



TAMİRDE DIŞKAYNAĞIN VE ÖDEMEDE GECİKMENİN KUSURLU ÜRÜNLER ÜRETEBİR ÜRETİM SİSTEMİNİN PERFORMANSI ÜZERİNDEKİ ETKİSİ

HARUN ÖZTÜRK*

*Doç. Dr., Süleyman Demirel Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, İşletme Bölümü, ozt.harun@gmail.com, https://orcid.org/0000-0003-0193-6663.

ÖZ

Ödemede belirli bir süre gecikmeye izin verilmesi varsayımının toplam maliyet üzerindeki etkisi birçok üretim stok kontrol modelinde ele alınmıştır. Bu modellerde, ödemede izin verilen gecikme süresinin alıcının satın alma kararını etkilediği bu durumun da stok maliyetlerini önemli ölçüde azalttığı sonucuna varılmıştır. Stok maliyetlerini azaltmanın bir diğer yolu da üretim sırasında üretilen kusurlu ürünlerin tamir edilmesidir. Bu çalışmada, kusurlu ürünlerin dışkaynak kullanılarak tamiri ve ödemede gecikmeye izin verilmesi varsayımları altında bir ekonomik üretim miktarı modeli geliştirilmiştir. Birim zamandaki toplam maliyeti en düşükleyecek optimum üretim miktarı önerilen bir algoritma yardımıyla elde edilmiştir. Sonuçları göstermek amacıyla duyarlılık analizine sahip iki sayısal örnek verilmiştir. Sayısal analizler, kusurlu ürünlerin dışkaynak tamirinin aynı üretim sisteminde tamirine göre kısmen daha avantajlı olduğunu göstermiştir.

Anahtar Kelimeler: Stok, ekonomik üretim miktarı, kusurlu ürün, tamir, dışkaynak, ödemede gecikmeye izin verilmesi.

Editör / Editor:

Banu BİTGEN SUNGUR,
Erciyes Üniversitesi, Türkiye

Hakemler / Referees:

Mustafa YÜCEL,
İnönü Üniversitesi, Türkiye
Aylin ALKAYA,
Nevşehir Hacı Bektaş Üniversitesi, Türkiye

*Sorumlu Yazar/ Corresponding Author:

Harun ÖZTÜRK,
ozt.harun@gmail.com

JEL:

C02, C61, M11

Geliş: 9 Mart 2023

Received: March 9, 2023

Kabul: 12 Mayıs 2023

Accepted: May 12, 2023

Yayın: 31 Ağustos 2023

Published: August 31, 2023

Atıf / Cited as (APA):

Öztürk, H. (2023),
Tamirde Dışkaynağın ve Ödemede
Gecikmenin Kusurlu Ürünler Üreten Bir Üretim
Sisteminin Performansı Üzerindeki Etkisi,
Erciyes Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler
Fakültesi Dergisi, 65, 57-66,
doi: 10.18070/erciyesiibd.1262528

THE JOINT EFFECT OF OUTSOURCED REPAIR AND PERMISSIBLE DELAY IN PAYMENT ON THE PERFORMANCE OF AN IMPERFECT PRODUCTION INVENTORY SYSTEM

ABSTRACT

There have been many production inventory control problems addressing the effect of permissible delay in payment on total cost. These models concluded that permissible delay in payment affects buyers' purchasing decisions, leading to a significant reduction in inventory costs. Another way to reduce inventory costs is to repair sub-standard items produced during production. This study develops a mathematical model for the economic production quantity, assuming outsourcing of repairs to sub-standard items and permissible delay in payment. An algorithm is proposed to obtain the optimum production quantity, designed to minimise the total cost per unit time. The results are illustrated through two numerical examples, accompanied by severity analyses. These numerical analysis show that outsourcing of repairs to sub-standard items is partially more cost-effective than repairing them in the original production system.

Keywords: Inventory, economic production quantity, sub-standard items, repair, outsourcing, permissible delay in payment

GİRİŞ ve LİTERATÜR

Stok yönetimi, endüstride faaliyet gösteren her işletme için hem önemli hem de zorlayıcı faaliyetlerden biridir. Günümüzün zorlu rekabet ortamında ayakta kalmak ve başarı elde etmek için stok yönetiminin verimli bir şekilde yürütülmesi gerekmektedir. Stok yönetiminde farklı maliyetlerle karşılaşıldığından işletmeler hammaddede, yarı mamul, mamul, yedek parça ve ekipman stoklarının yönetimi ile ilgili her türlü eylemi önemsemektedir. Bu nedenle, stok yöneticilerinin müşteri taleplerine hızlı ve istenilen düzeyde cevap vermelerini sağlayan esnek ve sağlıklı modeller oluşturmaları oldukça önemlidir (Cárdenas-Barrón vd., 2014). Stok kontrol modellerinden ilki klasik ekonomik sipariş miktarı modelidir. Bu model, 1913 yılında F. W. Harris tarafından stok literatürüne kazandırılmıştır ve endüstride oldukça fazla uygulama alanı bulmuştur (Axsäter, 2006). Bir diğer stok kontrol modeli, Taft (1918) tarafından geliştirilen klasik ekonomik üretim miktarı modelidir. Bu modeller, çoğu gerçek yaşamda karşılaşılmayan birçok varsayım altında elde edilmiştir. Bu varsayımlardan biri üretilen her partideki ürünlerin sadece kusursuz ürünlerden oluştuğudur. Gerçek yaşamdaki üretim süreçlerinde, üretim süreçlerinin kontrol dışına çıkması, yetersiz bakım ve tamir gibi sebeplerden dolayı kusurlu ürün üretilmesi durumu kaçınılmaz olmaktadır. Kusurlu ürünlerin daha az maliyetlere katlanılarak tamir edilmesi ya da yeniden işlenmesiyle geri kazanımından dolayı çevreye verilen zarar azaltılırken toplam maliyette de önemli ölçüde iyileştirme sağlanmaktadır (Hayek ve Salameh, 2001). Porteus (1986), çevrim başına üretim miktarının azaltılmasıyla daha az tamir maliyetinin ortaya çıkacağını savunmuştur. Ayrıca, üretim sürecinin kalitesinin iyileştirilmesiyle optimum üretim miktarının artması ve daha fazla stokta tutma maliyetine katlanıldığını, ancak kusurlu ürün üretim miktarının ve üretim hazırlık maliyetinin azaldığını göstermiştir. Cheng (1991), klasik ekonomik sipariş miktarı modelini teslim alınan her siparişte kusurlu ürünler bulunması ve birim üretim maliyetinin talep miktarına bağlı olması varsayımlarını ekleyerek genişletmiştir. Salameh ve Jaber (2000), teslim alınan her partide belirli bir oranda kusurlu ürün bulunması ve kusurlu ürün oranının tekdüze dağılıma uyan rassal bir değişken olması varsayımları altında bir ekonomik sipariş miktarı modeli önermişlerdir. Her parti teslim alınıp alınmaz tamamen kalite kontrolden geçmektedir ve belirlenen kusurlu ürünler ikincil pazarda kullanılmak üzere tek parti halinde indirimli fiyattan satılmaktadır. Jamal vd. (2004), kusurlu ürünler üreten tek dönemli üretim sistemi için toplam maliyeti minimum yapacak optimum üretim miktarını kusurlu ürünlerin aynı üretim sisteminde tamir edilmesi varsayımı altında elde etmişlerdir. Bu çalışma, Cárdenas-Barrón (2009) tarafından stoksuzluk varsayımının dikkate alınmasıyla genişletilmiştir.

Tamir işlemi, üretici işletme tarafından gerçekleştirilirken dışkaynak kullanılarak da gerçekleştirilmektedir. Bu durum işletmelerin kendi temel faaliyetlerine odaklanmalarını sağlarken işbirliği, dayanışma ve esneklik içeren bir üretim sistemi oluşturarak yeni bir iş ağı (tedarikçi → üretici ⇒ tamir merkezi) kurulmasına da yardımcı olmaktadır. Jaber vd. (2014), teslim alınan her partide kusurlu ürünlerin bulunduğunu ve tedarikçi (üretici) ile perakendecinin farklı ülkelerde bulunmasından dolayı talebin istenilen düzeyde karşılanması için kusurlu ürünlerin ya dışkaynak kullanılarak tamirini ya da eldeki kusurlu ürünlerin indirimli fiyattan satılması ve kusurlu ürün miktarı kadar kusursuz ürünün yerel bir firmadan satın alınmasını dikkate alan matematiksel modeller geliştirmiştir. Taleizadeh vd. (2019), üretim sırasında üretilen kusurlu ürünlerin tamir işleminin dışkaynak kullanılarak yapıldığı bir üretim probleminde, tamir edilen ürünlerin tekrar eldeki stoğa eklenmesi zamanı ile ilgili olarak üç ayrı durum için optimum üretim miktarı ve maksimum stoksuzluk miktarını veren eşitlikleri elde etmişlerdir. Sayısal analiz sonucunda, tamir edilen ürünlerin eldeki kusursuz ürünlerin tüketilmesinden hemen sonra teslim alınmasının daha avantajlı olduğu elde edilmiştir. Mokhtari (2019), bir üretim probleminde sipariş üzere teslim alınan hammaddelerden bir kısmının kusurlu olduğunu, bu kusurlu hammaddelerin tarama süresi sonunda satıldığını diğerlerinin ise nihai ürünü elde etmek için üretim sürecine dahil edildiğini düşünmüştür. Üretim sırasında rassal olarak kusurlu ürünler de üretilmektedir ve kusurlu ürünler yeniden işlenebilir özelliktedir. Yeniden işlenen ürünlerden bir kısmı hurda olarak ayrılırken diğerleri kusursuz ürün olarak değerlendirilmektedir.

