

Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme Plakların Statik Analizinde Mikro-Mekanik Modellerin Katkısı

Emrah MADENCİ¹ 

¹ Necmettin Erbakan Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Konya, Türkiye,
emadenci@erbakan.edu.tr (Sorumlu Yazar/ Corresponding Author)

Makale Bilgileri

ÖZ

Makale Geçmişi

Geliş: 25.05.2023

Kabul: 25.06.2023

Yayın: 30.06.2023

Anahtar Kelimeler:

FDM Plak, Mikro-mekanik model, Birinci mertbe kayma deformasyon teorisi, Eğilme.

Yeni nesil mühendislik malzemelerinden biri olarak bilinen fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler (FDM), tabakalı yapılarda ortaya çıkan arayüz problemlerini kaldırarak modern mühendislik uygulamalarında yüksek mukavemet ve ısı direnç sağlar. Tipik FDM'nin karakteristik özellikleri, yüksek eğilme-gerilme bağlantısı ve bileşen malzemelerin hacim oranının kademeli olarak değişmesi gibi mekanik özelliklerinden dolayı termal dirençtir. Bu çalışmada; FDM plakların malzeme özelliklerini belirlemek için kullanılan "Voigt, Reuss, Tamura, yerel temsili hacim elemanı (LRVE) ve Mori-Tanaka" gibi çeşitli mikro-mekanik modellerin kalınlık koordinatı boyunca malzeme özelliği değişen FDM plakların eğilme davranışına tepkisi üzerindeki etkisi analitik çözüm ile araştırılmıştır. FDM plak elemanının kinematik bağıntıları için birinci dereceden kayma deformasyonu plak teorisi kullanılmış ve virtüel yer değiştirme ilkesinin yardımıyla alan denklemleri elde edilmiştir. Basit mesnetli FDM plakların analitik çözümü için Navier yöntemi kullanıldı. Her bir mikro-mekanik modelden elde edilen sonuçlar literatürde bulunan referans çözümler ile karşılaştırıldı ve uyum içinde oldukları görüldü. Elde edilen sonuçlara göre hacim oranı indeksinin yer değiştirme konusunda modeller arasında farklılık ortaya koyduğu görülmüştür.

Contribution of Micro-Mechanical Models to Static Analysis of Functionally Graded Material Plates

Article Info

ABSTRACT

Article History

Received: 25.05.2023

Accepted: 25.06.2023

Published: 30.06.2023

Keywords:

FGM plates; Micro mechanical models, First order shear deformation theory, Flexure.

The Functionally graded materials (FGM) which are known one of the next generation of engineering materials, renovate interface problems due to graded structures and provide high strength and thermal resistance in modern engineering applications. The characteristic properties of typical FGM are high bending-stretching coupling and thermal resistance due to their mechanical properties such as the volume fraction of constituent materials changes gradually. In this study; the effect of various micro-mechanical models such as "Voigt, Reuss, Tamura, LRVE and Mori-Tanaka" on the response of FGM plates to the bending behavior of FGM plates, which are used to determine the material properties of FGM plates with varying properties throughout the thickness, have been analyzed by analytical solution. First order shear deformation plate theory was used for the kinematic relations of the FGM plate element and the governing equations were obtained with the help of the virtual displacement principle. Navier method was used for the analytical solution of the simple-supported FGM plate. The results obtained from each micromechanical model were compared with the reference solutions found in the literature and it was found that they were in good agreement. According to the results, it was seen that the volume fraction index revealed a difference between models on displacement.

Atıf/Citation: Madenci, E. (2023). Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme plakların statik analizinde mikro-mekanik modellerin katkısı, *Necmettin Erbakan Üniversitesi Fen ve Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 5(1), 23-37.



"This article is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/) (CC BY-NC 4.0)"

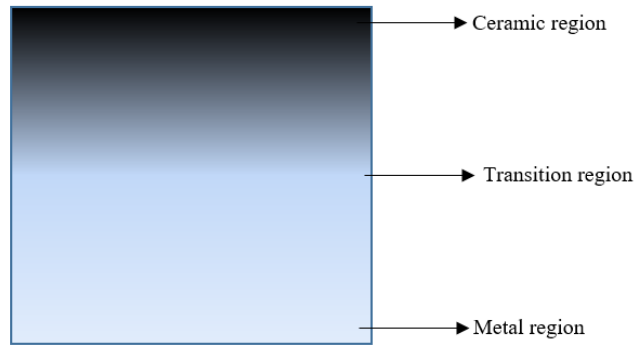
GİRİŞ (INTRODUCTION)

Fonksiyonel dereceli malzeme (FDM), mikro yapı malzeme özelliklerinin kademeli iç dağılımla karakterize edildiği yeni bir kompozit malzemedir. FDM'ler, malzeme bileşimi belirli bir yön(ler) boyunca sürekli ve düzgün bir şekilde değişen iki veya daha fazla bileşen içeren homojen olmayan kompozit malzemelerdir [1]. FDM konsepti ilk olarak Japon bilim adamları tarafından 1984 yılında Sendai bölgesinde geliştirildi ve başlangıçta havacılık yapısal uygulamaları ve füzyon reaktörleri için bir termal bariyer kaplaması olarak önerildi, ancak bugün çeşitli mühendislik dallarında yapısal bir bileşen olarak genel kullanım için hızlı bir gelişme yaşadı [2]. Genel olarak FDM'ler, ısıya ve aşındırıcı etkilere karşı mükemmel dirençli seramikler ve iyi tokluğa sahip metal gibi iki farklı parçadan oluşur [3]. FDM'ler, standart kompozit özelliklerinin yanı sıra düşük özgül ağırlık ve verimli enerji kapasitesi gibi avantajları nedeniyle son zamanlarda tasarımcılar ve araştırmacılar tarafından ilgi görmektedir. FDM'ler, malzeme özelliklerinin kalınlık boyunca değişkenliği ve ısı etkilerine karşı dirençleri nedeniyle havacılık, askeriye, inşaat, otomotiv ve nano-kompozitler gibi farklı sektörlerde çok çeşitli uygulamalarda tercih edilmektedir [4-9]. Fiber takviyeli polimer (FRP) kompozitlerde önemli ve dikkat edilmesi gereken husus tabakalar arası bölgenin takviye edilmesidir. Zayıf tabakaların arasında kalan bölgelerin özellikleri, tabakalı FRP kompozit yapıların genel performansını sınırlandırır [10]. FDM'lerde ise malzeme özelliklerinin değişimi fonksiyonel bir geçişe sahiptir. O yüzden delaminasyon problemi yoktur.

