

Ortaokul Matematik Öğretmeni Adaylarının Kesirlerle Bölmeye Yönelik Problem Oluşturma ve Çözme Becerilerinin Gelişimi

Ebru MUTLU¹

Öz

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kesirlerle bölmenin anlamını içeren problem oluşturma ve çözme becerilerindeki gelişim incelenmiştir. Çalışmaya bir devlet üniversitesinde 2021-2022 eğitim öğretim yılının bahar döneminde öğrenim gören son sınıf on matematik öğretmen adayı katılmıştır. Çalışmanın başlangıcı olan ilk uygulamada, öğretmen adaylarından 'bir doğal sayıyı bir kesre, bir kesri bir doğal sayıya, büyük kesri küçük kesre ve küçük kesri büyük kesre bölme' anlamını içeren farklı problemler oluşturmaları ve çözmeleri istenmiştir. Öğretmen adayları daha sonra kesirlerle bölmenin anlamlarını içeren farklı problem türlerini ve farklı temsillerle çözümlerini kapsayan bir mesleki gelişim sürecine katılmışlardır. Ardından yapılan son uygulamada öğretmen adaylarından tekrar belirtilen durumları içeren problemler oluşturmaları ve çözmeleri istenmiştir. Veri toplama araçları olarak öğretmen adaylarının ilk ve son uygulamada oluşturdukları problemleri ve çözümlerini içeren yazılı yanıtları kullanılmıştır. Araştırma nitel araştırma yöntemlerinden bir olan durum çalışması modeline dayalı olup veriler içerik analizi ile analiz edilmiştir. Çalışmanın bulgularında ilk uygulamada öğretmen adaylarının özellikle küçük kesri büyük kesre bölerken problem oluşturmakta zorlandıkları ya da problem oluşturamadıkları, problemleri çözerken genel olarak algoritmaları kullanma eğiliminde oldukları belirlenmiştir. Son uygulamada ise öğretmen adaylarının oluşturdukları problem türlerinin genişlediği tespit edilmiştir. Ayrıca öğretmen adayları oluşturdukları problemleri çözerken algoritmaların yanında farklı temsil türlerini de kullanarak problem çözme stratejilerinde olumlu yönde değişimler göstermişlerdir.

Anahtar Kelimeler: Kesirlerle Bölme, Problem Oluşturma, Problem Çözme, Mesleki Gelişim Süreci

Development of Middle School Pre-Service Mathematics Teachers' Problem Posing and Solving Skills for Division by Fractions

Abstract

This study examines the development of middle school mathematics pre-service teachers' ability to create and solve problems involving the meanings of division by fractions. Ten senior pre-service teachers studying at a state university during the spring semester of the 2021-2022 academic year involved in the study. In the first phase of the study, pre-service teachers were asked to construct and answer problems involving "division of a natural number into a fraction, a fraction into a natural number, a large fraction into a small fraction, and a small fraction into a big fraction". The pre-service teachers then participated in a professional development process in which they discussed the problems that may be used to explain the meanings of division by fractions and different representations that can be employed in the solutions of these problems. Following the professional development process, in the second phase of this study, pre-service teachers were asked to create and solve the similar problems in the first phase. The problem statements of the pre-service teachers gathered in both the first and second phases, and written responses to the solutions to these problems was used as a data collection tools. The research is based on the case study model, which is one of the qualitative research methods, and the data were analyzed by content analysis. Our finding shows that, in the first phase, the pre-service teachers had trouble or were unable to construct problems, particularly when dividing small fractions into large fractions, and they preferred to employ algorithms when solving the problems. In the second phase, the candidate teacher extended the problem diversity and demonstrated significant improvements in their problem-solving abilities by using various representation types and algorithms.

Key Words: Division by Fractions, Problem Posing, Problem Solution, The Professional Development Process


Atıf İçin / Please Cite As:

Mutlu, E. (2023). Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik problem oluşturma ve çözme becerilerinin gelişimi. *Manas Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 12(3), 927-943. doi:10.33206/mjss.1245927

Geliş Tarihi / Received Date: 01.02.2023

Kabul Tarihi / Accepted Date: 15.04.2023

¹ Öğr. Gör. Dr.- Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, emutlu@pau.edu.tr,

 ORCID: 0000-0003-3314-8346

Giriş

Günümüzde sadece matematik eğitiminde değil hayatın her aşamasında problem oluşturma ve çözme becerilerinin bireyin bilişsel gelişimi, karar verme becerisini güçlendirme ve karar verme açılarından önemli olduğu bilinmektedir. Problem, Schoenfeld (1992) tarafından yapılması gerekli olan bir durum ya da karmaşaya neden olan bir soru olarak tanımlanmaktadır. Türnüklü ve Yeşildere (2005) ise problemi bireyin zihnini karıştırması nedeniyle çözmeye isteği uyandıran ve ilk kez karşılaştığı için standart çözüm yolu barındırmayan ve sadece çözmeye çalışanın bilgi birikimini doğru bir şekilde kullandığı takdirde çözülebilen sorunu içeren durumlar olarak ele almışlardır. Karşılaşılan bu sorunu ortadan kaldırmak için en iyi yolun bulunması ise problem çözme olarak ifade edilmiştir (Morgan, 1993). Charles (1987) matematikte problem çözenin öğretimine artan vurgu ile problem çözenin etkililiğini değerlendirmek için yeni teknikler geliştirilmesi gerekliliğinden söz etmektedir. Ayrıca çağdaş eğitim sistemlerinin hedefleri arasında da bireylerin problem çözme yeteneklerinin geliştirilmesinin önemine vurgu yapılmaktadır (Gürefe, 2020). Matematik öğretiminin problem çözme ile ele alınması gerekliliği ve problem çözenin okul matematiğinin temelini oluşturduğu National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (Ulusal Matematik Öğretmenli Konseyi) (2000)'te vurgulanmaktadır. Bu durum problem çözme becerisinin matematikte temel becerilerden biri olduğunu ve öğretime olan katkısının önemini daha dikkat çekici hale getirmektedir (Sarpkaya-Aktaş, 2020). Bunun yanı sıra Freudenthal (1973) ve Pólya (1957) gibi matematik ve matematik eğitimi alanındaki önemli araştırmacılar matematik eğitiminde problem çözme gibi problem kurmanın da önemli bir yere sahip olduğunu belirtmişlerdir. Abu-Elwan (1999) problem kurmanın, günlük hayatta ve matematiksel durumlar için problem oluştururken uygun bir yaklaşım kullanmanın ve matematikteki farklı konular arasındaki ilişkileri tanıma gibi çeşitli becerileri içerdiğinin altını çizmiştir. Problem oluşturma hem yeni bir problemin oluşturulması hem de problem çözme sürecinde bir problemin yeniden formüle edilmesi ile ilişkili olup öğrencilerin matematik bilgilerinde, problem çözme becerilerinde ve yaratıcılıklarının gelişmesinde oldukça önemli bir yere sahiptir. Bu bağlamda bireyin problem çözme ve problem kurma becerisinin birbirinden ayıramayacağı hata bu becerilerin birbirlerini desteklediği bilinmektedir (Silver, 1994). Günümüz gereksinimleri dikkate alındığında bireylerin sadece iyi birer problem çözücü olmasının yanında problem oluşturabilmelerine ihtiyaç duyulduğu açıktır. Problem oluşturma alanyazında ifade edildiği denli önemli bir yere sahipken, ders kitaplarında yer verilen problemlerin daha rutin problemler grubunda yer alıp öğrencilerin genellikle işlem becerilerini geliştirmeye odaklı oldukları kavramsal anlamalarının arka planda bırakılan türden olduğu belirtilmektedir (Korkmaz ve Gür, 2006).

Problem oluşturma ve çözebilme hem matematik eğitiminde hem de günlük yaşamda sıklıkla karşılaşıldığından bu becerilerin geliştirilmesi gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Ancak bu alanda yapılan pek çok çalışmanın genel olarak öğretmen adaylarının, öğretmenlerin ya da öğrencilerin problem oluşturma veya problem çözme durumlarının tespiti üzerine odaklandığı görülmektedir (Atalay, 2017; Çetinkaya ve Soybaş, 2018; Dede ve Yaman, 2005; Korkmaz ve Gür, 2006; Özdişçi ve Katrancı, 2020; Türnüklü, Aydoğdu ve Ergin, 2017; Türnüklü ve Yeşildere, 2005). Dolayısıyla geleceğin öğretmenleri olan öğretmen adaylarının bu becerileri etkili bir şekilde kullanabilmeleri meslek hayatlarında etkili öğretim ortamları tasarımlarında önemli role sahip olacaktır. Öğretmen adayları ile yapılan çalışmalar incelendiğinde ise problem çözme (Kertil, 2008; Yılmaz, 2018), problem oluşturma (Bayazit ve Dönmez, 2017; Işık, 2011; Işık ve Kar, 2012; Kılıç, 2015; Korkmaz, 2003; Korkmaz ve Gür, 2006) ve az sayıda problem oluşturma ve çözme becerilerini (Albayrak ve Işık, 2006; Dede ve Yaman, 2005) ortaya koyan çalışmaların olduğu görülmektedir. Yapılan çalışmalar değerlendirildiğinde ise genel olarak öğretmen adaylarının problem oluşturma ve çözme becerilerinde eksikliklerinin olduğu tespit edilmiştir. Bu nedenle öğretmen adaylarının problem oluşturma ve çözme becerilerinin geliştirilmesi gerekliliği bu çalışmanın odak noktasını oluşturmaktadır.

Problem oluşturma ve çözümedeki yeterliliğin önemi dikkate alındığında öğretmen yetiştirme programlarında öğretmen adaylarının ilgili derslerde problem oluşturma ve problemleri çözme stratejilerini açıklayabilme durumları dikkate alınarak işlenip değerlendirilmesi gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Bu çalışmada öğretmen adaylarının kesirlerle bölmenin anlamını içeren problemler ve problemleri çözerken kullandıkları stratejiler incelenmiştir. Kesirler ve kesirlerle yapılan işlemleri içeren problem durumları gerçek yaşamın içinde yer alması nedeniyle oldukça önemlidir. Kesirlerle yapılan işlemler içinde özellikle bölme işlemi ile ilgili kavramsal anlamaya yönelik bilgilerin eksik olduğu ve ezbere yaklaşımların ön planda olduğu görülmektedir (Ma,1999). Yapılan çalışmalar, öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin kesirlerle bölme içeren problem oluşturma ve çözümede sınırlılıklarının olduğunu göstermektedir (Ball, 1990;

Doğan-Coşkun, 2019, Getenet ve Callingham, 2021; Işık, 2011; Işık ve Kar, 2012; Işıksal, 2006; Kılcan, 2006; Leung ve Carbone, 2013; Orrill, Sexton, Lee ve Gerde, 2008; Simon,1993; Wahyu, Kuzu, Subarinah, Ratnasari ve Mahfudy, 2020).