Klasik stok kontrol modellerinin bir diğer varsayımı ödemenin siparişin tedarikçiden teslim alınmasından hemen sonra yapıldığıdır. Ancak, pazar koşullarının değişmesi ve rekabetin artması nedeniyle işletmelerin satışlarını artırmak, pazar payını yükseltmek ve eldeki stok miktarını azaltmak istemeleri ticari krediyi yoluyla finansman sağlamlarını yaygınlaştırmıştır. Ticari kredi finansmanı, bankalar ve diğer finans kuruluşlarından sağlanan krediler ile birlikte ticari işlemlerde önemli bir rol oynamaktadır. Özellikle mikro ve küçük işletmeler gibi finansman imkânları kısıtlı işletmeler finansman kurumları yerine tedarikçileri tarafından ödemelerin belli bir süre ertelenmesi yoluyla finanse edilebilmektedirler. Bu durumda, perakendeci daha fazla ürün satın alma yoluna giderken, tedarikçi (üretici) eldeki stok seviyesini azaltmakta ve böylece her iki tarafta fayda sağlamış olmaktadır. Bu problem ilk olarak Goyal (1985) tarafından ele alınmış ve optimum sipariş miktarını elde etmek için matematiksel bir model geliştirilmiştir. Bu çalışma sonucunda, optimum sipariş çevrim süresi ve optimum sipariş miktarının arttığı, ancak yıllık toplam maliyette önemli ölçüde azalma olduğu görülmüştür. Jamal vd. (1997), teslim alınan siparişlerdeki ürünlerin hemen bozulabilir ürünlerden oluşması ve ödemede bir süre gecikmeye izin verilmesi varsayımları altında bir ekonomik sipariş miktarı modeli geliştirmişlerdir. Bu modelde stoksuzluk ve ödeme süresi ile ilgili olarak iki durumun (eldeki stok tükenmeden önce ve eldeki stok tükendikten sonra) toplam maliyet üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Sayısal analiz sonucunda, stoksuzluğa izin veren modeldeki toplam maliyetin stoksuzluğa izin vermeyen modeldeki toplam maliyeten daha az olduğu elde edilmiştir. Huang (2003), tedarikçinin perakendeciye ödemede bir süre gecikmeye izin vermesi varsayımına perakendecinin de müşterilerine belirli bir süre ödemede gecikme sağlayabileceği varsayımını eklemiş ve bu varsayımlar altında bir ekonomik sipariş miktarı modeli önermiştir. Chung ve Liao (2004), ödemede izin verilen gecikme süresinin sipariş miktarına bağlı olduğunu düşünmüşler ve ödeme süresinin sipariş miktarının bir fonksiyonu olması varsayımı altında bir ekonomik sipariş miktarı modeli önermişlerdir. Bu model, Chang (2004) tarafından enflasyon ve sınırlı planlama dönemi varsayımlarının eklenmesiyle genişletilmiştir. Ouyang vd. (2006), ödemede gecikmeye izin verilmesi varsayımı altında teslim alındıktan belirli bir süre sonra bozulabilen ürünler için bir ekonomik sipariş miktarı modeli önermişlerdir. Bu model, Goyal (1985) tarafından geliştirilen modelin genişletilmesi bir halini sunmaktadır. Huang (2007), ödemenin tamamının gecikme süresinin sonunda yapılması varsayımını, sipariş miktarının istenilen düzeyde verilmemesi durumunda ödemenin bir kısmının teslim sırasında geri kalanının ise izin verilen gecikme süresi sonunda yapılması gerektiği koşulunu ekleyerek genişletmiştir. Tsao vd. (2011), üretim sırasında kusurlu ürünlerin üretilmesi, kusurlu ürünlerin tamir edilebilir özellikte olması ve ödemede gecikmeye izin verilmesi varsayımları altında bir ekonomik üretim miktarı modeli geliştirmişlerdir. Geliştirilen modelde, kusurlu ürünlerin tamir işleminin bu çalışmada olduğunun tersine yine üretici işletme tarafından yapıldığı ve bu ürünlerin tamamının tamir edilerek kusursuz ürün haline getirildiği kabul edilmektedir. Sarkar (2012), üretim sürecinin kusurlu ürünler üretmesi, talep miktarının stok seviyesine bağlı olması ve ödemede gecikmeye izin verilmesi varsayımları ile bir ekonomik üretim miktarı modeli önermiştir. Ouyang ve Chang (2013), üretim sırasında kusurlu ürünler üretilmesi ve bu kusurlu ürünlerin aynı üretim sisteminde tamiri, stoksuzluk ve tedarikçinin üreticiye ödemede gecikmeye izin vermesi varsayımları altında bir ekonomik üretim miktarı modeli geliştirmişlerdir. Optimum üretim miktarı ve maksimum stoksuzluk miktarını veren eşitlikleri diferansiyel hesaplama yöntemi kullanmadan cebirsel bir yaklaşım kullanarak elde etmişlerdir. Ouyang (2015), ödemede izin verilen gecikme süresinin sipariş miktarına bağlı olduğu bir bütünleşik stok kontrol modelinde depolama alanının sınırlı olması varsayımını dikkate almış ve bütünleşik sistemin toplam kârını enbüyüklemeyi amaçlamıştır. Tiwari vd. (2018), kısmi stoksuzluk, kusurlu üretim, ödemede gecikmeye izin verilmesi ve tamir edilen ürünler içerisinde iskarta (hurda) ürün bulunması varsayımları altında çok ürünlü üretim stok problemini ele almışlar ve toplam maliyeti enküçükleyecek şekilde her bir üründen üretilecek optimum üretim miktarı ve maksimum stoksuzluk miktarını belirlemeyi amaçlamışlardır.

Literatürde ödemede belirli bir süre gecikmeye izin verilmesi ve kusurlu

ürünlerin tamiri varsayımlarını birlikte ele alan üretim problemi üzerine birçok çalışma bulunmasına rağmen bu çalışmaların hiçbirinde kusurlu ürünlerin tamir işleminin dışkaynak kullanılarak yapılması varsayımı altında optimum üretim politikası belirlenmemiştir. Diğer çalışmalardan farklı olarak bu çalışmada, ödemede gecikmeye izin verilmesi ve kusurlu ürünlerin dışkaynak tamirinin birlikte düşünülmesiyle toplam stok maliyetinin enküçülenmeye çalışıldığı bir üretim problemi ilk olarak ele alınmaktadır. Bu çalışmanın amacı iki yönlüdür: (1) Kusurlu ürünlerin dışkaynak kullanılarak tamiri ve ödemede gecikmeye izin verilmesi varsayımları altında yeni bir ekonomik üretim miktarı modeli geliştirmektedir. (2) Tsao vd. (2011)'nin çalışmasındaki kusurlu ürünlerin aynı üretim sisteminde tamiri varsayımını dikkate alan model ile bu çalışmada önerilen model arasında karşılaştırılmalı bir analiz yaparak üretici için hangi modelin maliyet açısından fayda sağladığı ve daha avantajlı olduğunun belirlenmesidir. Çalışma aşağıdaki gibi organize edilmiştir. Birinci bölümde, kusurlu ürünler içeren üretim stok kontrol problemi tanımlanmaktadır ve varsayımlar verilmektedir. İkinci bölümde, kusurlu ürünlerin dışkaynak kullanılarak tamiri ve ödemede gecikmeye izin verilmesi varsayımları altında bir matematiksel model geliştirilmektedir. İki sayısal örnek ve duyarlılık analizinin yer aldığı bir sonraki bölümde, önerilen modellerin geçerliliği ve uygulanabilirliği gösterilmektedir. Sonuç bölümünde çalışmada elde edilen sonuçlara ve gelecek çalışmalara yer verilmektedir.

I. PROBLEMİN TANIMI VE VARSAYIMLAR

Bu çalışmada ele alınan üretim stok kontrol probleminin bir tanımı aşağıdaki gibidir. Tek kalem ürünün tek bir makinede partiler halinde üretildiği bir üretim sisteminde, üretici bu üründen her çevrimde Q birim üretmek üzere tedarikçisinden hammadde satın almaktadır. Birim hammadde satın alma maliyeti c_p ve hammadde satın alma maliyeti $c_p Q$ 'dir. Tedarikçi, üreticiye satın aldığı ürünler ile ilgili ödemede belirli bir süre gecikmeye izin vermektedir. Ödemede izin verilen gecikme süresi M ile gösterilmektedir. Üretici bu süre sonunda satın aldığı hammadde tutarını ($c_p Q$) tedarikçiye ödemektedir. Bu ürüne olan talep miktarı birim zamanda D birim ve üretim miktarı sabit olup birim zamanda P ($P > D$) birimdir. Üretim sırasında kusursuz ürünlerin yanı sıra kusurlu ürünler de üretilmektedir. Kusurlu ürün üretim miktarı birim zamanda d birim ve üretilen her partide ρ oranında kusurlu ürün bulunmaktadır. Bu durumda, $d = \rho P$ eşitliği yazılabilir. Üretim sırasında üretilen kusurlu ürünler, indirimli fiyattan satılamayacak ya da iskarta (hurda) ürünler olarak ayrılamayacak kadar değerlidir ve bu kusurlu ürünlerin tamamı tamir edilebilir/yeniden işlenebilir özelliktedir. Üretim programındaki kesintilerin önlenmesi sebebiyle bu kusurlu ürünlerin tamir işlemleri aynı üretim sisteminde yapılmamaktadır. Kusurlu ürünlerin tamir işlemi farklı bir üretim işletmesi (dışkaynak) tarafından gerçekleştirilmektedir ve tamir işleminin ardından tüm ürünler kusursuz ürün haline gelmektedir. Her üretim çevrim süresi, üç periyottan oluşmaktadır. Birinci periyotta, hem üretimin yapıldığı hem de ilgili ürüne karşı oluşan talebin karşılandığı varsayılmaktadır. Talep, sadece kusursuz ürünlerden karşılanmaktadır. Bu durumda kusursuz ve kusurlu ürünleri belirlemek için üretilen her partideki ürünlerin tamamı (%100) taranmaktadır. Tarama işlemi tamamen güvenilirdir, dolayısıyla Tip 1 ve Tip 2 tarama hataları gözükmemektedir. Tarama işlemi, üretim sürecinin başladığı andan itibaren yapılmaktadır ve üretim süresi tamamlandığında sona ermektedir. Bu tarama işlemi, "üretim sırasında tarama" olarak bilinmektedir ve literatürde yaygın olarak kullanılan tarama stratejilerinden biridir. Tarama işlemi sırasında belirlenen kusurlu ürünler, üretim süreci tamamlanmaya kadar stokta bekletilmektedir ve üretim tamamlandığında tamir edilmek üzere eldeki stoktan çıkarılmaktadır. İkinci periyotta, bir taraftan talep karşılanırken diğer taraftan kusurlu ürünlerin tamir işlemi gerçekleştirilmektedir. Bu zaman aralığı, kusurlu ürünlerin tamir işlemi için elden çıkarılması anından yine bu ürünlerin tamir işleminden sonra eldeki stoğa eklenmesi anına kadar sürmektedir. Kusurlu ürünlerin tamir işleminden ortaya çıkan tamir ve stokta tutma maliyetleri üretim sisteminin toplam maliyetine dahil edilmektedir. Tamir edilerek kusursuz ürün haline getirilen ürünler için birim stokta tutma maliyeti, üretim sırasında kusursuz olarak üretilen ürünler için birim stokta tutma maliyetinden daha büyüktür. Bu varsayım, Jaber vd. (2014) tarafından ele alınan problemdeki varsayımına dayanmaktadır. Üçüncü periyotta,

