

DOĞRUSAL PROGRAMLAMA TEKNİĞİ İLE KÖMÜR DAĞITIM OPTİMİZASYONU

Birol ELEVLİ¹, Nevin UZGÖREN², Ayhan SEZGİN³

ÖZET : Bu çalışmada, Yöneylem Araştırması tekniklerinden Doğrusal Programlama tekniği kullanılarak, Garp Linyitleri İşletmesi(GLİ)'nde altı farklı noktada üretilen kömürün dört farklı tüketim merkezine dağıtımının planlanması probleminin optimum çözümünün nasıl elde edileceği ortaya konmuştur. Bu amaca dönük olarak işletmenin 2004 yılı verileri kullanılarak dağıtım sistemi modellenmiş, ve bu modelin çözümü simpleks yöntemi kullanılarak elde edilmiştir. Modelin çözümü irdelenerek işletmenin değişik birimlerinde üretilen değişik özelliklerdeki kömürün maksimum fayda için hangi tüketim noktalarına gönderilmesi gerektiği tespit edilmiştir.

ANAHTAR KELİMELER: Doğrusal Programlama, Dağıtım Sistemi, Madencilik.

COAL DISTRIBUTION OPTIMIZATION BY UTILIZING LINEAR PROGRAMMING

ABSTRACT : In this study, Linear Programming technique of Operation Research Techniques has been used to present the optimum solution of distribution planning problem of coal produced in six different location and sent to the four different consumption centers at GLI. In order to reach at this aim, distribution system of operation was modeled by using data belong to the year of 2004. The solution to the model was obtained by utilizing simplex method. The transportation locations of the produced coal at different production points for maximum benefit were determined by analyzing the solution of model.

KEYWORDS : Linear Programming, Distribution System, Mining.

¹Dumlupınar Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Maden Mühendisliği Bölümü, KÜTAHYA.

²Dumlupınar Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, İşletme Bölümü, KÜTAHYA.

³Garp Linyitleri İşletmesi, Açık Ocaklar Şubesi, Tunçbilek, KÜTAHYA.

I. GİRİŞ

İnsanın yaşamak için ihtiyaç duyduğu doğada mevcuttur, fakat sınırlıdır. Dolayısıyla sistemli bir şekilde yararlanılmalıdır. İnsan doğada kısıtlı olan bu hammaddelerden maksimum faydayı elde edebilmek için kurduğu sistemleri sürekli analiz ederek, sistemin optimum çalışma koşullarını araştırmış, sistemleri analiz edebilmek için de çok değişik yöntemler geliştirmiştir. Geliştirilen bu yöntemlerden birisi de **Doğrusal Programlama Modeli** olup, yaygın olarak kaynakların optimum dağılımı ile ilgili problemlerin analizinde kullanılmaktadır[1,2,3,4,5,6]. Doğrusal programlama hem sistemler kurulmadan önce, hem de kurulduktan sonra analizde kullanılabilir.

Programlama problemleri, ihtiyaçlarımızı karşılamak için kıt olan kaynakların en verimli bir şekilde dağılımı ya da kullanımı ile ilgilidir. Bu yaklaşımlarla sistemler bilimsel yaklaşımlarla modellenir, daha sonrada bu modele yine bilimsel yaklaşımlarla çözüm aranır. Bu çalışmada da enerji hammaddesi üretimi için kurulan bir sistem, doğrusal programlama tekniği ile modellenmiş, sonrada bu modelin çözümü bulunarak sistemin optimum çalışma parametreleri analiz edilmiştir.