Ball (1990) öğretmen adaylarının $4\frac{1}{4} \div \frac{1}{2}$ işlemini gerektiren problemde $\frac{1}{2}$ yerine 2'ye bölmeyi gerektiren problem oluşturduklarını, problemleri ters çevir çarp algoritmasını kullanarak çözdüklerini belirlemiştir. Işık (2011) öğretmen adaylarının bölme anlamını içermesi gereken problemler yerine çarpma problemleri oluşturduklarını, birimleri kullanmada güçlükler yaşadıklarını tespit etmiştir. Doğan-Coşkun (2019) katılımcı öğretmen adaylarının kesirlerle bölme işlemine yönelik oluşturdukları problemlerde büyük çoğunluğunun, bölmenin gruplama anlamını içeren problemler oluşturduklarını sadece bir öğretmen adayının eş paylaşırma anlamını içeren problem oluşturduğunu belirlemiştir. Simon (1993) ise öğretmen adaylarına yönelttiği kesirlerle bölme sorularını, algoritmaları kullanarak kolaylıkla yaptıklarını ancak gerçek yaşam ile ilişki kurarken zorlandıklarını ve problemlerde daha çok bölmenin eş paylaşırma anlamına odaklandıklarını gözlemiştir. Kılcan (2006) katılımcı öğretmenlerin oluşturdukları problemlerde daha çok gruplama anlamına odaklanan problemler üzerinde durulduğu, problem çözümlerinde daha çok ters çevir çarp algoritmasını kullandıklarını, küçük kesrin büyük kesre bölünmesini gerektiren $(\frac{5}{6} : \frac{5}{3})$ işlemine yönelik uygun bir problem oluşturamadıklarını ve bu işlemi modeller yardımı ile çözemediklerini gösteren sonuçlara ulaşmıştır. Yapılan çalışmalardan öğretmen ve öğretmen adaylarının kesirlerle bölmenin anlamını içeren problem oluştururken zorlandıkları ve çözümlerde genel olarak algoritmaları kullandıkları anlaşılmaktadır.

Alanyazında öğretmen adaylarına ve öğretmenlere, kesirlerle bölme işleminin anlamını, problem oluşturabilmeyi, farklı temsil şekillerini kullanabilmeyi içeren öğretim fırsatları verildiğinde alan ve alan öğretimi bilgilerinde gelişim gösterdikleri belirtilmiştir (Lamberg ve Wiest, 2015; Mutlu ve Duatepe-Paksu, 2022; Rayner, 2007; Seçir, 2017; Tirosh, 2000; Zembat, 2004). Yapılan çalışmalar öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeyi içeren problemleri oluşturmakta sınırlılıklarının olduğunu ve problemleri daha çok ezbere yaklaşımları kullanarak çözdüklerini göstermektedir (Ball, 1990; Doğan-Coşkun, 2019; Işık, 2011; Işıksal, 2006; Leung ve Carbone, 2013; Simon,1993; Seçir, 2017). Öğretmen adaylarının bu sınırlı anlayışları dikkate alındığında problem oluşturma ve çözme yaklaşımlarının gelişimlerinin desteklenmesi gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle bu çalışmada öğretmen adaylarına kesirlerle bölmeyi içeren problem oluşturma ve çözme stratejilerini geliştirmek için bir mesleki gelişim süreci düzenlenmiştir. Mesleki gelişim sürecinin bu doğrultuda hizmet ettiği amaçlar, öğretmen adaylarının problem oluşturma ve çözme becerilerini geliştirmeyi sağlaması amacıyla oldukça önemli bir yere sahiptir.

Bu kapsamda bu çalışmanın amacı, ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kesirlerle bölmenin anlamını içeren farklı problem türleri oluşturma ve çözme stratejilerini geliştirmektir. Bu amaç doğrultusunda, bu çalışmanın öğretmen adaylarının problem oluşturma ve çözme stratejilerinin belirlenerek, kesirlerle bölmenin anlamını içeren farklı problem türleri oluşturmalarına ve çözüm stratejilerini geliştirmelerine katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Yöntem

Bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması kullanılmıştır. Nitel bir çalışmada, araştırma grubunun zihninde yapılandırığı düşünce ve olaylar derinlemesine olarak anlam ifade ettiği için önem taşımaktadır (Merriam, 1998). Durum çalışmasında bireylerin, sürecin vb. faktörlerin bir ya da daha fazla duruma ilişkin etkileri incelenmektedir. Ayrıca birden fazla veri toplama yöntemi kullanılarak birbirini teyit eden zengin veri çeşitliliğine ulaşılabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Bu özellikler dikkate alındığında, bu çalışmada, ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik problem oluşturma ve çözme becerilerindeki değişimin nasıl olduğu incelenmiştir.

Çalışmanın analiz birimi katılımcı öğretmen adaylarının problem oluşturma ve çözmeye ilişkin yaptıkları yazılı yanıtlar ve açıklamalarıdır. Çalışmanın durumu ise katılımcı öğretmen adaylarının problem oluşturma ve çözme becerilerindeki değişimlerdir.

Çalışma Grubu

Çalışmanın katılımcılarını Türkiye'de bir devlet üniversitesinde Matematik Eğitimi lisans programında öğrenim gören son sınıf 10 (9 kadın, 1 erkek) ortaokul matematik öğretmeni adayı oluşturmaktadır. Katılımcılar belirlenirken amaçlı örneklem yöntemlerinden biri olan kolay ulaşılabilir durum örnekleme kullanılmıştır. Amaçlı örnekleme yöntemi ile araştırmaya seçilen durum hakkında mümkün olduğunca

derinlemesine bilgi edinilebilirken (Patton, 2014), kolay ulaşılabilir durum örnekleme, araştırmacının erişilmesi kolay durumu seçmesi (Yıldırım ve Şimşek, 2008) ile araştırmacıya hız ve pratiklik kazandırmaktadır. Çalışmada son sınıf öğretmen adaylarının seçilmesinin en büyük nedeni geleceğin öğretmenlerinin yetkin birer problem oluşturan ve çözebilen bireyler olmalarını desteklemektir. Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının isimleri gizli tutulmuş ve öğretmen adaylarına ÖA1, ÖA2, ..., ÖA10 şeklinde kodlar verilmiştir.

Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada katılımcı öğretmen adayları kesirlerle bölmenin anlamını içeren farklı problem durumları ve problemleri farklı temsillerle çözmeyi içeren üç oturumdan oluşan bir mesleki gelişim sürecine katılmışlardır. Katılımcı öğretmeni adaylarının, mesleki gelişim süreci öncesinde ve sonrasında, i) bir doğal sayıyı bir kesre bölme, ii) bir kesri bir doğal sayıya bölme, iii) büyük kesri küçük kesre bölme, iv) küçük kesri büyük kesre bölme anlamını barındıran problemleri ve çözüm stratejilerini içeren yazılı yanıtları çalışmada veri toplama aracı olarak kullanılmıştır.

Verilerin Analizi

Çalışmanın verileri içerik analizi kullanılarak analiz edilmiştir. Veriler araştırmacı ve alanında uzman bir öğretim üyesi ile temalar oluşturularak ayrıntılı bir şekilde incelenmiş ve kodlama yapılmıştır. Verilerden elde edilen problemler, uygun problem, yanlış problem, eksik problem, kesirlerle bölmenin anlamını içermeyen problem ve boş kategorilerinde değerlendirilmiştir. Tablo 1'de çalışmanın verilerinden oluşan problemlere ilişkin temaları içeren problemlerin kategorileri, bu kategorilerin hangi tür problemleri içerdiği ve örnek problem türleri verilmektedir.

Tablo 1. Veri Analizinde Problem Oluşturmaya İlişkin Kullanılan Temalar

Kategoriler	Problem Türleri	Örnek Problemler
Uygun problem	Eş grup yapısında gruplama problemi	Ali elinde bulunan 6 adet elmayı yarım elma olacak şekilde eşit dilimlere bölmüştür. Böldüğü dilimlerin toplam sayısı kaçtır?
	Eş grup yapısında paylaşma problemi	24 kilogram domates $\frac{1}{4}$ kilogramlık poşetlere konulmak isteniyor. Buna göre kaç poşete ihtiyaç vardır?
	Çarpımsal karşılaştırma gruplama problemi	Ahmet usta bir günde bir işin $\frac{2}{3}$ 'ünü, kalfası Osman aynı işin bir günde $\frac{3}{8}$ 'ünü yapmaktadır. Ahmet usta Osman kalfanın kaç katı iş yapmaktadır?
	Çarpımsal karşılaştırma paylaşma problemi	Ayşe bu hafta geçen hafta çalıştığından $\frac{1}{2}$ kat daha fazla çalışmıştır. Ayşe bu hafta $\frac{3}{2}$ saat çalıştığına göre geçen hafta kaç saat çalışmıştır?
Yanlış problem	Bağlamı hatalı problem	Arda'nın 10 tane çikolatası vardır. $\frac{1}{2}$ 'ini arkadaşlarına eşit olarak paylaşmıştır. Her bir arkadaşına ne kadar çikolata düşer?
Eksik problem	Kesirlerle bölme fikrinin olduğu ancak bağlam olarak eksik oluşturulan problem	Ali bir pastanın son dilimini arkadaşı Ayşe ile paylaşmak istemektedir. Bunun sonucunda kaç dilim pasta oluşmaktadır?
Kesirlerle bölmenin anlamını içermeyen problem	Kesirlerle bölmenin anlamını içermeyen bölme problemi (çarpma problemi, oran oranı problemi)	Ece tatile gideceği yolun $\frac{1}{4}$ 'lük kısmını arkadaşıyla gitmiştir. Geri kalan kısmı kendisi gidecektir. Yolu kendi gittiği yolun $\frac{1}{2}$ 'lik kısmını gittikten sonra benzini bitmiştir. Yolu ne kadarını kendi gitmiştir?
Boş	Yanıt verilmeden boş bırakılmıştır	-

Çalışmanın diğer verisini oluşturan katılımcı öğretmen adaylarının problem çözme stratejilerini gösteren yazılı yanıtları ise Tablo 2'de verilen temalar dikkate alınarak analiz edilmiştir.

Tablo 2. Problem Çözme Stratejilerinde Veri Analizinde Dikkate Alınan Temalar

Çözüm Stratejisi	Açıklama
Cebirsel çözüm	Algoritmaları kullanarak (ters çevir çarp ve ortak payda algoritması) yapılan çözüm
Model kullanarak çözüm	Modelleri kullanarak (alan ve sayı doğrusu modelleri) yapılan çözüm

Mesleki Gelişim Süreci

Bu çalışmada, ğretmen adaylarının kesirlerle bölmenin anlamını içeren problem oluşturma ve çözme stratejilerinin geliştirilmesi amacıyla üç oturumdan oluşan bir mesleki gelişim süreci düzenlemiştir. Oturumların içerikleri hazırlanırken alanında uzman bir ğretim üyesinin görüşü alınmıştır. Çalışmanın başlangıç aşaması olan ilk uygulamada yazar tarafından ğretmen adaylarının oluşturdukları problemler ve çözüm stratejilerini içeren yazılı yanıtlar alınmış ve incelenmiştir. İlk oturumda yazar bu yanıtlar doğrultusunda, her bir kategorideki benzer ve farklı problem türlerinden ve bu problemlere yönelik oluşturulan özümlemlerden seçmiştir. Ardından örnekleri ğretmen adayları ile sırası ile paylaşmış ve ğretmen adaylarının oluşturulan problemler ve çözümler üzerine tartışmalarını sağlamıştır. Bu tartışmaların amacı ğretmen adaylarının kesirlerle bölmenin anlamını içeren farklı problem türleri ve farklı çözüm stratejileri oluşturabilmelerini sağlamaktır. İkinci oturumda, ğretmen adaylarının bir önceki oturumda tartıştıkları kesirlerle bölmenin anlamı içeren problem türleri hatırlatılmış, alanyazında tanımlanan (Lo ve Luo, 2012) kesirlerle bölmenin anlamını içeren farklı problem türlerine (Eş grup yapısında gruplama/paylaştırma, çarpımsal karşılaştırma gruplama/ paylaştırma) yönelik açıklamalar yapılmıştır. Bu açıklamalar farklı problemler ile farklı kategorilerdeki problem türlerinin açıklamalarını içermektedir. Son oturumda ise ğretmen adaylarının kesirlerle bölmenin anlamını içeren problem türlerine yönelik oluşturdukları çözümler ve alanyazında tanımlanan çözüm stratejileri üzerine yapılan açıklamalar yer almaktadır. Bu açıklamalar alan yazında yer alan (Lamon, 2012; Tirosh, 2000) ters çevir çarp algoritmasının gerekçeleri, farklı temsil şekillerini (alan ve sayı doğrusu modelleri) kullanarak işlemi açıklama ve ortak payda algoritması ile modellerin birbirleriyle olan ilişkilerini içermektedir.

