

KESİTLERİN TAM PLASTİK VE ELASTO-PLASTİK EĞİK EĞİLMESİ

Yayına hazırlayan
M. Ruhi AYDIN

ÖZET : Bu yazıda merhum hocamız Prof. Orhan Ünsaç'ın (1917-1995) 1959 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi tarafından 415 sayı numarası ile yayınlanan "Kesitlerin Tam Plastik ve Elasto-Plastik Eğik Eğilmesi" başlıklı çalışmasının genel bir takdimi amaçlanmıştır. Aşağıda yer alan Hülasa orijinal çalışmadan aynen aktarılmıştır. Görüleceği gibi çalışma oldukça kapsamlıdır. Teorik mekanik alanında önemli bir konudur. Bu yazıda konunun daha kolay anlaşılır olması ve dergiye ait sayfa sınırlaması nedeni ile sadece dikdörtgen kesitlere ait verilere detaylı yer verildi. Diğer bulgulara ait özet bilgiler sunulmuştur. Yazıda mümkün olduğunca orijinal metne bağlı kalındı. Sadece bazı notasyon ve birimler gibi konularda güncellemeler yapılmıştır. Yazının bilim tarihimizdeki gelişmelere dair bir kanaat oluşturmasını ve teorik mekanik alanına ilgi gösteren öğrenci ve meslektaşlarımıza yararlı olmasını umuyorum.

ANAHTAR KELİMELEER : *Plastisite, Elasto-plastik davranış, Eğik eğilme.*

FULLY PLASTIC AND INELASTIC BIAXIAL BENDING OF CROSS-SECTIONS

ABSTRACT : This paper is prepared as a general presentation of the study titled "Unsymmetrical Fully Plastic and Elasto-Plastic Simple Bending of Beams" in 1959 publication of Istanbul Technical University with reference number 415 by late Professor Orhan Ünsaç (1917-1995). Professor Orhan Ünsaç was our instructor at the university; he was a distinguished scientist and a teacher. Below mentioned abstract titled "hülasa (summary)" is cited from the main study. As it can be seen, the study is very comprehensive and valuable. The topic of the study holds an important place in the field of theoretical and applied mechanics.

This paper included only the fully plastic, elastic or inelastic behavior of rectangular cross-sections subjected to biaxial bending due to simplicity of presentation and understanding. A brief commentary is given for the omitted features. This article follows the original study closely. Some updates for notations and units were made. This article will give the audience an opinion on the developments in history of science of the theoretical and applied mechanics, and I hope it will be beneficial for students and colleagues.

KEYWORDS : *Plasticity, Inelastic behavior, Biaxial bending.*

HÜLASA: Bu yazıda muhtelif şekilleri haiz bulunan kesitlerin tam plastik ve Elasto-Plastik eğilmesi incelenmektedir. Malzeme (Elasto Plastik pekleşmeyen ideal cisim) alınmıştır. İlk olarak dik dörtgen kesitlerin tam plastik ve Elasto-Plastik eğik eğilme halinde tam çözümleri verilmiş bundan sonra bazı üçgen ve trapez kesitlerin ve köşe demiri, putrel ve U demiri gibi profillerin incelenmesine geçilmiş ve en son da kesit geometrisi en genel durumda bulunması halinde grafik çözümler verilmiştir.

I. GİRİŞ

Eğik eğilme (iki eksenli eğilme) etkisindeki kesitlerin elasto-plastik davranışları ile ilgili olarak ilk çalışmalardan birinin 1943 yılında P. Cozzone tarafından verilmiş olan bir yaklaşık yöntem olduğuna dair çalışmanın giriş bölümünde bilgi verilmektedir. 1947 ve 1951 yıllarında H. A. Williams tarafından yapılan incelemelerde ise gene yaklaşık yöntemlerin kullanıldığından söz edilmektedir. Williams çalışmalarında tarafsız eksen eğiminin plastisite ilerledikçe sabit kaldığını varsayarak çözüme ulaşmıştır. M. S. Aghabian ve E.P. Popov 1952 yılında yayınladıkları çalışmada bir plastiklik derecesi kullanarak çözüm vermişlerdir. A. J. Barrett'in 1953 yılı ve sonraki çalışmalarında malzemeye ait gerilme- birim şekil değiştirme ilişkisi için bir kabul yapılmak sureti ile çözümler sunulmuştur.

Bu literatür taramasından ulaşılan bilgiye göre çalışmanın yapıldığı tarihte kesin çözümler bulunmamaktadır.

Çalışmada eğik eğilme etkisi altındaki kesitlere ait aşağıdaki geliştirmeler yapılmıştır:

- Eğik eğilme etkisindeki kesitlerin tam plastik moment değerleri kesin yöntemle elde edilmektedir,
- Verilen bir kuvvet doğrultusu (kuvvet çizgisi) için tarafsız eksenin konumu, bir başka deyişle plastik bölgelerin belirlenmesi mümkün olmaktadır,
- Tam plastik halde değişik kuvvet doğrultuları için elde edilecek tam plastik momentlerin geometrik yerine ait eğri ile kuvvet doğrultusunun kesim noktasından eğriye çizilecek teğetin eğiminin tarafsız eksenin eğimine eşit olduğu gösterilmiştir,
- Kesitin herhangi bir yerinde ilk akmanın meydana geldiği esnadaki moment ile (ilk akma momenti) kuvvet doğrultusunun değişimine ait ilişkiler verilmiştir,
- Genel bir kesit formuna sahip olan kapalı kesitler için tam plastik ve elasto- plastik eğilme hallerine ait grafik bir çözüme de yer verilmiştir.

