, en küçük sapma değerine sahip MCMC yöntemi olduğunu ortaya koymuştur.

Tablo 5'te çalışmada kullanılan Model I ve Model II için IGS, RIGLS ve MCMC yöntemlerine ait sapma değerleri ve ki-kare test sonuçları verilmiştir.

Tablo 5: Model I ve Model II için sapma değeri

| Sapma (Deviance) | IGLS | RIGLS | MCMC | Parametre Sayısı |
|------------------|----------|----------|----------|---------------------------|
| Model I | 3610.460 | 3610.502 | 3579.227 | 9 |
| Model II | 3554.571 | 3554.638 | 3487.884 | 11 |
| Model I-Model II | 55.889 | 55.864 | 91.343 | $\chi^2_{2;0.001}=10.827$ |
| <i>p</i> | <0.001 | <0.001 | <0.001 | |

Tablo 5 incelendiğinde, IGLS yönteminin kullanıldığı Model I'den Model II'ye geçildiğinde sapma değerinde 55.9 birim azalma meydana gelmiştir. Yapılan ki-kare testi sonuçlarına göre sapma miktarındaki azalma anlamlı bulunmuştur ($p<0.001$). Bu sonuç, SBS puanındaki değişimi Model II'nin Model I'den daha iyi açıkladığını ortaya koymaktadır. Dolayısıyla, IGLS yöntemi kullanıldığında Model II, Model I'e tercih edilmiştir.

RIGLS yöntemi için Model I ve Model II'yi karşılaştırmak amacıyla yapılan ki-kare testi sonucu, Model II'nin Model I'e tercih edilmesi gerektiğini ortaya koymuştur. Zira Model I yerine Model II kullanılması durumunda sapma miktarında azalma meydana gelmiş (55.864) ve bu azalma miktarı önemli bulunmuştur ($p<0.001$). MCMC yöntemi için Model I ve Model II karşılaştırıldığında, sapma miktarındaki azalma (91.343) yine anlamlı bulunmuştur ($p<0.001$). Tablo 5'e göre Model II, çalışmada kullanılan tahmin yöntemlerinin (IGLS, RIGLS ve MCMC) tamamı için SBS puanındaki değişimi en iyi açıklayan model olarak



<http://dx.doi.org/10.23891/yyuni.2017.5>

ISSN:1305-2020

tespit edilmiştir. Tablo 5’te Model II içinde kullanılan tahmin yöntemlerinden en küçük sapmaya sahip olan yöntemin, MCMC yöntemi olduğu görülmektedir. Dolayısıyla, SBS puanındaki değişimi en iyi açıklayan model, Model II ve en iyi tahmin yöntemi, MCMC olarak belirlenmiştir.

Model II ve MCMC tahmin yöntemi kullanılarak elde edilen sonuçlara (Bkz.Tablo 4) göre öğrencinin SBS puanındaki değişimi üzerine etkisi önemli bulunan değişkenler, bireyin bir önceki yılsonu okul başarı puanı, cinsiyet, okul dışında eğitim desteği alması ve babanın eğitim durumu olmuştur. Buna göre, bir önceki yıl öğrencinin sınıfta elde ettiği yılsonu başarı puanındaki (β_1) birim artışın, SBS puanda 0.741 birimlik artışa neden olduğu ve bu artışın miktarının istatistiksel olarak önemli olduğu tespit edilmiştir ($p < 0.001$). Alanda yapılan çalışmalarda, öğrencinin akademik başarısını gösteren yılsonu başarı puanı ile sınav başarısının pozitif doğrusal bir ilişkiye sahip olduğu bildirilmektedir (Üzkurt ve Koçakoğlu 2009). Bir diğer ifade ile akademik başarısı yüksek olan bir öğrenci, aynı zamanda yüksek SBS puanına sahip olacaktır. Aynı yaşta olan bu bireylerde kız öğrencilerin erkek öğrencilerden önemli ölçüde daha başarılı olduğu tespit edilmiştir ($p < 0.001$). Sosyal bilgiler, Türkçe ve dilbilgisi gibi alanlarda yapılan çalışmalar, kız öğrencilerin erkeklerden daha başarılı olduğunu ortaya koymaktadır (Çiftçi ve Temizyürek, 2008; Gelbal, 2008; Güngör, 2009). Okul dışında herhangi bir eğitime destek programına dahil olarak destek alan öğrenciler almayanlara göre anlamlı derecede daha başarılı olmuşlardır ($p < 0.001$). Anılan (2004) yaptığı çalışmada, okul dışında eğitim desteği alan öğrencilerin almayanlara göre daha başarılı olduğunu ortaya koymuştur. Okul dışında eğitim desteği alınmasının, eğitimde fırsat eşitsizliğine neden olduğu unutulmamalıdır. Çalışmada anlamlı bulunan bir diğer açıklayıcı faktör, babanın eğitim durumu olmuştur. Tablo 4 sonuçları, babanın eğitim durumunun yükselmesiyle birlikte öğrencinin SBS puanında artış meydana geldiğini ve bu artış önemli olduğunu göstermektedir ($p < 0.05$). Bu konuda yapılan çalışmalar da babanın eğitim