Mesleki gelişim süreci, yazar ve katılımcı ğretmen adayları ile yazarın görevli olduğu fakültenin dersliğinde sessiz bir ortamda video kamera ile kayıt altına alınan ve her bir oturumun ortalama birer saat sürdüğu üç oturumdan oluşan bir süreci kapsamaktadır.

Bulgular

Bu bölümde katılımcı ğretmen adaylarının mesleki gelişim süreci öncesi (ilk uygulama) ve sonrasında (son uygulama) kesirlerle bölmenin anlamını içeren problemlere ve bu problemlerin çözümüne yönelik kullandıkları stratejilere yer verilmektedir. Çalışmanın bulguları katılımcı ğretmen adaylarının, i) bir doğal sayıyı bir kesre bölme, ii) bir kesri bir doğal sayıya bölme, iii) büyük kesri küçük kesre bölme, iv) küçük kesri büyük kesre bölmeye yönelik problemler ve çözüm stratejilerindeki değişimlerindeki bulgular olmak üzere dört başlıkta ele alınmıştır.

Bir Doğal Sayıyı Bir Kesre Bölmeye Yönelik Oluşturulan Problemler ve özüm Stratejilerindeki Değişimler

Öğretmen adaylarının bir doğal sayıyı bir kesre bölmeyi gerektiren problemleri ve çözüm stratejilerindeki değişimler, mesleki gelişim süreci öncesi (ilk uygulama) ve sonrasında (son uygulama) olmak üzere iki aşamada değerlendirilmiştir. Tablo 3 ve Tablo 4'te ğretmen adaylarının ilk ve son uygulamalardaki oluşturdukları problemlerin kategorileri ve çözüm stratejileri verilmektedir.

Tablo 3. *ğretmen Adaylarının İlk Uygulamada Yer Verdikleri Bir Doğal Sayıyı Bir Kesre Bölmeyi Gerektiren Problemlerin Kategorileri ve özüm Stratejileri*

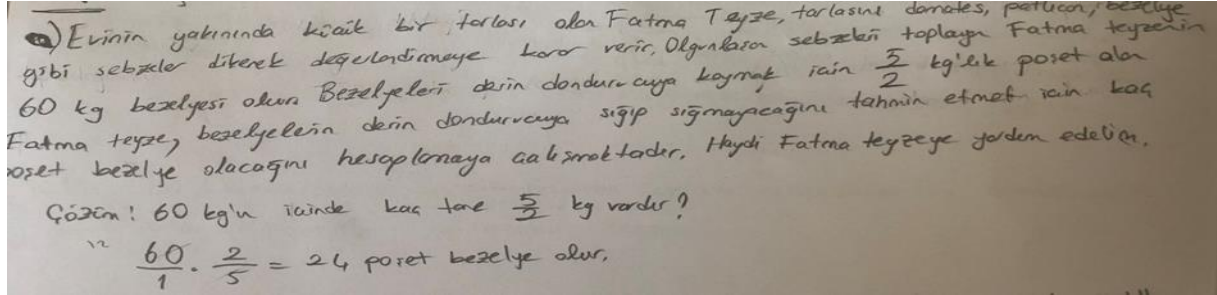
<i>Kategoriler</i>	<i>Eş grup yapısında gruplama problemi ve çözüm stratejisi</i>	<i>Eş grup yapısında paylaştırma problemi ve çözüm stratejisi</i>
Uygun problem	Cebirsel özüm: ÖA1, ÖA2, ÖA3, ÖA4, ÖA6, ÖA8, ÖA9	
Eksik problem	Cebirsel özüm: ÖA10	Cebirsel özüm: ÖA5
Yanlış problem	Cebirsel özüm: ÖA7	

Tablo 4. Öğretmen Adaylarının Son Uygulamada Yer Verdikleri Bir Doğal Sayıyı Bir Kesre Bölmeyi Gerekiren Problemlerin Kategorileri ve Çözüm Stratejileri

Kategoriler	Eş grup yapısında gruplama problemi ve çözüm stratejisi	Çarpımsal karşılaştırma gruplama problemi ve çözüm stratejisi	Eş grup yapısında paylaşırma problemi ve çözüm stratejisi	Çarpımsal karşılaştırma paylaşırma problemi ve çözüm stratejisi
Uygun problem	Model ve cebirsel çözüm: ÖA2, ÖA3, ÖA4 Modelle çözüm: ÖA6, ÖA8, ÖA9, ÖA10	Model ve cebirsel çözüm: çözüm: ÖA1 Cebirsel çözüm: ÖA3, ÖA5	Model ve cebirsel çözüm: çözüm: ÖA1 Cebirsel çözüm: ÖA3, ÖA7	Modelle çözüm: ÖA1, ÖA8

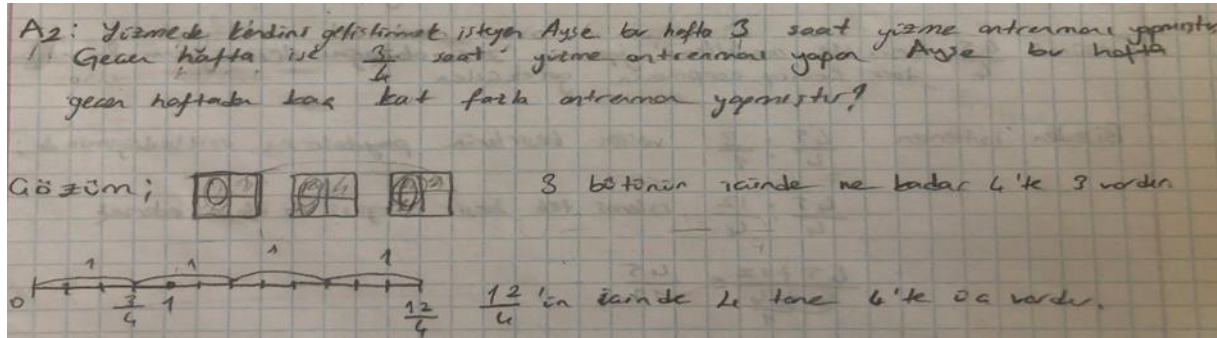
Tablo 3 ve 4 incelendiğinde öğretmen adaylarının ilk uygulamada daha çok eş grup yapısında gruplama problemi oluşturdukları ve problemleri cebirsel çözümlerden (ters çevir çarp/ ortak payda algoritmaları) faydalanarak çözdükleri görülmektedir. Ancak öğretmen adaylarından altısının uygun problem kategorisinde problem oluşturabildikleri diğer öğretmen adaylarının ise yanlış ya da eksik problemler oluşturdukları belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının son uygulamada ise oluşturdukları problemler eş grup yapısında gruplama/paylaşırma ve çarpımsal karşılaştırma gruplama/paylaşırma problemleri olup tümü uygun kategoride yer almaktadır. Ayrıca öğretmen adayları problemleri çözerken cebirsel çözümlerin yanında modelleri de kullanarak (alan ve sayı doğrusu modelleri) çözüm stratejilerini de genişletmişlerdir.

Öğretmen adaylarından ÖA1 ilk uygulamada uygun problem kategorisinde Şekil 1’de verilen problemi oluşturmuş ve problemi cebirsel çözüm yöntemlerinden biri olan ters çevir çarp algoritmasını kullanarak çözmüştür.

**Şekil 1.** ÖA1'in İlk Uygulamada Yer Verdiği Uygun Problem Kategorisindeki Problemi ve Çözümü

İlk uygulamada ÖA1 eş grup yapısında gruplamayı gerektiren bir problem oluşturmuştur. Bunun için 60 kilogramlık bezelyeyi $\frac{5}{2}$ kilogramlık poşetlere eşit olarak yerleştirmek istemektedir. Problemi günlük yaşam bağlamı içinden seçen ÖA1 problemin çözüm aşamasında istenenin ne olduğuna ilişkin açıklamasını da yazıp ters çevir çarp algoritmasından faydalanarak kaç poşet bezelyenin bulunacağını hesaplamıştır.

Son uygulamada ise ÖA1 istenen problem durumuna uygun kategoride, i) çarpımsal karşılaştırma yapısında gruplama, ii) çarpımsal karşılaştırma yapısında paylaşırma, iii) eş grup yapısında paylaşırma problemleri olmak üzere üç farklı problem oluşturmuştur. Şekil 2’de ÖA1’in çarpımsal karşılaştırma yapısında gruplamayı gerektiren problemi ve çözümünü verilmektedir.

**Şekil 2.** ÖA1'in Son Uygulamada Yer Verdiği Uygun Problem Kategorisindeki Problemlerinden Biri ve Çözümü

Şekil 2 incelendiğinde ÖA1'in çarpımsal karşılaştırmayı gerektiren bir gruplama problemine yer verdiği görülmektedir. ÖA1 problemi çözerken alan ve sayı doğrusu modellerinden yararlanmıştır. İlk olarak alan modeli temsilinde üç bütünü çizmiş ve bütünüün içindeki 3/4'lük parçaları saymıştır. İkinci olarak ise sayı doğrusu modeli temsilinde üç bütünü 12/4 ile gösterip 12/4'ün içindeki 3/4'leri saymıştır.

ÖA1, ilk uygulamada eş grup yapısında gruplamayı içeren sadece bir problem oluşturabilirken son uygulamada, çarpımsal karşılaştırma yapısında gruplama, çarpımsal karşılaştırma yapısında paylaştırma, eş grup yapısında paylaştırma problemleri oluşturarak problem türlerini çeşitlendirmiştir. Ayrıca ilk uygulamada problemi ters çevir çarp algoritması ile çözerken son uygulamada problemlerin çözümlerinde modelleri kullanmıştır.

Örneğin ÖA7 ilk uygulamada eş grup yapısında gruplama fikrinin olduğu yanlış problem kategorisinde yer alan Şekil 3'te verilen problemi oluşturmuştur.

