

Joint Inversion of Natural Potential Field

Türker YAS¹ ve Metin AŞÇI^{2*}

ÖZET

Bu çalışmada iki boyutlu yapıların neden olduğu potansiyel alan verilerinin yorumunda birleşik ters çözüm algoritması kullanılmıştır. Çalışmanın amacı farklı tipte birbiriyle tutarlı jeofiziksel verilerden sığ yüzeyin görüntüsünü elde etmektir. Farklı tipteki verilerin kombinasyonunu kullanması, birleşik ters çözüm (joint inversion) olarak adlandırılan bu tekniğin avantajıdır. Çözüm için gravite ve manyetik anomaliler göz önünde bulundurulmuştur. Gelişigüzel yapıları sağlamak için çok sayılı prizmalardan oluşan modeller tanımlanmıştır. Gravite ve manyetik verilerin eş zamanlı uyumunu sağlamak için doğrusal olmayan ters çözüm tekniği kullanılmıştır. Tekil değer sorunundan kurtulmak için sönümlü tekil değer ayrışımı yöntemi uygulanmıştır. Ayrıca çözümlerin duyarlılığı istatistik testlerle analiz edilmiştir.

Birleşik ters çözüm yöntemi, dört farklı kuramsal model üzerinde test edildikten sonra, Aydın-Çavdar sahasına uygulanmıştır. Arazi çalışmalarından elde edilen sonuçlar önceden yapılmış sondajlar, jeofizik ve jeolojik çalışmalarla desteklenmiştir.

Saha ve teorik model çalışmaları, birleşik ters çözüm tekniğinin, verilerin tek çözümlerine üstünlük sağladığını göstermiştir.

ABSTRACT

In this study, the interpretation of potential field data from two dimensional sutructures was solved by joint inversion algorithm. The aim of this study is obtain an image of the subsurface consistent with inputs from different types of geophysical data. There is an advantage of joint inversion, used ones to combine data from different surveys. Gravity and magnetic data were being considered for solution. To accommodate structures of arbitrary geometry, it were defined that models which occurs large number of prism. A non-linear inversion procedure was used to obtain a model fits the gravity and magnetic data simultaneously. To overcome singularities, demped singular value decomposition technique was applied. The sensitivity of solutions is also analyzed by some statistical tests.

After tested on four different synthetic models, joint inversion technique was applied to gravity and magnetic anaomaly maps of Aydın-Çavdar field. Field studies have been supported by previous sondages, geophysical and geological studies.

GİRİŞ

Jeofizik problemlerin çözümünde genel amaç, jeofizik anomaliye neden olan yer altı yapısının belirlenmesidir. Bu nedenle yeraltındaki jeolojik yapının bulunması için çeşitli yöntemler geliştirilmiştir.

¹ Maden Tetkik ve Arama Genel Müdürlüğü, Ankara

² Kocaeli Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Jeofizik Mühendisliği Bölümü, 41380 Umuttepe-İzmit, masci@kocaeli.edu.tr

*İlgili yazar / Corresponding author: Metin AŞÇI, masci@kocaeli.edu.tr

Modelleme işlemi bir anlamda jeolojik yapıyı temsil eden fiziksel ya da geometrik parametrelerin saptanması işlemidir. Jeofizik veriler, matematiksel bağıntılarla tanımlanabilen modellerin neden olduğu kuramsal değerlerle karşılaştırılarak, deneme-yanılma yoluyla jeofizik verileri en iyi temsil eden model yapılar bulunmaya çalışılmıştır.

Ele alınan jeolojik bir modelin, uygulanan jeofizik yöntemle vereceği tepkinin hesaplanmasına “Düz çözüm” denir. Bu çözümü yapabilmek için jeolojik modeli tanımlayacak matematiksel bir model seçilir. Matematiksel modeli tanımlayan parametrelerle modele ait jeofizik anomali sayısal olarak hesaplanabilir.

Ölçülen bir jeofizik anomaliye uygun olan yer altı yapısına ait parametrelerin saptanması işlemine ise “Ters çözüm” ya da “Ters Modelleme” denir. Ters çözüm işleminde yapıya ait parametreler doğrudan saptanırsa bu işleme doğrusal ters çözüm denir. Bir başlangıç modelinden hareket ederek, modelin oluşturacağı kuramsal anomaliyle, gözlemsel anomalilerin arasındaki uyumun optimum düzeye ulaşınca kadar parametrelerin değiştirilerek olası yer altı yapısının belirlenmesi işlemine ise doğrusal olmayan ters çözüm işlemi denir.

Ters çözümlemede model fonksiyonunun ve başlangıç modelinin belirlenmesi oldukça önemlidir. Yanlış model seçimi ya da modelin başlangıç değerlerinin uygunsuz seçimi, model parametrelerinin anlamsız değerler almasına veya gerçekten çok uzak bulunmasına neden olabilir. Jeofizik modellemede ters çözüm yönteminin temelini oluşturacak kuramlar Backus ve Gilbert (1967-1968), Jackson (1972) ve Wiggins (1972) tarafından ayrıntılı olarak verilmiştir.

Potansiyel alan verilerinin ters çözümü, ölçülen potansiyel alandan, bu alanı meydana getiren kaynağın çeşitli model parametrelerinin (derinlik, yoğunluk, süseptibilite,...) saptanması işlemidir. Potansiyel alan verilerinin doğası nedeniyle çözüm sonuçları tekil değildir. Bu nedenle potansiyel alan verilerinde ters çözüm işlemi, çok çözümlülükten dolayı zor hatta çoğu zaman olanaksızdır. Bu durumda ters çözümle elde edilmiş olan sonuçlar, kuramsal ve gözlemsel verilerin uyumunu sağlayabilen sonsuz tane çözümden biridir.

Potansiyel alan verilerinin ters çözüm tekniğiyle modellenmesinde, matematiksel model oluşturabilmek için yer altı modeli genelde basit geometrik şekillerle (küre, silindir, ince dayk, prizma) tanımlanmaya çalışılmıştır. Rao ve diğ. (1985) basit şekilli yapıların gravite ve manyetik verilerine ters çözüm tekniğini uygulamışlardır. Murthy ve Rao (1994) gravite verilerini yatay ve düşey silindirler biçiminde modellemiştir. Murthy ve Krishnamacharyulu (1990) ve Raju (2003) damar şekilli yapılar için gravite ve manyetik verilerin ters çözümünü yapan bilgisayar programları geliştirmişlerdir.

Yer altı modelinin belirlenmesinde daha gerçekçi yaklaşımlar elde edebilmek için anomaliye neden olan kütle, prizmatik yapılara bölünerek modelleme işlemi yapılmıştır. Pedersen (1977) gravite ve manyetik verilerle taban yapısını belirlemek için yer altını, alt ucu sonsuza giden prizmalar şeklinde düşünmüştür. Aydoğan (1992) ve Albora (1998) prizmatik kütleler kullanarak gravite verilerinden sığ derinliklerin yoğunluk dağılımını saptamışlardır. Aşçı (1998) manyetik anomalileri 3 boyutlu prizmalarla modelleyerek Curie derinliğini saptamıştır. Murthy ve diğ. (2001) prizmatik kütleler yardımıyla manyetik anomalilerden taban yapısını belirlemiştir.

Bu çalışmada model elemanı olarak sığ yapıların modellenmesinde alt ve üst ucu bilinen dikdörtgen prizmalar, derin yapıların belirlenmesinde ise alt ucu sonsuza giden dikdörtgen prizmalar topluluğu kullanılmıştır. İki boyutlu yapılara ait gravite ve manyetik anomalilerinin modellenmesinde, birçok araştırmacı tarafından model elemanı olarak dikdörtgen prizma kullanılmıştır (Talwani ve diğ. 1959, Bhattacharyya 1964, Cordell ve Handerson 1968, Dyrelus ve Vogel 1972, Bhattacharyya ve Kuang Leu 1977, Bott ve Tantrigoda 1987).

Çoğu zaman yalnızca bir yöntemle ait veri grubunu kullanarak ters çözümleme yapmak, problemin doğrusal olmamasından dolayı oldukça güçtür. Bu nedenle farklı yöntemlere ait veri gruplarının kombinasyonu aynı problemin çözümüne yönelik olarak kullanılabilir. Böyle bir yaklaşım ile, farklı yöntemlerin ortak kullandıkları yer altı modeline ait parametrelerin daha iyi çözülmesi sağlanabilir. Bu işlem “Birleşik ters çözüm (Joint inversion)” tekniği olarak adlandırılır ve jeofizikte çok geniş kullanım alanına sahiptir. Dobroka ve diğ. (1991) sismik ve elektrik öz direnç verilerinin birleşik ters çözümü ile tabakaların fiziksel ve geometrik özelliklerini belirlemişlerdir. Afnimar ve diğ. (2002) sismik kırılma ve gravite verilerini birleştirerek anakaya-sediman ara yüzünün topografyasını ortaya çıkarmışlardır. Bu örnekler genişletilebilir.