Sistem ve malzeme ile ilgili olarak aşağıdaki kabuller yapılmaktadır:

1. Eğilme, basit eğilmedir (eksenel kuvvet etkisi yoktur),
2. Tam plastik eğilme elde edilmesine kadar kesitler düzlem olarak kalır,
3. Malzeme pekleşmeyen elasto-plastik ideal cisim davranışı gösterir,
4. Çekme ve basınç gerilmeleri altında malzemenin mekanik özellikleri farklılık göstermez.

II. DİKDÖRTGEN KESİTLERİN EĞİK EĞİLMESİ

II.1. Tam Plastik Eğilme

Boyutları ve eksen takımı gösterilen dikdörtgen kesitte verilen bir kuvvet doğrultusu için tam plastik eğilmenin Şekil 1'de gösterildiği gibi meydana geldiğini varsayalım.

Böyle bir durumda;

1. Tarafsız eksenin ve plastik bölgelerin kesitteki konumu
2. Tam plastik momentin değerinin

hesaplanması gereklidir.

Şekil 1'den görüleceği gibi basınç ve çekme bileşkelerinin birbirine eşit olacağı denge koşulu nedeni ile tarafsız eksenin kesitte ayırdığı bölgeler birbirine eşit olmak zorundadır. Her birine ait değer $f_u A/2$ olduğu şekilden görülmektedir.

$$\text{Tam plastik moment } M_u \sin \varphi = \frac{f_u A}{2} \rho \sin \varphi$$

$$M_u = \frac{f_u A}{2} \rho \tag{1}$$

Denklemini ifade edilir.

Burada

A = kesit alanı,

f_u = akma gerilmesi,

C_1 ve C_2 = kesitteki çekme ve basınç bölgelerinin ağırlık merkezleri,

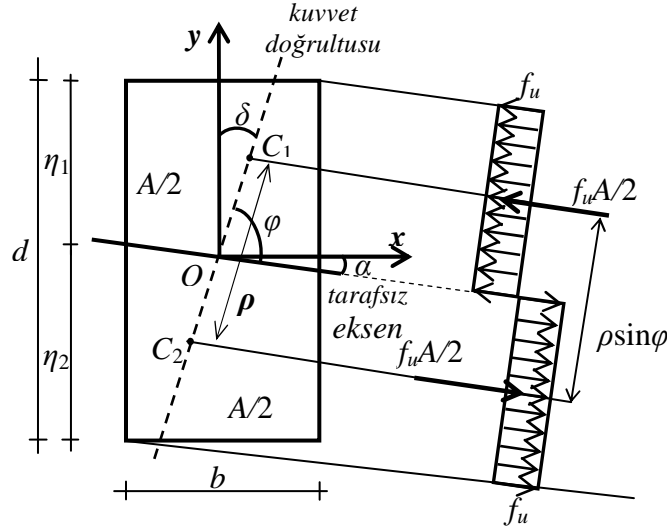
ρ = çekme ve basınç bileşkeleri arasındaki uzaklık,

φ = tarafsız eksen ile kuvvet doğrultusu arasındaki açı,

α = tarafsız eksenin x ekseni ile yaptığı açı,

δ = kuvvet doğrultusunun y ekseni ile yaptığı açı,

η_1 ve η_2 = tarafsız eksenin uzun kenarı kestiği noktanın köşelere uzaklıklarıdır.



Şekil 1. Dikdörtgen kesitte tam plastik eğilme haline ait kuvvet doğrultusu ve tarafsız eksen.

x ve y eksenlerinin pozitif yönleri şekilde görüldüğü gibidir. Açıların trigonometrik değerleri ifade edilirken ilgili koordinatlarının işareti esas alınarak tanımlanmaktadır.

Örneğin, Şekil 1’de görülen $\tan \alpha$ açısı negatif, $\tan \delta$ açısı pozitif işaretlidir.

Tarafsız eksenin kesit ağırlık merkezinden geçmesi şart değildir. Örnekte simetri nedeni ile tarafsız eksen ağırlık merkezinden geçmektedir.

$-\frac{d}{b} \leq \tan \alpha \leq \frac{d}{b}$ olması halinde (tarafsız eksenin dikdörtgenin y eksenine paralel kenarını kesiyor olması hali) M_x ve M_y momentleri Şekil 1’deki trapez kesit alanlarının bir üçgen ve bir de dikdörtgen bölgeden ibaret olduğuna dikkat edilerek yazılabilir.

Buna göre;

$$\text{Üçgen bölgede kuvvetler } F_1 = f_u \left[\frac{1}{2} b (\eta_2 - \eta_1) \right] = f_u \frac{b^2 \tan \alpha}{2}$$

$$\text{Eksenlere uzaklık } e_{y1} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{3} = \frac{b \tan \alpha}{3}; e_{x1} = \frac{b}{3}$$

$$\text{Dikdörtgen bölgede kuvvetler } F_2 = f_u b \eta_1; \text{ eksenlere uzaklık } e_{y2} = d - \eta_1; e_{x2} = 0$$

$$M_x = F_1 e_{y1} + F e_{y2} = f_u \frac{b^3 \tan^2 \alpha}{6} + f_u b \eta_1 (d - \eta_1) \quad (2)$$

$$M_y = F_1 e_{x1} = \frac{f_u b^3 \tan \alpha}{6} \quad (3)$$

$f_u b \eta_1 (d - \eta_1) = f_u b \eta_1 \eta_2 = f_u b \left(\frac{d}{2} - \frac{b}{2} \tan \alpha \right) \left(\frac{d}{2} + \frac{b}{2} \tan \alpha \right) = f_u b \left(\frac{d^2}{4} - \frac{b^2}{4} \tan^2 \alpha \right)$ olduğu dikkate alınarak (2) ve (3) Denklemleri $\tan \alpha$ değerleri yok edilerek birleştirilirse

$$-\frac{d}{b} \leq \tan \alpha \leq \frac{d}{b} \text{ için} \quad M_x = -\frac{3}{f_u b^3} M_y^2 + \frac{f_u b d^2}{4} \quad (4)$$