II. MODELLEME

II.1. Sistem Tanıtımı

Bu çalışmada GLİ'de altı farklı noktada üretilen farklı özellik ve miktardaki kömürlerin farklı talepleri olan dört farklı tüketim noktasına dağıtım sistemi modellenmiştir. Üretilen kömürler iki adet lavvara ve kriblaj tesisine işlem görmek üzere gönderilirken, termik santrale direk satış amaçlı gönderilmektedir. İki adet lavvar ve kriblaj tesislerinde işlem görerek zenginleşen kömür sanayi tesisleri ve bayilere satılmaktadır. Bu durumda üretim noktalarında üretilen kömür dört ayrı noktaya (*Tüketim Noktası olarak ifade edilmektedir*) taşınmaktadır. Tüketim noktaları farklı mesafelerde olduğu için üretim noktaları ile tüketim noktaları arasındaki nakliye maliyeti de farklı olmaktadır. Nakliye maliyeti üretilen kömürün dağıtımında etkin bir parametre olarak karşımıza

çıkılmaktadır. Üretim noktaları ile tesisler arasındaki mesafeler ise 100 m ile 11 km arasında değişmektedir (Çizelge 1).

Çizelge 1. Üretim noktası-tüketim noktası mesafeleri [7].

Üretim Noktaları	Tüketim Noktaları (metre)			
	Lavvar 1	Lavvar 2	Kriblaj Tesisi	Termik Santral
ÜN1	4200	2200	1900	6900
ÜN2	6300	4300	4000	8000
ÜN3	9400	3200	3500	11100
ÜN4	6300	11500	11200	4600
ÜN5	200	5200	5000	300
ÜN6	100	5200	5000	100
Kömür Nakliye Maliyeti		0.5 YTL/ton_km.		

Üretim noktalarının kapasiteleri ile tüketim noktalarının kapasiteleri de farklıdır. Ancak kapasiteleri kontrol eden en önemli parametre kömüre olan taleptir. Zenginleştirme tesislerine giren kömürün, tesiste hem kalitesi artırılmakta hem de boyutuna göre gruplandırılmaktadır. Tesislerin verimleri, elde edilen farklı boyutlardaki kömür oranları ve her grup kömürün satış fiyatı Çizelge 2’de verilmiştir.

Çizelge 2. Tüketim noktalarına ilişkin genel özellikler [7].

Tesisler	Verim (%)	Ürünler	Ürün Dağılımı (%)	Satış Fiyatı (YTL/ton)
Lavvar 1	58	+50 mm	26	99.3
		18-50 mm	21	81.7
		10-18 mm	2	82.6
		0-18 mm	42	51.5
		Ara Ürün	5	57.7
		0-0,35 mm	4	14.01
Lavvar 2	70	+50 mm	26	99.3
		18-50 mm	21	81.7
		10-18 mm	2	82.6
		0-18 mm	42	51.5
		Ara Ürün	5	57.7
		0-0,35 mm	4	14.01
Kriblaj Tesisi	91	+30 mm	72	84.1
		0-30 mm	28	51.2
Termik Santral				67.2

İşletme üretim noktalarında yapılacak üretim miktarını, kendi üretim ekipmanları ve beklenen talep doğrultusunda planlayarak gerçekleştirmektedir. Çizelge 3 üretim noktalarındaki üretim miktarlarını ve üretilen kömürün özelliklerinin ortalama değerlerini göstermektedir.

Çizelge 3. Üretim noktalarına ilişkin genel özellikler [7].

Üretim Noktası	Üretim Miktarı (ton)	Kömür Özellikleri		
		Kalori(Kcal)	Kükürt(%)	Kül(%)
ÜN1	1800000	3100	1.44	40
ÜN2	1500000	3050	1.48	37
ÜN3	900000	3100	1.65	38
ÜN4	330000	2500	1.59	43
ÜN5	500000	2400	1.65	38
ÜN6	200000	2400	1.45	40

Üretilen kömürün gönderildiği yerlerdeki talep ve kalite ile ilgili kısıtlamalar Çizelge 4' de verilmiştir.

Çizelge 4. Tüketim noktalarına ilişkin kalite kısıtlamaları [7].