FDM plaklarının davranışlarını doğru bir şekilde öngörmek için yeterli yaklaşıma sahip çeşitli eşdeğer tek tabakalı teoriler geliştirilmiştir [11-17]. Kirchhoff plak teorisi [18, 19], birinci-mertebe kayma deformasyon plak teorisi [20, 21] ve yüksek mertebeye kayma deformasyon plak teorisi [22-25] ve çeşitli çözüm yöntemleri kullanılarak FDM plakların statik ve dinamik analizleri üzerine çeşitli çalışmalar yapılmıştır [26-32]. Kirchhoff plak teorisine göre, deformasyondan önce orta yüzeye dik ve düzlem olan kesitler, deformasyondan sonra da düzlem ve orta yüzeye dik olarak kalır. Bu varsayımın bir sonucu olarak, düzleme dik olan kayma deformasyonlarının etkisi göz ardı edilmektedir. Bu nedenle, enine kayma deformasyonlarının etkisi dikkate alınmaz ve bu teori sadece ince plaklar için uygun sonuçlar verir. [33]. Ancak plak kalınlığı arttıkça bu deformasyonların etkisi artmakta ve Kirchhoff plak teorisi hatalı sonuçlara yol açabilmektedir. Kalın plaklar için Kirchhoff teorisi kullanmak uygun değildir. Kirchhoff plak teorisi ile elde edilen sonuçlar deneysel sonuçlardan farklılık gösterdiğinden, kayma deformasyon etkilerinin de dikkate alındığı birinci mertebeye kayma deformasyon plak teorileri geliştirilmiştir. Birinci dereceden kayma deformasyon teorileri kayma deformasyon etkilerini ihmal etmez, bir kayma düzeltme faktörü kullanarak plaka kalınlığı boyunca düzgün bir enine kayma gerilimi dağılımını dikkate alınır. Bu nedenle plak yüzeylerinde sıfır enine kayma gerilmesi koşulunu sağlamaz. Kayma düzeltme faktörü, tabaka yönüne, yükleme koşullarına, geometrik parametrelere ve sınır koşullarına bağlıdır [34]. Kalınlık yönü boyunca kayma gerilimi dağılımı, kayma düzeltme faktörü kullanılarak doğru bir şekilde tahmin edilememektedir. Dikey yer değiştirme bileşenlerinin dikey koordinatların fonksiyonları olduğu ve dikey kayma deformasyonlarının doğrusal yerine nonlineer değiştiği yüksek mertebeye kayma deformasyon teorileri geliştirilmiştir. Geliştirilen bu teorilerde, elemanın kalınlığı boyunca kayma deformasyonlarının değişimi yüksek derecede ifade edildiğinden, plağın alt ve üst yüzeylerindeki kayma gerilmelerinin sıfır olması koşulunu sağlamak ve herhangi bir kayma düzeltme faktörü gerektirmemektedir [35]. FDM plakları ile ilgili bazı çalışmalardan bahsetmek gerekirse; Zenkour and Mashat [36] FDM plaklarının termal burkulmasını analiz etmek için sinüzoidal kayma deformasyon plak teorisi önerdi. Sonuçları, yüksek mertebeye kayma deformasyonu, birinci mertebeye kayma deformasyonu ve Euler-Bernoulli plak teorileri kullanılarak elde edilen sonuçlarla karşılaştırmışlar ve sonuçlarının yüksek mertebeye kayma deformasyonu plak teorisine çok yakın olduğunu bulmuşlardır. Hadji ve ark. [37], FDM'lerin içinde üretimleri sırasında meydana gelebilecek gözenekleri göz önünde bulundurarak FDM plaklarının eğilmesi ve serbest titreşimi için hiperbolik kayma deformasyon plak teorisi sundu. FDM plakalar için dört farklı gözeneklilik tipi kullanılmıştır. Hareket denklemleri Hamilton prensibinden türetilmiştir. Alan denklemlerinin çözümünde Navier prosedürü uygulanmıştır. Benferhat ve ark. [13], nötr yüzey konseptine dayanan yeni bir sinüzoidal kayma deformasyonu teorisini kullanarak basit mesnetli FDM plağın enine yük altındaki statik analizini

analitik olarak inceledi. Abdelaziz ve ark. [38] tarafından çeşitli sınır koşulları ile FDM sandviç plağın eğilmesi, titreşimi ve burkulması için basit bir hiperbolik kayma deformasyon teorisi geliştirilmiş ve uygulanmıştır. Modelin yer değiştirme alanı, plağın kalınlığı boyunca düzlem içi yer değiştirmelerdeki hiperbolik bir varyasyona dayalı olarak seçilmiştir. Benlahcen ve ark. [39], üniform ve gradyan sıcaklık değişimine maruz kalan parabolik içbükey kalınlık değişimine sahip FDM plaklarının termal burkulma direncini araştırdı. Analitik bir formülasyon türetildi ve diferansiyel alan denklemi, sonlu farklar yöntemi kullanılarak sayısal olarak çözüldü. Bouamoud ve ark. [40] tarafından iki tür FDM sandviç plağın termomekanik eğilmesini incelemek için dört değişkenli rafine bir plak modeli uygulandı. Sadece dört bilinmeyen değişken dikkate alınarak, virtüel iş prensibine dayalı olarak alan denklemleri yazıldı ve daha sonra bu denklemlerin çözümü için Navier yöntemi kullanıldı.

Geleneksel kompozit malzemeler, sabit bir hacim oranından ve sürekli bir matris içinde dağılmış ayrı bir takviye süspansiyonundan oluşurken, FDM yapıları, yapının kalınlığı boyunca bileşen malzeme hacim oranlarında büyük farklılıklar gösterir (Şekil 1).



Şekil 1. FDM bir yapının şematik gösterimi

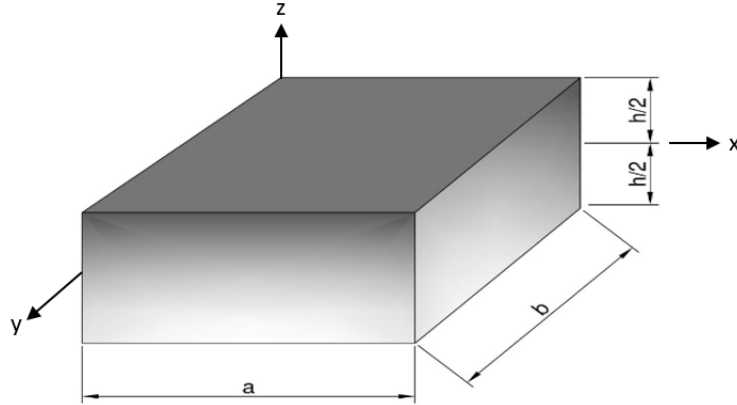
FDM'lerdeki yoğunlaşma veya yapısal gradyanlar nedeniyle, geleneksel kompozitler için kullanılan yaklaşımlar ve modeller doğrudan FDM'lere uygulanamaz. Bir FDM'nin tasarımı, büyük ölçüde ortaya çıkan güçlü özelliklere ve bu özelliklerin mikro yapısıyla nasıl ilişkili olduğuna bağlıdır. Bu nedenle, belirli bir mikro yapı ve alansal dağılım için mekanik, termal veya diğer ilgili özelliklerin tahmini, FDM'nin tasarımında önemli bir rol oynar. Literatürde, FDM'lerin etkin malzeme özelliklerini hacim oranlarına göre tahmin etmek için önerilen farklı modeller vardır [41-43]. Mikro-mekanik modeller, bileşen malzeme hacim oranlarını, özelliklerini ve mikro yapılarını etkin özelliklerle ilişkilendirerek bu araştırma alanları arasında önemli bir bağlantı sağlar. FDM'lerin mikro-mekanik modelleri Gasik [44] tarafından ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Kompozitlerin ve FDM'lerin özelliklerini değerlendirmek için kullanılan mikro-mekanik modellerden bazıları "Reuss, Voigt, Sasaki-Kerner, Mori-Tanaka, Wakashima - Tsukamoto, Tamura, Gasik - Ueda ve yerel temsili hacim öğeleridir". Uygun bir mikro-mekanik model kullanan Yin ve ark. [45] doğrusal termal genişleme katsayısı, elastisite modülü ve Poisson oranının ifadelerini belirlemişlerdir. FDM'nin ısı iletimi ve termo-elastik deformasyonları, hücre yöntemine dayanan yüksek dereceli mikro-mekanik modellerden Pindera ve ark. [46] tarafından incelenmiştir. İncelenen FDM'lerin bir, iki ve üç dereceli yönleri vardı. Ostoja-Starzewski ve ark. [47] FDM elyaf takviyeli kompozitlerin etkili lineer termal iletkenliği ve lineer elastik sabitleri için bir mikro-mekanik model vasıtasıyla belirlenmiştir.