Benzer şekilde

$-\infty \leq \tan \alpha < -\frac{d}{b}$ ve $-\frac{d}{b} < \tan \alpha \leq \infty$ için (tarafsız eksenin dikdörtgenin x eksenine paralel kenarını kesiyor olması hali)

$$M_y = -\frac{3}{f_u d^3} M_x^2 + \frac{f_u b^2 d}{4} \quad (5)$$

denklemleri elde edilir.

(4) ve (5) Denklemlerinin özellikleri şöyledir:

Bu denklemler ait oldukları bölgelerde ikinci derece bir eğri ile temsil edilirler (Şekil 2).

$\tan \alpha = \frac{d}{b}$ için (3) Denkleminde $M_y = \frac{f_u b^2 d}{6}$ ve (4) Denkleminde $M_x = \frac{f_u b d^2}{6}$ elde edilir. Bu değerler (5) Denklemini de sağlar.

Sonuç olarak dikdörtgenin köşegenini kestikleri noktalarda her iki eğri aynı değerdedir.

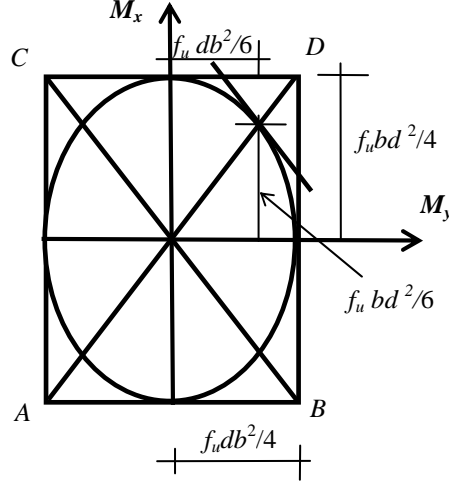
Eğrilerin M_x eksenini kestikleri noktada $M_x = \frac{f_u b d^2}{4}$;

M_y eksenini kestikleri noktada $M_y = \frac{f_u b^2 d}{4}$ değerindedir.

Tarafsız eksenin konumuna bağlı olarak bulunacak olan M_x ve M_y moment değerleri elde edildikten sonra sonuç plastik moment

$$M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} \quad (6)$$

Denklemleri ile bulunur.



Şekil 2. Dikdörtgen kesitte tam plastik moment değişimi.

Plastik momentlerin bulunmasından sonra tarafsız eksenin eğiminin bulunması gerekir. Bunun için (1) Denklemi M_x momenti için yazılırsa;

$$M_x = (f_u A/2)\rho_x \text{ veya } \frac{\rho_x}{2} = \frac{M_x}{f_u A} \text{ olur. (4) Denklemnin tarafları } f_u A \text{ ya bölünürse}$$

$$-\frac{d}{b} \leq \tan \alpha \leq \frac{d}{b} \text{ için } \frac{\rho_x}{2} = -\frac{3d}{b^2} \left(\frac{\rho_y}{2} \right)^2 + \frac{d}{4} \quad (7)$$

Benzer şekilde

$$-\infty \leq \tan \alpha < -\frac{d}{b} \text{ ve } -\frac{d}{b} < \tan \alpha \leq \infty \text{ için } \frac{\rho_y}{2} = -\frac{3b}{d^2} \left(\frac{\rho_x}{2} \right)^2 + \frac{b}{4} \quad (8)$$

(7) ve (8) Denklemleri bölgelerden birinin ağırlık merkezinin koordinatlarını ifade eder. Değişimleri Şekil 3'te görülmektedir. Verilen bir kuvvet doğrultusunun eğriyi kestiği çapı ağırlık merkezleri arasındaki ρ uzaklığını verir. Sonuç plastik moment ise (1) Denklemi ile elde edilir.

(2) ve (3) Denklemlerinden $\tan \delta = \frac{M_y}{M_x}$ oranı düzenlenip gerekli sadeleştirmeler yapılırsa

$$\tan \delta = -\frac{2 \tan \alpha}{\frac{3d^2}{b^2} - \tan^2 \alpha} \quad (9)$$

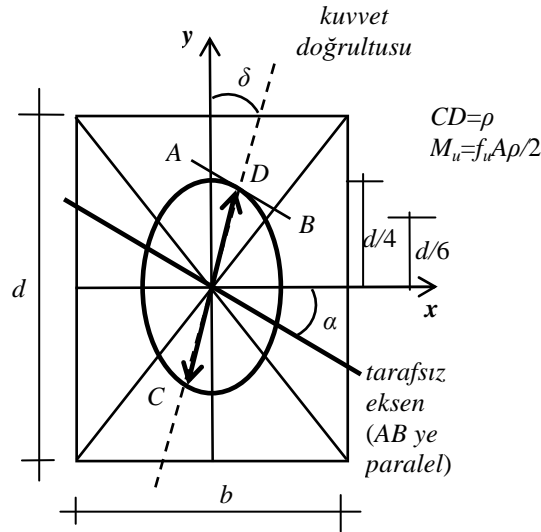
elde edilir. Burada $0 \leq \tan \delta \leq \frac{d}{b}$ için (9) Denkleminin negatif kökü, $-\frac{d}{b} \leq \tan \delta \leq 0$ için (9)