1a) Arda'nın 10 tane çikolatası vardır. $\frac{1}{2}$ 'sini arkadaşlarına eşit paylaştırmıştır. Her bir arkadaşına ne kadar çikolata düşer?

$$\frac{10}{\frac{1}{2}} = 10 \cdot \frac{2}{1} = 20$$

Şekil 3. ÖA7'nin İlk Uygulamada Yer Verdiği Yanlış Problem Kategorisindeki Problemi ve Çözümü

Şekil 3 incelendiğinde ÖA7 eş grup yapısında gruplama yapısında bir problem oluşturmuştur. Ancak problemin bağlamı incelendiğinde 10 çikolatanın 1/2'ini arkadaşlarına paylaştırdığında kaç arkadaşına çikoladayı paylaştırdığını sorulması beklenirken her bir arkadaşına düşen çikolata miktarı sorulmaktadır. Oysaki problemde her bir kişinin alacağı çikolata miktarı belirtilmektedir. Bu nedenle soru yanlış kategoride yer almaktadır. Ayrıca ÖA7'nin çözümü incelendiğinde ters çevir çarp algoritmasını kullandığı ancak çıkan sonuç ile problemde istenen arasındaki ilişkinin kontrol edilmediği görülmektedir. Problemde Arda'nın 10 çikolatası varken yanıt 20 olarak verilmektedir. Dolayısıyla ÖA7 çözümü de yanlış olarak yanıtlanmıştır. Ancak ÖA7 son uygulamada uygun kategoride değerlendirilen eş grup yapısında paylaştırma problemi oluşturmuş ve problemin çözümünü ters çevir çarp algoritması ile yapmıştır. ÖA7'nin oluşturduğu problem ve çözümü Şekil 4'te verilmektedir.

1) a) 24 kg domates $\frac{1}{4}$ kg'lık poşetlere konulmak isteniyor. Buna göre, kaç poşete ihtiyaç vardır?

$$24 \div \frac{1}{4} = 24 \cdot \frac{4}{1} = 96 \text{ poşet ihtiyaç vardır.}$$

Şekil 4. ÖA7'nin Son Uygulamada Yer Verdiği Uygun Problem Kategorisindeki Problemi ve Çözümü

Şekil 4 incelendiğinde ÖA7 24 kilogram domatesi 1/4 kilogramlık poşetlere paylaştırıp kaç poşete ihtiyaç bulunduğunu bulmak istemektedir. Problemin bağlamı ve istenen durum göz önüne alındığında oluşturulan problem uygun kategoridedir. Ancak problemde seçilen bölünen ve bölen sayılar nedeniyle sonucunun bir doğal sayı çıkması, ihtiyaç duyulan poşet sayısını yorumlarken herhangi bir çelişkiye yol açmazken, sonucun doğal sayı olmadığı bir problemde ÖA7'nin ihtiyaç duyulan poşet sayısını nasıl açıklayacağını gösteren bir probleme rastlanmamıştır. Ayrıca ÖA7 oluşturduğu problemin çözümünde ters çevir çarp algoritmasını kullanarak ihtiyaç duyulan poşeti bulmuş, problemi çözerken başka bir temsil şekline yer vermemiştir.

Son uygulamada öğretmen adaylarının genel olarak bir doğal sayıyı bir kesre bölmenin anlamını içeren problemleri ve çözümleri değerlendirildiğinde farklı türdeki problemler oluşturabilmişlerdir. Ancak ilk ve son uygulamadaki problemler incelendiğinde tüm problemlerin sonuçlarının doğal sayı olacak şekilde seçildiği belirlenmiştir. Ayrıca öğretmen adayları son uygulamada, cebirsel çözümlerin yanında yapılan işlemin ne anlama geldiğini açıklayan modelleri de kullanmışlardır. Öğretmen adaylarındaki bu değişimin

mesleki gelişim sürecinde farklı problem türleri ve farklı temsilleri kullanarak işlemin anlamını açıklayan tartışmalardan kaynaklı olduğu düşünülmektedir.

Bir Kesri Bir Doğal Sayıya Bölmeye Yönelik Oluşturulan Problemler ve Çözüm Stratejilerindeki Değişimler

Öğretmen adaylarının bir kesri bir doğal sayıya bölmeyi gerektiren problemleri ve çözüm stratejilerindeki değişimler, mesleki gelişim süreci öncesi (ilk uygulama) ve sonrasında (son uygulama) olmak üzere iki aşamada değerlendirilmiştir. Tablo 5 ve 6'da öğretmen adaylarının ilk ve son uygulamalardaki oluşturdukları problemlerin kategorileri ve çözüm stratejileri verilmektedir.

Tablo 5. Öğretmen Adaylarının İlk Uygulamada Yer Verdikleri Bir Kesri Bir Doğal Sayıya Bölmeyi Gerektiren Problemlerin Kategorileri ve Çözüm Stratejileri

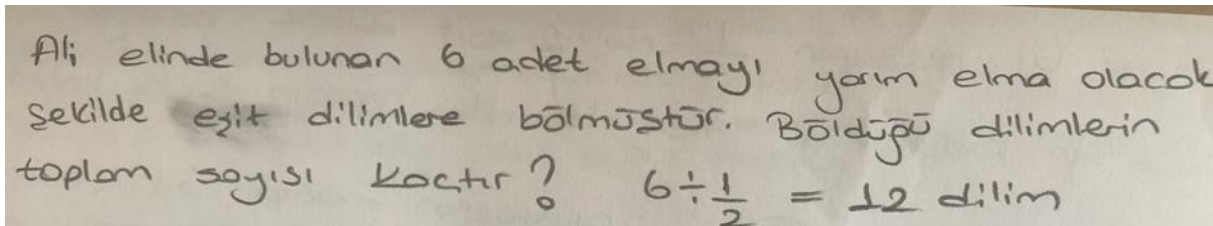
Kategoriler	Eş grup yapısında gruplama problemi ve çözüm stratejisi	Eş grup yapısında paylaşırma problemi ve çözüm stratejisi
Uygun problem	Cebirsel çözüm: ÖA9, ÖA10	Cebirsel çözüm: ÖA1, ÖA2, ÖA3, ÖA4, ÖA5, ÖA6, ÖA7, ÖA8

Tablo 6. Öğretmen Adaylarının Son Uygulamada Yer Verdikleri Bir Kesri Bir Doğal Sayıya Bölmeyi Gerektiren Problemlerin Kategorileri ve Çözüm Stratejileri

Kategoriler	Eş grup yapısında gruplama problemi ve çözüm stratejisi	Çarpımsal karşılaştırma gruplama problemi ve çözüm stratejisi	Eş grup yapısında paylaşırma problemi ve çözüm stratejisi	Çarpımsal karşılaştırma paylaşırma problemi ve çözüm stratejisi
Uygun problem	Cebirsel çözüm: ÖA1	Cebirsel çözüm: ÖA10	Model ve cebirsel çözüm: ÖA2, ÖA3, ÖA9 Modelle çözüm: ÖA8 Cebirsel çözüm: ÖA7	Cebirsel çözüm: ÖA4
Kesirlerle bölmenin anlamını içermeyen problem (çarpma problemi)			Modelle çözüm: ÖA5, ÖA6	

Tablo 5 ve 6 incelendiğinde öğretmen adaylarının ilk uygulamada daha çok eş grup yapısında paylaşırma problemi oluşturdukları, problemlerinin ise uygun kategoride olduğu görülmektedir. Öğretmen adayları problemleri çözerken cebirsel çözümlerden (ters çevir çarp/ ortak payda algoritmaları) faydalandıkları belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının son uygulamada ise oluşturdukları problemler eş grup yapısında gruplama/paylaşırma ve çarpımsal karşılaştırma gruplama/paylaşırma problemleri olup, sekizinin uygun kategoride yer aldığı tespit edilmiştir. İki öğretmen adayı kesirlerle bölmenin anlamını içermeyen problem oluşturmuştur. Ayrıca öğretmen adaylarının eş grup yapısında paylaşırma problemlerinde ilk uygulamaya göre son uygulamada problemleri çözerken sadece cebirsel çözümlerden değil ayrıca modelleri de kullandıkları (alan ve sayı doğrusu modelleri) görülmektedir.

Öğretmen adaylarından ÖA9 ilk uygulamada uygun problem kategorisinde Şekil 5'te verilen problemi oluşturmuş ve problemi cebirsel olarak çözmüştür.

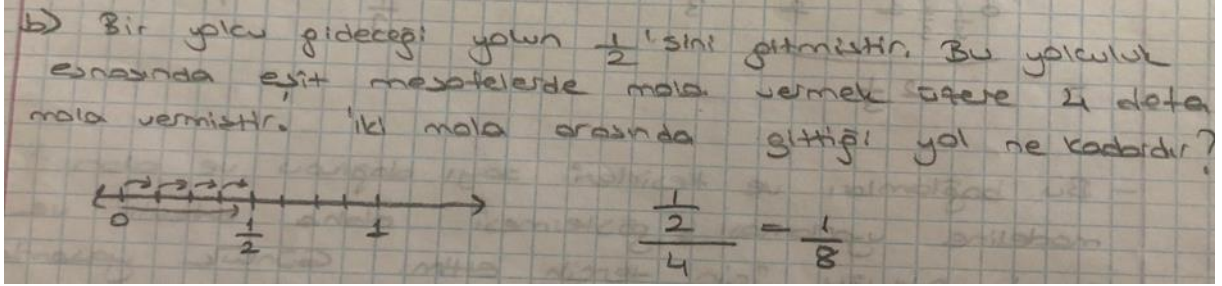


Şekil 5. ÖA7'nin son uygulamada yer verdiği uygun problem kategorisindeki problemi ve çözümünü

Şekil 5 incelendiğinde ÖA9 ilk uygulamada eş grup yapısında gruplama yapısında bir problem oluşturduğu görülmektedir. ÖA9'un oluşturduğu problem, altı elmanın içinde kaç yarım dilim elmanın bulunmasını ifade etmekte olup bir kesrin bir doğal sayıya bölünmesi anlamını içerdiğinden uygun problem kategorisindedir. ÖA9 oluşturduğu problemi cebirsel yöntemle çözmüştür. Ancak bu çözümde ters çevir

çarp ya da ortak payda algoritmalarından hangisi ile çözdüğü açıkça belirtilmemiş olup sadece elde edilen dilim sayısını yazmakla yetinmiştir.

Son uygulamada ise ÖA9 Şekil 6'da verilen uygun problem kategorisindeki problemi oluşturmuştur. ÖA9 oluşturduğu problemi çözerken bu kez sayı doğrusu modeli ve cebirsel çözümü kullanmıştır.



Şekil 6. ÖA9'un son uygulamada yer verdiği uygun problem kategorisindeki problemi ve çözümü

Şekil 6 incelendiğinde ÖA9'un eş grup yapısında paylaşırma yapısında bir problem oluşturduğu görülmektedir. ÖA9 oluşturduğu problemde bütünü yolun $\frac{1}{2}$ 'i olarak temsil etmiş ve gidilen yolda 4 kez verilen mola ile her bir molada yolun ne kadarının gidildiğinin hesaplamak istemiştir. ÖA9'un oluşturduğu bu problem bir kesrin doğal sayıya bölünmesi anlamını içermesi gerekçesiyle uygun problem kategorisinde yer almaktadır. ÖA9'un son uygulamada problemi çözme stratejisini genişlettiği belirlenmiştir. Problem çözümünde ilk olarak sayı doğrusu üzerinde yolun $\frac{1}{2}$ 'ini gösterip bütünü dört eş parçaya ayırmıştır. Daha sonra her bir parçanın karşılık geldiği aralığı sayı doğrusu üzerinde temsil etmiştir. Ardından da cebirsel bir çözüme yer vermiştir. Bu işlemi yaparken $\frac{1}{2}$ 'i 4'e böldüğü görülmektedir. Ancak ilk uygulamada olduğu gibi sonucu bulurken işlemi açıkça ifade etmemiştir. ÖA9'un sayı doğrusu temsili yardımıyla bulduğu her bir parçanın karşılık geldiği aralığı işlemin sonucuna yazdığı düşünülmektedir.