Bu çalışmada, etkin malzeme özelliklerinin değişimini tahmin etmek için kullanılan mikro-mekanik modellerin farkı ve FGM plakların eğilme davranışı üzerindeki etkisi analitik olarak analiz edilmiştir. FDM plaklarının kalınlık koordinatı boyunca etkin malzeme özelliklerini belirlemek için hacim oranı ve kuvvet kanunu indeksine dayalı "Voigt, Reuss, Tamura, hacim elemanı ve Mori-Tanaka" mikro-mekanik modelleri kullanılmıştır. Dikdörtgen FDM plağının statik davranışı için kinematik ilişkileri elde etmek için birinci dereceden kayma deformasyon plak teorisi kullanıldı. Alan denklemleri, virtüel yer değiştirme ilkesinin dinamik versiyonu kullanılarak türetilmiştir. Basitçe desteklenen sınır koşulları ile FDM plağın analitik

çözümleri için Navier yöntemi kullanıldı. Farklı mikro-mekanik modeller kullanılarak elde edilen sonuçlar, literatürde bulunan referans çözümlerle karşılaştırıldı.

MATERYAL VE METOT (MATERIALS AND METHODS)

Metal ve seramik gibi farklı hacim oranlarına ve kademeli dağılıma sahip bir FDM plağı varsayalım. Bir FDM malzemesi için, hacimsel oran dağılımı hakkındaki bilgiler dışında, gerçek derecelendirilmiş mikro yapı ve parçacıkların boyutu, şekli ve dağılımının ayrıntılı bir açıklaması genellikle mevcut değildir [48]. Kalınlık boyunca derecelendirilen FDM plakasının geometrik parametreleri: uzunluk "a", genişlik "b" ve kalınlık "h" ve kullanılan koordinat sistemi Şekil 2'de gösterilmektedir.



Şekil 2. FDM plak geometrisi

Voigt modeli: Mikro-mekanik modellerde, Voigt modeli nispeten basittir, hacim oranına bağlı etkin malzeme özellikleri " P_f " şu şekilde ifade edilebilir:

$$P_f = P_t V_m + P_b V_c \quad (1)$$

burada " P_t " ve " P_b " sırasıyla FDM plağının üst ve alt yüzeylerinin özelliklerini temsil eder, " V_c " ve " V_m " seramik ve metal hacim oranlarıdır ve aralarındaki ilişkiler şöyledir:

$$V_c + V_m = 1 \quad (2)$$

Hacim oranı " V_c " şu şekilde yazılabilir:

$$V_c = \left(\frac{2z+h}{2h} \right)^n \quad (3)$$

Hacim oranı üssü olarak bilinen ve ($0 \leq n \leq \infty$) değerine eşit olan kalınlık yönü boyunca malzeme özelliklerini yöneten üs, sırasıyla tam seramik ve metali temsil eder. Buna göre, kalınlık koordinatı boyunca etkin elastisite modülü " E_f " ve Poisson oranı " ν_f " aşağıdaki gibi elde edilir:

$$E_{(z)} = E_c V_c + E_m (1 - V_c) \quad (4)$$

$$\nu_{(z)} = \nu_c V_c + \nu_m (1 - V_c) \quad (5)$$

Reuss Modeli: Reuss, malzeme dağılımı boyunca gerilmelerin homojen olduğunu varsaymış ve etkin malzeme özelliklerini şu şekilde elde etmiştir [49-51]:

$$E_{(z)} = \frac{E_c E_m}{E_c (1 - V_c) + E_m V_c} \quad (6)$$

$$\nu_{(z)} = \frac{\nu_c \nu_m}{\nu_c (1 - V_c) + \nu_m V_c} \quad (7)$$

Mori-Tanaka Modeli: Yerel olarak etkin malzeme özellikleri, Mori-Tanaka tahminleri gibi mikro-mekanik modeller tarafından sağlanabilir. Bu yöntem, küresel parçacıklarla güçlendirilmiş matristen oluşan iki fazlı bir kompozit malzemenin, plak içinde rastgele dağıldığı varsayımına dayanmaktadır. Mori-Tanaka tarafından geliştirilen modele göre etkin hacim modülü "K" ve etkin kayma modülü "G" aşağıda verildiği gibi elde edilir.

$$K_{(z)} = \frac{K_m + V_c (K_c - K_m)}{1 + (1 - V_c) 3(K_c - K_m) / (3K_m + 4K_c)} \quad (8)$$

$$G_{(z)} = G_m + \frac{V_c (G_c - G_m)}{1 + (1 - V_c) (G_c - G_m) / (G_m + \frac{G_m (9K_m + 8G_m)}{6(K_m + 2G_m)})} \quad (9)$$

Sonrasında etkin elastisite modülü ve Poisson oranı aşağıdaki gibi elde edilir:

$$E_{(z)} = \frac{9K_{(z)} G_{(z)}}{3K_{(z)} + G_{(z)}} \quad (10)$$

$$\nu_{(z)} = \frac{(3K_{(z)} - 2G_{(z)})}{2(3K_{(z)} + G_{(z)})} \quad (11)$$

Tamura Modeli: Tamura modeli, iki fazlı bir FDM'nin etkin Poisson oranı için doğrusal bir karıştırma kuralını varsayar, etkin elastisite modülü formülasyonunda matris ve parçacık fazlarındaki gerilim ve şekil değiştirmeyi ilişkilendiren gerilme-şekil değiştirme transferi olarak bilinen ampirik bir uydurma parametresi içerir.