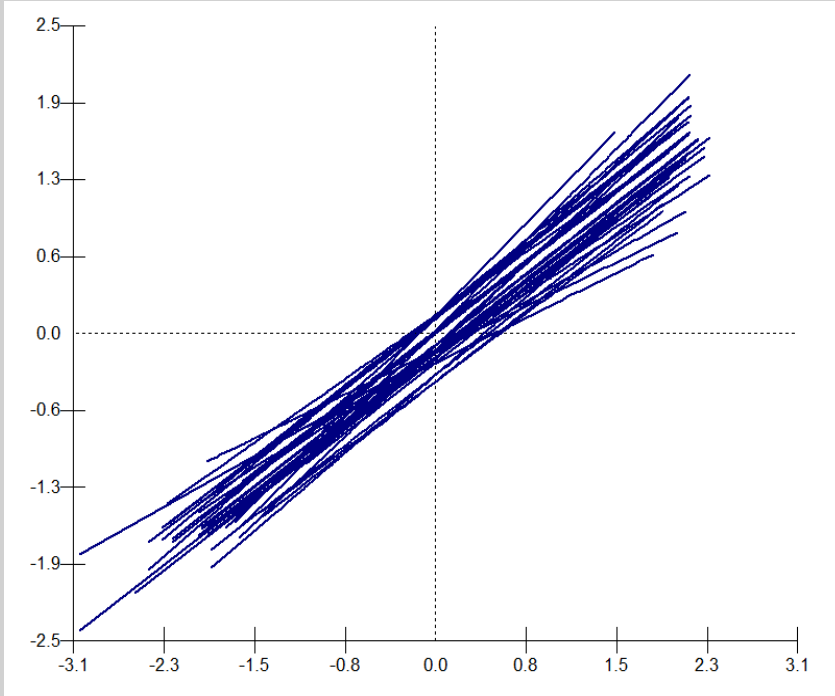
<http://dx.doi.org/10.23891/yyuni.2017.5>

ISSN:1305-2020

durumunun öğrenci başarısı üzerine önemli etkisi olduğunu ortaya koymaktadır (Hortaçsu 1995; Keskin ve Sezgin, 2009; Özer ve Anıl, 2011). Babanın eğitim seviyesinin yükselmesi, çocuğuna sunacağı destek ve koşulların iyileştirilmesi olarak yorumlanabilir.

Tablo 4’te verilen MCMC sonuçları incelendiğinde, Model II için şansa bağlı unsurlardan düzey 2 varyansı, $\sigma_{u_0}^2$ önemli çıkmıştır ($p < 0.01$). Bu, okulların başlangıçtaki genel ortalamalarının birbirlerinden anlamlı ölçüde farklılık gösterdiğini ortaya koymaktadır. Diğer bir düzey olan 2 varyansı, $\sigma_{u_1}^2$ okulların eğimlerinin birbirinden farklı olduğunu ve bu farklılığın anlamlı olduğunu göstermektedir ($p < 0.01$). Düzey 2 kovaryans değeri ($\sigma_{u_{01}} = 1.10$) pozitif bir değer olup daha yüksek başlangıç değerine sahip olan bir okulun bireylerinin daha yüksek bir eğime sahip olacağını gösterse de bu, anlamlı bulunmamıştır.

Model II sonuçlarına göre elde edilen, okulların SBS başarı puanına ait regresyon doğruları Grafik 1’de verilmiştir.



Grafik 1. Çalışmamada kullanılan okulları için SBS başarısına ait regresyon doğruları



Grafik 1 incelendiğinde, her bir okulun başlangıçtaki başarı ortalamasının birbirinden farklı olduğu görülmektedir. Benzer şekilde her bir okula ait eğitim, birbirinden farklılık göstermektedir. Okullara ait eğitimler önemli farklılığa sahip olmasına rağmen her bir okul için başarının aynı artışa sahip olduğu söylenemez. Zira düzey 2 kovaryansının ($\sigma_{u_{01}} = 1.10$) anlamlı olmaması bunu işaret etmektedir.