eldeki kusursuz ürünlerin tüketimi gerçekleşmektedir. Tamir işlemini gerçekleştiren firma kusurlu ürünlerin tamir edilmesiyle ilişkili olarak, sabit ve değişken maliyetler ile karşılaşmaktadır. Hazırlık ve taşıma maliyetleri sabit maliyetler iken, birim malzeme, işçilik, taşıma ve stokta tutma maliyetleri değişken maliyetlerdir. Tamir edilerek kusursuz ürün haline getirilen ürünler eldeki kusursuz ürünler tükenmeden önce stoğa eklenmektedir. Matematiksel modeli geliştirmek için yapılan varsayımlar aşağıdaki gibidir:

- (1) Talep ve üretim hızları sabit ve süreklidirler.
- (2) Kusurlu ürün oranı (ρ), bilinmektedir ve sabittir.
- (3) Stoksuz kalmaya izin verilmemektedir.
- (4) Tedarikçi ödemede belirli bir süre gecikmeye izin vermektedir ve bu gecikme için fazladan bir ödeme talep etmemektedir. Üretici ödemede izin verilen gecikme süresinin (M) sonuna kadar satışını gerçekleştirdiği ürünlerden belirli bir faiz oranında (I_c) getiri elde edebilmektedir. Bu süre sonunda tedarikçiye ödememin tamamı yapılmaktadır. Eğer ödeme bu süre sonunda gerçekleşmez ise, tedarikçiden satın alınan hammaddelerin tutarı için belirli bir faiz oranında (I_c) fazladan bir maliyet ortaya çıkmaktadır.

II. MATEMATİKSEL MODEL

Üretim sisteminde talep sadece kusursuz ürünlerden karşılanacağından, üretim süresi tamamlanmaya kadar stoksuz kalma durumu ile karşılaşmamak için birim zamandaki üretim miktarı (P), birim zamandaki talep miktarı (D) ve birim zamandaki kusurlu ürünler üretim miktarı (d) toplamından büyük ya da eşit olmalıdır. Yani,

$$P - (d + D) \geq 0 \quad \text{ya da} \quad D / [P(1 - \rho)] \leq 1 \quad (1)$$

koşulu sağlanmalıdır. Tamir işlemi için gerekli süre (t_R), kusurlu ürünlerin tamiri için gerekli süre ile bu ürünlerin işletmenin eldeki stoğundan çıkarılıp tekrar işletmenin eldeki stoğuna eklenmesine kadar geçen taşıma süresi (t_T) toplamlarından oluşmaktadır. Bu durumda, $t_R = \rho Q / R + t_T$ yazılabilir. Diğer taraftan, tamir işlemini yapacak işletme, tamir için hazırlık maliyeti (k) ve sabit taşıma maliyeti (A) toplamından oluşan sabit maliyet ($k + 2A$) ve birim malzeme ve işçilik (c_i), taşıma (c_t) ve stokta tutma (h) maliyetleri toplamından oluşan değişken maliyet ($c_i + 2c_t + ht_R$) ile karşılaşmaktadır. Yani, ρQ miktar kusurlu ürünün tamir edilmesinin tamir işlemini gerçekleştirecek firmaya olan toplam maliyeti, $k + 2A + \rho Q(c_i + 2c_t + ht_R)$ ile hesaplanmaktadır. m , tamir işlemi yapan firma tarafından belirlenen kâr oranı olmak üzere, üretici işletme kusurlu ürünlerin bir biriminin tamiri için aşağıda verilen birim tamir maliyeti (c_R) ile karşılaşmaktadır.

$$c_R = (1 + m) \left(\frac{k + 2A}{\rho Q} + c_i + 2c_t + h't_R \right) \quad (2)$$

Kusursuz, kusurlu ve tüm ürünler için stok seviyesinin zamanla değişimi Şekil 1 ile gösterilmektedir. Bir çevrimdeki üretim süresi (t_1), çevrim başına üretim miktarının (Q) birim zamandaki üretim miktarına (P) oranlanmasıyla elde edilir ve $t_1 = Q/P$ ile gösterilir. Kusursuz ürünler stok seviyesi, t_1 süresinin sonuna kadar $P - d - D$ hızı ile artmaktadır. Üretim süresi tamamlandığında eldeki maksimum kusursuz ürün stok miktarı I_{max} 'dir. Üretim tamamlandığında kusursuz ürünler maksimum stok seviyesine ulaşmak için geçen süre (t_1), kusursuz ürünler maksimum stok miktarının (I_{max}) kusursuz ürün üretim miktarına (hızına) ($P - d - D$) oranlanmasıyla elde edilir ve $t_1 = I_{max} / (P - d - D)$ ile gösterilir. Buradan, üretim tamamlandığında eldeki kusursuz ürünler için maksimum stok seviyesi (I_{max}) aşağıdaki gibidir.

$$I_{max} = (P - d - D)t_1 = (1 - \rho - D/P)Q \quad (3)$$

$[t_1, t_1 + t_R]$ zaman aralığında kusurlu ürünlerin tamir işlemi gerçekleşmektedir. Yine bu zaman aralığında kusursuz ürünler stok miktarı, talep hızı (D) ile azalmaktadır ve H_1 seviyesine inmektedir. $[t_1, t_1 + t_R]$ süresi sonunda tamir edilen kusurlu ürünler eldeki stoğa eklenmektedir ve kusursuz ürün stok seviyesi H_2 'dir. Tamir edilen kusurlu ürünlerin teslim alınmasından üretim çevrim süresinin

sonuna kadar geçen süre t_2 ile gösterilmektedir. $[t_1+t_R, t_1+t_R+t_2]$ zaman aralığında sadece ilgili ürüne karşı olan talep karşılanmaktadır ve kusursuz ürünler stok seviyesi talep hızı (D) ile azalmaktadır. Bu süre sonunda tüm kusursuz ürünler tüketilmektedir ve kusursuz ürünler stok seviyesi sıfırdır. $[0, t_1]$ zaman aralığında kusurlu ürün stok seviyesi d hızı ile artmaktadır. Bu süre sonunda tüm kusurlu ürünler stoktan çıkarılmaktadır ve kusurlu ürünler stok seviyesi sıfırdır. $[0, t_1]$ zaman aralığında kusursuz ürünler ile kusurlu ürünler stok seviyesinin toplamı tüm ürünler için stok seviyesini vermektedir ve Şekil 1'den tüm ürünler için stok seviyesi $P-D$ hızıyla artmaktadır. Tüm ürünler stok seviyesi üretim çevrim süresinin sonuna kadar talep hızı (D) ile azalmaktadır ve sıfıra inmektedir. Dolayısıyla, üretim sırasında üretilen tüm kusurlu ürünler tamir işleminden sonra tekrar eldeki stoğa eklendiğinden çevrim başına üretim miktarı (Q) değişmemektedir. Bu durumda üretim çevrim süresi (T) aşağıdaki gibi elde edilir.

$$T = \frac{Q}{D} \quad (4)$$

Kusurlu ürünlerin tamir edilip tekrar üretici işletmeye ulaştığı andaki kusursuz ürün stok seviyesi H_1 'dir ve aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$H_1 = I_{max} - Dt_R = (1 - \rho - D/P)Q - Dt_R \quad (5)$$

Benzer şekilde kusurlu ürünlerin tamir edilip tekrar eldeki stoğa eklenmesi sonrasında kusursuz ürün stok seviyesi H_2 'dir ve aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$H_2 = H_1 + \rho Q = (1 - \rho - D/P)Q - Dt_R + \rho Q \quad (6)$$

Ayrıca, Şekil 1'den tamir edilen kusurlu ürünlerin teslim alınması anından üretim çevrim süresinin tamamlanması anına kadar olan süre t_2 ile gösterilmektedir ve aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$t_2 = \frac{H_2}{D} = \frac{(1 - \rho - D/P)Q + \rho Q}{D} - t_R \quad (7)$$

Yukarıdaki eşitliklerden aşağıdaki ifadeler yazılabilir.

$$t_a = t_1 = \frac{Q}{P} \quad (8)$$

$$t_b = t_1 + t_R = \frac{Q}{P} + \left(\frac{\rho Q}{R} + t_r \right) = \left(\frac{1}{P} + \frac{\rho}{R} \right) Q + t_r \quad (9)$$

$$t_c = t_1 + t_R + t_2 = T = \frac{Q}{D} \quad (10)$$

$I(t)$, t anındaki stok seviyesi olmak üzere kusursuz ürünler stok seviyesi için aşağıdaki ifade yazılabilir.