$$E_{(z)} = \frac{(1 - V_c) E_m [q_T - E_c] + V_c E_c [q_T - E_m]}{(1 - V_c) [q_T - E_c] + V_c [q_T - E_m]} \quad (12)$$

$$\nu_{(z)} = \nu_c V_c + \nu_m (1 - V_m) \quad (13)$$

Burada "gerilmeden şekil değiştirmeye transfer" olarak bilinen ampirik uydurma parametresi şu şekildedir:

$$q_T = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \quad (14)$$

Yerel Temsili Hacim Elemanı (LRVE) Modeli: FDM'lerin etkin malzeme özelliklerini elde etmek için kullanılan bir model, iki fazlı bir kompozitin ikinci aşamasını bir kapsama alanı olarak kabul eden Kübik yerel temsili hacim öğeleri (LRVE) modelidir. LRVE modeli, FDM malzemesinin mikro yapısının bilindiği varsayılarak geliştirilmiştir. LRVE modelinde, Poisson oranı Voigt mikro-mekanik modelindeki gibi hesaplanır (Denklem 5). Elastisite modülü şu şekilde ifade edilir [49, 52]:

$$E_{(z)} = E_m \left(1 + \frac{V_c}{\left(\frac{1}{1 - \frac{E_m}{E_c}} \right) - \sqrt[3]{V_c}} \right) \quad (15)$$

Deformasyonların $x-z$ düzleminde olduğu varsayılarak ve x , y ve z doğrultuları boyunca yer değiştirme bileşenleri sırasıyla “ u ”, “ v ” ve “ w ” ile gösterilerek, plak için birinci merteye kayma deformasyon teorisi yer değiştirme bağıntısı aşağıdaki gibi yazılır:

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t) \end{aligned} \quad (16)$$

burada “ u_0 , v_0 , w_0 , ϕ_x , ϕ_y ” bilinmeyen fonksiyonlar ve “ u_0 , v_0 , w_0 ” bir noktadaki yer değiştirmeleri, “ ϕ_x , ϕ_y ” ise “ y ” ve “ x ” eksenlerine göre dönmeleri temsil ediyor.

Şekil değiştirmeler aşağıdaki gibi yazılır:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^1 \\ \varepsilon_{yy}^1 \\ \gamma_{yz}^1 \\ \gamma_{xz}^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (17)$$

Birinci merteye kayma deformasyon teorisine göre bünye bağıntıları:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} & 0 & 0 \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & Q_{45} \\ 0 & 0 & 0 & Q_{45} & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (18)$$

Mühendislik sabitleri:

$$Q_{11} = Q_{22} = Q_{66} = \frac{E_{(z)}(1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)} \quad (19a)$$

$$Q_{12} = Q_{16} = Q_{26} = \frac{\nu E_{(z)}}{(1-2\nu)(1+\nu)} \quad (19b)$$

$$Q_{44} = Q_{55} = Q_{66} = \frac{E_{(z)}}{2(1+\nu)} \quad (19c)$$

Kuvvet ifadeleri “**N**, **M** ve **Q**” aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^1 \\ \varepsilon_{yy}^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix} \quad (20a)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^1 \\ \varepsilon_{yy}^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix} \quad (20b)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = k_s \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xy}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \quad (20c)$$

Burada

$$(A_{ij}) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (Q_{ij}) dz \quad (21a)$$

$$(B_{ij}) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (Q_{ij}) z dz \quad (21b)$$

$$(D_{ij}) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (Q_{ij}) z^2 dz \quad (21c)$$

Birinci dereceden teoriye dayanan FDM plağının alan denklemleri, virtüel yer değiştirme ilkesinin dinamik versiyonu kullanılarak türetilebilir:

$$0 = \int_0^T (\delta U + \delta V - \delta K) dt \quad (22)$$

Euler-Lagrange denklemleri, katsayılar “ δu_0 , δv_0 , δw_0 , $\delta \phi_x$ ve $\delta \phi_y$ ” ın “ Ω_0 ” sıfır olması ile elde edilir:

$$\delta u_0 : \frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = I_0 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2} \quad (23a)$$

$$\delta v_0 : \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} = I_0 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2} \quad (23b)$$

$$\delta w_0 : \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q = I_0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \quad (23c)$$

$$\delta \phi_x : \frac{\partial M_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x = I_2 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} \quad (23d)$$

$$\delta\phi_y : \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_{yy}}{\partial x} - Q_y = I_2 \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} \quad (23e)$$

Hareket denklemleri, kuvvet ve moment bileşkelerini yerine koyarak yer değiştirmeler cinsinden ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[A_{11} \frac{\partial u_0}{\partial x} + A_{12} \frac{\partial v_0}{\partial y} + A_{16} \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) + B_{11} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + B_{12} \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + B_{16} \left(\frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right) \right] + \\ & \frac{\partial}{\partial y} \left[A_{16} \frac{\partial u_0}{\partial x} + A_{26} \frac{\partial v_0}{\partial y} + A_{66} \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) + B_{16} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + B_{26} \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + B_{66} \left(\frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right) \right] \\ & = I_0 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (24a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[A_{16} \frac{\partial u_0}{\partial x} + A_{26} \frac{\partial v_0}{\partial y} + A_{66} \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) + B_{16} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + B_{26} \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + B_{66} \left(\frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right) \right] + \\ & \frac{\partial}{\partial y} \left[A_{12} \frac{\partial u_0}{\partial x} + A_{22} \frac{\partial v_0}{\partial y} + A_{26} \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) + B_{12} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + B_{22} \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + B_{26} \left(\frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right) \right] \\ & = I_0 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (24b)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[k_s A_{45} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \right) + k_s A_{55} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k_s A_{44} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \right) + k_s A_{45} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \right) \right] + q \\ & = I_0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (24c)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[B_{11} \frac{\partial u_0}{\partial x} + B_{12} \frac{\partial v_0}{\partial y} + B_{16} \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) + D_{11} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + D_{12} \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + D_{16} \left(\frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left[B_{16} \frac{\partial u_0}{\partial x} + B_{26} \frac{\partial v_0}{\partial y} + B_{66} \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) + D_{16} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + D_{26} \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + D_{66} \left(\frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right) \right] \\ & - \left[k_s A_{45} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \right) + k_s A_{55} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \right) \right] = I_2 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (24d)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[B_{16} \frac{\partial u_0}{\partial x} + B_{26} \frac{\partial v_0}{\partial y} + B_{66} \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) + D_{16} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + D_{26} \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + D_{66} \left(\frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left[B_{12} \frac{\partial u_0}{\partial x} + B_{22} \frac{\partial v_0}{\partial y} + B_{26} \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) + D_{11} \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + D_{22} \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + D_{26} \left(\frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right) \right] \\ & - \left[k_s A_{44} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \right) + k_s A_{45} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \right) \right] = I_2 \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (24e)$$