Son uygulamada öğretmen adaylarının genel olarak bir kesri bir doğal sayıya bölmenin anlamını içeren problemleri ve çözümleri değerlendirildiğinde problem türlerini çeşitlendirdikleri tespit edilmiştir. Ayrıca öğretmen adayları özellikle eş grup yapısında paylaşırma problemlerinde, cebirsel çözümlerin yanında yapılan işlemin ne anlama geldiğini açıklayan modellerden de yararlanmışlardır. Öğretmen adaylarındaki bu değişimin mesleki gelişim sürecinde yer alan farklı problem türleri ve farklı temsilleri kullanarak işlemin anlamını açıklayan tartışmalardan kaynaklandığı düşünülmektedir.

Büyük Kesri Küçük Kesre Bölmeye Yönelik Oluşturulan Problemler ve Çözüm Stratejilerindeki Değişimler

Öğretmen adaylarının büyük kesri küçük kesre bölmeyi gerektiren problemleri ve çözüm stratejilerindeki değişimler, mesleki gelişim süreci öncesi (ilk uygulama) ve sonrasında (son uygulama) olmak üzere iki aşamada değerlendirilmiştir. Tablo 7 ve 8'de öğretmen adaylarının ilk ve son uygulamalardaki oluşturdukları problemlerin kategorileri ve çözüm stratejileri verilmektedir.

Tablo 7. Öğretmen Adaylarının İlk Uygulamada Yer Verdikleri Büyük Kesri Küçük Kesre Bölmeyi Gerektiren Problemlerin Kategorileri ve Çözüm Stratejileri

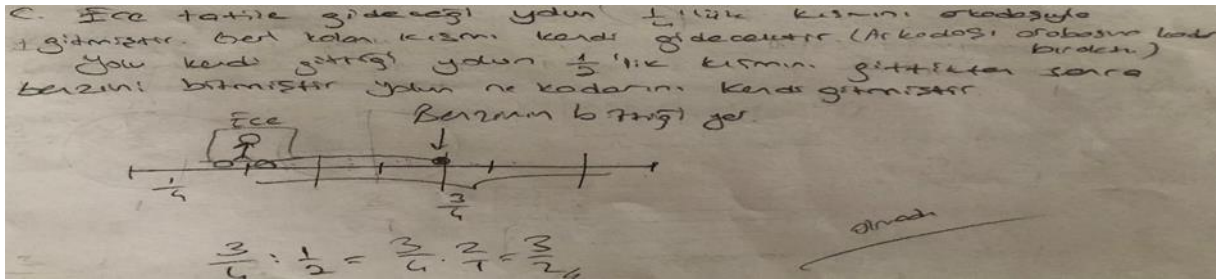
Kategoriler	Eş grup yapısında gruplama problemi ve çözüm stratejisi
Uygun problem	Cebirsel çözüm: ÖA1, ÖA6, ÖA9 Model ve cebirsel çözüm: ÖA4 Model kullanarak çözüm: ÖA8 Yanlış çözüm: ÖA5
Boş	ÖA7, ÖA10
Kesirlerle bölmenin anlamını içermeyen problem (çarpma problemi)	Model ve cebirsel çözüm: ÖA2, ÖA3 (yanlış çözüm)

Tablo 8. Öğretmen Adaylarının Son Uygulamada Yer Verdikleri Büyük Kesri Küçük Kesre Bölmeyi Gerektiren Problemlerin Kategorileri ve Çözüm Stratejileri

Kategoriler	Eş grup yapısında gruplama problemi ve çözüm stratejisi	Çarpımsal karşılaştırma gruplama problemi ve çözüm stratejisi
Uygun problem	Model ve cebirsel çözüm: ÖA1, ÖA4, ÖA5, ÖA8, ÖA10	Model ve cebirsel çözüm: ÖA3, ÖA7, ÖA9
Kesirlerle bölmenin anlamını içermeyen problem (çarpma problemi, oran orantı problemi)	Model ve cebirsel çözüm: ÖA2, ÖA6	

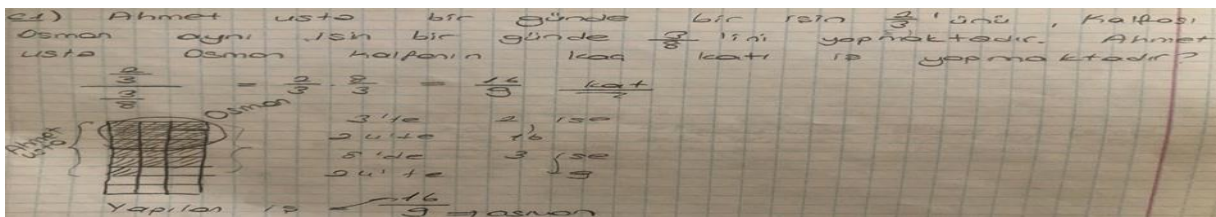
Tablo 7 ve 8 incelendiğinde ilk uygulamada öğretmen adaylarının büyük kesri küçük kesre bölmeyi gerektiren uygun kategorideki problemlerinin sadece eş grup yapısında gruplama anlamını içerdiği görülmektedir. Ayrıca, ikişer öğretmen adayının problem oluşturmadığı ve kesirlerle bölmenin anlamını içermeyen çarpma problemi oluşturduğu ve yanlış çözüm yaptıkları tespit edilmiştir. Problemlerin çözümlerini yapan öğretmen adayları genellikle cebirsel çözümlerden yararlanmışlardır. Son uygulamada ise öğretmen adaylarının problem türlerini genişlettikleri görülmektedir. Bu problemlerden uygun kategoride yer alan problemler eş grup yapısında gruplama ve çarpımsal karşılaştırma gruplama yapısındadır. Sadece iki öğretmen adayı kesirlerle bölmenin anlamını içermeyen (çarpma ve oran orantı) problemler oluşturmuşlardır. Öğretmen adaylarının problemleri çözerken cebirsel çözümlerden ve modellerden (alan/sayı doğrusu modelleri) yararlanarak çözüm stratejilerini genişlettikleri belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarından ÖA2 ilk uygulamada Şekil 7’de verilen kesirlerle bölmenin anlamını içermeyen problemi oluşturmuş ve yanlış olarak çözmüştür.

**Şekil 7.** ÖA2’ün İlk Uygulamada Yer Verdiği Kesirlerle Bölmenin Anlamını İçermeyen Problem Kategorisindeki Problemi ve Çözümü

Şekil 7 incelendiğinde ÖA2’nin oluşturduğu problemin kesirlerle bölmenin anlamını yerine kesirlerle çarpma yapmayı gerektiren bir problem olduğu görülmektedir. ÖA2 model temsili kullanarak Ece’nin kendisinin gideceği yolu işaretleyip, benzinin bittiği yeri işaretlemiştir. Ancak gidilen yolun yarısında benzinin bittiği ve bu yolun ne kadarlık bir bölüme karşılık geldiği sorulmaktadır. Oluşturulan problem $\frac{3}{4} : \frac{1}{2}$ işlemine karşılık gelmektedir. Ancak ÖA2’nin oluşturduğu problemi ters çevir çarp algoritması ile çözdüğü görülmektedir. Ayrıca işlemin sonunda probleme ilişkin zihninde oluşan fikir anlamlı olmamış ki kendi ifadesiyle ‘olmadı’ şeklinde yazılı bir açıklamada bulunmuştur. Çünkü çıkan yanıtının $\frac{3}{2}$ olması gidilmesi beklenen yol ile uyumsuzluk içindedir. Bunların yanı sıra ÖA2 problem içinde ve çözümünde herhangi bir birim kullanmamıştır.

Son uygulamadan elde edilen bulgulardan, ÖA3’ün Şekil 8’deki uygun problem kategorisinde yer alan problemi ve çözüm stratejisi verilmektedir.

**Şekil 8.** ÖA3’ün Son Uygulamada Yer Verdiği Uygun Problem Kategorisindeki Problemi ve Çözümü

Şekil 8 incelendiğinde ÖA3 büyük kesrin küçük kesre bölme anlamını içeren çarpımsal karşılaştırma gruplama fikrinin olduğu bir problem oluşturmuştur. Problemde Ahmet usta ile Osman kalfanın bir günde yaptıkları işler karşılaştırılmıştır. ÖA3, problemi çözerken ilk olarak Ahmet ustanın yaptığı işi Osman kalfanın yaptığı işe bölmeyi ters çevir çarp algoritmasından yararlanarak göstermiştir. Ardından alan modeli üzerinde göstermeye çalışmış ancak alan modelini yeterince açıklamamıştır. Bunun yerine ilk olarak yapılan iş miktarlarını tanımlayıp, 3 ve 8'in en küçük ortak katı olan 24 birim üzerinde karşılık gelen iş miktarlarını gösterip bu sayıları birbirine bölmüştür. ÖA3 alan modeli ile problemin çözümünü açıklamak istemişse de alan modelini etkili bir şekilde kullanmadığı görülmektedir. Eğer bu problemde alan modeli yerine sayı doğrusu modeli kullanılmış olsaydı $\frac{2}{3}$ içinde $\frac{3}{8}$ 'ü gösterirken birimi 24 eş parçaya ayırarak istenilen $\frac{16}{9}$ 'lık parça daha etkili bir şekilde ifade edilebilirdi. ÖA3 ilk uygulamada kesirlerle bölmenin anlamını içermeyen (çarpma problemi) bir problem oluşturmuşken son uygulamada çarpımsal karşılaştırma gruplama fikrinin olduğu bir problem yazarak problem türlerini genişlettiği belirlenmiştir. Ancak problemi çözerken yararlandığı alan modelini etkili bir şekilde kullanamamıştır.

Genel olarak öğretmen adaylarının bu bölümdeki oluşturdukları problemler değerlendirildiğinde ilk uygulamada sadece eş grup yapısında gruplama problemleri oluşturabilirken son uygulamada bu problem türlerine ek olarak çarpımsal karşılaştırma gruplama problemlerini de oluşturabildikleri belirlenmiştir. Öğretmen adaylarındaki bu değişimin mesleki gelişim sürecinde tartışılan farklı problem türlerinden kaynaklı olduğu düşünülmektedir.