$$I(t) = \begin{cases} \frac{dI_1(t)}{dt} = P - d - D, & 0 \leq t \leq t_a \\ \frac{dI_2(t)}{dt} = -D, & t_a \leq t \leq t_b \\ \frac{dI_3(t)}{dt} = -D, & t_b \leq t \leq t_c \end{cases} \quad (11)$$

$I_1(0)=0$, $I_2(t_a)=I_2(t_a)=I_{max}$, $I_2(t_b)=H_1$, $I_3(t_b)=H_2=I_2(t_b)+\rho Q$ ve $I_3(t_c)=0$ olmak üzere Eş. 11 aşağıdaki gibi yazılır.

$$I(t) = \begin{cases} I_1(t) = (P - d - D)t, & 0 \leq t \leq t_a \\ I_2(t) = I_{max} - D(t - t_a), & t_a \leq t \leq t_b \\ I_3(t) = H_2 - D(t - t_b), & t_b \leq t \leq t_c \end{cases} \quad (12)$$

$$I_1(t_a) = I_2(t_a) = I_{max} \text{ koşulundan } I_{max} \text{ için aşağıdaki ifade elde edilir.} \\ I_{max} = (P - d - D)t_a \quad (13)$$

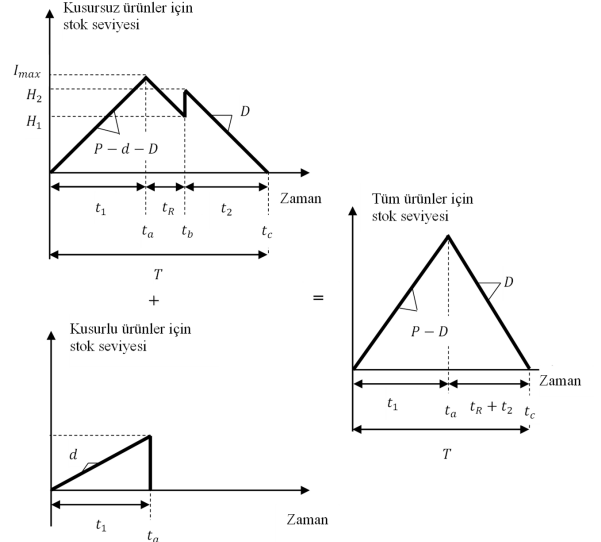
Eş. 13, Eş. 12'de yerine yazılırsa $I_2(t)$ için aşağıdaki ifade elde edilir.

$$I_2(t) = (P - d - D)t_a - D(t - t_a) \quad (14)$$

$I_2(t_b)=H_1$ ve $I_3(t_b)=H_2$ koşullarından $H_1=(P-d-D)t_a-D(t_b-t_a)$ ve $H_2=(P-d-D)t_a-D(t_b-t_a)+\rho Q$ elde edilir. H_2 ifadesi Eş. 12'de yerine yazılırsa $I_3(t)$ için aşağıdaki ifade elde edilir.

$$I_3(t) = (P - d - D)t_a - D(t_b - t_a) + \rho Q - D(t - t_b) \quad (15)$$

ŞEKİL 1 | Kusursuz, Kusurlu ve Tüm Ürünler için Stok Seviyesinin Zamanla Değişimi



Benzer şekilde, kusurlu ürünler için stok seviyesi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$I(t) = \frac{dI_4(t)}{dt} = d, \quad 0 \leq t \leq t_a \quad (16)$$

$I_4(0)=0$ olmak üzere Eş. 16 aşağıdaki gibi yazılır.

$$I(t) = I_4(t) = dt, \quad 0 \leq t \leq t_a \quad (17)$$

Toplam maliyet, üretime hazırlık, üretim, tamir, stokta tutma ve ödemede gecikme faiz maliyetleri toplamından oluşmaktadır.

$$\begin{aligned} \text{Toplam maliyet} &= \text{üretim hazırlık maliyeti} + \text{üretim maliyeti} \\ &+ \text{tamir maliyeti} + \text{stokta tutma maliyeti} + \\ &\text{ödemede gecikme faiz maliyeti} \\ &= SM + PM + RM + HM + IM \end{aligned} \quad (18)$$

Toplam maliyet fonksiyonunun her bir bileşeni aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

Birim zamandaki üretime hazırlık maliyeti: $PM = s/T = sD/Q$,

Birim zamandaki üretim maliyeti: $SM = cQ/T = cD$,

Birim zamandaki tamir maliyeti: $RM = (c_R \rho Q)/T = c_R D \rho$,

Birim zamandaki stokta tutma maliyeti: Kusursuz, kusurlu ve tamir edilen ürünlerin bir biriminin birim zaman başına elde bulundurma maliyetleri sırasıyla c_h , c_{hd} ve c_{hr} 'dir. Burada, $c_h \leq c_{hd}$ ve $c_h < c_{hr}$ olduğu varsayılmaktadır. Şekil 1'den birim zamandaki stokta tutma maliyeti Eşitlik (19) ile ifade edilir.

$$\begin{aligned} HM &= \frac{c_h}{T} \left(\frac{I_{max}(t_1)}{2} + \frac{I_{max}(I_{max}/D)}{2} \right) + \frac{c_{hr}}{T} \left(\rho Q(t_2) - \frac{\rho Q(\rho Q/D)}{2} \right) \\ &+ \frac{c_{hd}}{T} \left(\frac{(dt_1)(t_1)}{2} \right) \end{aligned} \quad (19)$$

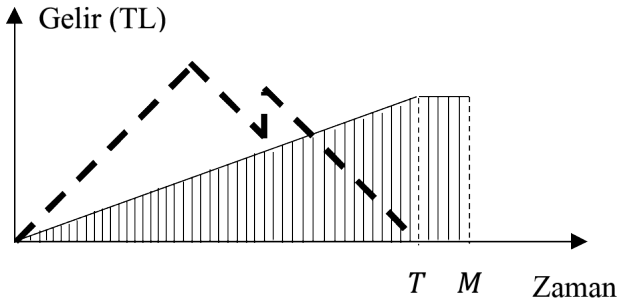
Durum 3 ($t_b \leq M \leq t_c$): Ödemede izin verilen gecikme süresi sonuna kadar satışı yapılan ürünlerden elde edilen birim zamandaki faiz geliri (IG_3) aşağıdaki gibidir.

$$IG_3 = \frac{s_p I_e}{T} \left(\int_0^M (Dt) dt \right) = \frac{s_p I_e M^2 D^2}{2Q} \quad (26)$$

Durum 4 ($T \leq M$): Şekil 5 dikkate alındığında, ödeme süresi sonuna kadar satış işlemi gerçekleşen ürünlerden elde edilen birim zamandaki faiz geliri (IG_4) aşağıdaki gibidir.

$$IG_4 = \frac{s_p I_e}{T} \left(\int_0^T (Dt) dt + DT(M-T) \right) = \frac{s_p I_e (2DM - Q)}{2} \quad (27)$$

ŞEKİL 5 | Durum 4 ($T \leq M$) için Faiz Maliyeti Toplamının Grafıksel Gösterimi



Yukarıda verilen tüm maliyetler incelendiğinde, ödemede izin verilen gecikme süresi ile ilgili dört durumun dikkate alınması sonucunda birim zamandaki toplam maliyet ($TMB_i(Q)$, $i=1,2,3,4$) aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

Durum 1: $0 \leq M \leq t_a$

$$TMB_1(Q) = cD + \frac{sD}{Q} + D\rho(1+m) \left(\frac{k+2A}{\rho Q} + c_i + 2c_c + h't_r \right) + \frac{c_h D(1-\rho-D/P)Q}{2P} + c_{hr}\rho \left[\left(1 - \frac{D}{P} \right) Q - \frac{\rho Q}{2} - D \left(\frac{\rho Q}{R} + t_r \right) \right] + \frac{c_{hd} D \rho Q}{2P} + \frac{c_p I_p (P-D)(Q^2 - DPM^2)}{2PQ} - \frac{c_p I_p D \rho^2 Q}{R} - c_p I_p D t_r \rho - \frac{s_p I_e M^2 D^2}{2Q} \quad (28)$$

Durum 2: $t_a \leq M \leq t_b$

$$TMB_2(Q) = cD + \frac{sD}{Q} + D\rho(1+m) \left(\frac{k+2A}{\rho Q} + c_i + 2c_c + h't_r \right) + \frac{c_h D(1-\rho-D/P)Q}{2P} + c_{hr}\rho \left[\left(1 - \frac{D}{P} \right) Q - \frac{\rho Q}{2} - D \left(\frac{\rho Q}{R} + t_r \right) \right] + \frac{c_{hd} D \rho Q}{2P} + \frac{c_p I_p (Q - DM)^2}{2Q} + c_p I_p DM \rho - \frac{c_p I_p D \rho Q}{P} - \frac{c_p I_p D \rho^2 Q}{R} - c_p I_p D t_r \rho - \frac{s_p I_e M^2 D^2}{2Q} \quad (29)$$

Durum 3: $t_b \leq M \leq t_c$

$$TMB_3(Q) = cD + \frac{sD}{Q} + D\rho(1+m) \left(\frac{k+2A}{\rho Q} + c_i + 2c_c + h't_r \right) + \frac{c_h D(1-\rho-D/P)Q}{2P} + c_{hr}\rho \left[\left(1 - \frac{D}{P} \right) Q - \frac{\rho Q}{2} - D \left(\frac{\rho Q}{R} + t_r \right) \right] + \frac{c_{hd} D \rho Q}{2P} + \frac{c_p I_p (Q - DM)^2}{2Q} - \frac{s_p I_e M^2 D^2}{2Q} \quad (30)$$

Durum 4: $T \leq M$

$$TMB_4(Q) = cD + \frac{sD}{Q} + D\rho(1+m) \left(\frac{k+2A}{\rho Q} + c_i + 2c_c + h't_r \right) + \frac{c_h D(1-\rho-D/P)Q}{2P} + c_{hr}\rho \left[\left(1 - \frac{D}{P} \right) Q - \frac{\rho Q}{2} - D \left(\frac{\rho Q}{R} + t_r \right) \right] + \frac{c_{hd} D \rho Q}{2P} - \frac{s_p I_e (2DM - Q)}{2} \quad (31)$$

A. OPTİMUM ÇÖZÜM

Optimum üretim miktarı, birim zamandaki toplam maliyet fonksiyonunun ($TMB(Q)$, $i=1,2,3,4$), Q değişkenine göre birinci mertebeden türevinin sifira eşitlenmesiyle ($dETMB(Q)/dQ=0$) analitik olarak elde edilebilir. Bunun için öncelikle her bir duruma ilişkin olarak $TMB(Q)$, $i=1,2,3,4$, fonksiyonunun (dışbukey) konveks olduğu gösterilmelidir.