Birinci dereceden kayma deformasyon teorisi için sınır koşulları, aşağıdaki genişletmelerle karşılır:

$$u_0(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} U_{mn}(t) \cos \alpha x \sin \beta y \quad (25a)$$

$$v_0(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} V_{mn}(t) \sin \alpha x \cos \beta y \quad (25b)$$

$$w_0(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} W_{mn}(t) \sin \alpha x \sin \beta y \quad (25c)$$

$$\phi_x(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} X_{mn}(t) \cos \alpha x \sin \beta y \quad (25d)$$

$$\phi_y(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} Y_{mn}(t) \sin \alpha x \cos \beta y \quad (25e)$$

Burada “ $\alpha = m\pi/a$ ” ve “ $\beta = n\pi/b$ ”. Mekanik yük:

$$q(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} Q_{mn}(t) \sin \alpha x \sin \beta y \quad (26)$$

Navier çözümüne bağlı statik analiz aşağıdaki formda hesaplanabilir:

$$\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & 0 & s_{14} & s_{15} \\ s_{12} & s_{22} & 0 & s_{24} & s_{25} \\ 0 & 0 & s_{33} & s_{34} & s_{35} \\ s_{14} & s_{24} & s_{34} & s_{44} & s_{45} \\ s_{15} & s_{25} & s_{35} & s_{45} & s_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{mn} \\ V_{mn} \\ W_{mn} \\ X_{mn} \\ Y_{mn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ Q_{mn} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (27)$$

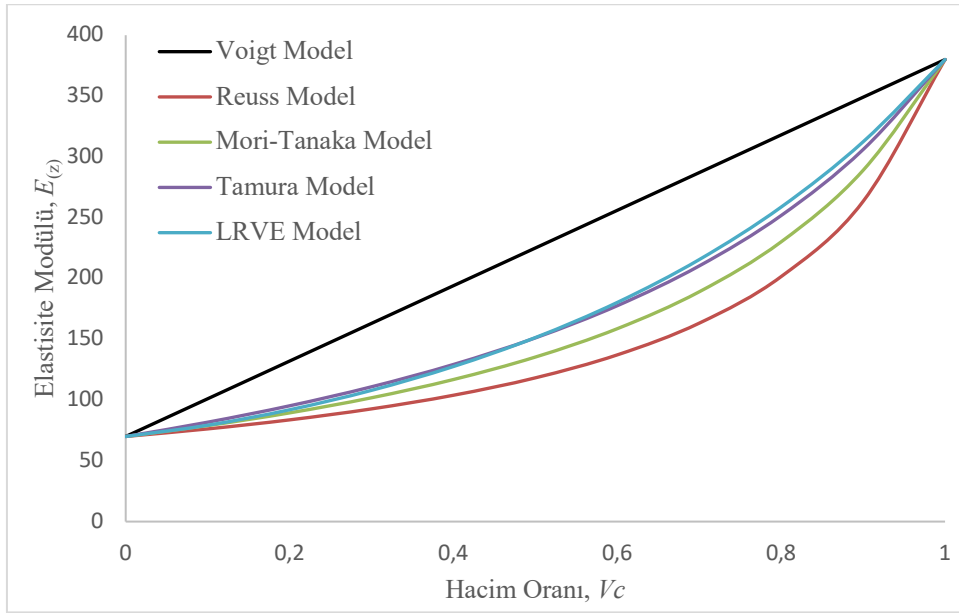
Burada “ s_{ij} ” referans [52] de verilmiştir.

BULGULAR (RESULTS)

Bu bölümde, birinci dereceden kayma deformasyon plak teorisi kullanılarak FDM plaklarının eğilme analizi üzerindeki mikro-mekanik modellerin etkisi sunulmuş ve bu çalışmanın sonuçları çeşitli mevcut plak teorileri ile karşılaştırılarak doğrulanmıştır [53]. FDM plağının malzeme özellikleri, alt yüzeyi alüminyum olarak seçilmiştir ($E_m = 70 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, $\nu = 0.3$ and $\rho_m = 2702 \text{ kg/m}^3$), üst yüzeyi alümina seçilmiştir ($E_c = 380 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, $\nu = 0.3$ and $\rho_m = 3800 \text{ kg/m}^3$). Nümerik sonuçlar aşağıdaki denklemler kullanılarak boyutsuz hale dönüştürülmüştür:

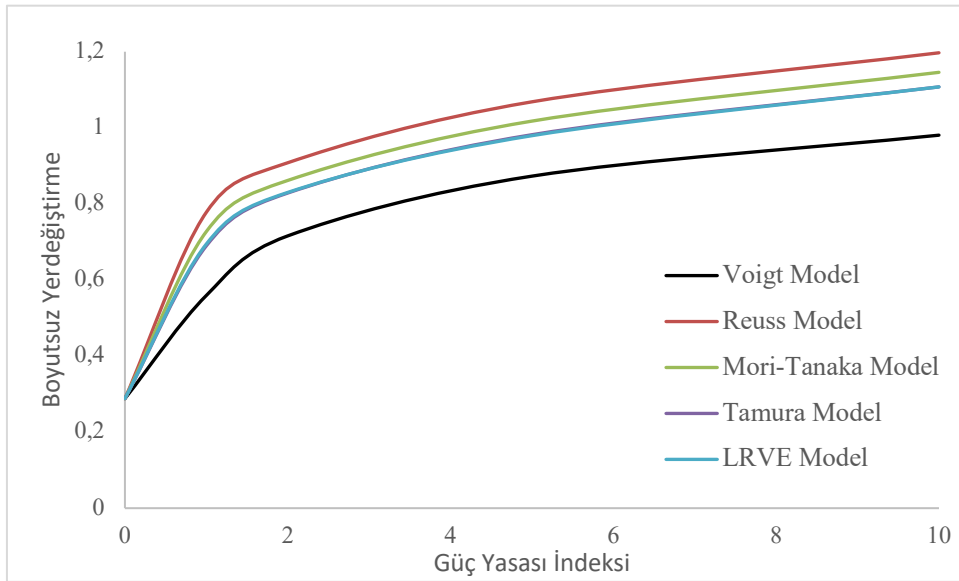
$$\bar{w} = \frac{100E_c h^3}{q_0 a^4} w; \quad \bar{\sigma}_{xx} = \frac{h}{q_0 a} \sigma_{xx} \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}, z \right); \quad \bar{\tau}_{xz} = \frac{h}{q_0 a} \tau_{xz} \left(0, \frac{b}{2}, z \right) \quad (28)$$

Mikro-mekanik modellerin elastisite modülünde neden olduğu değişimler Şekil 3'te gösterilmiştir. “0” ile “1” arasında değişen hacim oranı değerine bağlı olarak, FDM plağının kalınlığı boyunca malzeme özellikleri arasındaki elastisite modülü dağılımı grafiksel olarak gösterilmiştir. Grafiğe bakıldığında Voigt modeli doğrusal bir dağılım gösterirken, diğer modeller hacim oranında parabolik bir artış göstermektedir. Voigt ve Reuss modelleri maksimum ve minimum elastisite modülü değerlerini vermiştir. Tamura ve LRVE modelleri, hacim oranının değerinden bağımsız olarak elastisite modülü açısından aynı sonucu verir.