Tüketim noktaları	Talep (ton/yıl)	Kalori (Kcal)	Kükürt (%)
Lavvar 1	2200000	(Min) 2300	Kısıt yok
Lavvar 2	1800000	(Min) 2500	Maks 1.50
Kriblaj Tesisi	130000	Kısıt yok	Kısıt yok
Termik Santral	1100000	(Min) 2350	Kısıt yok

Bu sistemde göz önüne alınan problem, üretim noktaları ile tüketim noktaları arasındaki farklı mesafelerden dolayı farklı nakliye maliyeti oluşmasıdır. Bu maliyet satış gelirinin düşmesine sebep olmaktadır. Bu durumda üretim noktalarında üretilen kömürü, satış gelirini maksimize edebilmek için tüketim noktaları arasında nasıl dağıtmak gerekmektedir?

II.2. Sistemin Modellemesi

Söz konusu problemi doğrusal programlama modeli halinde modelleyebilmek için, problem değişkenlerini, kısıtlarını ve amaç fonksiyonunu oluşturmamız

gerekmektedir. Bunu yapabilmek için bazı bilgilere sahip olunmalı ve bu bilgiler birbirleri ile ilişkilendirilerek fonksiyonel bağıntılar oluşturulmalıdır.

a. Sistemin değişkenleri

Bu problemde amaç, üretim noktalarından tüketim noktalarına gidecek optimum kömür miktarlarını bulmaktır. Buradaki kömür miktarları kontrol edilebilen değişkenler olarak tanımlanmaktadır. Bunların sayısı üretim noktası ve tüketim noktası sayılarına bağlıdır. Söz konusu sistemde dört(4) tüketim yeri ve altı(6) üretim yeri olduğuna göre toplam değişken sayısı aşağıdaki gibi tespit edilir;

$$\text{Değişken sayısı} = \text{üretim noktası sayısı} \times \text{tüketim noktası sayısı}$$

ve X_{ij} sembolü ile gösterilir. Bir başka ifade ile;

X_{ij} = i. üretim noktasından j. tüketim noktasına gönderilecek kömür miktarı olarak tanımlanır.

b. Sistemin kısıtları

Bunlar sonucu etkileyen ya da sorun yaratan unsurlardır. Sistemdeki kısıtlar ayrı bir eşitlik ya da eşitsizlikler olarak tanımlanırlar. Buradaki sistemin genel yapısına bakıldığında, dört genel kısıttan bahsetmek mümkündür. Bu kısıtlar;

- i. Üretim noktalarına ilişkin üretim miktarı kısıtı
- ii. Tüketim noktalarına ilişkin tüketim miktarı kısıtı
- iii. Tüketim noktalarındaki kalorifik değer kısıtı
- iv. Tüketim noktalarındaki kükürt kısıtı

Söz konusu kısıtlamalara ait eşitsizlikler aşağıdaki gibi yazılırlar.

a) Üretim noktalarına ilişkin üretim miktarı kısıtları

$$\begin{array}{ll} X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} \leq 1800000 & \text{ÜN1 üretim miktarı kısıtı} \\ X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} \leq 1500000 & \text{ÜN2 üretim miktarı kısıtı} \\ X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} \leq 900000 & \text{ÜN3 üretim miktarı kısıtı} \\ X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} \leq 330000 & \text{ÜN4 üretim miktarı kısıtı} \\ X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} \leq 500000 & \text{ÜN5 üretim miktarı kısıtı} \\ X_{61} + X_{62} + X_{63} + X_{64} \leq 200000 & \text{ÜN6 üretim miktarı kısıtı} \end{array}$$

b) Tüketim noktalarına ilişkin tüketim miktarı kısıtları

$$\begin{aligned} X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51} + X_{61} &= 2200000 && \text{Lavvar1 tüketim miktarı} \\ X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52} + X_{62} &= 1800000 && \text{Lavvar2 tüketim miktarı} \\ X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} + X_{53} + X_{63} &= 130000 && \text{Kriblaj tüketim miktarı} \\ X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} + X_{54} + X_{64} &= 1100000 && \text{Termik tüketim miktarı} \end{aligned}$$

c) Kalorifik değerlerin sınırlandırılması,

Lavvar 1 için kalorifik değer kısıtı aşağıdaki gibi yazılır.