Denkleminin pozitif kökü kullanılacaktır. Bulunan α açısı kuvvet doğrultusunun Şekil 3'teki eğriyi kestiği noktadaki teğetine paralel eğimdedir. Bunun kanıtlanması için (7) Denkleminin türevi alınır

$$\tan \alpha = \frac{6M_y}{f_u b^3} \quad [\text{Denklemler (3)}] \quad \text{ve} \quad \frac{\rho_y}{2} = \frac{M_y}{f_u A} \quad [\text{Denklemler (1)}] \quad \text{olduğu da dikkate alınarak}$$

$$\frac{d(\rho_x/2)}{d(\rho_y/2)} = -6 \frac{d}{b^2} \left(\frac{\rho_y}{2} \right) = -\frac{6M_y}{f_u b^3} = \tan \alpha \quad (10)$$

elde edilir. Görülüyor ki verilen bir kuvvet doğrultusunu Şekil 3'teki eğriyi kestiği noktadaki teğetin eğimi tarafsız eksenin eğimine eşittir.



Şekil 3. Kuvvet doğrultusu, tarafsız eksen eğimi ve tam plastik moment.

II.2. Tam Elastik Eğilme

Tam elastik eğilme halinde dikdörtgen kesitte kuvvet doğrultusu ile tarafsız eksenin x eksenine göre yaptığı α^* açısı arasında aşağıdaki bağıntı vardır.

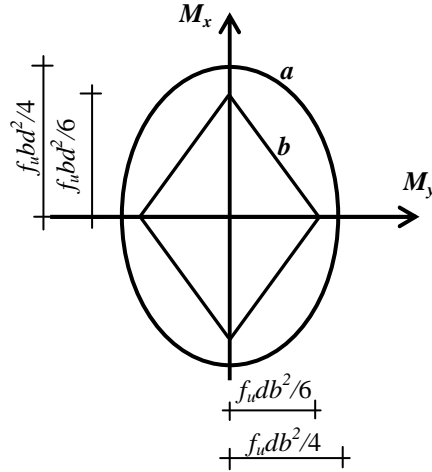
$$\tan \alpha^* = \frac{d^2}{b^2} \tan \delta \quad (11)$$

İlk akma momentinin bileşenleri ile akma gerilmesi arasındaki ilişki ise aşağıdaki gibidir.

$$\frac{M_{x,y}}{I_{maks}} \frac{d}{2} + \frac{M_{y,y}}{I_{min}} \frac{b}{2} = f_u \quad (12)$$

Burada $M_{x,y}$ ve $M_{y,y}$ ilk akma momentinin x ve y eksenlerindeki bileşenlerini ifade eder.

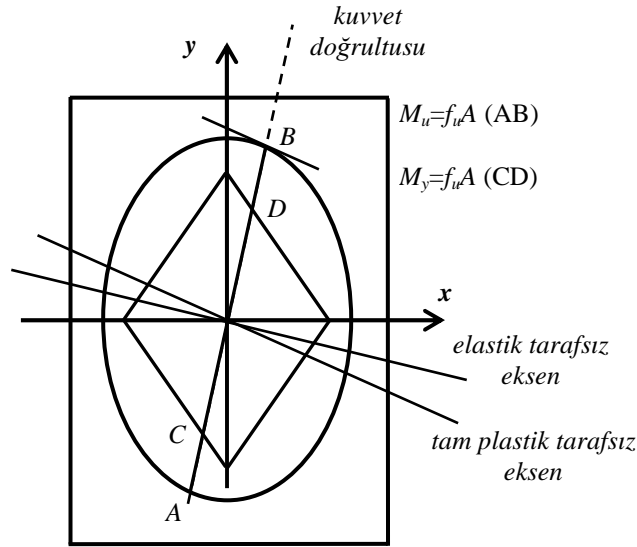
(12) Denklemi bir doğru gösterir. Tam plastik ve ilk akma momentlerinin bir kesitte karşılaştırılması Şekil 4'de verilmektedir. Şekil 5'de ise tam plastik ve ilk akma momentleri ile tarafsız eksenler görülmektedir.



Şekil 4. Dikdörtgen kesit a) tam plastik ve b) ilk akma momentleri.

II.3. Elasto-Plastik Eğilme

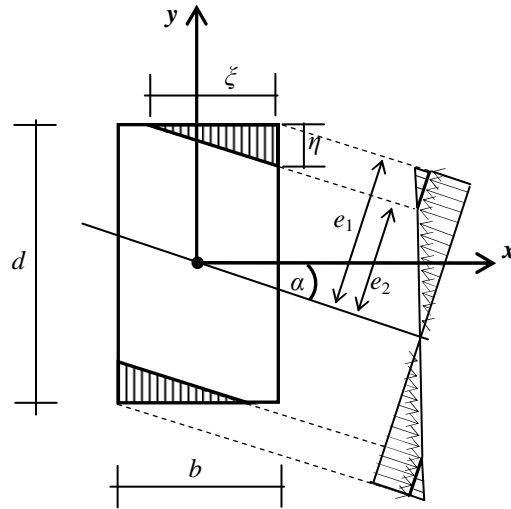
Tam plastik ve tam elastik haller arasında kalan bölgedeki elasto-plastik (inelastik) moment değerleri ve tarafsız eksen konumları da çalışmada incelenmiştir. Bu hale ait 2 ayrı konum söz konusudur. Bunlar aşağıdaki gibi sıralanabilir.