Gravite ve manyetik yöntemlerden elde edilen potansiyel alan verilerinin birleşik ters çözüm tekniğiyle modellenmesi ile ilgili literatürde oldukça fazla çalışma bulmak mümkündür. Zheng ve Arkani Hamd (1998), Bosch ve McDoughey (2001) gravite ve manyetik verileri birleşik ters çözüm tekniğiyle modelleyerek taban topografyasını ortaya çıkarmışlardır, Gallarda-Delgado ve diğ. (2003) gravite ve manyetik verilerin ters çözümü için 3 boyutlu prizmalar kullanarak çok yönlü bir algoritma geliştirmişlerdir.

Bu çalışmada gravite ve manyetik verilerinin prizmatik kütleler kullanılarak birleşik ters çözümü yapılmıştır. Tekil değer sorunundan kurtulmak ve çözümün istatistiksel analizini yapabilmek için sönümlü tekil değer ayrışımı (SVD) yöntemi uygulanmıştır. Problemin durumuna göre sığ derinlikli yapıların modellenmesi için alt ve üst ucu bilinen prizmalar kullanılmıştır.

Arazi çalışmalarında, Aydın-Germencik sahasındaki demir cevheri üzerinde yapılmış olan, gravite ve manyetik anomali haritalarından alınan kesitlere uygulanmış ve cevherin yeraltındaki konumu belirlenmiştir.

Kullanılan Model

Maden cevheri gibi sığ derinlikli yapıların neden olduğu gravite manyetik anomalilerinin modellenmesi için alt ve üst derinlikleri bilinen dikdörtgen prizmalar kullanılmıştır.

Şekil 1’de gösterilen, X eksenini doğrultusunda 0’den b’ ye, z eksenini doğrultusunda d’ den D’ ye ve y doğrultusunda $-\infty$ dan ∞ a uzanan böyle bir dikdörtgen prizmanın gravite bağıntısı

$$g = 2G\Delta\rho \left[x \log_e \left(\frac{r_1 r_4}{r_2 r_3} \right) + \frac{b}{2} \log_e \left(\frac{r_1 r_4}{r_2 r_3} \right) + D(\phi_2 - \phi_4) - d(\phi_1 - \phi_3) \right] \quad (1)$$

ifadesi ile verilir (Telford ve diğ., 1976).

Burada,

$$\phi_1 = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{x}{d}\right), \phi_2 = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{x}{D}\right), \phi_3 = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{x-b}{d}\right), \phi_4 = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{x-b}{D}\right) \quad (2)$$

ve

$$r_1 = [x^2 + d^2]^{1/2}, r_2 = [x^2 + D^2]^{1/2}, r_3 = [(x-b)^2 + d^2]^{1/2}, r_4 = [(x-b)^2 + D^2]^{1/2} \quad (3)$$

olduklarından, bunlar (Denklem 1)'de yerlerine konulursa,

$$g(x) = 2K_0 \Delta \rho \left[\frac{x}{2} \log_e \left(\frac{D^2 + x^2}{d^2 + x^2} \cdot \frac{d^2 + (x-b)^2}{D^2 + (x-b)^2} \right) + \frac{b}{2} \log_e \left(\frac{D^2 + (x-b)^2}{d^2 + (x-b)^2} \right) \right] + A_g x + B_g - D \left(\left(\operatorname{tg}^{-1} \frac{x-b}{D} \right) - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{x}{D} \right) \right) + d \left(\operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{x-b}{d} \right) - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{x}{d} \right) \right) \quad (4)$$

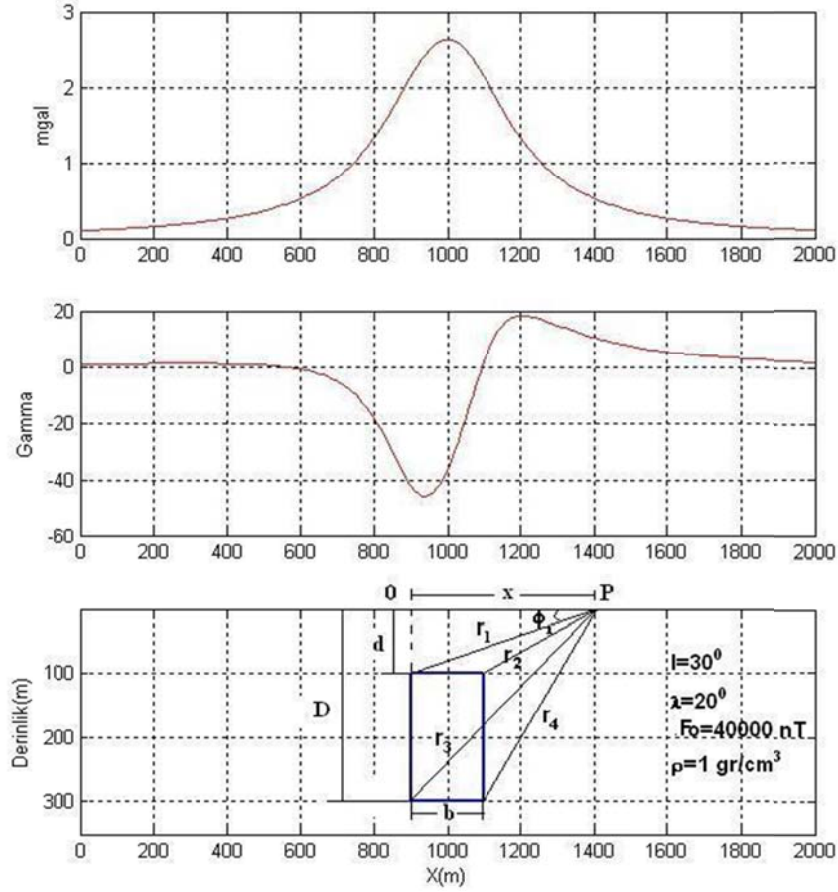
ifadesi elde edilir. Burada K_0 ; gravitasyon sabiti, $\Delta \rho$; yoğunluk kontrastı, b ; prizma kalınlığı, d prizmanın üst derinliği ve D ise prizmanın alt derinliğidir. A_g ve B_g ise sırasıyla gravite anomali eğimi ve gravite anomali baz seviyesidir.

Şekil 1'de gösterilen dikdörtgen prizmanın toplam manyetik alan bileşen anomalisi ise

$$T(x) = 2\Delta\gamma F_0 \left[H_0 \log \left(\frac{r_2 r_3}{r_1 r_4} \right) - Z_0 \log(\phi_1 - \phi_2 - \phi_3 + \phi_4) \right] + A_m x + B_m \quad (5)$$

bağıntısıyla verilir (Telford ve diğ., 1976).

Burada $\Delta\gamma$ manyetik süseptibilite, F_0 etkin manyetizasyon şiddeti H_0 manyetik alanın yatay bileşeni, Z_0 manyetik alanın düşey bileşeni, b ; prizma kalınlığı, d prizmanın üst derinliği ve D ise prizmanın alt derinliğidir. A_m ve B_m , manyetik anomali eğimi ve manyetik anomali baz seviyesidir. Bu bağıntıdaki ϕ_i ve r_i ifadeleri sırasıyla (2) ve (3)'te verilmiştir.



Şekil 1. İki boyutlu bir dikdörtgen prizmanın şematik gösterimi

Ters Çözüm

Jeofizikte, genellikle gözlemsel verilerden yararlanılarak yeraltı yapısı modellenmeye çalışılır. Jeofizik veriler, matematiksel bağıntılarla tanımlanabilen modellerin neden olduğu kuramsal değerlerle karşılaştırılır. Jeofizik problemlerin bir kısmında, ters çözüm için tasarlanan model fonksiyonu parametreleri ile modelin tepkisi arasında doğrusal bir ilişki vardır. Modelin tepkisi tasarlanan model parametrelerinin, model fonksiyonunda yerine konulmasıyla elde edilir. Bu tür problemlerde modele ilişkin parametreler model fonksiyonunun bilinmeyenlerini oluştururlar. Model parametrelerinin, model fonksiyonunda yerine konulmasıyla elde edilen çözüme “düz çözüm” denir.

Düz problem çözümleri jeofizik yöntemlerde sıkça kullanılmaktadır. Bu tür çözümlerde parametre sayısı arttıkça çözüm duyarlılığı azalır. Gözlemsel değerlerde gürültü olması halinde, ters çözüm işlemlerinden hatalı sonuçlar elde edilebilir. Ters çözüm işlemlerine başlamadan önce, gözlemsel verilerin veri işlem yöntemleri ile niteliğinin artırılması, kuşkusuz daha güvenilir sonuçların elde edilmesine yardımcı olacaktır.