$$3100X_{11} + 3050X_{21} + 3100X_{31} + 2500X_{41} + 2400X_{51} + 2400X_{61} \geq 2300(X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51} + X_{61}) \quad \text{Lavvar1 kalorifik değer sınırlaması}$$

bağıntı sadeleştirildiği zaman aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$800X_{11} + 750X_{21} + 800X_{31} + 200X_{41} + 100X_{51} + 100X_{61} \geq 0 \quad \text{Lavvar1 için sınırlama}$$

Benzer şekilde Lavvar 2 ve Termik santral içinde kalorifik değer kısıtı aşağıdaki bağıntılarla ifade edilir.

$$\begin{aligned} 600X_{12} + 550X_{22} + 600X_{32} + 0X_{42} - 100X_{52} - 100X_{62} &\geq 0 && \text{Lavvar2 için sınırlama} \\ 750X_{14} + 700X_{24} + 750X_{34} + 150X_{44} + 50X_{54} + 50X_{64} &\geq 0 && \text{Termik santral sınırlaması} \end{aligned}$$

d) Kükürt kısıtı

Kükürt kısıtı sadece Lavvar 2 için söz konusudur. Bununla ilgili kısıt aşağıdaki gibi gösterilir:

$$1.44X_{12} + 1.48X_{22} + 1.65X_{32} + 1.59X_{42} + 1.65X_{52} + 1.45X_{62} \leq 1.5 (X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52} + X_{62})$$

bağıntı sadeleştirildiği zaman aşağıdaki eşitsizlik elde edilir.

$$-0.06X_{12} - 0.028X_{22} + 0.15X_{32} + 0.09X_{42} + 0.15X_{52} - 0.05X_{62} \leq 0$$

C. Problemin amaç fonksiyonu

Doğrusal programlamalarda amaç fonksiyonu fayda maksimizasyonu veya gider minimizasyonu şeklinde olur. Burada tanımlanan sistemde ise, hem üretim noktasından tüketim noktasına nakliye maliyetini hem de satış fiyatını göz önüne alarak, ancak diğer maliyetleri göz ardı ederek, toplam geliri(faydayı) maksimum

yapacak bir dağıtım planı oluşturmaktır. Bunun için de her değişkenin amaç fonksiyonundaki birim katkısını hesaplamak gerekir.

Elde edilecek birim fayda için genel bağıntı aşağıda verildiği gibidir;

$$Fayda = Birim Miktar \times satış fiyatı - Birim Nakliye Maliyeti$$

Buna göre üretim noktası 1'den tüketim noktası 1'e gidecek kömürden elde edilecek gelir aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$Fayda = verim \times (\sum_i (\bar{u}_{go_i} \times \bar{u}_{gf_i})) - mesafe \times nakliye maliyeti$$

Burada,

Verim: Tüketim noktası 1'in verimi

Ügo_i: ürün grubu oranı (bakınız Çizelge 2)

Ügf_i: elde edilen ürün grubunun satış fiyatı

Buna göre 1. üretim noktasından 1. tüketim noktasına giden kömürden elde edilecek birim fayda aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$Fayda_{11} = 0.58 \times (0.26 \times 99.3 + 0.21 \times 81.7 + 0.02 \times 82.6 + 0.42 \times 51.5 + 0.05 \times 57.7 + 0.04 \times 14.01) - (4.2 \times 0.5)$$

$$Fayda_{11} = 38.33 \text{ YTL/ton}$$

Bulunan bu değer X_{11} değişkeninin katsayısıdır. Diğer değişkenlere ilişkin katsayılar da benzer şekilde hesaplanarak Çizelge 5' de özetlenmiştir.

Çizelge 5. Amaç fonksiyonu katsayıları (C_{ij}).