Durum 1 ($0 \leq M \leq t_a$): $TMB_1(Q)$ fonksiyonunun Q değişkenine göre birinci ve ikinci mertebeden türevleri alınır sırasıyla

$$\frac{dTMB_1(Q)}{dQ} = -\frac{sD}{Q^2} + D\rho(1+m) \left(-\frac{(k+2A)}{Q^2 \rho} + \frac{h'\rho}{R} \right) + \frac{c_h D(1-\rho-D/P)}{2P} + c_{hr}\rho \left[\left(1 - \frac{D}{P} \right) - \frac{\rho}{2} - \frac{D\rho}{R} \right] + \frac{c_{hd} D \rho}{2P} + \frac{c_p I_p (P-D)}{2P} \left(1 + \frac{DPM^2}{Q^2} \right) - \frac{c_p I_p D \rho}{P} - \frac{c_p I_p D \rho^2}{R} + \frac{s_p I_e M^2 D^2}{2Q^2} \quad (32)$$

ve

$$\frac{d^2 TMB_1(Q)}{dQ^2} = \frac{2sD}{Q^3} + \frac{2D(1+m)(k+2A)}{Q^3} - \frac{c_p I_p DM^2 (P-D)}{Q^3} - \frac{s_p I_e M^2 D^2}{Q^3} = \frac{2D(s+(1+m)(k+2A) - c_p I_p DM^2 (P-D) - s_p I_e M^2 D^2)}{Q^3} \quad (33)$$

elde edilir. Eğer $2D(s+(1+m)(k+2A) - c_p I_p DM^2 (P-D) - s_p I_e M^2 D^2) > 0$ ise $Q > 0$ için $d^2 TMB_1(Q)/dQ^2 > 0$ 'dır. O halde, $TMB_1(Q)$ fonksiyonu konvektir. Bu durumda, $TMB_1(Q)$ fonksiyonunun minimum değer aldığı tek bir $Q=Q_1^*$ noktası vardır. $TMB_1(Q)$ fonksiyonunun minimum yapan optimal üretim miktarı (Q_1^*), birinci mertebeden türevin sifira eşitlenmesiyle aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{dETMB_1(Q)}{dQ} = -\frac{sD}{Q^2} + D\rho(1+m) \left(-\frac{(k+2A)}{Q^2 \rho} + \frac{h'\rho}{R} \right) + \frac{c_h D(1-\rho-D/P)}{2P} + c_{hr}\rho \left[\left(1 - \frac{D}{P} \right) - \frac{\rho}{2} - \frac{D\rho}{R} \right] + \frac{c_{hd} D \rho}{2P} + \frac{c_p I_p (P-D)}{2P} \left(1 + \frac{DPM^2}{Q^2} \right) - \frac{c_p I_p D \rho}{P} - \frac{c_p I_p D \rho^2}{R} + \frac{s_p I_e M^2 D^2}{2Q^2} = 0 \quad (34)$$

Buradan, optimal üretim miktarı (Q_1^*) denklemden çekilirse

$$Q_1^* = \sqrt{\frac{2D(s+E(\rho)E(1/\rho)(1+m)(k+2A) - c_p I_p (P-D)DM^2 - s_p I_e M^2 D^2)}{\left[\frac{2h'D(1+m)\rho^2}{R} + \frac{c_h D(1-\rho-D/P)}{P} + 2c_{hr}\rho \left[\left(1 - \frac{D}{P} \right) - \frac{\rho}{2} - \frac{D\rho}{R} \right] + \frac{c_{hd} D \rho}{P} + \frac{c_p I_p (P-D)}{P} - \frac{2c_p I_p D \rho}{P} - \frac{2c_p I_p D \rho^2}{R} \right]}} \quad (35)$$

elde edilir.

Durum 2 ($t_a \leq M \leq t_b$): $TMB_2(Q)$ fonksiyonunun Q değişkenine göre ikinci mertebeden türevi alınırsa

$$\begin{aligned} \frac{dETMB_2(Q)}{dQ} = & -\frac{sD}{Q^2} + D\rho(1+m) \left(-\frac{(k+2A)}{Q^2\rho} + \frac{h'\rho}{R} \right) \\ & + \frac{c_h D(1-\rho-D/P)}{2P} + c_{hr}\rho \left[\left(1-\frac{D}{P}\right) - \frac{\rho}{2} - \frac{D\rho}{R} \right] + \frac{c_{hd}D\rho}{2P} \\ & + \frac{c_p I_p (P-D)}{2P} \left(1-\frac{DPM^2}{Q^2}\right) - \frac{c_p I_p D\rho}{P} - \frac{c_p I_p D\rho^2}{R} \\ & + \frac{s_p I_e M^2 D^2}{2Q^2} \end{aligned} \quad (36)$$

ve

$$\begin{aligned} \frac{d^2TMB_2(Q)}{dQ^2} = & \frac{2sD}{Q^3} + \frac{2D(1+m)(k+2A)}{Q^3} - \frac{c_p I_p D^2 M^2}{Q^3} - \frac{s_p I_e M^2 D^2}{Q^3} \\ = & \frac{2D(s+(1+m)(k+2A)) - c_p I_p D^2 M^2 - s_p I_e M^2 D^2}{Q^3} \end{aligned} \quad (37)$$

elde edilir. Eğer $2D(s+(1+m)(k+2A)) + c_p I_p D^2 M^2 - s_p I_e M^2 D^2 > 0$ ise $Q > 0$ için $d^2TMB_2(Q)/dQ^2 > 0$ 'dır. O halde, $TMB_2(Q)$ fonksiyonu konveks bir fonksiyondur. Bu durumda, $TMB_2(Q)$ fonksiyonunun minimum değer aldığı tek bir $Q=Q_2^*$ noktası vardır. $TMB_2(Q)$ fonksiyonunu minimum yapan optimal üretim miktarı (Q_2^*), birinci mertebeden türevin sıfıra eşitlenmesiyle aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{dETMB_2(Q)}{dQ} = & -\frac{sD}{Q^2} + D\rho(1+m) \left(-\frac{(k+2A)}{Q^2\rho} + \frac{h'\rho}{R} \right) \\ & + \frac{c_h D(1-\rho-D/P)}{2P} + c_{hr}\rho \left[\left(1-\frac{D}{P}\right) - \frac{\rho}{2} - \frac{D\rho}{R} \right] + \frac{c_{hd}D\rho}{2P} \\ & + \frac{c_p I_p (P-D)}{2P} \left(1-\frac{D^2 M^2}{Q^2}\right) - \frac{c_p I_p D\rho}{P} - \frac{c_p I_p D\rho^2}{R} + \frac{s_p I_e M^2 D^2}{2Q^2} = 0 \end{aligned} \quad (38)$$

Buradan, optimal üretim miktarı (Q_2^*) denklemden çekilirse

$$Q_2^* = \sqrt[3]{\frac{2D(s+(1+m)(k+2A)) - c_p I_p D^2 M^2 - s_p I_e M^2 D^2}{\frac{2h'D(1+m)\rho^2}{R} + \frac{c_h D(1-\rho-D/P)}{P} + 2c_{hr}\rho \left[\left(1-\frac{D}{P}\right) - \frac{\rho}{2} - \frac{D\rho}{R} \right] + \frac{c_{hd}D\rho}{P} + c_p I_p - \frac{2c_p I_p D\rho}{P} - \frac{2c_p I_p D\rho^2}{R}}} \quad (39)$$

Durum 3 ($t_b \leq M \leq t_c$): $TMB_3(Q)$ fonksiyonunun Q değişkenine göre ikinci mertebeden türevi alınırsa

$$\begin{aligned} \frac{dETMB_3(Q)}{dQ} = & -\frac{sD}{Q^2} + D\rho(1+m) \left(-\frac{(k+2A)}{Q^2\rho} + \frac{h'\rho}{R} \right) \\ & + \frac{c_h D(1-\rho-D/P)}{2P} + c_{hr}\rho \left[\left(1-\frac{D}{P}\right) - \frac{\rho}{2} - \frac{D\rho}{R} \right] + \frac{c_{hd}D\rho}{2P} \\ & + \frac{c_p I_p (P-D)}{2} \left(1-\frac{D^2 M^2}{Q^2}\right) + \frac{s_p I_e M^2 D^2}{2Q^2} \end{aligned} \quad (40)$$

ve

$$\frac{d^2TMB_3(Q)}{dQ^2} = \frac{2D(s+(1+m)(k+2A)) - c_p I_p D^2 M^2 - s_p I_e M^2 D^2}{Q^3} \quad (41)$$

elde edilir. Eğer $2D(s+(1+m)(k+2A)) + c_p I_p D^2 M^2 - s_p I_e M^2 D^2 > 0$ ise $Q > 0$ için $d^2TMB_3(Q)/dQ^2 > 0$ 'dır. O halde, $TMB_3(Q)$ fonksiyonu konveksdir. Bu durumda, $TMB_3(Q)$ fonksiyonunun minimum değer aldığı tek bir $Q=Q_3^*$ noktası vardır. $TMB_3(Q)$ fonksiyonunu minimum yapan optimal üretim miktarı (Q_3^*), birinci mertebeden türevin sıfıra eşitlenmesiyle

aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{dETMB_3(Q)}{dQ} = & -\frac{sD}{Q^2} + D\rho(1+m) \left(-\frac{(k+2A)}{Q^2\rho} + \frac{h'\rho}{R} \right) \\ & + \frac{c_h D(1-\rho-D/P)}{2P} + c_{hr}\rho \left[\left(1-\frac{D}{P}\right) - \frac{\rho}{2} - \frac{D\rho}{R} \right] + \frac{c_{hd}D\rho}{2P} \\ & + \frac{c_p I_p (P-D)}{2P} \left(1-\frac{D^2 M^2}{Q^2}\right) + \frac{s_p I_e M^2 D^2}{2Q^2} = 0 \end{aligned} \quad (42)$$

Buradan, optimal üretim miktarı (Q_3^*) denklemden çekilirse

$$Q_3^* = \sqrt[3]{\frac{2D(s+(1+m)(k+2A)) - c_p I_p D^2 M^2 - s_p I_e M^2 D^2}{\frac{2h'D(1+m)\rho^2}{R} + \frac{c_h D(1-\rho-D/P)}{P} + 2c_{hr}\rho \left[\left(1-\frac{D}{P}\right) - \frac{\rho}{2} - \frac{D\rho}{R} \right] + \frac{c_{hd}D\rho}{P} + c_p I_p}}} \quad (43)$$

elde edilir.