Küçük Kesri Büyük Kesre Bölmeye Yönelik Oluşturulan Problemler ve Çözüm Stratejilerindeki Değişimler

Öğretmen adaylarının küçük kesri büyük kesre bölmeyi gerektiren problemleri ve çözüm stratejilerindeki değişimler, mesleki gelişim süreci öncesi (ilk uygulama) ve sonrasında (son uygulama) olmak üzere iki aşamada değerlendirilmiştir. Tablo 9 ve 10'da öğretmen adaylarının ilk ve son uygulamalardaki oluşturdukları problemlerin kategorileri ve çözüm stratejileri verilmektedir

Tablo 9. Öğretmen Adaylarının İlk Uygulamada Yer Verdikleri Küçük Kesri Büyük Kesre Bölmeyi Gerektiren Problemlerin Kategorileri ve Çözüm Stratejileri

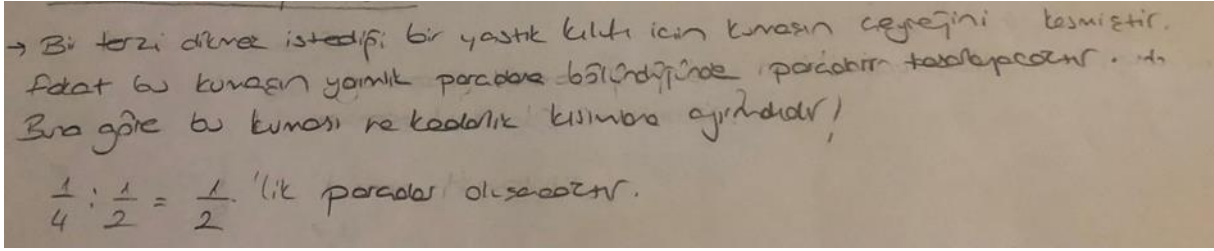
<i>Kategoriler</i>	<i>Çözüm Stratejileri</i>
Boş Eksik problem	ÖA1, ÖA3, ÖA4, ÖA7, ÖA8, ÖA10 Cebirsel çözüm: ÖA5
Kesirlerle bölmenin anlamını içermeyen problem (çarpma problemi)	Model ve cebirsel çözüm: ÖA2, ÖA6 Model kullanarak çözüm: ÖA9

Tablo 10. Öğretmen Adaylarının Son Uygulamada Yer Verdikleri Küçük Kesri Büyük Kesre Bölmeyi Gerektiren Problemlerin Kategorileri ve Çözüm Stratejileri

<i>Kategoriler</i>	<i>Eş grup yapısında gruplama problemi ve çözüm stratejisi</i>	<i>Çarpımsal karşılaştırma gruplama problemi ve çözüm stratejisi</i>
Uygun problem	Model ve cebirsel çözüm: ÖA2, ÖA3, ÖA6, ÖA9	Model ve cebirsel çözüm: ÖA1, ÖA4, ÖA7, ÖA8, ÖA10
Eksik problem	Cebirsel çözüm: ÖA5	

Tablo 9 ve 10 incelendiğinde ilk uygulamada öğretmen adaylarının altısının bu bölüme ilişkin herhangi bir problem oluşturamadıkları, problem oluşturan öğretmen adaylarının ya eksik problem ya da kesirlerle bölmenin anlamını içermeyen çarpma problemi oluşturdukları belirlenmiştir. Son uygulamada ise dokuz öğretmen adayı uygun problem kategorisinde eş grup ve çarpımsal karşılaştırma gruplama problemleri oluşturabilirken sadece bir öğretmen adayı eksik problem oluşturmuştur.

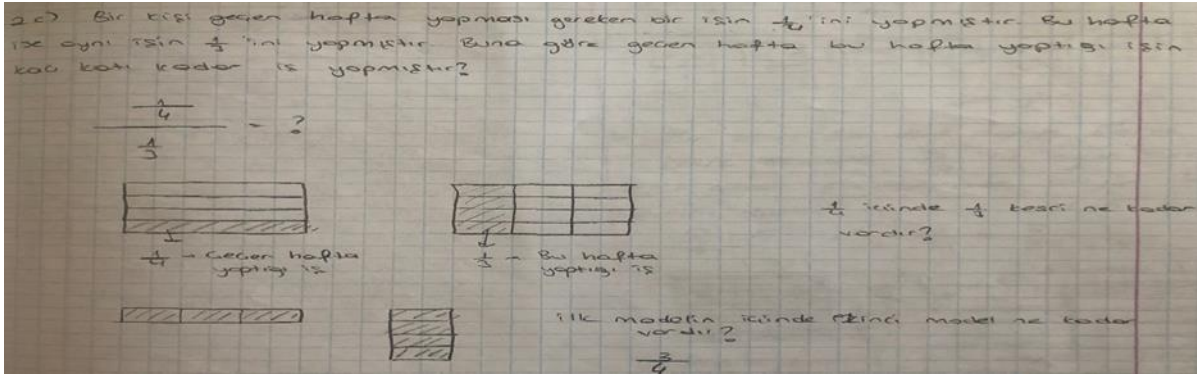
İlk ve son uygulamada ÖA5, eksik problem kategorisinde problem oluşturmuş ve problem çözümünde cebirsel çözüm kullanmıştır. Şekil 9'da ÖA5'in ilk uygulamada oluşturduğu problem ve çözüm stratejisine yer verilmektedir.



Şekil 9. ÖA5'in İlk Uygulamada Yer Verdiği Eksik Problem Kategorisindeki Problemi ve Çözümü

Şekil 9 incelendiğinde problemde istenenin ne olduğuna ilişkin fikrin tam olarak anlaşlamadığı görülmektedir. Problemin son cümlesinde 'kumaşın ne kadarlık kısımlara ayrılması gerektiği' ifadesi yerine 'ne kadar parçanın oluşacağı' sorulmuş olsaydı problem daha anlaşılır bir şekle dönüşebilirdi. ÖA5 oluşturduğu problemde, bütün olarak kabul ettiği $\frac{1}{4}$ 'lik kumaş parçasının içinde $\frac{1}{2}$ 'lik parçalardan ne kadar olduğunu bulmak için cebirsel çözüm yöntemi kullanmış ancak hangi cebirsel çözümden faydalandığını açıkça yazmadan direkt olarak işlemin sonucunu yazmıştır.

İlk uygulamada öğretmen adaylarından ÖA8 küçük kesri büyük kesre bölmeyi gerektiren herhangi bir problem oluşturamazken son uygulamada uygun kategoride Şekil 10'da verilen problemi oluşturmuş ve çözmüştür.



Şekil 10. ÖA8'in Son Uygulamada Yer Verdiği Uygun Kategorideki Problemi ve Çözümü

Şekil 10 incelendiğinde ÖA8 çarpımsal karşılaştırma gruplama yapısında uygun kategoride bir problem oluşturmuştur. Problemde, geçen hafta yapılan iş ile bu hafta yapılan işin karşılaştırıldığı görülmektedir. ÖA8 problemin çözümünde ilk olarak $\frac{1}{4}$ kesrini $\frac{1}{3}$ kesrine bölme işlemini yazmış ancak çözüm aşamasında alan modelinden yararlanmak istemiştir. Bunun için ise geçen hafta yapılan iş ile bu hafta yapılan işi alan modeli üzerinde işaretlemiş, bulunmak istenen duruma ilişkin ise ' $\frac{1}{4}$ içinde $\frac{1}{3}$ kesri ne kadar vardır?' sorusunu yazmıştır. ÖA8 her ne kadar yapılması gereken işlemi yapmış olsa da işlemin sonucunu model yardımı ile bulmayı sonlandıramamış, sadece kesirleri alan modelinde gösterebilmiştir. Ancak işlemin sonucu olan $\frac{3}{4}$ yanıtının nasıl bulunduğuna ilişkin bir açıklama yapmamıştır. ÖA8'in bu yanıtı cebirsel çözümlerden faydalanarak bulunduğu düşünülmektedir.

İlk uygulamada öğretmen adaylarının genel olarak küçük kesri büyük kesre bölmeyi gerektiren problem oluşturmadıkları belirlenmiştir. Ancak son uygulamada dokuz öğretmen adayı gruplama anlamını içeren uygun kategoride problem oluşturmuştur. Ayrıca öğretmen adaylarının problemleri çözerken sadece cebirsel çözümler yerine farklı temsil şekillerinde faydalanmışlardır. Öğretmen adaylarındaki bu değişimin mesleki gelişim süreci içinde farklı problem türlerine ilişkin yapılan tartışmalardan ve farklı temsil şekilleri ile yapılan çözümlerden etkilendikleri düşünülmektedir.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kesirlerle bölmenin anlamını içeren problem oluşturma ve çözme stratejilerinin gelişimlerini incelemek amaçlanmıştır. Öğretmen adaylarının gelişimlerini desteklemek amacıyla kesirlerle bölmenin anlamını içeren problem türleri ve çözme stratejilerini konu alan bir mesleki gelişim süreci uygulanmıştır. Mesleki gelişim süreci öncesi yapılan ilk uygulamada öğretmen adaylarının problemleri uygun kategoride oluşturdukları ancak bu problemlerin eş

grup yapısında paylaştırma ve gruplamayı içerdiği ayrıca problemleri çözerken genel olarak cebirsel yöntemleri kullandıkları belirlenmiştir. Son uygulamada ise öğretmen adaylarının genel olarak uygun kategoride oluşturdukları problemlerin türlerinin genişlediği (eş grup yapısında gruplama/paylaştırma, çarpımsal karşılaştırma gruplama/ paylaştırma), problemleri çözerken cebirsel özümlemlerin yanında farklı temsil şekillerini (alan ve sayı doğrusu modelleri) de kullandıkları tespit edilmiştir.

Öğretmen adaylarının ilk uygulamada bir kesri bir doğal sayıya bölme anlamını gerektiren uygun kategorideki problemler eş grup yapısında paylaştırmayı içermektedir. Öğretmen adaylarının uygun kategoride eş grup yapısında paylaştırma problemlerine yer vermeleri Fischbein vd. (1985) ve Simon'un (1993) alışmalarındaki sonuçlarla paralellik göstermektedir. Bu sonuçlar değerlendirildiğinde, öğretmen adaylarının problemleri seerirken daha çok aşına oldukları bağımlara yer vermeleri ve farklı anlamları içeren problem türlerine ilişkin eksikliklerinin olması sebebiyle genel olarak eş grup yapısında paylaştırma problemleri oluşturma eğiminde oldukları düşünölmektedir.

İlk uygulamada öğretmen adaylarının genel olarak bir doğal sayının bir kesre ve büyük kesrin küçük kesre bölme anlamını içeren problemlerde eş grup yapısında gruplama problemleri oluşturdukları belirlenmiştir. Bazı öğretmen adayları yanlış ya da eksik problem oluşturdukları bazılarının ise problem oluşturamadığı tespit edilmiştir. Kılcan (2006) ve Doğan-Coşkun (2019) da çalışmalarında öğretmen ve öğretmen adaylarının oluşturdukları problemlerin daha çok gruplama anlamını içerdiğini belirtmektedirler. Oysaki sadece gruplama anlamının olduğu problemlerin, öğrencilerin bölmenin anlamını kavramsallaştırırken sınırlılıklar getirebileceği düşünölmektedir. Ayrıca öğretmen adaylarının tümü küçük kesrin büyük kesre bölme anlamını içeren uygun kategoride herhangi problem oluşturamamışlardır. Altı öğretmen adayı bu kategoriyi boş bırakırken bir öğretmen adayının eksik üç öğretmen adayının ise çarpma problemi oluşturdukları belirlenmiştir. Ball (1990) ve Işık (2011) da çalışmalarında öğretmen adaylarının bölme yerine çarpma problemleri oluşturduklarını belirterek problem kurarken öğretmen adaylarının sınırlılıklarını ortaya koymuşlardır. Öğretmen adaylarının küçük kesri büyük kesre bölme anlamını içeren uygun kategoride herhangi bir problem oluşturamamaları oldukça dikkat çekici bir bulgudur. Bu sonuçların sebebi, öğretmen adaylarının daha önceki öğrencilik deneyimlerinde küçük kesri büyük kesre bölme anlamı içeren problemlerle çok sık karşılaşmamaları olabilir. Abu-Elwan (1999) problem kurmanın günlük hayatta ve matematiksel durumlar arasındaki ilişkileri tanıma gibi becerileri geliştirmenin önemini vurgulamaktadır. Öğretmen adaylarının özellikle küçük kesri büyük kesre bölme anlamını içeren problemler oluşturmaktaki sınırlılıkları bu ilişkileri kurmadaki eksikliklerini göz önüne sermektedir.