Şekil 5. Dikdörtgen kesit kuvvet doğrultusu, tarafsız eksenler ve M_u ve M_y .

II.3.1. Üçgen Plastik Bölge Hali

Şekil 6'da görüldüğü gibi kesitte plastikleşen bölge üçgen şeklindedir. Plastikleşen bölgenin genişliği b den küçüktür.



Şekil 6. Üçgen plastikleşen bölge ve gerilme dağılımı.

Plastik bölgeye ait gerilme dağılımı inceleme kolaylığı bakımından Şekil 6'da görüldüğü gibi üçgen gerilme dağılımlarının süperpozisyonu olarak kabul edilerek aşağıdaki denklemler elde edilmiştir.

$$M_x = \frac{f_u e_1}{e_2 \left(\frac{\eta I_y}{\zeta I_x} \frac{d}{2I_x} + \frac{b}{2I_y} \right)} - \frac{f_u \zeta \eta (e_1 - e_2) \left(d - \frac{\eta}{2} \right)}{6e_2} \quad (13)$$

$$M_y = \frac{f_u e_1}{e_2 \left(\frac{d}{2I_x} + \frac{\eta I_x}{\zeta I_y} \frac{b}{2I_y} \right)} - \frac{f_u \zeta \eta (e_1 - e_2) \left(b - \frac{\eta}{2} \right)}{6e_2} \quad (14)$$

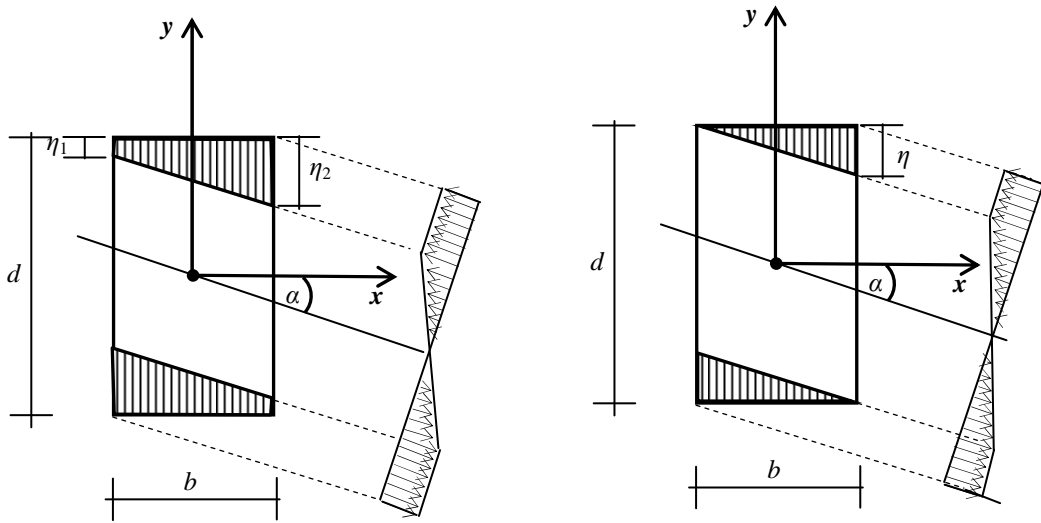
$$\tan \alpha = \frac{\eta}{\zeta} \quad (15)$$

Burada

$$e_1 = \frac{1}{2}(d \cos \alpha + b \sin \alpha); \quad e_2 = \frac{1}{2}(d \cos \alpha + b \sin \alpha) - \eta \cos \alpha \text{ alınacaktır.}$$

II.3.2. Trapez Plastik Bölge Hali

Kesitteki plastikleşen bölgenin bir trapez olması hali Şekil 7'deki gibi olacaktır. Bu halde de gene tarafsız eksen trapezin plastik bölge sınırına paralel konumda olacaktır.



Şekil 7. Trapez ve üçgen plastikleşen bölgeler ve gerilme dağılımları.

Buna göre

$$\tan \alpha = \frac{\eta_2 - \eta_1}{b} \quad (16)$$

Momentler

$$-\frac{d}{b} \leq \tan \alpha \leq \frac{d}{b} \text{ için}$$

$$M_x = \frac{f_u b [d - (\eta_1 + \eta_2)]^2}{6} + \frac{f_u b (\eta_1 + \eta_2)}{2} \left[d - \frac{3(\eta_1 + \eta_2)^2 + (\eta_2 - \eta_1)^2}{6(\eta_1 + \eta_2)} \right] \quad (17)$$

$$M_y = \frac{f_u b^2 (\eta_2 - \eta_1)}{6} \quad (18)$$

Özel hal:

Plastik bölgenin kesitin b genişliğinde üçgen bölgede meydana geliyor olması: bu durumda (17) ve (18) Denklemlerinde $\eta_1=0$ ve $\eta_2=\eta$ olarak alınması yeterlidir.

$$M_x^* = \frac{f_u b (d - \eta)^2}{6} + \frac{f_u b \eta}{2} \left[d - \frac{2\eta}{3} \right] \quad (19)$$

$$M_y^* = \frac{f_u b^2 \eta}{6} \quad (20)$$

Burada verilen denklemler $0 \leq \tan \delta \leq \frac{b}{d}$ hali için verilmiştir.