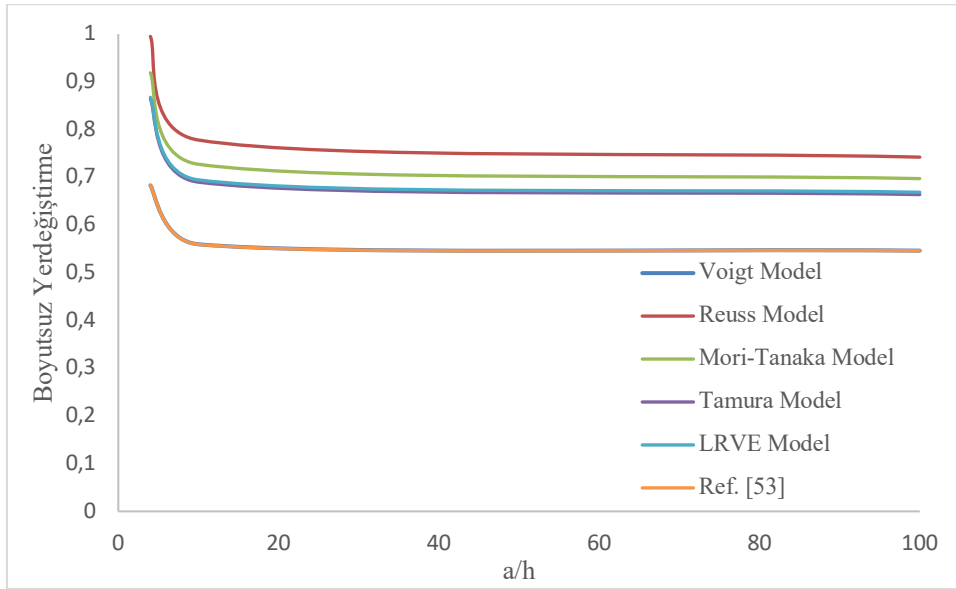


Şekil 3. Çeşitli mikro-mekanik modeller için etkin elastisite modülü değişimi

Mikro-mekanik modellere göre FDM plağının güç yasası indeksinin farklı varyasyonlarına göre boyutsuz yer değiştirme sonuçlarının değişimi Şekil 4'te verilmiştir. Modelden bağımsız olarak kuvvet kanunu indeksindeki artışın yer değiştirme değerlerinde artışa neden olduğu şekilden görülmektedir. LRVE ve Tamura modelleri pratik olarak aynı sonuçlara sahiptir. Şekil 5'te, mevcut birinciden kayma deformasyonu teorisinin sonuçları ile çeşitli mikro-mekanik modeller ve ref. [53] arasında bir karşılaştırma yapılmıştır.



Şekil 4. Mikro-mekanik modeller için güç yasası indeksine karşı yer değiştirmeler



Şekil 5. Güç yasası indeksi "1" için yer değiştirme ve narinlik oranlarının karşılaştırılması

Tablo 1. Mikro-mekanik modeller ve güç yasası parametresine bağlı olarak FDM plakta çökme ve gerilmeler

Güç Yasası İndeksi	Model	\bar{w}	$\bar{\sigma}_{xx}$	$\bar{\tau}_{xz}$
0	Voigt Model	0.2880	2.0635	0.3333
	Reuss Model	0.2880	2.0635	0.3333
	Mori-Tanaka Model	0.2880	2.0635	0.3333
	Tamura Model	0.2880	2.0635	0.3333
	LRVE Model	0.2880	2.0635	0.3333
	[52]	0.2881	2.0635	0.3333
1	Voigt Model	0.5590	3.1740	0.3333
	Reuss Model	0.7781	4.0620	0.2655
	Mori-Tanaka Model	0.7271	3.8231	0.2763
	Tamura Model	0.6898	3.6639	0.2869
	LRVE Model	0.6945	3.6551	0.2852
	[52]	0.5592	3.1738	0.3333
2	Voigt Model	0.7161	3.6811	0.2796
	Reuss Model	0.9082	4.7184	0.2456
	Mori-Tanaka Model	0.8615	4.4012	0.2452
	Tamura Model	0.8286	4.2007	0.2477
	LRVE Model	0.8302	4.1561	0.2397
	[52]	0.7158	3.6812	0.2796
5	Voigt Model	0.8730	4.2581	0.2108
	Reuss Model	1.0684	5.9643	0.2529
	Mori-Tanaka Model	1.0175	5.4838	0.2417
	Tamura Model	0.9819	5.1572	0.2337
	LRVE Model	0.9793	5.1144	0.2309
	[52]	0.8729	4.2580	0.2108
10	Voigt Model	0.9806	5.0870	0.2279
	Reuss Model	1.1972	7.2434	0.2777
	Mori-Tanaka Model	1.1458	6.7133	0.2675
	Tamura Model	1.1075	6.3250	0.2593
	LRVE Model	1.1075	6.3247	0.2598
	[52]	0.9806	5.0870	0.2279

Tablo 1'de, çeşitli mikro-mekanik modellerle mevcut çözümün sonuçları arasında ikinci bir karşılaştırma yapılmıştır. Sonuçlar, sapma ve çeşitli kısıtlamalar açısından verilmiştir. Burada yine aynı gözleme dikkat çekiyoruz ki sonuçlar Voigt modeli için çok yakın ve diğerlerine göre çok az bir fark göze çarpmıyor. Ayrıca Reuss modeli diğer modellere göre en yüksek yer değiştirme değerlerine sahiptir. Voigt modeli sonucu ise en düşük değerlere sahiptir. LRVE ve Tamura modelleri pratik olarak aynı sonuçlara

sahiptir. Güç yasası indeksi p 'nin artırılmasının, plakanın dış yüzeyindeki enine kayma gerilmesinin azalmasına yol açtığı gözlemlenebilir. Ayrıca, metal veya seramik olan homojen plakaların aynı enine kayma gerilimini verdiği bulunmuştur. Voigt modeli, maksimum gerilimler arasındaki farkın minimum olduğu diğerlerine kıyasla en yüksek gerilimleri veren modeldir.

TARTIŞMA VE SONUÇLAR (DISCUSSION AND CONCLUSIONS)

Bu çalışmada FDM plakalarının etkin malzeme özelliklerini belirlemek için “Voigt modeli, Reuss modeli, Mori-Tanaka modeli, LRVE modeli ve Tamura modeli” gibi farklı mikro-mekanik modeller kullanılmıştır. Kinematik ilişkiler, birinci dereceden kayma deformasyonu plak teorisine bağlı olarak elde edilmiş ve Hamilton prensibi yardımıyla hareket denklemleri elde edilmiştir. Basit mesnetli sınır koşullarına sahip FDM plağının analitik çözümleri için Navier yöntemi kullanıldı. Sonuçlar, literatürde bulunan referans çözümlerle iyi bir uyum içindedir. Bu sonuçlardan ve farklı mikro-mekanik modeller arasındaki karşılaştırmalardan, bazı modeller arasında önemli farklılıklar olduğu bulunmuştur. FDM plakasının Reuss, LRVE, Tamura ve diğer mikro-mekanik modeller tarafından tahmin edilen düzlem dışı yer değiştirmesi arasındaki tutarsızlık, önemli ölçüde güç yasası indeksine bağlıdır. Enine kayma gerilmesi için Voigt modeli, maksimum gerilmeler arasındaki farkın minimum olduğu diğerlerine kıyasla en yüksek gerilmeleri veren modeldir. Bu, analiz sonuçlarını doğru bir şekilde tahmin etmek için FDM'lerin uygun bir mikro-mekanik modellemesine duyulan ihtiyacı kanıtlamaktadır.