Sonuç

Hiyerarşik yapıdaki verilerin analizi için uygun yöntemlerin kullanılması gerekmektedir. Çok düzeyli doğrusal modeller bu yöntemlerdendir. Bunun nedeni çok düzeyli doğrusal modellerin, hiyerarşik verilerde ortaya çıkan gözlemler arasındaki bağımlılık yapısını dikkate almasıdır. Aynı zamanda, hiyerarşinin herhangi bir seviyesinde ölçülen kovaryetlerin kullanımına olanak sağlamasıdır. Böylece elde edilen regresyon katsayılarının, hiyerarşinin bir üst seviyesi için anlamlı farka sahip olup olmadığı tespit edilmektedir.

Çok düzeyli modellerde, cevap değişkenindeki değişimi en iyi açıklayan modelin tespiti için aşamalı olarak kurulan birden fazla modelin analiz edilmesine ve en iyi tahmin yönteminin tespit edilmesine ihtiyaç duyulmaktadır. Zira, cevap değişkenindeki değişimi en iyi açıklayan model ve tahmin yönteminin tespit edilmesi, regresyon katsayılarının etkin tahminlerinin, doğru standart hataların, güven aralıkları ve önem testlerinin elde edilmesine olanak sağlamaktadır. Bu çalışmada, çok düzeyli modeller kullanılarak SBS başarı puanı üzerine etkili olan değişkenler belirlenmeye çalışılmıştır. SBS başarı puanındaki değişimi en iyi açıklayan modelin, iki düzeyli kesim ve eğimin şansa bağlı olduğu model ve tahmin yönteminin MCMC olduğu ortaya koyulmuştur. SBS başarı puanı üzerine etkili olan değişkenler, bireyin bir önceki yılsonu okul başarı puanı, cinsiyet, okul dışında eğitim desteği alması ve babanın eğitim durumu olarak tespit edilmiştir. Aynı zamanda, okulların hem başlangıç başarı puanı bakımından hem de başarının zaman içindeki değişimi bakımından anlamlı farklılığa sahip olduğu ortaya koyulmuştur.



Makalenin Bilimdeki Konumu

Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme Anabilim Dalı

Makalenin Bilimdeki Özgünlüğü

Hiyerarşik veriler ile çalışıldığında gözlemlerin bağımsızlığı varsayımının ortadan kalkması nedeni ile normal dağılış gösteren veriler için çok düzeyli doğrusal modeller kullanılmalıdır. Aksi halde elde edilen sonuçlara güvenilemez. Doğru istatistiksel modeller kullanmak kadar cevap değişkeninde meydana gelen değişimi en iyi açıklayan modeli bulmak ve buna göre yorum yapmak tüm araştırmaların temel hedefidir. Çok düzeyli modeller özellikle son yıllarda ülkemizde kullanılmasına rağmen tahmin yöntemlerine gerekli yer verilmemiştir. Yöntem karşılaştırmalı çalışma yoktur. Bu çalışma, söz konusu boşluğu doldurarak, alanda çalışan araştırmacılara yardımcı olacak niteliğe sahiptir.

Kaynaklar

- Akkol S., Okut H. (2007, Eylül). Çok Seviyeli Modellemede İki MCMC Yöntemi: Gibbs ve Metropolis-Hastings Örnekleme Yaklaşımları. *Sözlü bildiri, 5. Ulusal Zootekni Bilim Kongresi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Van.*
- Anılan, H. (1998). *Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Türkçe Dersinde Okuduğunu Anlama Becerisiyle İlgili Hedef Davranışların Gerçekleşme Düzeyleri.* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Denizli.
- Browne, W.J. (1998). *Applying MCMC Methods to Multilevel Models.* PhD Dissertation. <http://seis.bris.ac.uk/~frwjb/materials/wbphd.pdf> adresinden alınmıştır
- Browne, W.J. (2015). MCMC Estimation in MLwiN Version (2.32). Bristol, United Kingdom: Centre for Multilevel Modeling Available: <http://www.bris.ac.uk/cmm/media/software/mlwin/downloads/manuals/2-32/mcmc-web.pdf> adresinden alınmıştır.