Gözlemsel verilerin m adet değerini,

$$G_i = [(g_1, g_2, \dots, g_m)]^T \quad (6)$$

ve, varsayılan olası model parametrelerinin n adet değerini,

$$P_i = [(p_1, p_2, \dots, p_n)]^T \quad (7)$$

biçiminde yazarsak, model parametreleri ile gözlemsel değerler arasında

$$G_i = A_i(p_j) \quad (8)$$

veya

$$\begin{aligned} G_1 &= A_1(p_1, p_2, \dots, p_n) \\ G_2 &= A_2(p_1, p_2, \dots, p_n) \\ &\dots \\ &\dots \\ &\dots \\ G_m &= A_m(p_1, p_2, \dots, p_n) \end{aligned} \quad (9)$$

şeklinde fonksiyonel bir ilişki olur (Pedersen, 1977). Buradaki $A_m(p_n)$ modelin tepkisidir.

Gözlem değerleri ile model parametreleri arasındaki ilişki doğrusal (lineer) ise, yukarıdaki denklem sistemi

$$G_i = A_{ij} p_j \quad (10)$$

olarak yazılabilir. Bu bağıntının matris düzeninde kapalı yazılımı ise,

$$G = Ap \quad (11)$$

şeklindedir. Bu durumda, model parametrelerinin hesaplanmasında kullanılan denklem doğrusal bir sistemdir. Bu denklem sistemi,

$$Ap = G \quad (12)$$

olarak yazılabilir. Bu denklemden model parametreleri,

$$p = A^{-1}G \quad (13)$$

şeklinde hesaplanabilir.

Eğer, denklem (4) sistemindeki ilişki doğrusal değilse (nonlinear), bu durumda, C model fonksiyonu p^0 başlangıç parametreleri civarında Taylor serisine açılarak,

$$G_i = C_i(p_j^0) + \sum_{j=1}^n \frac{\partial C_i}{\partial p_j} I p_j^0 \Delta p_j + \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 C_i}{\partial p_j^2} I p_j^0 \Delta p_j^2 + \dots \quad (14)$$

biçiminde doğrusallık sağlanır. Bu ifade de, ikinci ve daha yüksek mertebeden türevli terimler ihmal edilirse,

$$G_i = C_i(p_j^0) + \sum_{j=1}^n \frac{\partial C_i}{\partial p_j} I p_j^0 \Delta p_j \quad (15)$$

biçiminde yazılır. Burada, $C_i(p_j^0)$ ye C_i^0 ve $\frac{\partial C_i}{\partial p_j} I p_j^0$ ye de A_{ij} denilirse, bu durumda (15)

bağıntısı,

$$G_i = C_i^0 + A_{ij} \Delta p_j \quad (16)$$

olur. Gözlemsel değerler ile kuramsal değerler arasındaki fark, $G_i - C_i = \Delta G_i$ olarak yazılırsa, (16) denklemi,

$$\Delta G_i = A_{ij} \Delta p_j \quad (17)$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklemin açık olarak gösterimi ise,

$$\begin{pmatrix} G_1 - C_1^0 \\ G_2 - C_2^0 \\ \dots \\ G_m - C_m^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial C_1}{\partial p_1} & \frac{\partial C_1}{\partial p_2} & \dots & \frac{\partial C_1}{\partial p_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial C_m}{\partial p_1} & \frac{\partial C_m}{\partial p_2} & \dots & \frac{\partial C_m}{\partial p_n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta p_1 \\ \Delta p_2 \\ \dots \\ \Delta p_n \end{pmatrix} \quad (18)$$

biçiminde veya kapalı olarak,

$$\Delta G = A \Delta p \quad (19)$$

şeklinde yazılabilir. Burada A matrisinin satırları, herhangi bir veri noktasının model parametrelerine göre kısmi türevlerini gösterir. Ters çözüm yönteminde A Jacobian veya duyarlılık matrisi olarak bilinir. Ters çözüm işlemi sırasında, model parametrelerine eklenecek parametre düzeltme (Δp) değerleri, başlangıç parametrelerine göre hesaplanan kuramsal C_i^0 değerleri ve kısmi türevlerden oluşan duyarlılık matrisi her yineleme aşamasında hesaplanarak elde edilir.

Birleşik Ters Çözüm Tekniği

Birleşik ters çözüm tekniğinde, birbiriyle tutarlı farklı tipteki jeofizik çalışmalardan elde edilen verilerin kombinasyonu ile jeolojik yapının bilinmeyen parametreleri çözümlenmektedir. Burada gravite ve manyetik yöntemleri için birleşik ters çözüm sisteminin kurulması anlatılmıştır. Birleşik ters çözüm tekniğinin yapısal yaklaşımıyla ilgili daha kapsamlı bilgiler Haber ve Oldenburg (1997)'den elde edilebilir.

(17) denklemi gravite için düzenlenirse,

$$\left[g_i^{göz} - g_i^{hes} \right] = \left[\frac{\partial g_i}{\partial p_j} \right] \left[p_j^k - p_j^{k-1} \right] \quad (20)$$

veya açık bir şekilde,

$$\begin{bmatrix} g_1^{göz} - g_1^{hes} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ g_N^{göz} - g_N^{hes} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial A_g} & \frac{\partial g_1}{\partial B_g} & \frac{\partial g_1}{\partial d_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial g_1}{\partial d_M} & \frac{\partial g_1}{\partial D_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial g_1}{\partial D_M} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial g_N}{\partial A_g} & \frac{\partial g_N}{\partial B_g} & \frac{\partial g_N}{\partial d_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial g_N}{\partial d_M} & \frac{\partial g_N}{\partial D_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial g_N}{\partial D_M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_g^k - A_g^{k-1} \\ B_g^k - B_g^{k-1} \\ d_1^k - d_1^{k-1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ d_M^k - d_M^{k-1} \\ D_1^k - D_1^{k-1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ D_M^k - D_M^{k-1} \end{bmatrix} \quad (21)$$

şeklinde yazılabilir. Burada N gözlem sayısı, M prizma sayısı, k yineleme sayısı, 'göz' ve 'kur' üst indisleri sırasıyla gözlemsel ve kuramsal verileri göstermektedir.

(17) denklemi manyetik durumu için düzenlenirse,

$$\left[T_i^{göz} - T_i^{hes} \right] = \left[\frac{\partial T_i}{\partial p_j} \right] \left[p_j^k - p_j^{k-1} \right] \quad (22)$$

veya açık bir şekilde,

$$\begin{bmatrix} T_1^{göz} - T_1^{kur} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ T_N^{göz} - T_N^{kur} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial T_{1_1}}{\partial d_1} & \cdot & \cdot & \frac{\partial T_{1_1}}{\partial d_M} & \frac{\partial T_{1_1}}{\partial D_1} & \cdot & \cdot & \frac{\partial T_{1_1}}{\partial D_M} & \frac{\partial T_{1_1}}{\partial A_{Mn}} & \frac{\partial T_{1_1}}{\partial B_{Mn}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial T_R}{\partial d_1} & \cdot & \cdot & \frac{\partial T_R}{\partial d_M} & \frac{\partial T_R}{\partial D_1} & \cdot & \cdot & \frac{\partial T_R}{\partial D_M} & \frac{\partial T_R}{\partial A_g} & \frac{\partial T_R}{\partial B_{Mn}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ d_M \\ D_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ D_M \\ A_{Mn} \\ B_{Mn} \end{bmatrix} \quad (23)$$

şeklinde yazılabilir. Burada R manyetik verilerin gözlem noktası sayısıdır.

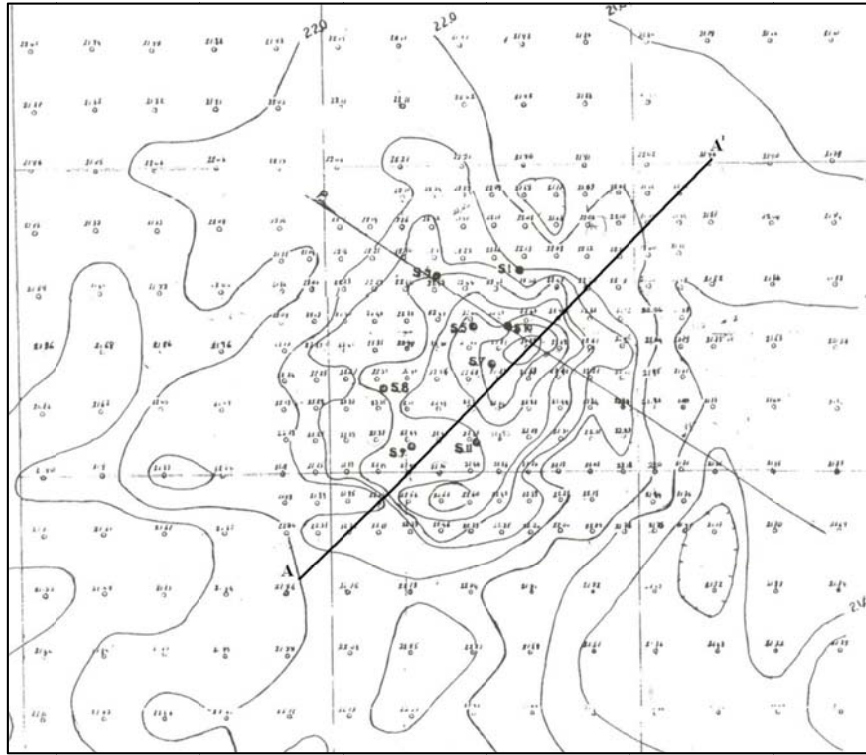
Birleşik ters çözüm tekniğinde bu iki işlemin kombinasyonu ile işlem yapılmaktadır. (17) denklemi her iki yöntemin kombinasyonu olarak