KAYNAKÇA (REFERENCES)

- [1] E. Madenci, A refined functional and mixed formulation to static analyses of fgm beams, *Structural Engineering and Mechanics, An Int'l Journal*. 69 (2019) 427-437.
- [2] S. Kumar, Development of Functionally Graded Materials by Ultrasonic Consolidation, *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*. 3 (2010) 85-87. doi:<https://doi.org/10.1016/j.cirpj.2010.07.006>.
- [3] L. Hadji, M. Meziane, Z. Abdelhak, T.H. Daouadji, E.A. Bedia, Static and dynamic behavior of FGM plate using a new first shear deformation plate theory, *Structural engineering and mechanics: An international journal*. 57 (2016) 127-140.
- [4] A.A. Bousahla, S. Benyoucef, A. Tounsi, S.R. Mahmoud, On thermal stability of plates with functionally graded coefficient of thermal expansion, *Structural Engineering and Mechanics, An Int'l Journal*. 60 (2016) 313-335.
- [5] L. Gemi, M. Kara, A. Avcı, Low velocity impact response of prestressed functionally graded hybrid pipes, *Composites Part B: Engineering*. 106 (2016) 154-163.
- [6] M. Rabhi, K.H. Benrahou, A. Kaci, M.S.A. Houari, F. Bourada, A.A. Bousahla, A. Tounsi, E.A.A. Bedia, S.R. Mahmoud, A. Tounsi, A new innovative 3-unknowns HSDT for buckling and free vibration of exponentially graded sandwich plates resting on elastic foundations under various boundary conditions, *Geomechanics and Engineering*. 22 (2020) 119.
- [7] M. Guellil, H. Saidi, F. Bourada, A.A. Bousahla, A. Tounsi, M.M. Al-Zahrani, M. Hussain, S.R. Mahmoud, Influences of porosity distributions and boundary conditions on mechanical bending response of functionally graded plates resting on Pasternak foundation, *Steel and Composite Structures*. 38 (2021) 1.
- [8] T. Cuong-Le, K.D. Nguyen, N. Nguyen-Trong, S. Khatir, H. Nguyen-Xuan, M. Abdel-Wahab, A three-dimensional solution for free vibration and buckling of annular plate, conical, cylinder and cylindrical shell of FG porous-cellular materials using IGA, *Composite Structures*. 259 (2021) 113216. doi:<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.113216>.
- [9] H. Berghouti, E.A. Adda Bedia, A. Benkhedda, A. Tounsi, Vibration analysis of nonlocal porous nanobeams made of functionally graded material, *Advances in nano research*. 7 (2019) 351-364.

- [10] M. Uyaner, A. Yar, Nano Elyaf Takviyeli Nanokompozit Üretimi ve Karakterizasyonu, Necmettin Erbakan Üniversitesi Fen ve Mühendislik Bilimleri Dergisi. 1 (t.y.) 10-19.
- [11] F. Salah, Investigation of thermal buckling properties of ceramic-metal FGM sandwich plates using 2D integral plate model, Steel and Composite Structures, An International Journal. 33 (2019) 805-822.
- [12] T.H. Daouadji, R. Benferhat, Bending analysis of an imperfect FGM plates under hygro-thermo-mechanical loading with analytical validation, Advances in materials Research. 5 (2016) 035.
- [13] R. Benferhat, T.H. Daouadji, B. Adim, A novel higher order shear deformation theory based on the neutral surface concept of FGM plate under transverse load, Advances in Materials Research. 5 (2016) 107.
- [14] R.A. Atmane, N. Mahmoudi, R. Bennai, Investigation on the dynamic response of porous FGM beams resting on variable foundation using a new higher order shear deformation theory, Steel and Composite Structures, An International Journal. 39 (2021) 95-107.
- [15] A. Chikh, A. Bakora, H. Heireche, M.S.A. Houari, A. Tounsi, E.A. Bedia, Thermo-mechanical postbuckling of symmetric S-FGM plates resting on Pasternak elastic foundations using hyperbolic shear deformation theory, Structural engineering and mechanics: An international journal. 57 (2016) 617-639.
- [16] A. Attia, A.A. Bousahla, A. Tounsi, S.R. Mahmoud, A.S. Alwabli, A refined four variable plate theory for thermoelastic analysis of FGM plates resting on variable elastic foundations, Structural engineering and mechanics: An international journal. 65 (2018) 453-464.
- [17] M. Yousfi, H.A. Atmane, M. Meradjah, A. Tounsi, R. Bennai, Free vibration of FGM plates with porosity by a shear deformation theory with four variables, Structural Engineering and Mechanics, An Int'l Journal. 66 (2018) 353-368.
- [18] M. Aydogdu, Conditions for functionally graded plates to remain flat under in-plane loads by classical plate theory, Composite Structures. 82 (2008) 155-157. doi:<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2006.10.004>.
- [19] J. Yang, H.-S. Shen, Dynamic response of initially stressed functionally graded rectangular thin plates, Composite Structures. 54 (2001) 497-508. doi:[https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(01\)00122-2](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(01)00122-2).
- [20] M. Memar Ardestani, B. Soltani, Sh. Shams, Analysis of functionally graded stiffened plates based on FSDT utilizing reproducing kernel particle method, Composite Structures. 112 (2014) 231-240. doi:<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.01.032>.
- [21] C.-S. Chen, Nonlinear vibration of a shear deformable functionally graded plate, Composite Structures. 68 (2005) 295-302. doi:<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2004.03.022>.
- [22] A.M. Zenkour, Generalized shear deformation theory for bending analysis of functionally graded plates, Applied Mathematical Modelling. 30 (2006) 67-84. doi:<https://doi.org/10.1016/j.apm.2005.03.009>.
- [23] H.-T. Thai, S.-E. Kim, A simple higher-order shear deformation theory for bending and free vibration analysis of functionally graded plates, Composite Structures. 96 (2013) 165-173. doi:<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2012.08.025>.
- [24] L. Dozio, Exact free vibration analysis of Lévy FGM plates with higher-order shear and normal deformation theories, Composite Structures. 111 (2014) 415-425. doi:<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.01.014>.
- [25] M. Abualnour, M.S.A. Houari, A. Tounsi, E.A.A. Bedia, S.R. Mahmoud, A novel quasi-3D