- Browne, W.J. & Draper, D. (2000). Implementation and Performance Issues in The Bayesian Fitting of Multilevel Models. *Computational Statistics*. 15, 391-420.
- Browne, W.J. & Draper, D. (2001). *A Comparison of Bayesian and Likelihood-Based Methods For Fitting Multilevel Models*. Computational Statistics. Institute of Education, University of London. London. UK.
- Çiftçi, Ö. ve Temizyürek F. (2008). İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Okuduğunu Anlama Becerilerinin Ölçülmesi. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*. 5(9), 109-129.
- Gelbal, S. (2008). Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Sosyoekonomik Özelliklerinin Türkçe Başarısı Üzerinde Etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 33(150), 1-12.
- Goldstein, H. (1986). Multilevel Mixed Linear Model Analysis Using Iterative Generalized Least Squares. *Biometrika*, 73(1), 43-56.
- Goldstein, H. (1989). Restricted Unbiased Iterative Generalized Least Squares Estimation. *Biometrika*, 76, 622-626.
- Goldstein, H. (1991). Nonlinear Multilevel Models, with an Application to Discrete Response Data. *Biometrika*, 78(1), 45-51.
- Goldstein, H. (2011). *Multilevel Statistical Models*. United Kingdom: John Wiley & Sons, Ltd.
- Goldstein, H., Browne, W. & Rasbash, J. (2002). Multilevel Modelling of Medical Data. *Statistic in Medicine*, 21(21), 3291-3315.
- Goldstein, H. & Rasbash, J. (1992). Efficient Computational Procedures for the Estimation of Parameter in Multilevel Models Based on Iterative Generalized Least Squares. *Computational Statistics & Data Analysis*, 13, 63-71.



Güngör, E. (2009). *İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Kitap Okuma Alışkanlığı İle Türkçe*

Dersi Akademik Başarıları Arasındaki İlişkinin İncelenmesi. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.

Hortaçsu, N. (1995). Parents' education levels', parents' beliefs, and child outcomes. *The Journal of Genetic Psychology*. 156(3), 373-383.

Hox, J. (1998). Multilevel Modelling in Windows; A Review of MLwiN. *Multilevel Modelling Newsletter*, 10(2), 2-5.

Hox, J. (2002). *Multilevel Analysis: Techniques and Applications*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. Inc

Keskin, G., ve Sezgin, B. (2009). Bir grup ergende akademik başarı durumuna etki eden etmenlerin belirlenmesi. *Fırat Sağlık Hizmetleri Dergisi*, 4(10), 2-18.

Noyan F., ve Yıldız D. (2006). Multilevel Modeling for Analyzing Education System in YTU. *Sigma Journal Of Engineering and Natural Science*, 1, 34-45.

Osborne, J. W. (2002). The advantages of hierarchical linear modeling. *Practical Assessment, Research, and Evaluation*, 7(1), 1-4.

Özer, Y., ve Anıl, D. (2011). Öğrencilerin fen ve matematik başarılarını etkileyen faktörlerin yapısal eşitlik modeli ile incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41, 313-324.

Rasbash, J., Charlton, C., Browne, W. J., Healy, M. & Cameron, B. (2010). *MLwiN Version 2.2*. Centre for Multilevel Modelling, University of Bristol, Bristol, UK.

Rasbash, J., Steele, F., Browne, W. J. & Goldstein, H. (2009). *A User's Guide to MLwiN, v2.10*. Centre for Multilevel Modelling, University of Bristol, Bristol, UK.

Raudenbush, S. W. & Bryk, A. S. (2002). *Hierarchical Linear Models: Applications and Data Analysis Methods*. London: Sage.

SAS (2014). *SAS/STAT, SAS Institute Incorporation, Cary, NC, USA*.



<http://dx.doi.org/10.23891/yyuni.2017.5>

ISSN:1305-2020

Tatar, B. (2010). Basit Doğrusal Regresyon Analizi ile Hiyerarşik Doğrusal Modeller

Analizinin Karşılaştırılması. *Eğitimde ve Psikolojide Ölçme ve Değerlendirme Dergisi*,
1(2), 78-84.

Üzkurt, İ. ve Koçakoğlu, M. (2009). İlköğretim 7. Sınıf öğrencilerinin ders notları ile seviye
belirleme sınavları arasındaki ilişki. *1. Uluslararası Eğitim Araştırmaları Kongresi*.
Çanakkale 18 Mart Üniversitesi, Çanakkale.