$$\begin{bmatrix} g_1^{göz} - g_1^{göz} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ g_N^{göz} - g_N^{göz} \\ T_1^{göz} - T_1^{göz} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ T_R^{göz} - T_R^{göz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_{1_1}}{\partial A_g} & \frac{\partial g_{1_1}}{\partial B_g} & \frac{\partial g_{1_1}}{\partial d_1} & \cdot & \cdot & \frac{\partial g_{1_1}}{\partial d_M} & \frac{\partial g_{1_1}}{\partial D_1} & \cdot & \cdot & \frac{\partial g_{1_1}}{\partial D_M} & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ \frac{\partial g_{N_1}}{\partial A_g} & \frac{\partial g_{N_1}}{\partial B_g} & \frac{\partial g_{N_1}}{\partial d_1} & \cdot & \cdot & \frac{\partial g_{N_1}}{\partial d_M} & \frac{\partial g_{N_1}}{\partial D_1} & \cdot & \cdot & \frac{\partial g_{N_1}}{\partial D_M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial T_{1_1}}{\partial d_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial T_{1_1}}{\partial A_{Mn}} & \frac{\partial T_{1_1}}{\partial B_{Mn}} \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \frac{\partial T_R}{\partial d_1} & \cdot & \cdot & \frac{\partial T_R}{\partial d_M} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial T_R}{\partial D_M} & \frac{\partial T_R}{\partial A_{Mn}} & \frac{\partial T_R}{\partial B_{Mn}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_g \\ B_g \\ d_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ d_M \\ D_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ D_M \\ A_{Mn} \\ B_{Mn} \end{bmatrix} \quad (24)$$

şeklinde yazılabilir. (24) denkleminde görüldüğü gibi prizmanın alt ve üst derinlikleri her iki yöntemde de ortak parametreler olarak çözülecektir.

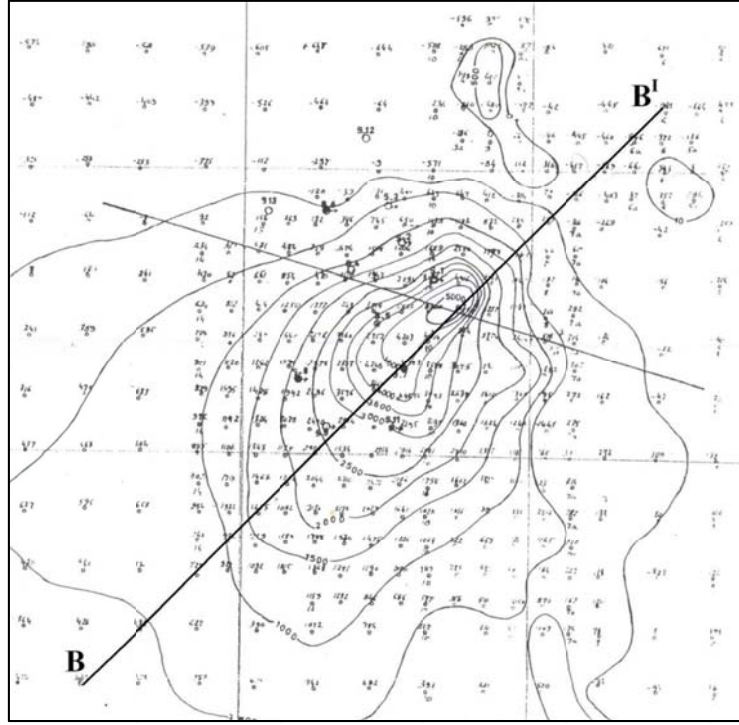
Aydın-Çavdar Bölgesi'ne ait Gravite ve Manyetik Anomalilerinin Birleşik Ters Çözümü

Sığ yapıllı modellerin gravite ve manyetik anomalilerinin modellenmesine yönelik birleşik ters çözüm yöntemi, MTA enstitüsü tarafından Aydın-Çavdar bölgesinde alınmış gravite (Şekil 2) ve manyetik (Şekil 3) anomalilere uygulanmıştır. Gravite ve manyetik anomaliler Sertçelik (1994)'den alınmıştır. Gravite ve manyetik anomaliler üzerinden aynı doğrultu ve uzunlukta alınan kesitlerin ilk olarak ayrı ayrı çözümleri yapılmış, daha sonra birleşik ters çözüm tekniği uygulanmıştır.



Şekil 2. Aydın-Çavdar bölgesinde alınmış gravite haritası (Sertçelik, 1994)

Figure 2. The gravity map in Aydın-Çavdar region (Sertçelik, 1994)



Şekil 3. Aydın-Çavdar bölgesinde alınmış manyetik haritası (Sertçelik, 1994)

Figure 3. The magnetic map in Aydın-Çavdar region (Sertçelik, 1994)

Jeoloji

Sahanın ana kayacı gnays ve mikaşistlerdir. Mikaşistler tektonik olarak eğik bir kıvrılma sonucu biri Demirtepe'yi içine alan K-G doğrultusunda, diğeri batı tarafından GB-KD doğrultusunda sahayı kesen iki parça halinde gnayslarla çevrilmiş olarak bulunmaktadır. Söz konusu mikaşistler içinde, sedimanter orijinli metamorfizma esnasında kısmen manyetitleşmiş hematitlerin mevcut olduğu yerler vardır. Bunların yüzeye kadar çıkmış olanlarının görünen kısımları önceden işletilmiştir (Sertçelik, 1994).

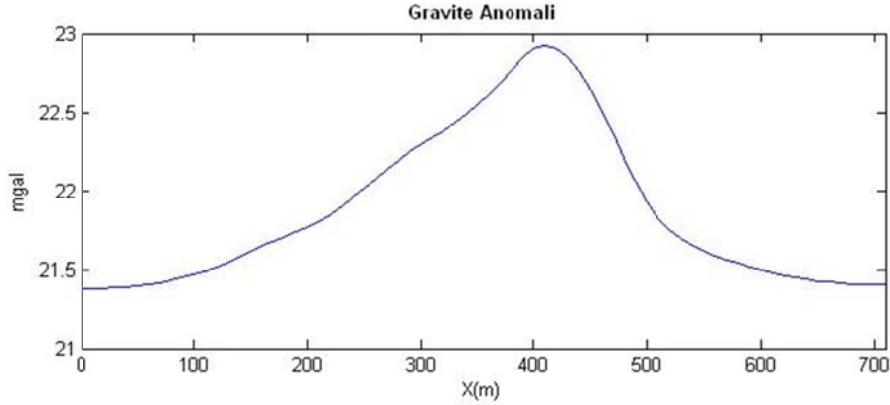
Bölgede mağmatik orijinli hematit ve manyetitin varlığına ait bir belirtiyeye rastlanmamıştır.

Gravite ve manyetik anomalilerinin modellenmesi ve yorumu

Bu çalışmada birleşik ters çözüm yönteminin uygulanması için gravite manyetik anomali haritalarından aynı doğrultuda ve uzunlukta alınan kesitler Şekil 4 ve Şekil 5'de verilmiştir. Kesitlerin uzunlukları 710 metredir. Yoğunluk farkı MTA enstitüsü tarafından $\Delta\rho = 1.5 \text{ gr/cm}^3$ olarak verilmiştir. Sahada alınan numuneler $(3000-9000) \times 10^{-6}$ c.g.s. süsseptibilite değerleri göstermiştir (Sertçelik, 1994).

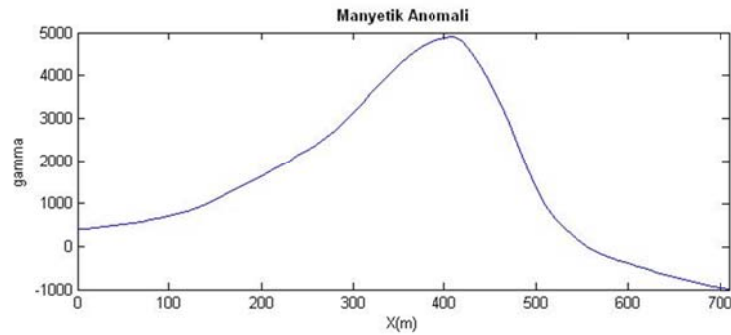
Şekil 4 ve Şekil 5 deki sırasıyla gravite ve manyetik anomalileri ilk olarak ayrı ayrı çözülmüş, ardından veriler birleştirilerek birleşik ters çözümleri yapılmıştır. Çözümlerin tümünde aynı

başlangıç modeliyle çözümlere başlanmıştır. Yeraltındaki yapı on prizmaya bölünerek çözümler yapılmıştır.