Öğretmen adaylarının ilk uygulamada problem çözme stratejileri değerlendirildiğinde genellikle algoritmalarından (ters çevir çarp ve ortak payda algoritmaları) faydalandıkları belirlenmiştir. Alanyazındaki alışmalar incelendiğinde pek çok çalışmada bu çalışmanın ilk uygulamasındaki sonuçlara paralellik gösteren sonuçlarla karşılaşılmıştır (Ball, 1990; Doğan-Coşkun, 2019; Işıksal, 2006; Kılcan, 2006; Leung ve Carbone, 2013). Öğretmen adayların problemleri çözerken işlemin sahip olduğu anlama odaklanmak yerine daha çok işlem becerisinin ön planda olduğu sonuç odaklı stratejileri kullandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının problemlerin çözüm stratejilerinde daha çok algoritmaları kullanmaları, daha önceki öğrencilik deneyimlerinde sahip oldukları becerilerin bir yansıması olarak düşünölebilir.

Öğretmen adayları, ilk uygulamanın ardından mesleki gelişim süreci tamamlandıktan sonra yapılan son uygulamada, kesirlerle bölmenin anlamını içeren problemler oluşturmada ve problemleri çözerken kullandıkları stratejilerde gelişim gösterdikleri belirlenmiştir. Bu sonuçlar öğretmenlere ve öğretmen adaylarına kesirlerle bölme işleminin anlamını, problem oluşturabilmeyi, farklı temsil şekillerini kullanabilmeyi içeren öğretim fırsatları verildiğinde, alan ve alan öğretimi bilgilerinde gelişim gösteren araştırmaların (Lamberg ve Wiest, 2015; Mutlu ve Duatepe-Paksu, 2022; Rayner, 2007; Seir, 2017; Tirosh, 2000; Zembat, 2004) bulguları ile paralellik göstermektedir.

Son uygulamada öğretmen adayları bir kesri bir doğal sayıya bölerken ve bir doğal sayıyı bir kesre bölerken genel olarak farklı problem türlerini (eş grup yapısında gruplama/paylaştırma, çarpımsal karşılaştırma gruplama/paylaştırma) içeren problemler oluşturarak ilk uygulamaya göre problem türlerinde çeşitlilik oluşturdukları tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının problem türlerinin genişlemesinin sebebi olarak mesleki gelişim sürecinde kesirle bölmenin farklı anlamlarını içeren problem türlerine yer verilmesinden kaynaklı olduğu düşünölmektedir. Ayrıca öğretmen adaylarının büyük kesrin küçük kesre ve küçük kesrin büyük kesre bölme anlamını içeren problem türleri eş grup yapısında gruplama ve çarpımsal karşılaştırma gruplama problemleri ile sınırlı kaldığı belirlenmiştir. Doğan-Coşkun (2019) da çalışmasında bu çalışmanın sonuçlarına benzerlik gösterecek şekilde öğretmen adaylarının daha çok gruplama anlamını

içeren problemlere odaklandıklarını belirtmiştir. Ancak bu çalışmada öğretmen adayları eş grup yapısında gruplama anlamını içeren problemlerin yanında çarpımsal karşılaştırma gruplama problemleri de oluşturarak problem türlerini zenginleştirdikleri görülmektedir. Öğretmen adaylarının oluşturdukları problemlerin türleri genel çerçevede değerlendirildiğinde, ders kitaplarında yer alan daha çok rutin problemler grubundaki problemleri oluşturma eğiliminde oldukları tespit edilmiştir. Korkmaz ve Gür'ün (2006) ders kitaplarında yer alan problemlerin türlerine ilişkin yaptıkları açıklamalar bu çalışmanın sonuçlarına benzerlik göstermektedir. Öğretmen adaylarının özellikle küçük kesrin büyük kesre bölünme anlamını içeren problemleri oluşturmada zorlandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Mesleki gelişimi sürecinden tamamlandıktan sonra öğretmen adayları bu kategoride problem oluştururken gelişim göstermiş olsalar bile diğer kategorileri göre problem oluşturma düzeylerindeki gelişim daha az gözlemlenmiştir. Bu sonucun öğretmen adaylarının daha önceki deneyimlerinde küçük kesri büyük kesre bölmeyi gerektiren problemlerle daha az karşılaşmış olmaları ve mesleki gelişim sürecinde bu kategoriye ek bir zaman ayrılarak daha fazla odaklanılmamış olması olabilir.

Öğretmen adaylarının son uygulamada problemleri çözme stratejilerinde de değişimler gösterdikleri belirlenmiştir. Bu değişimler problemleri çözerken sadece ters çevir çarp ya da ortak payda algoritmalarından faydalanmalarının yanında farklı temsil şekillerini (alan modeli ve sayı doğrusu modeli) kullanarak işlemin sahip olduğu anlamı açıklama yönünde olmasıdır. Alanyazında da öğretmen ve öğretmen adaylarına farklı öğretim fırsatları verildiğinde farklı temsil şekillerini kullanarak çözümlerini genişlettikleri yönünde değişim gösterdikleri belirtilmektedir (Lamberg ve Wiest, 2015; Mutlu ve Duatepe-Paksu, 2022; Rayner, 2007; Seçir, 2017; Tirosh, 2000; Zembat, 2004). Bu değişimin mesleki gelişim sürecinde, problemleri çözerken farklı temsil şekillerinin öğrencinin zihninde yaratacağı kavramsal anlamının sağlanabilmesini destekleyecek şekilde yer alan uygulamaların bir yansıması olduğu düşünülmektedir.

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kesirlerle bölmenin anlamını içeren problem oluşturma ve çözme stratejilerindeki değişim incelenmiştir. Çalışmanın sonuçlarına dayalı olarak geleceğin öğretmenlerinin iyi birer problem oluşturabilen ve çözebilen bireyler olmalarını desteklemek için bu becerilerini geliştirmeye yönelik etkinliklere dâhil edilmeleri önerilmektedir. Bu sayede öğretmen adaylarının işlemsel bilgilerinin yanında kavramsal bilgilerinin de gelişimi desteklenecektir. Ayrıca lisans derslerinde problem kurma ve çözmeyi temel alan derslerin ders saatlerinin artırılarak etkinlikle daha fazla zaman ayrılması önerilmektedir. Bu sayede ortaokul matematik öğretim programında yer alan kazanımlara ilişkin daha detaylı şekilde yer verilen etkinlikler sayesinde rutin problemlerin dışına çıkılarak öğrencilerin, akıl yürütmelerinin ön planda olduğu kavramsal anlamalarını destekleyecek türdeki problemlerle karşılaşmaları sağlanabilecektir. Ayrıca problemlerin çözümlerinde öğrencilerin sadece işlem becerilerini kullanabildikleri stratejilerin yanında farklı temsil şekillerinden faydalanarak çözümler oluşturmaları desteklenmelidir. Bu sayede işlemin sahip olduğu anlamı farklı temsil şekilleriyle yorumlayabilecek bireylerin yetişmesine destek olunacağı düşünülmektedir. Gelecekte yapılacak çalışmalar için bu çalışmadaki gibi öğretmen adaylarının problem oluşturma ve çözme stratejilerinin gelişimine odaklı öğretim etkinlikleri oluşturulabilir. Bu etkinlikler, hizmet içi ve öncesi gruplara uygulanacak şekilde tasarlandığında hem öğretmenlerin hem de öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerinin gelişimi desteklenebilecektir. Gelecekte yapılacak araştırmalarda bu çalışmadaki gibi öğretim etkinliklerinin, daha uzun süreçlere yayıldığı ve katılımcıların daha etkin bir şekilde katılacağı şekilde tasarlanması önerilebilir. Mesleki gelişim sürecinde kesirlerle bölme işleminin sonucu bulmak için kullanılan ters çevir çarp ve ortak payda algoritmalarının gerekçeleri ve farklı temsil şekillerinin birbirleriyle açıklanmıştır. Bu bağlamda hizmet öncesi dönemde yer alan derslerin ezberden uzak bir şekilde işlenmesi, kavramları açıklarken kullanılan gerekçelerin ve farklı temsillerin birbirleriyle olan ilişkilerinin açıklanması oldukça önemli bir yer teşkil etmektedir. Dolayısıyla lisans eğitimi veren öğretim elemanlarının, derslerini bu çerçeveyi dikkate alarak yürütmeleri geleceğin öğretmenlerine örnek olmalarını sağlayabilir. Ayrıca yapılacak araştırmaların, öğretmen adaylarının problem oluşturma ve çözme stratejilerini geliştirmeleri için gerçek yaşam problemlerine daha fazla yer verilmesi ve kuralların gerekçelerini açıklamaya odaklı olacak şekilde tasarlanması önerilebilir. Bunun yanı sıra ders kitaplarındaki problemler öğrencilerin işlemsel bilgilerinin ortaya çıkarmaktan çok kavramsal bilgiyi ön plana alacak şekilde düzenlenmelidir.

Etik Beyan

“Ortaokul Matematik Öğretmeni Adaylarının Kesirlerle Bölmeye Yönelik Problem Oluşturma ve Çözme Becerilerinin Gelişimi” başlıklı çalışmanın yazım sürecinde bilimsel kurallara, etik ve alıntı kurallarına uyulmuş; toplanan veriler üzerinde herhangi bir tahrifat yapılmamış ve bu çalışma herhangi başka bir akademik yayın ortamına

değerlendirme için gönderilmemiştir. Gerekli olan etik kurul izinleri Pamukkale Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu'nun 15.06.2022 tarih ve 12-11 sayılı toplantısında alınmıştır.

Çatışma Beyanı

Çalışmada herhangi bir potansiyel çıkar atışması söz konusu değildir.