$\frac{b}{d} \leq \tan \delta \leq \infty$ halinde denklemlerde x ve y indisleri ile b ve d yer değiştirmelidir.

(1) Denklemden

$$M_x^* = \frac{\rho_x^*}{2} f_u A \text{ ve } M_y^* = \frac{\rho_y^*}{2} f_u A \text{ olarak elde edildiği göz önüne alınarak, bu değerler (19) ve (20)}$$

Denklemlerine katılır ve düzenlenirse

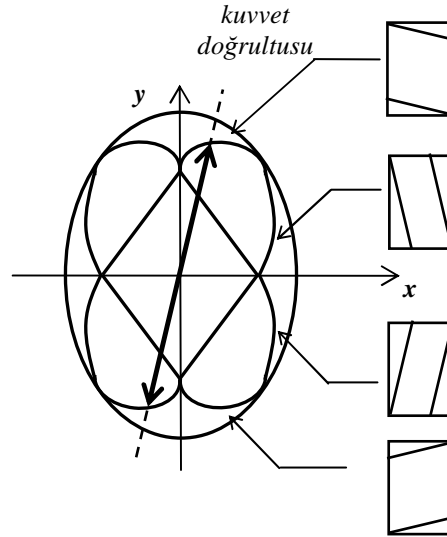
$$0 \leq \tan \delta \leq \frac{b}{d} \quad \text{için} \quad \rho_y^* = d \left[-\frac{3}{b^2} (\rho_x^*)^2 + \frac{1}{b} \rho_x^* + \frac{1}{3} \right] \quad (21)$$

$$-\frac{b}{d} \leq \tan \delta \leq 0 \quad \text{için} \quad \rho_y^* = d \left[-\frac{3}{b^2} (\rho_x^*)^2 - \frac{1}{b} \rho_x^* + \frac{1}{3} \right] \quad (22)$$

$$\frac{b}{d} \leq \tan \delta \leq \infty \quad \text{için} \quad \rho_x^* = b \left[-\frac{3}{d^2} (\rho_y^*)^2 + \frac{1}{d} \rho_y^* + \frac{1}{3} \right] \quad (23)$$

$$-\infty \leq \tan \delta \leq -\frac{b}{d} \quad \text{için} \quad \rho_x^* = b \left[-\frac{3}{d^2} (\rho_y^*)^2 - \frac{1}{d} \rho_y^* + \frac{1}{3} \right] \quad (24)$$

Bulunan değerlere ait grafik gösterimler Şekil 8'de gösterilmektedir.



Şekil 8. İlk akma, elasto-plastik ve tam plastik hallere ait grafik.

Sayısal Örnek:

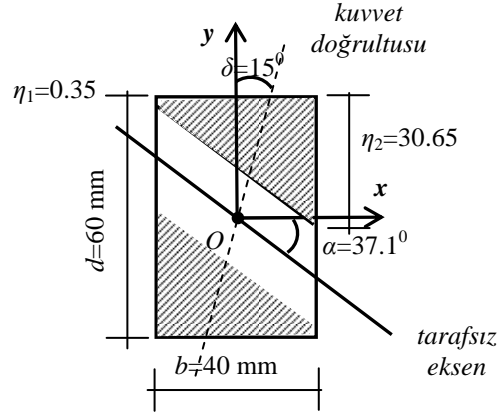
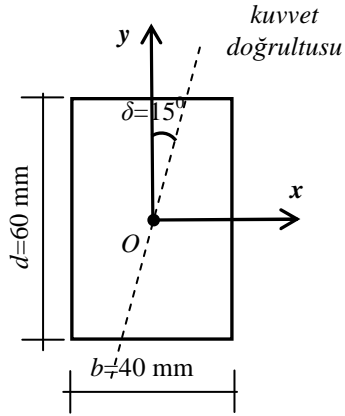
Şekilde boyutları verilmiş olan dikdörtgen kesitte kuvvetin doğrultusu y eksenine $\delta=15^\circ$ lik bir açı yapmaktadır. $f_u=200$ MPa değerindedir.

- 1) Kesitte meydana gelecek olan tam plastik momentin değerini ve tarafsız eksenin konumunun belirlenmesi.

Tarafsız eksenin x eksenine ile yaptığı α açısının belirlenmesi

$$\tan \delta = -\frac{2 \tan \alpha}{\frac{3d^2}{b^2} - \tan^2 \alpha} \quad (9) \text{ Denklemi kullanılmalıdır.}$$

$$\tan 15 = -\frac{2 \tan \alpha}{\frac{3 \times 60^2}{40^2} - \tan^2 \alpha}$$



Sonuç olarak; $\tan \alpha$ için bir + işaretli bir de - işaretli kök elde edilecektir. Ancak $0 \leq \tan 15 \leq \frac{60}{40}$

olduğundan - işaretli olan $\tan \alpha = -0.815278$ değeri kullanılacaktır.

$$\alpha = 39.19^\circ$$

M_y momentinin bulunması

$$M_y = \frac{f_u b^3 \tan \alpha}{6} = \frac{200 \times 40^3 \times (-0.815278)}{6} = 1739.26 \times 10^3 \text{ Nmm} \quad (\text{Denklem (3)})$$