Şekil 4. Aydın-Çavdar gravite anomali haritasından alınmış AA' kesitine göre çizilen gravite anomali.

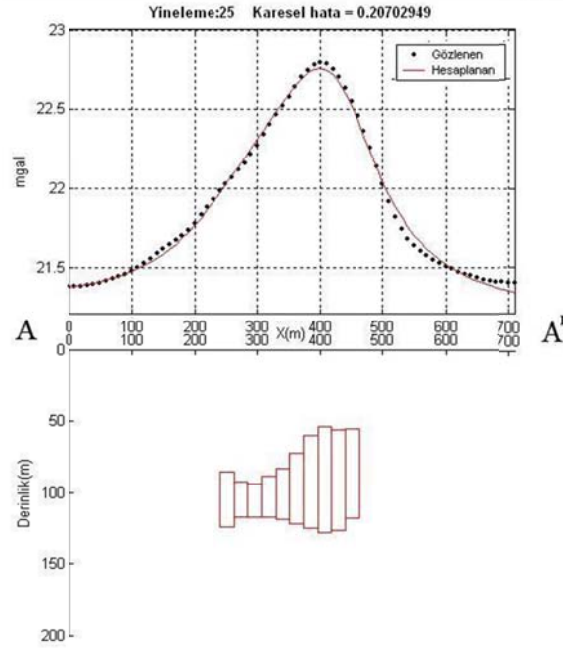
Figure 4. Gravity anomaly plotted according to AA 'section (Aydın-Çavdar)



Şekil 5. Aydın-Çavdar manyetik anomali haritasından alınmış BB' kesitine göre çizilen manyetik anomali.

Figure 5. Magnetic anomaly plotted according to AA 'section (Aydın-Çavdar)

İlk olarak Şekil 4'de AA' verilen gravite anomali kesitinin sönümlü tekil değer ayrışımı yöntemiyle ters çözümü yapılmıştır. Bu çözümden elde edilen sonuçlar Şekil 6'da gösterilmiştir. Ters çözüm sırasında kullanılan başlangıç model parametreleri ve çözüm sonucunda elde edilen çözüm parametreleri Çizelge. 1'de verilmiştir. Sönüm faktörü başlangıçta 2.5 olarak alınmış, her yineleme adımında sönüm faktörü yarıya bölünerek çözüme devam edilmiştir. Sönüm faktörünün her yineleme adımında küçülmesiyle çözüm en küçük kareler sistemine yaklaşmaktadır. Tekil değer sorunuyla karşılaşmamak için sönüm faktörü belli bir değerden sonra sabit tutulmuştur.



Şekil 6. AA' kesitinin gravite ters çözüm sonucu.

Figure 6. Inverse solution result of AA 'section (Gravity)

Çizelge 1. AA' kesitinin gravite ters çözüm sonuçları.

Table 1. Inverse solution results of AA 'section (Gravity)

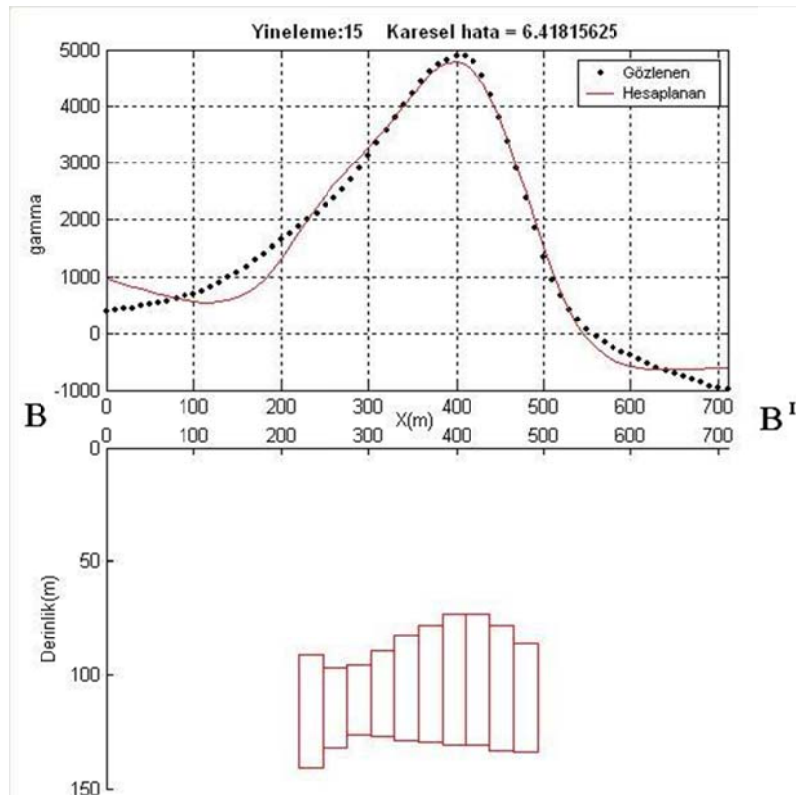
Parametreler	Başlangıç Parametreleri	Sonuç parametreleri	Parametreler	Başlangıç Parametreleri	Sonuç parametreleri
d_1	78	85.444	D_5	125	119.27
d_2	78	92.341	D_6	125	122.39
d_3	78	94.036	D_7	125	125.46
d_4	78	88.513	D_8	125	128.15
d_5	78	83.125	D_9	125	126.61
d_6	78	72.814	D_{10}	125	118.33
d_7	78	60.312	b	25	22.142
d_8	78	53.823	X_1	235695	240.76
d_9	78	56.074	A_g	-0.000001	-0.00000070858

Doğal Kaynaklı Potansiyel Alanların Birleşik Ters Çözümü

d_{10}	78	55.3	B_g	20.6	21.24
D_1	125	124.78	b	25	22.142
D_2	125	117.47	Yoğunluk kontrastı : 1.5 gr/cm ³		
D_3	125	117.44	Yineleme Sayısı : 25		
D_4	125	117.24	Karesel Hata(gravite) : 0.20703		

Şekil.5’de verilen BB’ kesitine uygulanan manyetik ters çözüm sonucunda elde edilen model ve gözlemsel veriyle hesaplanan veriler Şekil 7’te gösterilmiştir. Çözüm sırasında kullanılan başlangıç model parametreleri ve çözüm sonucunda elde edilen çözüm parametreleri Çizelge 2’de verilmektedir. Bu çözümde de sönüm faktörü başlangıçta 2.5 olarak seçilmiştir.

Manyetik verilerin ters çözümü sonucunda elde edilen modelin gravite çözümünden elde edilen modelden farklı olduğu görülmektedir. Bu çözüm sonucunda gözlenen veriyle hesaplanan veri arasında iyi bir uyum yakalanmasına rağmen anomalinin her iki ucunda uyumun bozulduğu görülmektedir.



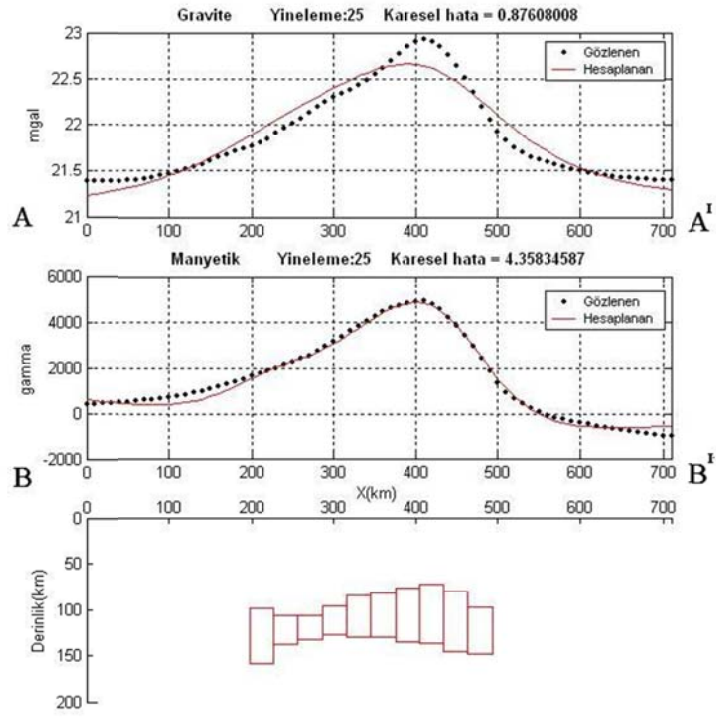
Şekil 7. BB’ kesitinin manyetik ters çözüm sonucu.