Üretim noktaları	Birim Fayda (YTL/ton)			
	Lavvar 1	Lavvar 2	Kriblaj Tesisi	Termik Santral
ÜN1	38.33	47.69	67.20	63.75
ÜN2	37.28	46.64	66.15	63.20
ÜN3	35.75	47.19	66.4	61.65
ÜN4	37.28	43.04	62.55	64.90
ÜN5	40.33	46.19	65.65	67.05
ÜN6	40.38	46.19	65.65	67.15

Tüm bunlardan sonra sistemin Doğrusal programlama modeli olarak ifadesi aşağıdaki gibidir:

Amaç Fonksiyonu

$$\begin{aligned} \text{Maks } Z = & 38.33 X_{11} + 47.69 X_{12} + 67.20 X_{13} + 63.75 X_{14} + 37.28 X_{21} + 46.64 \\ & X_{22} + 66.15 X_{23} + 63.20 X_{24} + 35.75 X_{31} + 47.19 X_{32} + 66.4 X_{33} + 61.65 X_{34} + \\ & 37.28 X_{41} + 43.04 X_{42} + 62.55 X_{43} + 64.90 X_{44} + 40.33 X_{51} + 46.19 X_{52} + \\ & 65.65 X_{53} + 67.05 X_{54} + 40.38 X_{61} + 46.19 X_{62} + 65.65 X_{63} + 67.15 X_{64} \end{aligned}$$

Fonksiyonel Kısıtlar

$$\begin{aligned} X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} &\leq 1800000 && \text{ÜN1 üretim miktarı kısıtı} \\ X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} &\leq 1500000 && \text{ÜN2 üretim miktarı kısıtı} \\ X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} &\leq 900000 && \text{ÜN3 üretim miktarı kısıtı} \\ X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} &\leq 330000 && \text{ÜN4 üretim miktarı kısıtı} \\ X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} &\leq 500000 && \text{ÜN5 üretim miktarı kısıtı} \\ X_{61} + X_{62} + X_{63} + X_{64} &\leq 200000 && \text{ÜN6 üretim miktarı kısıtı} \\ X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51} + X_{61} &\leq 2200000 && \text{Lavarv1 tüketim miktarı} \\ X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52} + X_{62} &\leq 1800000 && \text{Lavarv2 tüketim miktarı} \\ X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} + X_{53} + X_{63} &\leq 130000 && \text{Kriblaj tüketim miktarı} \\ X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} + X_{54} + X_{64} &\leq 1100000 && \text{Termik tüketim miktarı} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 800X_{11} + 750X_{21} + 800X_{31} + 200X_{41} + 100X_{51} + 100X_{61} &\geq 0 && \text{Lavarv1 kalori kısıtı} \\ 600X_{12} + 550X_{22} + 600X_{32} + 0X_{42} - 100X_{52} - 100X_{62} &\geq 0 && \text{Lavarv2 kalori kısıtı} \\ 750X_{14} + 700X_{24} + 750X_{34} + 150X_{44} + 50X_{54} + 50X_{64} &\geq 0 && \text{Termik kalori kısıtı} \\ -0.06X_{12} - 0.028X_{22} + 0.15X_{32} + 0.09X_{42} + 0.15X_{52} - 0.05X_{62} &\leq 0 && \text{Kükürt Kısıtı} \end{aligned}$$

$$X_{ij} \geq 0 \quad \text{pozitiflik kısıtı} \quad (i=1,2,\dots,6; j=1,2,3,4)$$

III. MODELİN ÇÖZÜMÜ

TORA [3] paket program kullanılarak yukarıda verilen doğrusal programlama modelinin çözümü elde edilmiş ve programın optimum tablosunun sağ tarafı Çizelge 7'de verilmiştir.

Çizelge 6. Optimum Çözüm Tablosu (Kısmen).