ρ_y ve ρ_x değerlerinin hesabı

$$M_y = (f_u A / 2) \rho_y \text{ olduğu dikkate alınarak } \rho_y = \frac{2M_y}{f_u A} = \frac{2 \times 1739.26 \times 10^3}{200 \times 40 \times 60} = 7.25 \text{ mm}$$

$$-\frac{d}{b} \leq \tan \alpha \leq \frac{d}{b} \text{ için } \frac{\rho_x}{2} = -\frac{3d}{b^2} \left(\frac{\rho_y}{2} \right)^2 + \frac{d}{4} = -\frac{3 \times 60}{40^2} \left(\frac{7.25}{2} \right)^2 + \frac{60}{4} = 13.52 \text{ mm} \quad (\text{Denklem (7)})$$

M_x momentinin bulunması

$$M_x = (f_u A / 2) \rho_x = 200 \times 40 \times 60 \times 13.52 = 6489.6 \times 10^3 \text{ Nmm}$$

Toplam moment

$$M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \sqrt{6489.6^2 + 1739.26^2} \times 10^3 = 6718.9 \times 10^3 \text{ Nmm} \quad (\text{Denklem (6)})$$

2) Tam elastik eğilme

$$\frac{M_{x,y}}{I_{maks}} \frac{d}{2} + \frac{M_{y,y}}{I_{min}} \frac{b}{2} = f_u \quad (12) \text{ Denkleminden} \quad \frac{d}{2I_{maks}} + \frac{b}{2I_{min}} \frac{M_{y,y}}{M_{x,y}} = \frac{f_u}{M_{x,y}}$$

$\tan \delta = \frac{M_{y,y}}{M_{x,y}}$ olduğu da dikkate alınarak

$$\frac{f_u}{M_{x,y}} = \frac{60}{2(40 \times 60^3 / 12)} + \tan 15 \frac{40}{2(60 \times 40^3 / 12)} = 58.413 \times 10^{-6}$$

$$M_{x,y} = 3423.87 \times 10^3 \text{ Nmm} ; M_{y,y} = \tan \delta M_{x,y} = 917.42 \times 10^3 \text{ Nmm}$$

$$\text{İlk akma momenti } M_y = \sqrt{3423.87^2 + 917.42^2} \times 10^3 = 3545 \times 10^3 \text{ Nmm}$$

$$\text{Tarafsız eksen eğimi } \tan \alpha^* = \frac{d^2}{b^2} \tan \delta = \left(\frac{60}{40} \right)^2 \tan 15 = 0.60289 \quad (\text{Denklem (11)})$$

3) Elastoplastik eğilme

Kesitin 6240×10^3 Nmm değerinde bir moment etkisinde olduğu hale ait çözüm.

Bu durumda öncelikle plastik bölgenin üçgen ya da trapez şekillerden hangisinin meydana geldiği belirlenmelidir.

Üçgen hale ait sınır $\tan \delta = \frac{\rho_x^*}{\rho_y^*}$ ilişkisi kullanılarak

$$0 \leq \tan \delta \leq \frac{b}{d} \text{ için } \rho_y^* = \frac{\rho_x^*}{\tan \delta} = d \left[-\frac{3}{b^2} (\rho_x^*)^2 + \frac{1}{b} \rho_x^* + \frac{1}{3} \right] \quad (\text{Denklem (21)})$$

Denklemden pozitif kök olan $\rho_x^* = 6.7$ mm bulunur.

$$M_{x^*} = (f_u A / 2) \rho_{x^*} = 200 \times 40 \times 60 \times 6.7 / 2 = 1608 \times 10^3 \text{ Nmm}$$

bu bileşenin bileşke değeri

$$M^* = \frac{M_{x^*}}{\sin \delta} = \frac{1608 \times 10^3}{\sin 15} = 6213 \times 10^3 < 6240 \times 10^3 \text{ Nmm plastik bölge trapezdir.}$$

$$M_y = M \sin \delta = 6240 \times 10^3 \sin 15 = 1615 \times 10^3 \text{ Nmm}$$

$$-\frac{d}{b} \leq \tan \alpha \leq \frac{d}{b} \text{ için } M_y = \frac{f_u b^2 (\eta_2 - \eta_1)}{6} \quad (18) \text{ bağıntısından}$$

$$(\eta_2 - \eta_1) = 30.3 \text{ mm}$$

$$\tan \alpha = \frac{\eta_2 - \eta_1}{b} = \frac{30.3}{40} = 0.7575 \quad (\text{Denklem (16)})$$

$$M_x = M \cos \delta = 6240 \times 10^3 \cos 15 = 6027.38 \times 10^3 \text{ Nmm}$$

ve $(\eta_2 + \eta_1)$ değeri

$$M_x = \frac{f_u b [d - (\eta_1 + \eta_2)]^2}{60} + \frac{f_u b (\eta_1 + \eta_2)}{2} \left[d - \frac{3(\eta_1 + \eta_2)^2 + (\eta_2 - \eta_1)^2}{6(\eta_1 + \eta_2)} \right] \quad (\text{Denklem (17)})$$

$$(\eta_1 + \eta_2) = 31 \text{ mm, } \eta_1 = 0.35 \text{ mm, } \eta_2 = 30.65 \text{ mm bulunur.}$$

III. DİĞER KESİT TİPLERİNE UYGULAMA VE SONUÇ

Çalışmada dikdörtgen kesitlerle ilgili detaylı sonuçların verilmesinden sonra mühendislikte sık kullanılan eşit kollu köşebentler için tam plastik, elasto-plastik ve elastik gerilme hallerine ait analitik ve grafik çözümler verilmiştir. Farklı kollu köşebent, I ve U demirleri için de tam plastik hale ait sonuçlar verilmiştir.