Figure 7. Inverse solution result of BB’ section (Magnetic)

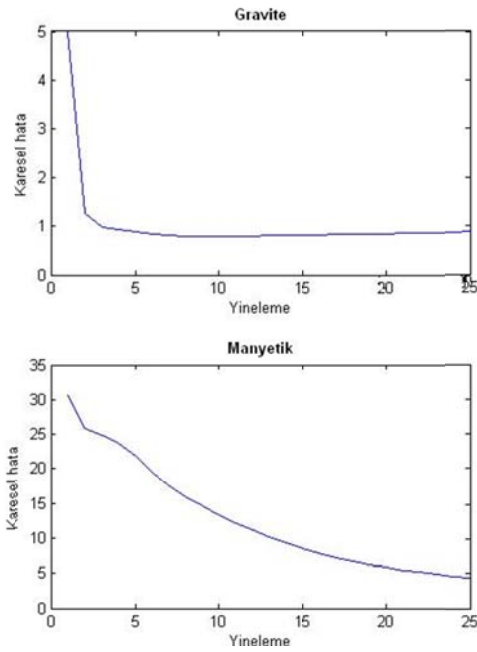
Çizelge 2. BB' kesitinin manyetik ters çözüm sonuçları.**Table 2.** Inverse solution results of AA 'section (Magnetic)

Parametreler	Başlangıç Parametreleri	Sonuç parametreleri	Parametreler	Başlangıç Parametreleri	Sonuç parametreleri
d ₁	144	91.046	D ₆	273.5	129.76
d ₂	144	97.023	D ₇	273.5	130.91
d ₃	144	95.464	D ₈	273.5	131.11
d ₄	144	89.562	D ₉	273.5	133.35
d ₅	144	82.438	D ₁₀	273.5	134.22
d ₆	144	78.363	b	76.9	27.292
d ₇	144	73.291	X ₁	695	220.09
d ₈	144	72.958	I	90	90
d ₉	144	78.198	λ	2.9	-5.6168
d ₁₀	144	86.389	A _m	-0.0001	-0.021073
D ₁	273.5	140.74	B _m	50	1552.8
D ₂	273.5	132.21	Süseptibilite kontrastı : 0.03 cgs		
D ₃	273.5	126.36	Etkin manyetizasyon şiddeti : 130000 gamma		
D ₄	273.5	126.83	Yineleme Sayısı : 25		
D ₅	273.5	129.14	Karesel Hata(manyetik) : 6.4182		

AA' ve BB' kesitlerinden elde edilen gravite ve manyetik verilerinin birleşik ters çözümü yapılmıştır. Çözüm sonucunda elde edilen yapı modeli ve gözlenen anomalilerle hesaplanan anomalilerin uyumu Şekil 8'de gösterilmiştir. Çözüm için kullanılan başlangıç model parametreleri ve çözüm sonucu parametreleri Çizelge 3'te verilmiştir. Çözümde yineleme adımları esnasındaki karesel hata değerleri Şekil 9'da grafiklenmiştir. Sönüm faktörü başlangıçta 1.5 seçilmiş ve her yineleme adımında yarıya düşürülerek işleme devam edilmiştir. Minimum sönüm faktörü 0.2 olarak alınmıştır.



Şekil 8. AA' ve BB' kesitlerinin birleşik ters çözüm sonuçları.
Figure 8. Joint inverse solution results of AA 'and BB' sections.



Şekil 9. Birleşik ters çözümün yineleme aşamalarındaki karesel hata değişimleri.
Figure 9. The square error changes in a joint inverse solution.,

Çizelge 3. AA' ve BB' kesitlerinin birleşik ters çözüm sonuçları.

Table 3. The joint inversion results of the AA' and BB' sections.

Parametreler	Başlangıç Parametreleri	Sonuç parametreleri	Parametreler	Başlangıç Parametreleri	Sonuç parametreleri
d ₁	144	98.464	D ₈	273.5	137.11
d ₂	144	107.04	D ₉	273.5	146.27
d ₃	144	106.26	D ₁₀	273.5	147.95
d ₄	144	95.877	b	76.9	29.538
d ₅	144	83.745	X ₁	695	198.4
d ₆	144	81.118	I	90	90.
d ₇	144	76.349	λ	2.9	-13.28
d ₈	144	72.342	A _g	-0.00001	0.0000007535
d ₉	144	80.478	B _g	20.6	20.991
d ₁₀	144	97.627	A _m	-0.0001	-0.015809
D ₁	273.5	159.1	B _m	50	1247.9
D ₂	273.5	138.27	Yoğunluk kontrastı : 1.5 gr/cm ³		
D ₃	273.5	132.09	Süseptibilite kontrastı : 0.03 cgs		
D ₄	273.5	127.14	Etkin manyetizasyon şiddeti : 130000 gamma		
D ₅	273.5	129.72	Yineleme Sayısı : 25		
D ₆	273.5	129.77	Karesel Hata(gravite) : 0.87608		
D ₇	273.5	135.72	Karesel Hata(manyetik) : 4.3583		

İstatistiksel Analiz

Birleşik ters çözüm tekniğiyle elde edilen çözümün istatistiksel analizi yapılmıştır. Duyarlılık matrisine tekil değer ayrışımı uygulanmasıyla elde edilen parametre özvektör matrisinin (V) sütunları Şekil 10'da, S matrisinin diagonalindeki tekil değerler Çizelge 4'te verilmiştir. V

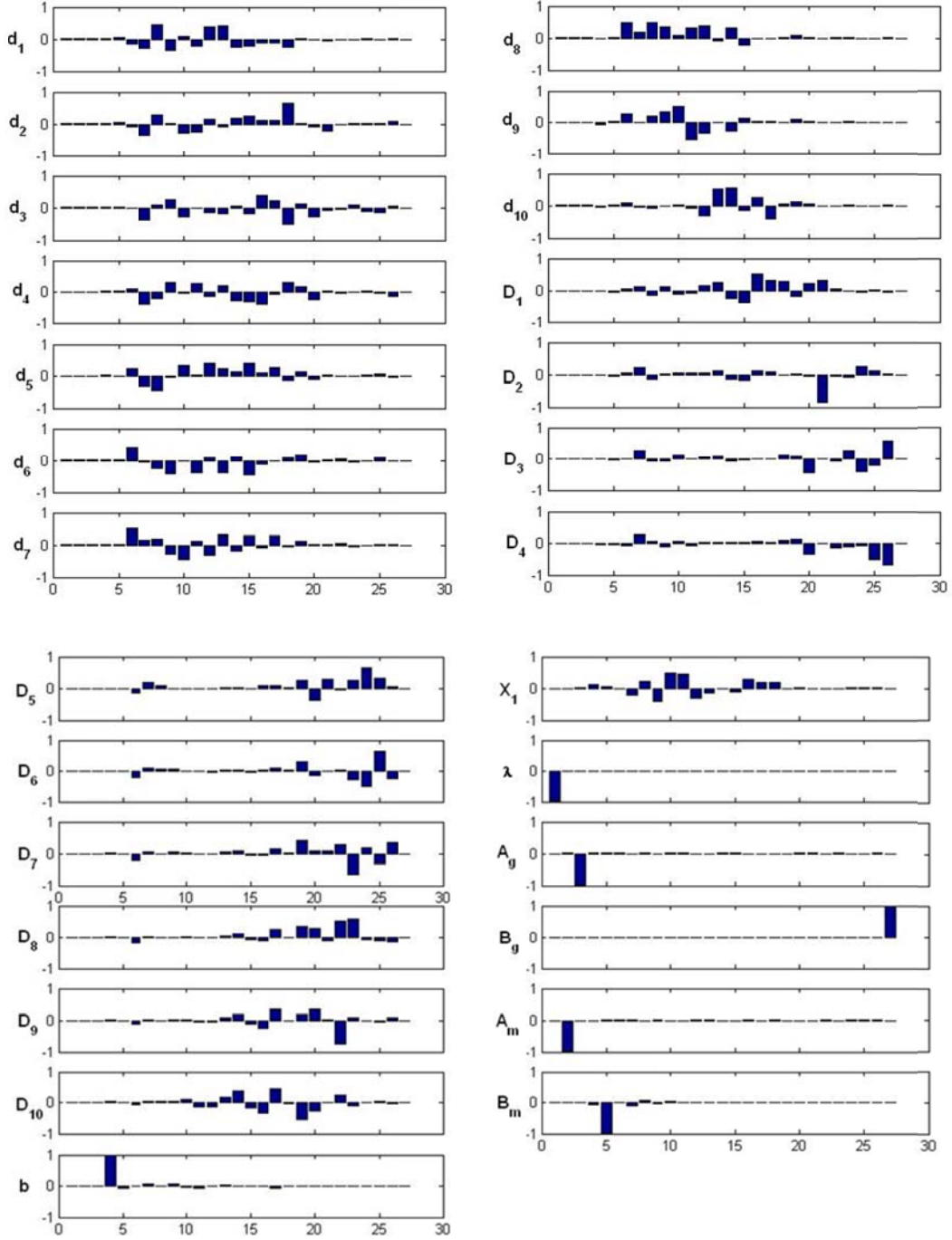
matrisinin sütunları model parametrelerinin özvektörlerini içerir. Yüksek tekil değerlere ait özvektörler üzerinde belirginleşen parametrelerin düşük tekil değerlere ait özvektörler üzerinde belirginleşen parametrelere göre daha iyi belirlenebileceği söylenebilir. Blokların üst derinlikleri beş-yirmi arasındaki tekil değerlere karşılık gelen özvektörler üzerinde belirginleşmiştir. Bu durumda üst derinliklerin çözümlerine inanılabilir. Prizma alt derinlikleri sıfıra çok yakın tekil değerlere karşılık gelen özvektörler üzerinde, özellikle D3, D4, D5, D6, D7 ve D8 'in sıfıra yakın tekil değerlerin özvektörlerinde belirginleşmesi, bu parametrelerin gerçekten çok uzak çözülebileceğini gösterir. Bu durumda bu parametreler çözüme çok büyük etki edemeyecektir. Bu parametrelerdeki çok büyük değişimler bile hesaplanan anomalide büyük bir değişim meydana getirmez. X1 Prizma kalınlıklarının, b blok başlangıcının ve A_g , B_g , A_m rejyonel sabitlerin en yüksek tekil değerlere karşılık gelen özvektörler üzerinde belirginleşmesi bu parametrelerin en az hatayla çözülebileceğini gösterir. B_m en küçük tekil değer özvektöründe belirginleşmiştir. Bu parametrenin çözümünde büyük hatalar olabileceği muhtemeldir.