Üretim Noktasından Tüketim Noktalarına Kömür Dağıtım Sorunu - Veriler Tablosu, Sayı 13000
 Çözümleme için ÜN1-ÜN6 Tüketim N. Tablosu, 6'nci Program Adımlarında,
 ÜN1-ÜN6 Tablosu ile Çözümleme Sorunu

Çizelge 6'dan da görüleceği üzere, model yapay değişkenler yöntemi olan İki Aşamalı yöntem ile 27 aşamada çözülmüştür. Asıl değişkenlerden 10 tanesine değer atanırken diğer değişkenlerin değeri sıfır (0) olarak kalmıştır. Çizelge 6 kullanılarak elde edilen çözüm özet halinde Çizelge 7'de verilmiştir.

Çizelge 7. Üretim Noktasından Tüketim Noktalarına Kömür Dağıtımı.

	Optimum Dağılım (ton)			
	Lavvar 1	Lavvar 2	Kriblaj Tesisi	Termik Sant.
ÜN1	421428	1378572		
ÜN2	1430000			70000
ÜN3	348572	421428	130000	
ÜN4				330000
ÜN5				500000
ÜN6				200000
Toplam	2200000	1800000	130000	1100000

Sonuçlar incelendiğinde, verilen koşullar altında ÜN4, ÜN5 ve ÜN6'da üretilen kömürlerin tamamının termik santrale yollanması gerekmektedir. Kriblaj tesisine ise sadece ÜN3'den kömür gelmektedir. Ancak ileri dönemlerde kısıtların değişmesi ya da başka kısıtların modele ilave edilmesi ile dağıtım programının ve amaç fonksiyonunun optimum değerinin değişebileceği dikkate alınmalıdır.

IV. SONUÇLAR ve TARTIŞMA

Ele alınan çalışmada amaç, altı üretim noktası ve dört tüketim noktası bulunan bir işletmenin eldeki veriler doğrultusunda toplam geliri maksimum kılacak optimum dağıtım planını belirlemektir. Bu doğrultuda ilk olarak problem doğrusal programlama modeli halinde ifade edilmiş ve daha sonra *ele alınan yıla ilişkin* optimum çözüm değerleri belirlenmiştir. Yani bir anlamda oluşturulan bu model ile gelecek yıllara ilişkin daha etkin kararlar alınmasına olanak sağlanmıştır. Çünkü her ne kadar çalışma sadece ele alınan yıla ilişkin çözüm değerlerini vermiş olsa da, oluşturulan doğrusal programlama modelini kullanmak ya da gelecek yıllardaki yeni kısıtları modele ilave etmek suretiyle daha kısa sürede etkin kararların alınması bu çalışma ile mümkün olabilecektir. Modelin duyarlılık analizleri sonucunda, işletme ile ilgili ilave kısıtlamalar göz önüne alınarak üretim noktalarındaki optimum üretim miktarlarının tespiti de yine bu model aracılığı ile yapılabilecektir.

V. KAYNAKLAR

- [1] Bazaraa, M.S. , Jarvis, J.J, ve Sherali, H.D., Linear Programming and Network Flows, John Wiley & Sons., New York, 1990.
- [2] Hillier, F.S, ve Lieberman, G.J. , Intoduction to Operations Research, McGrawHill Publishing, 1990.
- [3] Öztürk, A. , Yöneylem Araştırması, Ekin Kitapevi, Bursa, 1998.
- [4] Taha, H.A. , Yöneylem Araştırması, (Çeviri:Ş.A. Baray ve Ş.Esnaf), Literatur Yayıncılık, İstanbul, 2000.
- [5] Winston, W.L. , Operations Research:Applications and Algorithms, Duxbuy Pres, Belmont, 1994 .
- [6] Yalgın, A.O, 1984, “Doğrusal Programlama ve Madencilik İlişkin İki Basit Örnek”, Madencilik Dergisi, Cilt XXIII, Sayı 3,pp.25-40, Eylül, 1984.
- [7] Sezgin, A.,(GLİ Açık İşletme Mühendisi) Kişisel Görüşmeler ve Yayınlanmamış Kurum İçi Raporlar, 2005.