Çalışmanın son bölümünde en genel haldeki enkesitler için bir grafik yöntem sunulmaktadır. Bu yöntemin aşamaları şöyledir.

Seçilen kesitte kabul edilen bir tarafsız eksen doğrultusu için kesitin alanı iki eşit parçaya ayrılır. Bunu sağlamak üzere kesit seçilen tarafsız eksene paralel küçük alanlara ayrılır. Bu alanlar kullanılarak toplam alanın ikiye bölünmesini sağlayan bir grafik yöntem verilmektedir. Ancak istenirse küçük alanların sayısal değerlerinden yararlanarak bir sayısal çözüm de yapılabilir.

Tüm alanın ağırlık merkezi ve ikiye ayrılan alanların ağırlık merkezleri olan C , C_1 ve C_2 noktaları sayısal olarak elde edilir.

C , C_1 ve C_2 noktaları bir doğru ile birleştirilir. Bu suretle adımlardan biri tamamlanmış olur.

Seçilen diğer tarafsız eksen konumları için benzer işlemler yapılarak enkesite ait C_1 ve C_2 noktalarının geometrik yeri elde edilir.

Bu aşamadan sonra seçilen kuvvet doğrultusu için eğriden alınacak ρ değerleri kullanılarak $M_u = \frac{f_u A}{2} \rho$

(1) Denklemi kullanılarak tam plastik momentler elde edilir.

Burada grafik çözüme dayalı bir yöntem ile elde edilen sonuçların kesin olmadığı, yaklaşık olduğu sonucuna varılamaz. Zira yakınsaklığın artırıp azaltılması onu uygulayanın seçimine bağlı olduğu hallerde ait yöntemler kesin yöntem olarak kabul edilirler. Buna dair en tipik örnek mühendislerin sıkça kullandıkları sonlu elemanlar yöntemidir. Yaklaşık yöntemlerin özelliği yöntemin yapısı nedeni ile her zaman bir hatayı içermesidir. Bu nedenle genel haldeki kesitlere ait elde edilen sonuçlar yaklaşık değil kesindir. Genel olmayan kesitlere ait sonuçlar ise zaten analitik ifadeler ile de desteklenmektedir.

Profesör Orhan Ünsaç

Orhan Ünsaç 1917 Yılında Üsküdar'da doğdu Babası Hünkar Yaveri Hasan Defterdaroğlu' dur. Kabataş Erkek Lisesini bitirdi. 1933 yılında girdiği Yüksek Mühendis mektebinin Yol Şubesinde 1939 yılında üstün başarılı bir öğrenci olarak mezun oldu. 3 yıl yedek subaylık devresinden sonra 1942 yılında Yüksek Mühendis Mektebine asistan atandı. Mukavemet ve Yapı Statiği dersleri veren Prof. Fikri Santur'un yardımcılığını yapmaya başladı. 1945 yılında doçent oldu. 1947 yılında Amerika Birleşik Devletlerine gönderildi. California' daki Stanford Üniversitesi' nde Prof. Timoshenko ile iki yıl boyunca çalıştı. Daha sonra bir yıl da University of Illinois' da Prof. Langhaar ile çalıştı. Amerika'da stabilite ve enerji yöntemleri üzerinde ağırlaştırdığı çalışmalarının bir verimi Prof. Fikri Santur için çıkarılan anma kitabında eğri eksenli bir çubuğun burkulması konusunda yazdığı makalede kendini gösterir. 1951' de Teknik Mekanik ve Genel Mukavemet Doçentliğine atanan Orhan Ünsaç 1953 de aynı kürsüde Profesör oldu. 1958-59 yıllarında Rhode Island' daki Brown Üniversitesinde Fullbright profesör'ü olarak bulundu. Bu sıralarda plastisite ve viskoelastisite konularında çalışmakta idi. 1967 yılında Prof. Dr. Mustafa İnan'ın vefatından kendi isteği ile emekliye ayrıldığı 1983 yılına kadar Kürsünün ve 1982' de dönüştüğü Mekanik Anabilim Dalı' nın başkanlığını yaptı.

Prof. Dr. Orhan Ünsaç' ın on altı değerli bilimsel yayını vardır. Fakat daha önemli eseri inci gibi bir yazı ve cetvelle çizilmişçesine düzgün şekiller ile doldurduğu kara tahta önünde en güzel bir Türkçe ile tane tane anlattığı Teknik mekanik derslerini dinlemek mutluluğuna erişmiş öğrencileridir. Çok geniş öğrenci kitlesine ders vermiş olan Prof. Ünsaç bugün derslerinde başarılı olmuş olmamış bütün öğrencileri tarafından gerçekten büyük bir hoca olarak anılmaktadır. Prof. Orhan Ünsaç 5 Mart 1995 tarihinde vefat etmiştir.

Not: Bu biyografi Yük. Müh. Berat Karabay'ın internet sitesinden alıntılanmıştır.



Üst sıra: Asis. Turan Arıtan, Prof. Orhan Ünsaç, Prof.Dr. Mustafa İnan. Prof.Dr. Stefan Timoshenko, Prof.Dr. D.Harold Young. Alt Sıra: Adil Cengiz, Mordo Fresko, Sivio Mutal, Muammer Yelten, İlhami Tezulaş, Yılmaz F.Tabanlı ve kayıd olmaya gelen yeni öğrenci Ziya Özkan.