Çizelge 4. AA' ve BB' kesitlerinin birleşik ters çözümlerinin tekil değerleri.

Table 4. The singular values of the AA' and BB' sections' joint inversion.

No	Tekil Değerler	No	Tekil Değerler	No	Tekil Değerler
1	3.4905e+005	10	0.0012618	19	1.9019e-006
2	1425	11	0.00075526	20	5.6808e-007
3	4.2869	12	0.00048253	21	1.6877e-007
4	0.05006	13	0.00025557	22	9.0186e-008
5	0.017445	14	0.00017929	23	4.5071e-008
6	0.0071026	15	0.00010155	24	3.1123e-008
7	0.0048944	16	3.994e-005	25	2.2564e-008
8	0.0035036	17	3.4505e-005	26	7.641e-009
9	0.0021142	18	1.2043e-005	27	1.1087e-024

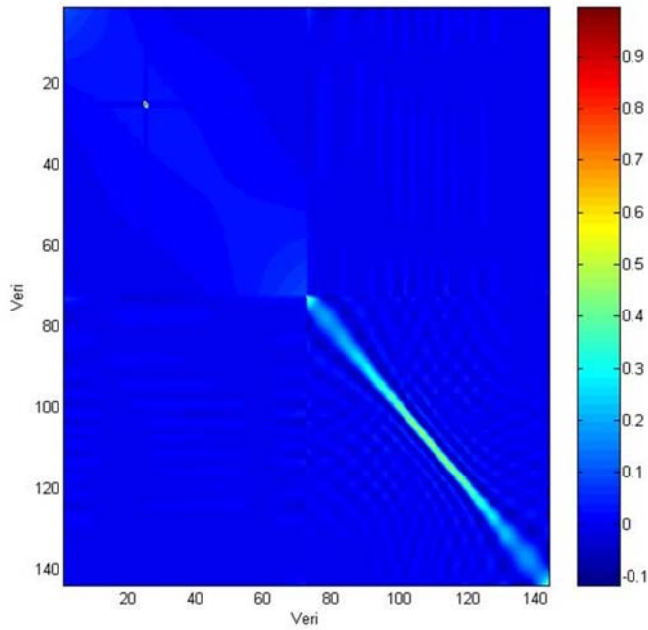
Birleşik ters çözümün bilgi yoğunluk matrisi Şekil 11'de verilmiştir. Bilgi yoğunluk matrisi hangi ölçüm noktasının çözüme ne kadar katkı sağladığını belirtir. Bilgi yoğunluğu matrisi, veri setinin ikinci bölümünün yani manyetik verilerin çözümde çok daha fazla etkili olduğunu göstermektedir. Çünkü bu bölümde matrisin diagonalindeki elemanlar bire yakinken diğer bölgeler çok çok düşük değerler göstermektedir. Gravite verilerinde ise sadece orta kısmındaki birkaç verinin çözümde etkili olduğu söylenebilir.



Şekil 10. AA' ve BB' kesitlerinin birleşik ters çözümünün parametre özvektörleri

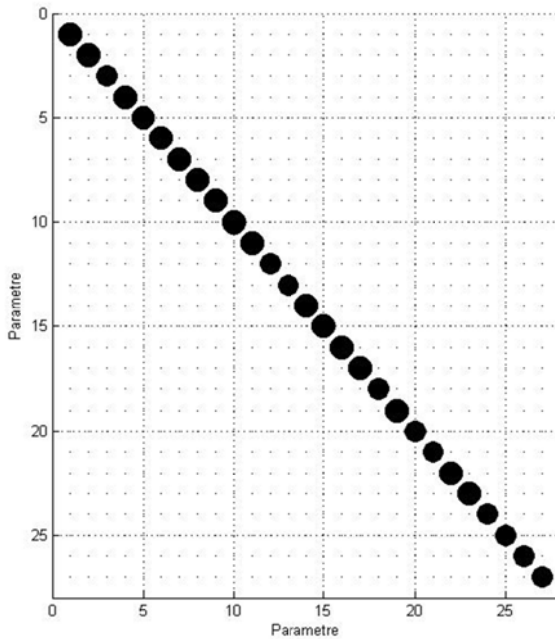
Figure 10. The parameters of eigenvectors of the AA' and BB' sections' joint inversion.

Model parametrelerinin ne kadar iyi belirlenebildiğini gösteren parametre ayrımlılık matrisi Şekil.12'de verilmiştir. Ayrımlılık matrisinin birim matrise çok yakın çıkması, bütün parametrelerin oldukça iyi çözüldüğünü göstermektedir. Bu durum çözümde bütün tekil değerlerin kullanılmasında kaynaklanmaktadır.



Şekil 11. AA' ve BB' kesitlerinin birleşik ters çözüm bilgi yoğunluğu matrisi.

Figure 11. The information density matrix of the AA' and BB' sections' joint inversion.



Şekil 12. AA' ve BB' kesitinin birleşik ters çözümünün parametre ayrımlılık matrisi.

Figure 12. The parameter resolution matrix of the AA and BB' sections' joint inversion.

Birleşik ters çözüm tekniğinden elde edilen çözümde, cevher kütlelerinin yüzeyden en düşük derinliği 72.3 m, en yüksek derinliği ise 106 metre olduğu, ortalama 130 metre derinliğe ve KD-GB doğrultusu boyunca yaklaşık 300 metre kadar uzanan damar şeklinde bir yapı olduğu

görülmektedir. MTA enstitüsü tarafından yapılan ve lokasyonları haritalar üzerinde bulunan sondajlardan bazıları cevher keserken bazıları kesememiştir (Sertçelik, 1994). Haritadaki yerlerine bakıldığında cevher kesmeyen sondajların cevherin üst derinliğinin arttığı yerlere geldiği görülmektedir. Bu da birleşik ters çözümden elde edilen çözümün yer altındaki cevheri iyi şekilde temsil ettiğini göstermektedir.

SONUÇLAR

Jeofizikte modelleme işlemi öncelikle ortamların homojen olması ile mümkün olabilmektedir. Bu sayede jeofizik belirti bir matematiksel modele oturtulabilir, böylece bir çözüm gerçekleştirilebilir. En küçük kareler ile ters çözüm tekniği kullanılarak yapılan modellemede sonsuz adet çözümlerden ancak bir tanesine ulaşılmaktadır. Ulaşılan çözümün gerçeğe en yakın çözüm olabilmesi için ya başlangıç parametreleri çok iyi belirlenmeli ya da eğer mümkün olabiliyorsa parametrelerden bir veya birkaçı deneysel metotlarla belirlenerek işlem yapılmalıdır.

Ters çözüm tekniğiyle modelleme yapılarak elde edilen bu çok çözümlülük, birleşik ters çözüm tekniğinin uygulanmasıyla bir ölçüde aşılmış olmaktadır. Model yerin altında tek bir konumda bulunmaktadır. Modelin farklı jeofizik etütlere farklı sonuçlar vermesi doğaldır. Aynı yere ait birden fazla jeofizik belirti olabilir ve bu belirtilerin ayrı ayrı çözümlerinden ortaya çıkacak farklı sonuçların kabul edilemez olduğu açıktır. Bu durumda birbiriyle hiç ilişkisi olmayan farklı jeofizik belirtilerin bile ortak bir özelliği vardır. Bunlar belirtiyi veren yer altı modelinin fiziksel parametreleridir. Bu durumda elde edilen belirtilerin ayrı ayrı çözümünü yapmak yerine birbirinden farklı olan sistemleri aynı sistemin içine dahil edersek ve yöntemlerde ortak olan parametreleri ortak olarak çözersek sistemin birbirlerine bağımlılığından dolayı gerçek çözüme en yakın çözümü bulmuş oluruz.