Durum 4 ($T \leq M$): $TMB_4(Q)$ fonksiyonunun Q değişkenine göre birinci ve ikinci mertebeden türevi alınırsa sırasıyla

$$\begin{aligned} \frac{dETMB_4(Q)}{dQ} = & -\frac{sD}{Q^2} + D\rho(1+m) \left(-\frac{(k+2A)}{Q^2\rho} + \frac{h'\rho}{R} \right) \\ & + \frac{c_h D(1-\rho-D/P)}{2P} + c_{hr}\rho \left[\left(1-\frac{D}{P}\right) - \frac{\rho}{2} - \frac{D\rho}{R} \right] + \frac{c_{hd}D\rho}{2P} + \frac{s_p I_e}{2} \end{aligned} \quad (44)$$

ve

$$\frac{d^2TMB_4(Q)}{dQ^2} = \frac{2sD}{Q^3} + \frac{2D(1+m)(k+2A)}{Q^3} \quad (45)$$

elde edilir. Burada, tüm sabit parametreler pozitif olduklarından $d^2TMB_4(Q)/dQ^2 > 0$ 'dır. O halde, $TMB_4(Q)$ fonksiyonu konveks bir fonksiyondur. Bu durumda, $TMB_4(Q)$ fonksiyonunun minimum değer aldığı tek bir $Q=Q_4^*$ noktası vardır. $TMB_4(Q)$ fonksiyonunu minimum yapan optimal üretim miktarı (Q_4^*), birinci mertebeden türevin sıfıra eşitlenmesiyle aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{dETMB_4(Q)}{dQ} = & -\frac{sD}{Q^2} + D\rho(1+m) \left(-\frac{(k+2A)}{Q^2\rho} + \frac{h'\rho}{R} \right) \\ & + \frac{c_h D(1-\rho-D/P)}{2P} + c_{hr}\rho \left[\left(1-\frac{D}{P}\right) - \frac{\rho}{2} - \frac{D\rho}{R} \right] + \frac{c_{hd}D\rho}{2P} + \frac{s_p I_e}{2} = 0 \end{aligned} \quad (46)$$

Buradan, optimal üretim miktarı (Q_4^*) denklemden çekilirse

$$Q_4^* = \sqrt[3]{\frac{2D(s+(1+m)(k+2A))}{\frac{2h'D(1+m)\rho^2}{R} + \frac{c_h D(1-\rho-D/P)}{P} + 2c_{hr}\rho \left[\left(1-\frac{D}{P}\right) - \frac{\rho}{2} - \frac{D\rho}{R} \right] + \frac{c_{hd}D\rho}{P} + s_p I_e}}} \quad (47)$$

elde edilir.

Üretim sistemi için birim zamandaki toplam maliyeti enküçükleyecek optimum üretim miktarını bulmak ve ödeme süresi ile ilgili dört farklı durumun birlikte sağlandığını göstermek amacıyla aşağıdaki algoritma önerilmektedir. Bu algoritmanın bir kısmı Tsao vd. (2017) tarafından yapılan çalışmadan uyarlanmıştır.

Algoritma

Adım 1: Eşitlik (35)'ten Q_1^* 'i hesapla. Q_1^* 'i Eşitlik (8)'de yerine yaz ve t_a 'yı hesapla. Eğer, $0 \leq M \leq t_a$ ise Eşitlik (28)'den birim

zamandaki toplam maliyeti hesapla. Değilse, sınır değeri ($Q_1^*=PM$) için Eşitlik (28)'den birim zamandaki toplam maliyeti hesapla.

Adım 2: Eşitlik (39)'dan Q_2^* 'ı hesapla. Q_2^* 'ı sırasıyla Eşitlik (8) ve (9)'da yerine yaz ve t_a ve t_b 'yi hesapla. Eğer $t_a \leq M \leq t_b$ ise Eşitlik (29)'dan birim zamandaki toplam maliyeti hesapla. Değilse sınır değerleri ($Q_2^*=PM$ ve $Q_2^*=(M-t_a)/(1/P+\rho/R)$) için Eşitlik (29)'dan birim zamandaki toplam maliyeti hesapla ve minimum olanı belirle.

Adım 3: Eşitlik (43)'den Q_3^* 'ı hesapla. Q_3^* 'ı sırasıyla Eşitlik (9) ve (10)'da yerine yaz ve t_b ve t_c 'yi hesapla. Eğer $t_b \leq M \leq t_c$ ise Eşitlik (30)'dan birim zamandaki toplam maliyeti hesapla. Değilse sınır değerleri ($Q_3^*=(M-t_b)/(1/P+\rho/R)$ ve $Q_3^*=DM$) için Eşitlik (30)'dan birim zamandaki toplam maliyeti hesapla ve minimum olanı belirle.

Adım 4: Eşitlik (47)'den Q_4^* 'ı hesapla. Q_4^* 'ı Eşitlik (10)'da yerine yaz ve T 'yi hesapla. Eğer $T \leq M$ ise Eşitlik (31)'den birim zamandaki toplam maliyeti hesapla. Değilse sınır değeri ($Q_4^*=DM$) için Eşitlik (31)'den birim zamandaki toplam maliyeti hesapla.

Adım 5: Hesaplanan birim zamandaki toplam maliyetleri karşılaştır ve minimum maliyet değerini üretim sistemi için birim zamandaki toplam maliyet olarak belirle.

$$TMB = \text{Min} \{ TMB_1(Q), TMB_2(Q), TMB_3(Q), TMB_4(Q) \}$$

III. SAYISAL ANALİZ

Bu bölümde, çalışmada önerilen üretim stok kontrol modelinin uygulanabilir ve geçerli olduğunu göstermek amacıyla iki sayısal örnek verilmektedir. Yine bu bölümde, çeşitli model parametrelerinin optimum çözüm üzerindeki etkisini göstermek amacıyla duyarlılık analizine yer verilmektedir.

A. SAYISAL ÖRNEK 1

Bu örnek, kusurlu ürünlerin dışkaynak tamiri varsayımını dikkate alarak bu çalışmada geliştirilen model (Model 1) ile kusurlu ürünlerin aynı üretim sisteminde tamiri varsayımını dikkate alan Tsao vd. (2011) tarafından yapılan çalışmadaki model (Model 2) için elde edilen optimum çözüm sonuçlarının karşılaştırılması bir analizini sunmaktadır. Bu amaçla, örnekte kullanılan parametrelere ilişkin değerler Tsao vd. (2011) ve Jaber vd. (2014) tarafından yapılan çalışmalardan alınmıştır. Parametrelere ilişkin değerler aşağıdaki gibidir: yıllık talep miktarı $D=1200$ birim, yıllık üretim miktarı $P=1600$ birim, birim malzeme satın alma maliyeti $c_p=80$ \$, kusursuz ürünler için birim satış fiyatı $s_p=200$ \$, birim üretim maliyeti $c=50$ \$, üretime hazırlık maliyeti $s=1500$ \$, kusursuz ve kusurlu ürünler için birim stokta tutma maliyeti sırasıyla $h=20$ \$ ve $h_1=22$ \$, tamir maliyeti $c_r=8$ \$, yıllık tamir edilebilecek ürün miktarı $P_1=1300$ birim, kusurlu ürün oranı $\rho=0.05$, yıllık kusurlu ürün üretim miktarı $d=80$ birim, tedarikçi tarafından sağlanan ödemede gecikme süresi $M=0.1$ yıl, yıllık faiz getiri oranı $I_c=0.1$, yıllık faiz maliyet oranı $I_p=0.15$. Kusurlu ürünlerin dışkaynak tamiri için parametre değerleri şu şekildedir: tamir edilen ürünler için birim stokta tutma maliyeti $c_{hr}=24$ \$, toplam taşıma süresi $t_T=2/220$ yıl, yıllık tamir etme miktarı $R=1300$ birim, tamir işletmesindeki birim stokta tutma maliyeti

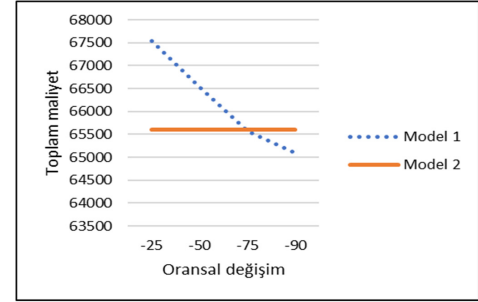
TABLO 1 | Algoritma Prosedürünün Uygulanması Sonucunda Her İki Model için Elde Edilen Optimum Sonuçlar

		Model 1	Model 2
Durum 1	Q_1	883.192	634.659
	$TMB_1(Q_1)$	68621.63	65607.80
Durum 2	Q_2	160	160
	$TMB_2(Q_2)$	78735.83	71296.37
Durum 3	Q_3	137.02	150.725
	$TMB_3(Q_3)$	81290.76	71887.31
Durum 4	Q_4	120	120
	$TMB_4(Q_4)$	83849.95	74584.78
Optimum çözüm	Q^*	883.192	634.659
	$TMB(Q^*)$	68621.63	65607.80

$h'=16$ \$, birim malzeme maliyeti $c_1=20$ \$, birim taşıma maliyeti $c_t=8$ \$, sabit taşıma maliyeti $A=150$ \$, tamir için hazırlık maliyeti $k=300$ \$, kar oranı $m=0.2$.