Not

Bu alışma FSMVU EAK 2022 Eğitim Araştırmaları Kongresi'nde sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

Kaynakça

- Abu-Elwan, R. (1999). The development of mathematical problem posing skills for prospective middle school teachers. In Mina, F. ve Rogerson, A. (Eds.), Paper presented at the proceedings of the International Conference on Mathematical Education into the 21st Century, (pp.1-8). Cairo, Egypt.
- Albayrak, M. ve Işık, C. (2006). Temel işlem becerilerinin üretiminde problem kurma-çözme alışmaları. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(2), 1-11.
- Atalay, . (2017). *İlkökul 4. sınıf rencilerinin kesirler konusunda bilgisayar animasyonları yardımıyla problem kurma becerilerinin incelenmesi* (Yüksek Lisans Tezi). Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Rize.
- Ball, D. L. (1990). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *The Elementary School Journal*, 90(4), 449-466.
- Bayazit, İ. ve Dönmez, S. M. K. (2017). retmen adaylarının problem kurma becerilerinin orantısal akıl yürütme gerektiren durumlar bağlamında incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 8(1), 130-160.
- Charles, R. (1987). *How To Evaluate Progress in Problem Solving*. National Council of Teachers of Mathematics, 1906 Association Drive, Reston, VA 22901.
- etinkaya, A. ve Soybaş, D. (2018). İlkretim 8. sınıf rencilerinin problem kurma becerilerinin incelenmesi. *Journal of Theoretical Educational Science*, 11(1), 169-200.
- Dede, Y. ve Yaman, S. (2005). Matematik retmen adaylarının matematiksel problem kurma ve problem özme becerilerinin belirlenmesi. *Eurasian Journal of Educational Research (EJER)*, (18).
- Doğan-Coşkun, S. (2019). The analysis of the problems posed by pre-service elementary teachers for the addition of fractions. *International Journal of Instruction*, 12(1), 1517-1532.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel.
- Getenet, S. ve Callingham, R. (2021). Teaching interrelated concepts of fraction for understanding and teacher's pedagogical content knowledge. *Mathematics Education Research Journal*, 33(2), 201-221.
- Grefe, N. (2020). Probleme dayalı matematik eğitimi. Melihan nl (Ed.), *Uygulama rnekleriyle Matematik retiminde Yeni Yaklaşımlar* içinde (1. Baskı, s. 197-220). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Işık, C. (2011). İlkretim matematik retmeni adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, (41), 231-243.
- Işık, C. ve Kar, T. (2012). İlkretim matematik retmeni adaylarının kesirlerde bölmeye yönelik kurdukları problemlerde hata analizi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 12(3), 2289-2309.
- Işıksal, M. (2006). *A study on pre-service elementary mathematics teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge regarding the multiplication and division of fractions* (Doktora Tezi). Middle East Technical University, Ankara.
- Kertil, M. (2008). *Matematik retmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi* (Doktora Tezi). Marmara Üniversitesi, Türkiye.
- Kılcan, S. (2006). *İlkretim matematik retmenlerinin kavramsal bilgileri: Kesirlerle bölme* (Yüksek Lisans Tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.
- Kılıç, . (2015). Analyzing Pre-Service Primary Teachers' Fraction Knowledge Structures through Problem Posing. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 2015, 11(6), 1603-1619.
- Korkmaz, E. (2003). *retmen adaylarının problem kurma becerilerinin belirlenmesi* (Yksek Lisans Tezi). Balıkesir Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstits, Balıkesir.
- Korkmaz, E. ve Gr, H. (2006). retmen adaylarının problem kurma becerilerinin belirlenmesi. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstits Dergisi*, 8(1), 65-74.
- Lamberg, T. ve Wiest, L. R. (2015). Dividing fractions using an area model: a look at in-service teachers' understanding. *Mathematics Teacher Education and Development*, 17(1), 30-43.
- Leung, I. K. C. ve Carbone, R. E. (2013). Pre-service teachers' knowledge about fraction division reflected through problem posing. *The Mathematics Educator*, 14(2), 80-92.
- Lo, J.-J. ve Luo, F. (2012). Prospective elementary teachers' knowledge of fraction division. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15, 481-500.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative Research and Case Study Applications in Education. Revised and Expanded from "Case Study Research in Education."*. Jossey-Bass Publishers, 350 Sansome St, San Francisco, CA 94104.

- Morgan, C. T. (1993). *Psikolojiye giriş* (19. Baskı). Karakaş, S. ve Eski, R. (Ed.), Düşünme ve problem çözme (ss. 127-149). Konya: Eğitim Kitabevi Yayınları.
- Mutlu, E. ve Duatepe-Paksu, A. (2022). Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik dönüşüm bilgilerindeki değişim. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 54, 898-930.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM.
- Orrill, C. H., Sexton, S., Lee, S. J. ve Gerde, C. (2008) Mathematics teachers' abilities to use and make sense of drawn representations. *Proceedings of the 8. International Conference for the Learning Sciences 2*, 140-147.
- Özdişçi, S. ve Katrancı, Y. (2020). Ortaokul öğrencilerinin problem çözme ve problem oluşturma becerilerinin incelenmesi. *Millî Eğitim Dergisi*, 49(226), 149-184.
- Patton, M. Q. (2014). *Nitel araştırma ve değerlendirme yöntemleri* (Çev. M. Bütün ve S. B. Demir). Ankara: Pegem Akademi.
- Pölya, G. (1957). *How to solve it* (2nd éd.). New York: Doubleday.
- Rayner, V. (2007). *An examination of the type of instruction that facilitates pre-service teachers' development of specialized content knowledge of division with fractions* (Master's Thesis). Canada Concordia University, Canada.
- Sarpkaya-Aktaş, G. (2020). Etkili matematik öğretilimiyle oluşturulan beceriler. Melihan Ünlü (Ed.), *Uygulama Örnekleriyle Matematik Öğretiminde Yeni Yaklaşımlar* içinde (1. Baskı, s. 67-89). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Schoenfeld, A. H. (1992). On paradigms and methods: What do you do when the ones you know don't do what you want them to? Issues in the analysis of data in the form of videotapes. *The Journal of the Learning Sciences*, 2(2), 179-214.
- Seçir, S. (2017). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerine ilişkin özelleştirilmiş alan bilgilerinin gelişiminin incelenmesi*. (Doktora Tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.
- Simon, M. (1993). Prospective elementary teachers' knowledge of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(3), 233-254.
- Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 5-25.
- Türnüklü, E., Aydoğdu, M. Z. ve Ergin, A. S. (2017). 8. sınıf öğrencilerinin üçgenler konusunda problem kurma çalışmalarının incelenmesi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(24), 467-486.
- Türnüklü, E., ve Yeşildere, S. (2005). Problem, problem çözme ve eleştirel düşünme. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(3), 107-123.
- Wahyu, K., Kuzu, T. E., Subarinah, S., Ratnasari, D. ve Mahfudy, S. (2020). Partitive fraction division: Revealing and promoting primary students' understanding. *Journal on Mathematics Education*, 11(2), 237-258.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin.
- Yılmaz, R. (2018). Sınıf öğretmeni adaylarının rutin olmayan problemleri çözme süreçleri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(2), 30-49.
- Zembar, İ. Ö. (2004). *Conceptual development of prospective elementary teachers: The case of division of fractions* (Doctoral Dissertation). The Pennsylvania State University. ProQuest Digital Dissertations Database.

EXTENDED ABSTRACT

This study examines the development of middle school mathematics pre-service teachers' ability to create and solve problems involving the meanings of division by fractions. Ten senior pre-service teachers studying at a state university during the spring semester of the 2021-2022 academic year involved in the study. In the first phase of the study, pre-service teachers were asked to construct and answer problems involving "division of a natural number into a fraction, a fraction into a natural number, a large fraction into a small fraction, and a small fraction into a big fraction". The pre-service teachers then participated in a professional development process in which they discussed the problems that may be used to explain the meanings of division by fractions and different representations that can be employed in the solutions of these problems. Following the professional development process, in the second phase of this study, pre-service teachers were asked to create and solve the similar problems in the first phase. The problem statements of the pre-service teachers gathered in both the first and second phases, and written responses to the solutions to these problems was used as a data collection tools. The research is based on the case study model, which is one of the qualitative research methods, and the data were analyzed by content analysis. When the meaning of dividing a natural number into a fraction was investigated, seven pre-service teachers created appropriate problems regarding the equal-group measurement meaning of division, one pre-service teacher created an incorrect problem, and the remaining two pre-service teachers posed incomplete problems. All the pre-service teachers employed algebraic methods to find solutions. All the pre-service teachers presented appropriate problems involving the meaning of dividing a fraction by a natural number. Eight pre-service teachers presented problems related to the equal-group partition meaning of division and employed the algebraic method to solve them. For the problems involving

dividing large fractions into small fractions, six pre-service teachers presented proper problems indicating the equal-group measurement meaning of division, two pre-service teachers presented multiplication problems, and the other two pre-service teachers did not present any problem. Only one pre-service teacher used a model and an algebraic solution together in the problems designated as appropriate. It has been observed that pre-service teachers have difficulties addressing a problem regarding the meaning of dividing small fractions into big fractions. Six pre-service teachers were unable to offer a problem, one provided an incomplete problem, and three created problems involving the meaning of multiplication. After the first phase was completed, the pre-service teachers participated in a professional development process to improve their problem-posing and problem-solving skills on the meaning of division by fractions. The professional development process consisted of three sessions, each lasting approximately one hour, and were recorded using a video camera in a quiet class environment. In the first session, after examining the written responses from the pre-service teachers, the author shared the similar and different types of problems in each category and the solutions offered by the pre-service teachers for these problems with them. Following that, the author allowed the pre-service teachers to discuss the problems and solutions they generated in order to enable them to construct new problem types and different solution strategies for the meaning of division by fractions. In the second session, the types of problems that pre-service teachers discussed in the previous session concerning the meaning of division by fractions were revisited, and types of problems stated in the literature (Lo ve Luo, 2012) related to the meaning of division by fractions were also explained. The solutions offered by the pre-service teachers and the solution strategies provided in the literature for the problems related to the meaning of division by fraction were discussed in the final session. Following the completion of the professional development process, in the second phase of the study, the pre-service teachers were asked again to pose and solve the problem categories stated in the first phase. This time, pre-service teachers were observed to have expanded their problem types and solution strategies even more. All the pre-service teachers provided appropriate problems in the category involving the meaning of dividing a natural number by a fraction. In addition, the problem categories have been expanded to incorporate other meanings of division by fractions, equal-group measurement division, equal-group partition division, comparison measurement division, comparison partition division. While solving the problems they posed, the pre-service teachers improved their solution strategies by incorporating models as well as algebraic solutions. When the problems involving the meaning of dividing a fraction by a natural number were examined, it was determined that eight pre-service teachers posed problems involving the meanings of equal-group measurement, equal-group partition, multiplicative comparison measurement division, comparison partition division and used algebraic solutions and models while solving the problems. Two pre-service teacher posed problems that required multiplication but did not include the meaning of dividing by fractions. When the problems involving the meaning of dividing large fractions into small fractions were examined, eight pre-service teachers posed appropriate problems in the form of equal-group measurement division and multiplicative comparison measurement division and used models and algebraic solutions. Two pre-service teachers posed multiplication and a ratio and proportion problems that did not include the meaning of division by fractions. Finally, nine pre-service teachers posed problems in the form of equal-group measurement division and multiplicative comparison measurement division and improved their solution strategies by using models and algebraic solutions. Only one pre-service teacher constructed an incomplete problem and solved it using the algebraic approach. As a result, we may conclude that the problem types and solution techniques developed by pre-service teachers changed after the professional development process was completed. This change might be explained by the fact that different types of problems are incorporated in the professional development process, as well as different representations used in connection to each other while solving the problems.

Problem posing and using appropriate representations in the solution strategies are plays crucial role in student learning. This study focused on pre-service teachers' problem posing and solving skills on the meaning of the division by fractions. Future studies may be extended to cover the subjects that students struggle to understand, and the findings obtained from these studies can be implemented to teachers in in-service teacher training seminars.