Bu çalışmada gravite ve manyetik verilerine sönümlü tekil değer ayrışımı tekniğiyle birleşik ters çözüm yöntemi uygulanmış ve sonuçlar hayli tatmin edici olmuştur. Yer altını modellemek için iki farklı model seçilmiştir. Sığ derinlikli yapılar için yapı, alt ve üst ucu bilinen prizmalara bölünerek modelleme yapılmıştır. Bölgenin taban yapısını belirlemek gibi derin yapıların modellenmesi için ise alt uçları sonsuza giden prizmalar topluluğundan oluşan ve Pedersen(1977) tarafından verilen model kullanılmıştır. Sistem dört farklı kuramsal model çalışması üzerinde denenmiştir. Model çalışmalarından ilk ikisinde sığ derinlikli yapılar için çalışmalar, diğer ikisinde de derin yapılara ait çalışmalar yapılmıştır. Modellerin gravite ve manyetik anomalileri Talvani yöntemiyle hesaplanmış ve gözlemsel değerler olarak sisteme girilmiştir. Çalışmalarda hem gravite hem manyetik verilerin ayrı ayrı ters çözüm işlemleri, hem de birleşik ters çözümü yapılmıştır. Diğer iki model çalışması ise derin yapılar için gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmalarda kuramsal gravite ve manyetik anomaliler (4) ve (5) bağıntılarından türetilmiş ve sisteme gözlemsel değerler olarak girilmiştir. Ayrıca verilere çeşitli oranlarda gürültüler girilerek çözüm güçleştirilmiştir. Sistemdeki verilere, girilen gürültü oranında ağırlıklandırma uygulanmıştır. Gravite ve manyetik anomalilerin tek tek çözümlerinde, gürültüden dolayı çözümler sağlıklı olmazken, birleşik ters çözüm işleminden elde edilen sonuç modeller gerçek yapıyı oldukça iyi şekilde temsil etmişlerdir. Kuramsal model

çalışmalarında, gerek çözüm sonuçlarına gerekse istatistiksel sınamalara göre elde edilen birleşik ters çözüm sonuçlarının hayli tatmin edici olduğu görülmüştür.

Aydın- Germencik bölgesinde MTA kayıtlarına göre yaklaşık 82 metre civarında derinliğe sahip madenin, birleşik ters çözüm tekniğiyle modellenmesinden elde edilen sonuçlarda, kesitin KD kesiminde cevherin derinliği yaklaşık 72 metreye çıkarken, GB kesimine doğru gidildikçe cevher derinliğinin 106 metre derinliğe kadar uzandığı ortaya çıkmıştır. MTA enstitüsü tarafından yapılan ve lokasyonları haritalar üzerinde bulunan sondajlardan bazıları cevher keserken bazıları kesememiştir. Haritadaki yerlerine bakıldığında cevher kesmeyen sondajların cevherin üst derinliğinin arttığı yerlere denk geldiği görülmektedir. Bu durum, birleşik ters çözüm tekniğinden elde edilen çözümü desteklemektedir. Bunun yanı sıra istatistiksel analizlere göre prizmaların alt derinliklerinin çözümlerinde büyük hatalar olabileceği göz önünde bulundurulmalıdır.

KAYNAKÇA

AFNIMAR, KOKETSU, K., and NAKAGAWA, K., 2002. Joint Inversion of Refraction and Gravity data for the Three-Dimensional Topography of a Sediment-Basement Interface, *Geophys. J. Int.*, Vol. 151, pp.243-254.

ALBORA, A. M., 1998. Hatay Bölgesi Gravite Yoğunluk Dağılımının Araştırılması, Doktora tezi, İstanbul Üniversitesi.

AŞÇI, M., 1998. Doğu Anadolu Bölgesi Manyetik Haritalarının Değerlendirilmesi ve Curie Derinliklerinin Saptanması, Doktora Tezi, İstanbul Üniversitesi.

AYDOĞAN, D., 1992. Yer Altı Yoğunluk Dağılımının Tespitinde Ters Çözüm Tekniği, Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi.

BACKUS, G. E., GILBERT, J. F. A., 1967. Numerical application of formalism for geophysical inverse problems, *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, Vol. 13, pp. 24-279.

BACKUS, G. E., and GILBERT, J. F. A., 1968. The resolving power of gross earth data, *Journal of the royal Astronomical Society*, Vol. 16, pp. 169-205.

BHATTACHARYYA, B. K., 1964. Magnetic anomalies due to prism shaped with arbitrary polarization, *Geophysics* Vol. 29, pp. 517-531.

BHATTACHARYYA, B. K., and LEI-KUANG, L., 1977. Spectral Analysis of Gravity and Magnetic Anomalies Due to Rectangular Prismatic Bodies, *Geophysics*, Vol. 42, No. 1, pp. 41-50.

BOSCH, M., and Mc DAUGHEY, G., 2001. joint Inversion of Gravity and Magnetic Data Under Lithological Constraints, *The leading bridge*, Vol. 20, pp. 887-881.

BOTT, M. H. P., and TANTRIGODA, D. A., 1987. Interpretation of the Gravity and Magnetic Anomalies Over the Mull Tertiary Intrusive Complex, NW Scotland, *Journal of Geological Society.*, Vol. 144, no. 1, pp. 17-28.

CORDELL, L., HENDERSON, R.G., 1968. Iterative three-dimensional solution of gravity anomaly data using a digital computer. *Geophysics*, Vol. 33 No. 4, pp. 596-601.

DOBRÓKA, M., GYULAI, Á., ORMOS, T., CSÓKÁS, J., DRESEN, L., 1991. Joint Inversion of Seismic and Geoelectric Data Recorded in an Underground Coal Mine, *Gophysical Prospecting*, Vol. 39, pp: 643–665.

DYRELIUS, D., and VOGEL, A., 1972. Improvement of convergency in iteratif gravity interpretation, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, Vol. 27, pp.195-205.

GALLARDO-DELGADO, L. A., PEREZ-FLORES, M. A., and GOMEZ-TREVINO, E., 2003. A versatile algorithm for joint 3D inversion of gravity and magnetic data. *Geophysics*, Vol. 68, pp. 949-959.

HABER, E., OLDENBURG, D., 1997. Joint Inversion: A Structural Approach, *Inverse Problems*, Vol. 13, pp. 63–77.

JACKSON, D. D., 1972. Interpretation of Anaccurate, Insufficient and Inconsistend Data, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, Vol. 28, pp. 97-109.

MURTHY, I. V. R., KRISHNAMACHARYULU, S. K. G., 1990. A FORTRAN 77 Program to Invert Gravity Anomalies of Sheet-Like Bodies, *Computers & Geosciences*, Vol. 16, No. 7, pp. 991–1001.

MURTHY, I. V. R., JAGANNADHA RAO, S., 1994. Gravity Inversion of Horizontal Circular Discs and Vertical Circular Cylinders, *Computers & Geosciences*, Vol. 20, No. 5, pp. 821-838.

MURTHY, I. V. R., SWAMY, K. V., JAGANNADHA RAO, S., 2001. Automatic Inversion of Magnetic Anomalies of Faults, *Computers & Geosciences*, Vol. 27, No. 3, pp. 315-325.

PEDERSEN, L. B., 1977. Interpretation of Potential Field Data a Generalized Inverse Approach, *Geophysical Prospecting*, Vol. 25, pp: 199–230.

RAJU, D. V. Ch., 2003. LIMAT: A Computer Program for Least-Squares Inversion of Magnetic Anomalies Over Long Tabular Bodies, *Computers&Geosciences*, Vol. 29, No. 1, pp. 91-98.

RAO, D. A., RAM BABU, H. V., and RAJU, D. V., 1985. Inversion of Gravity and Magnetic Anomalies Over Some Bodies of Simple Geometric Shape, *Pure and Applied Geophysics*, Vol. 123, No. 2, pp. 239–249.

SERTÇELİK, İ., 1994. Rezidüel Anomaliler Arasındaki Korelasyon Faktörleri ile Manyetik ve Gravite Yorumu, Doktora Tezi, İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü,

TALWANI, M., WORZELL, J. L., and LANDISMAN, M., 1959. Rapid gravity computations for two-dimensional bodies with application to the Mendocino submarine fracture zone, *J.Geophys. Res.*, Vol. 64, pp. 49-59.

TELFORD, W. M., GELDART, L. P, SHERIFF, R. E., and KEYS, D. A., 1976. *Applied Geophysics*, Cambridge University Press, New York and Melbourne, First Edition, 118.

WIGGINS, R. A., 1972. The General Linear Inverse Problem: Implication of Surface Waves and Free Oscillations for Earth Structure, *Rev. Geophysics and Space Physics*, Vol. 10, pp. 251, 285.

ZHENG, Y., and ARKANI-HAMED, J., 1998. Joint Inversion of Gravity and Magnetic Anomalies of Eastern Canada, *Can. J. Earth Sci./Rev. can. sci. Tere*, Vol. 35, No. 7, pp. 832-853.