Optimum çözüm sonuçlarının hesaplanmasından önce model geçerliliği ile ilgili $D/(P(1-\rho)) \leq 1$ koşulunun sağlandığı gösterilmektedir. $D/(P(1-\rho))=1200/((1600 \times (1-0.05)))=0.789474 < 1$ koşulu sağlandığından, problemin olurlu bir çözümü bulunmaktadır. Algoritma prosedürünün uygulanması sonucunda ödemede gecikme süresinin dört farklı durumu dikkate alındığında her iki model için elde edilen sonuçlar ve üretim sistemi için elde edilen optimum çözüm Tablo 1'de verilmiştir.

ŞEKİL 6 | Dışkaynak Tamir Maliyetlerindeki Oransal Değişimlerin Toplam Maliyet Üzerindeki Etkisi



Tablo 1'den, her iki model için de optimum çözümün ödeme süresinin (M) üretim süresinden (t_a) küçük ya da eşit olduğu durumda (Durum 1: $M \leq t_a$) elde edildiği ve üretim sistemi için kusurlu ürünlerin yine üretici tarafından tamir edilmesinin (Model 2) daha fazla maliyet tasarrufu sağlayarak daha avantajlı olduğu görülmektedir.

TABLO 2 | Dışkaynak Tamir Parametrelerindeki ($c_{hr}, h', c_p, c_t, A, k, m$) Birlikte Değişimlerin Yıllık Toplam Maliyet ($TMB(Q^*)$) Üzerindeki Etkisi

		% değişim			
		-25	-50	-75	-90
Model 1	Q^*	848	813	778	761
	$TMB(Q^*)$	67539.09	66523.78	65576.72	65099.61

Kusurlu ürünlerin tamirinin dışkaynak kullanılarak yapılması durumunda katlanılacak maliyet parametrelerinin birlikte oransal değişimlerinin yıllık toplam maliyet üzerindeki etkisi Tablo 2'de verilmektedir. Parametre değerlerinde %25 oranında azalma olduğunda toplam maliyet 67539.09 \$ (>65607.80 \$) olmaktadır. Bu sonuç, tamir işleminin halen aynı üretim sisteminde yapılmasının avantajlı olduğunu göstermektedir. Ancak, parametrelerde %75 ve %90 oranında azalmalar olduğunda toplam maliyet oldukça azalmakta ve sırasıyla 65576.72 \$ (<65607.80 \$) ve 65099.61 \$ (<65607.80) seviyelerine düşmektedir. Bu sonuçlar, uygun maliyet değerinde tamir işleminin dışkaynak kullanılarak yapılmasının üretici için daha avantajlı olabileceğini göstermektedir. Bu durum Şekil 6'da gösterilmektedir.

B. SAYISAL ÖRNEK 2

Bu örnekte kullanılan parametre değerlerinin bir kısmı Taleizadeh vd. (2019) tarafından yapılan çalışmadan alınmıştır. Parametre değerleri aşağıdaki gibidir: yıllık talep miktarı $D=1000$ birim, yıllık üretim miktarı $P=3000$ birim, birim malzeme satın alma maliyeti $c_p=80$ \$, kusursuz ürünler için birim satış fiyatı $s_p=300$ \$, birim üretim maliyeti $c=100$ \$, üretime hazırlık maliyeti $s=400$ \$, birim stokta tutma maliyeti sırasıyla $h=5$ \$, tamir maliyeti $c_r=8$ \$, yıllık tamir edilebilecek ürün miktarı $P_1=50000$ birim, kusurlu ürün oranı $\rho=0.02$, yıllık kusurlu ürün üretim miktarı $d=60$ birim, tedarikçi tarafından sağlanan ödemede gecikme süresi $M=0.05$ yıl, yıllık faiz getiri oranı $I_c=0.05$, yıllık faiz maliyet oranı $I_p=0.05$. Kusurlu ürünlerin dışkaynak tamiri için parametre değerleri şu şekildedir: tamir edilen ürünler için birim stokta tutma maliyeti $c_{hr}=6$ \$, toplam taşıma süresi $t_T=2/220$ yıl, yıllık tamir etme miktarı $R=50000$ birim, tamir işletmesindeki birim stokta tutma maliyeti $h'=4$ \$, birim malzeme maliyeti $c_1=5$ \$, birim taşıma maliyeti

$c_r=2$ \$, sabit taşıma maliyeti $A=50$ \$, tamir için hazırlık maliyeti $k=25$ \$, kar oranı $m=0.1$. Model geçerliliği ile ilgili $D/((P(1-\rho)))=1000/((3000 \times (1-0.00)))=0.340136 < 1$ koşulu sağlandığından, problemin olurlu bir çözümü vardır. Algoritma prosedürü uygulandığında her iki model için elde edilen sonuçlar ve üretim sistemi için elde edilen optimum çözüm Tablo 3'te verilmiştir. Tablo 3'ten, kusurlu ürünlerin aynı üretim sisteminde tamiri varsayımı yerine dışkaynak tamiri varsayımı dikkate alındığında yıllık toplam maliyette 102270.69-102198.10=72.59 \$ (%0.07) bir azalma (iyileşme) ortaya çıkmaktadır. Bu sonuç, dışkaynak tamirin üretici için daha fazla maliyet tasarrufu sağlayarak daha avantajlı olabileceğini göstermektedir.

TABLO 3 | Algoritma Prosedürünün Uygulanması Sonucunda Her İki Model için Elde Edilen Optimum Sonuçlar

		Model 1	Model 2
Durum 1	Q_1	511.967	351.781
	$TMB_1(Q_1)$	102198.10	102270.69
Durum 2	Q_2	150	150
	$TMB_2(Q_2)$	103883.80	103085.00
Durum 3	Q_3	122.580	149.820
	$TMB_3(Q_3)$	104593.30	103087.40
Durum 4	Q_4	50	50
	$TMB_4(Q_4)$	110604.40	107863.30
Optimum çözüm	Q^*	511.967	351.781
	$TMB(Q^*)$	102198.10	102270.69

1. Duyarlılık analizi

Bu alt bölümde model parametrelerinden kusurlu ürün oranı (ρ), ödemede izin verilen gecikme süresi (M), yıllık faiz maliyet oranı (I_p) ve yıllık faiz getiri oranındaki (I_e) değişimlerin, optimum üretim miktarı (Q^*) ve yıllık toplam maliyet ($TMB(Q^*)$) üzerindeki etkileri incelenmektedir. Tablo 4'te kusurlu ürün oranındaki değişimlerin yıllık toplam maliyet üzerindeki etkisi gösterilmektedir.

TABLO 4 | A Kusurlu Ürün Oranının (ρ) Yıllık Toplam Maliyet ($TMB(Q^*)$) Üzerindeki Etkisi

		ρ					
		0.02	0.03	0.04	0.05	0.1	0.2
Model 1		102198	102316	102434	102551	103129	104258
Model 2		1022701	102350.90	102431	102511	102913	103716

Kusurlu ürün oranı arttığında yıllık toplam maliyet de artmaktadır. Kusurlu ürün oranının daha küçük (bu örnekte $[\rho] < 0,04$) değerleri için tamir işleminin dışkaynak yardımıyla yapıldığı varsayımını dikkate alan Model 1 daha avantajlı olurken, büyük değerleri için tamir işleminin yine üretici işletme tarafından yapıldığı varsayımını dikkate alan Model 2 daha avantajlı olmaktadır. Ödemede izin verilen gecikme süresinin (M) her iki model için optimum üretim miktarı (Q^*) ve yıllık toplam maliyet ($TMB(Q^*)$) üzerindeki etkileri Tablo 5'de özetlenmektedir. Tablo 5'den, M arttığında, Q^* , Model 1 için azalırken Model 2 için artma ve azalma göstermektedir. M arttığında her iki model içinde birim zamandaki toplam maliyet azalmaktadır. Ayrıca, gecikme süresinin 0.1 yıl (≈ 37 gün) ve daha fazla olduğu ($M \geq 0.1$) durumlarda tamir işleminin aynı üretim sisteminde yapıldığı varsayımını dikkate alan Model 2, üretici için daha fazla maliyet tasarrufu sağlamaktadır.

TABLO 5 | Ödemede İzin Verilen Gecikme Süresinin (M) Optimum Çözümler Üzerindeki Etkisi

		M			
		0.05	0.10	0.15	0.20
Model 1	Q^*	512	467	396	347
	$TMB(Q^*)$	102198.10	102020.60	101685.70	101226.80
Model 2	Q^*	352	308	449	200
	$TMB(Q^*)$	102270.70	102009.30	101822.60	100993.30

Tablo 6'da yıllık faiz maliyet oranının (I_p) birim zamandaki toplam maliyet üzerindeki etkisi gösterilmektedir. Tablo 6'dan şu çıkarımda bulunulabilir: yıllık faiz maliyet oranı arttığında, üreticinin yıllık toplam maliyeti her iki model için de artmaktadır. Kusurlu ürünlerin tamir işleminin dışkaynak tarafından yapıldığı varsayımını dikkate alan Model 1, yıllık faiz maliyet oranının %10'dan daha düşük olduğu durumlarda üretici için daha fazla maliyet tasarrufu sağlamaktadır.