- trigonometric plate theory for free vibration analysis of advanced composite plates, *Composite Structures*. 184 (2018) 688-697. doi:<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.10.047>.
- [26] C.-L. Thanh, L. V. Tran, T.Q. Bui, H.X. Nguyen, M. Abdel-Wahab, Isogeometric analysis for size-dependent nonlinear thermal stability of porous FG microplates, *Composite Structures*. 221 (2019) 110838. doi:<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.04.010>.
- [27] K. Xu, Y. Yuan, M. Li, Buckling behavior of functionally graded porous plates integrated with laminated composite faces sheets, *Steel and Composite Structures, An International Journal*. 32 (2019) 633-642.
- [28] A. Tounsi, M.S.A. Houari, A. Bessaim, A new 3-unknowns non-polynomial plate theory for buckling and vibration of functionally graded sandwich plate, *Structural Engineering and Mechanics, An Int'l Journal*. 60 (2016) 547-565.
- [29] J.N. Reddy, Analysis of functionally graded plates, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 47 (2000) 663-684. doi:[https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0207\(20000110/30\)47:1/3<663::AID-NME787>3.0.CO;2-8](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0207(20000110/30)47:1/3<663::AID-NME787>3.0.CO;2-8).
- [30] X. Zhao, Y.Y. Lee, K.M. Liew, Mechanical and thermal buckling analysis of functionally graded plates, *Composite Structures*. 90 (2009) 161-171. doi:<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2009.03.005>.
- [31] E. Madenci, Ş. Gülcü, Optimization of flexure stiffness of FGM beams via artificial neural networks by mixed FEM, *Structural Engineering and Mechanics, An Int'l Journal*. 75 (2020) 633-642.
- [32] H. Bellifa, K.H. Benrahou, L. Hadji, M.S.A. Houari, A. Tounsi, Bending and free vibration analysis of functionally graded plates using a simple shear deformation theory and the concept the neutral surface position, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. 38 (2016) 265-275. doi:10.1007/s40430-015-0354-0.
- [33] C.M. Wang, J.N. Reddy, K.H. Lee, *Shear deformable beams and plates: Relationships with classical solutions*, Elsevier, 2000.
- [34] E. Madenci, A. Özütok, Variational approximate for high order bending analysis of laminated composite plates, *Structural Engineering and Mechanics, An Int'l Journal*. 73 (2020) 97-108.
- [35] R. Kumar, A. Lal, B.N. Singh, J. Singh, New transverse shear deformation theory for bending analysis of FGM plate under patch load, *Composite Structures*. 208 (2019) 91-100. doi:<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.10.014>.
- [36] A.M. Zenkour, D.S. Mashat, Thermal buckling analysis of ceramic-metal functionally graded plates, *Natural Science*. 2 (2010) 968.
- [37] L. Hadji, F. Bernard, A. Safa, A. Tounsi, Bending and free vibration analysis for FGM plates containing various distribution shape of porosity, *Advances in Materials Research-An International Journal*. 10 (2021) 115-135.
- [38] H.H. Abdelaziz, M.A.A. Meziane, A.A. Bousahla, A. Tounsi, S.R. Mahmoud, A.S. Alwabli, An efficient hyperbolic shear deformation theory for bending, buckling and free vibration of FGM sandwich plates with various boundary conditions, *Steel and Composite Structures, an International Journal*. 25 (2017) 693-704.
- [39] F. Benlahcen, K. Belakhdar, M. Sellami, A. Tounsi, Thermal buckling resistance of simply supported FGM plates with parabolic-concave thickness variation, *Steel and Composite Structures*. 29 (2018) 591-602.
- [40] A. Bouamoud, Thermomechanical bending investigation of FGM sandwich plates using four shear deformation plate theory, *Steel and Composite Structures, An International Journal*. 32 (2019) 611-

632.

- [41] H.-S. Shen, Z.-X. Wang, Assessment of Voigt and Mori–Tanaka models for vibration analysis of functionally graded plates, *Composite Structures*. 94 (2012) 2197-2208. doi:<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2012.02.018>.
- [42] N. Sundararajan, T. Prakash, M. Ganapathi, Nonlinear free flexural vibrations of functionally graded rectangular and skew plates under thermal environments, *Finite Elements in Analysis and Design*. 42 (2005) 152-168. doi:<https://doi.org/10.1016/j.finel.2005.06.001>.
- [43] C.S. Huang, O.G. McGee, M.J. Chang, Vibrations of cracked rectangular FGM thick plates, *Composite Structures*. 93 (2011) 1747-1764. doi:<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2011.01.005>.
- [44] M.M. Gasik, Micromechanical modelling of functionally graded materials, *Computational Materials Science*. 13 (1998) 42-55. doi:[https://doi.org/10.1016/S0927-0256\(98\)00044-5](https://doi.org/10.1016/S0927-0256(98)00044-5).
- [45] H.M. Yin, L.Z. Sun, G.H. Paulino, Micromechanics-based elastic model for functionally graded materials with particle interactions, *Acta Materialia*. 52 (2004) 3535-3543. doi:<https://doi.org/10.1016/j.actamat.2004.04.007>.
- [46] M.-J. Pindera, J. Aboudi, S.M. Arnold, Analysis of spallation mechanism in thermal barrier coatings with graded bond coats using the higher-order theory for FGMs, *Engineering Fracture Mechanics*. 69 (2002) 1587-1606. doi:[https://doi.org/10.1016/S0013-7944\(02\)00048-6](https://doi.org/10.1016/S0013-7944(02)00048-6).
- [47] M. Ostoja-Starzewski, I. Jasiuk, W. Wang, K. Alzebdeh, Composites with functionally graded interphases: Mesocontinuum concept and effective transverse conductivity, *Acta Materialia*. 44 (1996) 2057-2066. doi:[https://doi.org/10.1016/1359-6454\(95\)00269-3](https://doi.org/10.1016/1359-6454(95)00269-3).
- [48] H.-S. Shen, *Functionally graded materials: nonlinear analysis of plates and shells*, CRC press, 2016.
- [49] A.H. Akbarzadeh, A. Abedini, Z.T. Chen, Effect of micromechanical models on structural responses of functionally graded plates, *Composite Structures*. 119 (2015) 598-609. doi:<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.09.031>.
- [50] L.L. Mishnaevsky Jr, *Computational mesomechanics of composites: numerical analysis of the effect of microstructures of composites of strength and damage resistance*, John Wiley & Sons, 2007.
- [51] R.W. Zimmerman, Behavior of the Poisson Ratio of a Two-Phase Composite Material in the High-Concentration Limit, *Applied Mechanics Reviews*. 47 (1994) S38-S44. doi:10.1115/1.3122819.
- [52] R.B. Bouiadjra, A. Mahmoudi, S. Benyoucef, A. Tounsi, F. Bernard, Analytical investigation of bending response of FGM plate using a new quasi 3D shear deformation theory: Effect of the micromechanical models, *Structural Engineering and Mechanics, An Int'l Journal*. 66 (2018) 317-328.
- [53] A.M. Zenkour, A simple four-unknown refined theory for bending analysis of functionally graded plates, *Applied Mathematical Modelling*. 37 (2013) 9041-9051. doi:<https://doi.org/10.1016/j.apm.2013.04.022>.