TABLO 6 | Yıllık Faiz Maliyet Oranının (I_p) Yıllık Toplam Maliyet ($TMB(Q^*)$) Üzerindeki Etkisi

		I_p				
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.30
Model 1		102198.10	102762.50	103205.6	103575.40	104173.9
Model 2		102270.70	102662.30	102981.60	103251.10	103684.40

Tablo 7'de yıllık faiz getiri oranının (I_e) yıllık toplam maliyet üzerindeki etkisi gösterilmektedir. Tablo 7'den, yıllık faiz getiri oranı arttığında, her iki modelde de yıllık toplam maliyet azalmaktadır. Ancak, yıllık toplam maliyetteki azalma Model 2 için daha fazladır. Örneğin, yıllık faiz getiri oranı 0.05'ten 0.20'ye çıktığında, Model 1 için toplam maliyet 102198.10 \$'dan 102084.20 \$ (%0.11 azalma) gerilerken, Model 2 için toplam maliyet 102270.70 \$'dan 102104.20 \$'a (%0.16 azalma) gerilemektedir. Kusurlu ürünlerin dışkaynak tamiri varsayımını dikkate alan Model 1'in, yıllık faiz getiri oranının %20 ve daha düşük olduğu durumlarda üretici için daha avantajlı olduğu görülmektedir.

TABLO 7 | Yıllık Faiz Getiri Oranının (I_e) Yıllık Toplam Maliyet ($TMB(Q^*)$) Üzerindeki Etkisi

		I_e				
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.30
Model 1		102198.10	102160.80	102122.90	102084.20	102004.30
Model 2		102270.70	102216.70	102161.20	102104.20	101984.80

SONUÇ

Bu çalışmada, ödemede belirli bir süre gecikmeye izin verilmesi ve kusurlu ürünlerin dışkaynak tamiri varsayımları altında bir ekonomik üretim miktarı modeli geliştirilmiştir. Bu çalışmadaki temel amaç, ödemenin siparişin teslim alınmasından belirli bir süre sonra yapılması ve dışkaynak tamir varsayımlarıyla yıllık toplam maliyeti enküçükleyecek optimum üretim miktarının belirlenmesidir. Sayısal örnekler yardımıyla geliştirilen modelin geçerliliği ve uygulanabilirliği gösterilirken, kusurlu ürünlerin aynı üretim sisteminde tamirine ve ödemede gecikmeye izin veren Tsao vd. (2011)'nin çalışmasındaki modele göre optimum çözüm üzerindeki etkisi gösterilmiştir. Duyarlılık analizi yardımıyla model parametrelerinin optimum sonuçlar üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Sayısal örnek sonuçları, her iki modelde de minimum maliyetin gecikme süresinin üretim süresinden küçük ya da eşit olduğu durumda elde edildiğini ve üretici için kusurlu ürünlerin aynı üretim sisteminde tamirinin daha tasarruflu olduğunu göstermiştir. Duyarlılık analizi sonuçları, optimum üretim miktarının ödemede izin verilen gecikme süresine bağlı olduğunu, ödemede izin verilen gecikme süresinin artmasıyla üretim miktarının her iki model için de azaldığını göstermiştir. Bu sonuçlar, tedarikçinin üreticiye sağladığı ödeme süresinin gecikmesi politikasının hem toplam maliyeti minimum yapmayı sağladığını hem de çevrim başına üretilecek ürün miktarını belirlemeye yardımcı olduğunu göstermektedir. Yine duyarlılık analizi sonuçları, yıllık faiz maliyeti ve getiri oranlarının kusurlu ürünlerin tamirinin dışkaynak mı aynı üretim sisteminde mi yapılması gerektiğinin üzerinde büyük etkisinin olduğunu ve ilgili oranların büyük değerleri için tamirin aynı üretim sisteminde yapılmasının daha avantajlı olduğunu göstermiştir. Kusurlu ürün oranının artmasıyla maliyetin arttığını ve üretim sistemi için minimum maliyetin kusurlu ürünlerin aynı üretim sisteminde tamirini dikkate alan Tsao vd. (2011)'nin çalışmasındaki model için elde edildiğini, daha az sayıda kusurlu ürün üretimi durumunda ise minimum maliyetin kusurlu ürünlerin dışkaynak tamirini dikkate alan bu çalışmada geliştirilen model için elde edildiğini göstermiştir. Tüm bu sonuçlar, geliştirilen modelin işletmelerin kendi

esas faaliyetlerini aksatmadan yürütebileceklerini ve üretim miktarını ve ödeme zamanını birlikte optimum yaparak rekabet avantajı elde edebileceklerini göstermektedir.

Bu çalışmada geliştirilen model, stoksuzluk, kısmi stoksuzluk, üretimde ve tamir işlemi sonucunda hurda ürün elde edilmesi, ödemede şartlı gecikmeye izin verilmesi, ödemede izin verilen gecikme süresinin sipariş/üretim miktarına bağlı olması ve tedarikçinin üreticiye üreticinin de müşterilerine ödemede belirli bir süre gecikmeye izin vermesi varsayımlarının dahil edilmesiyle genişletilebilecektir.

KAYNAKÇA

- [1] Axsäter, S. (2006). *Inventory control*. New York: Springer Science + Business Media.
- [2] Cárdenas-Barrón, L. E. (2009). Economic production quantity with rework process at a single-stage manufacturing system with planned backorders. *Computers & Industrial Engineering*, 57, 1105-1113.
- [3] Cárdenas-Barrón, L. E., Chung, K. J., ve Treviño-Garza, G. (2014). Celebrating a century of the economic order quantity model in honor of Ford Whitman Harris. *International Journal of Production Economics*, 155, 1-7.
- [4] Chang, C. T. (2004). An EOQ model with deteriorating items under inflation when supplier credits linked to order quantity. *International Journal of Production Economics*, 88(3), 307-316.
- [5] Cheng, T. C. E. (1991). An economic order quantity model with demand-dependent unit production cost and imperfect production processes. *IIE Transactions*, 23(1), 23-28.
- [6] Chung, K. J. ve Liao, J. J. (2004). Lot-sizing decisions under trade credit depending on the ordering quantity. *Computers & Operations Research*, 31(6), 909-928.
- [7] Goyal, S. K. (1985). Economic order quantity under conditions of permissible delay in payments. *Journal of the Operational Research Society*, 36(4), 335-338.
- [8] Hayek, P. A. ve Salameh, M. K. (2001). Production lot sizing with the reworking of imperfect quality items produced. *Production Planning & Control*, 12(6), 584-590.
- [9] Huang, Y. F. (2003). Optimal retailer's ordering policies in the EOQ model under trade credit financing. *Journal of the Operational Research Society*, 54(9), 1011-1015.
- [10] Huang, Y. F. (2007). Economic order quantity under conditionally permissible delay in payments. *European Journal of Operational Research*, 176(2), 911-924.
- [11] Jamal, A. M. M., Sarker, B. R., ve Mondal, S. (2004). Optimal manufacturing batch size with rework process at a single-stage production system. *Computers & Industrial Engineering*, 47(1), 77-89.
- [12] Jamal, A. M. M., Sarker, B. R., ve Wang, S. (1997). An ordering policy for deteriorating items with allowable shortage and permissible delay in payment. *Journal of the Operational Research Society*, 48(8), 826-833.
- [13] Jaber, M. Y., Zanoni, S., ve Zavanella, L. E. (2014). "Economic order quantity models for imperfect items with buy and repair options", *International Journal of Production Economics*, 155, 126-131.
- [14] Mokhtari, H. (2019). Optimal lot size in a manufacturing system with imperfect raw materials and defective finished products. *Scientia Iranica (Transactions E: Industrial Engineering)*, 26(4), 2561-2578.
- [15] Ouyang, L. Y. (2015). An integrated inventory model with capacity constraint and order-size dependent trade credit. *Computers & Industrial Engineering*, 84, 133-143.
- [16] Ouyang, L. Y. ve Chang, C. T. (2013). Optimal production lot with imperfect production process under permissible delay in payments and complete backlogging. *International Journal of Production Economics*, 144(2), 610-617.
- [17] Ouyang, L. Y., Wu, K. S., ve Yang, C. T. (2006). A study on an inventory model for non-instantaneous deteriorating items with permissible delay in payments. *Computers & Industrial Engineering*, 51(4), 637-651.
- [18] Porteus, E. L. (1986). Optimal lot sizing, process quality improvement and setup cost reduction. *Operations Research*, 34, 137-144.
- [19] Salameh, M. K. ve Jaber, M. Y. (2000). Economic production quantity model for items with imperfect quality. *International Journal of Production Economics*, 64 (1-3), 59-64.
- [20] Sarkar, B. (2012). An EOQ model with delay in payments and stock dependent demand in the presence of imperfect production. *Applied Mathematics and Computation*, 218(17), 8295-8308.
- [21] Sarkar, B., Cárdenas-Barrón, L. E., Sarkar, M. ve Singgih, M. L. (2014). An economic production quantity model with random defective rate, rework process and backorders for a single stage production system. *Journal of Manufacturing Systems*, 33(3), 423-435.
- [22] Taft, E. W. (1918). The most economical production lot. *Iran Age*, 1410-1412.
- [23] Taleizadeh, A. A., Sari-Khanbaglo, M. P., ve Cárdenas-Barrón, L. E. (2019). Outsourcing rework of imperfect items in the economic production quantity (EPQ) inventory model with backordered demand", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 49(12), 2688-2699.
- [24] Tiwari, S., Ahmed, W., ve Sarkar, B. (2018). Multi-item sustainable green production system under trade-credit and partial backordering. *Journal of Cleaner Production*, 204, 82-95.
- [25] Tsao, Y. C., Chen, T. H., ve Huang, S. M. (2011). A production policy considering reworking of imperfect items and trade credit. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 23(1), 48-63.

- [26] Tsao, Y. C., Zhang, Q., Chang, F. C., ve Vu-Thuy, L. (2017). An imperfect production model under Radio Frequency Identification adoption and trade credit. *Applied Mathematical Modelling*, 42, 493-508.