

**Kocaeli Üniversitesi**

**Eğitim Dergisi**

E-ISSN: 2636-8846

2023 | Cilt 6 | Sayı 2

Sayfa: 617-653



**Kocaeli University  
Journal of Education**

E-ISSN: 2636-8846

2023 | Volume 6 | Issue 2


Page: 617-653

Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin istatistiksel  
akıl yürütme becerilerinin incelenmesi

Investigating the statistical reasoning skills of  
secondary school mathematics teachers

Özlem TURAN,  <https://orcid.org/0000-0002-6963-6969>

Millî Eğitim Bakanlığı, Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi, dmr.zlm@gmail.com

Gül KALELİ YILMAZ,  <https://orcid.org/0000-0002-8567-3639>

Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, gulkaleli@uludag.edu.tr

Rıdvan EZENTAŞ,  <https://orcid.org/0000-0001-8619-8334>

Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, rezentas@uludag.edu.tr

**ARAŞTIRMA MAKALESİ**

**Gönderim Tarihi**

2 Ağustos 2023

**Düzeltilme Tarihi**

24 Ekim 2023

**Kabul Tarihi**

31 Ekim 2023

**Önerilen Atıf**

**Recommended Citation**

Turan, Ö., Kaleli Yılmaz, G., & Ezentaş, R. (2023). Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin istatistiksel akıl yürütme becerilerinin incelenmesi. *Kocaeli Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 6(2), 617-653.

<http://doi.org/10.33400/kuje.1335697>

## ÖZ

Bu çalışmada ortaöğretim (lise) matematik öğretmenlerinin istatistiksel akıl yürütme becerilerinin, alan bilgileri kapsamında değerlendirilmesi ve istatistiksel akıl yürütmeye dair alan bilgilerini ortaya koyma yaklaşımlarının incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışma kapsamında öğretmenlerin istatistiksel akıl yürütmeye dair alan bilgisi ve istatistiksel akıl yürütme alan bilgisini ortaya koyma yaklaşımları; değişebilirliğe ilişkin akıl yürütme, dağılıma ilişkin akıl yürütme, informel çıkarımsal akıl yürütme ve dağılımın kapsadığı merkez ile ilgili akıl yürütme çeşitlerine göre incelenmiştir. Çalışmada nitel araştırmalar içerisinde yer alan özel durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Çalışmanın katılımcılarını 17 ortaöğretim matematik öğretmeni (10 erkek, 7 kadın) oluşturmaktadır. Söz konusu öğretmenler amaçlı örnekleme yöntemleri arasında yer alan tipik durum örnekleme yöntemi kullanılarak belirlenmiştir. Veri toplama aracı olarak istatistiksel akıl yürütme becerilerini alan bilgileri doğrultusunda ortaya koyan istatistiksel akıl yürütmeye dair alan bilgisi formu (İAY-AB) kullanılmıştır. Söz konusu form Gökçe (2019) tarafından hazırlanmış olup; beş adet açık uçlu sorudan oluşmaktadır. Verilerin analizi Gökçe (2019, s. 97) tarafından hazırlanan derecelendirme ölçeği kullanılarak ve alt problemlere göre ayrı ayrı ele alınarak yapılmıştır. Derecelendirme ölçeğindeki göstergeler baz alınarak veriler içerik analizine tabii tutulmuştur. Elde edilen bulgular doğrultusunda ortaöğretim matematik öğretmenlerinin istatistiksel akıl yürütmeye dair alan bilgilerinin beklenen düzeyde olmadığı, geliştirilmesi gerektiği tespit edilmiştir. Çalışma sonucunda katılımcıların önemli bir bölümünün istatistiksel akıl yürütmeye dair alan bilgilerini ortaya koyma yaklaşımlarında kullandıkları dört akıl yürütme becerisini bir arada içeren sorularda düşük ve orta düzeyde akıl yürütme becerisine sahip oldukları görülmüştür. Bu çalışmanın sonuçlarından hareketle istatistiksel akıl yürütme becerilerinin gelişimine yönelik etkinlikler planlanarak, bu etkinliklerin öğretmenler üzerindeki etkileri gözlemlenebilir.

*Anahtar Sözcükler:* akıl yürütme, alan bilgisi, alan bilgisini ortaya koyma yaklaşımı, istatistiksel akıl yürütme

## ABSTRACT

In this study, it is aimed to evaluate the statistical reasoning skills of secondary school mathematics teachers within the scope of their content knowledge and to examine their approaches to reveal their content knowledge about statistical reasoning. Within the scope of the study, teachers' domain knowledge of statistical reasoning and their approaches to revealing statistical reasoning domain knowledge; It was examined according to the types of reasoning about changeability, reasoning about distribution, informal inferential reasoning and reasoning about the center covered by the distribution. The case study method, which is among qualitative research, was used in the study. The participants of the study are 17 secondary school mathematics teachers (10 men, 7 women). These teachers are determined by using the typical sampling method, which is among the purposive sampling methods. As a data collection tool, it is used the statistical reasoning content information form (IAY-AB), which reveals the statistical reasoning skills in line with the field knowledge. The analysis of the data is made by using the rating scale prepared by Gökçe (2019, p. 97). The data are subjected to content analysis according to the indicators in the rating scale. In line with the findings, it was determined that secondary school mathematics teachers' field knowledge of statistical reasoning was not at the expected level and needed to be improved. As a result of the study, it was seen that a significant portion of the participants had low and medium level reasoning skills in questions that included four reasoning skills together, which they used in their approach to revealing their field knowledge of statistical reasoning. Based on the results of this study, activities for the development of statistical reasoning skills can be planned and the effects of these activities on teachers can be observed.

*Keywords:* approach to revealing content knowledge, content knowledge, reasoning, statistical reasoning

## GİRİŞ

Sürekli gelişen ve değişen günümüz dünyasında bilim ve teknolojideki gelişmelerin bir sonucu olarak bilgi kaynaklarına erişim eskiye göre daha kolay ve daha hızlıdır. Bu durumun bir getirisi olarak da sürekli yenilenen hızlı bilgi akışı, bilgi kaynaklarının güvenilirliği sorununu beraberinde getirmektedir. Kaynakların çokluğu ve kaynaklara erişimin kolaylığı; doğru bilgi seçimini de zorlaştırmaktadır. Bireylerin karşılaştığı bir kaynağı kullanılabilir kaynak olarak düşünmeleri; kaynağın içerdiği istatistiksel veriler, bu verilerin anlamlılığı ve sunuş biçiminden etkilenmektedir. Belki de bu durumun bir sonucu olarak günlük hayatta sürekli etkileşim halinde olduğumuz bilgi kaynaklarında inanılabilirliği arttırmak adına daha fazla istatistiksel bilgi bulunmaktadır (Ben-Zvi & Garfield, 2004). Nitekim istatistik, matematiğin günlük hayat ile ilişkisinin en rahat kurulabileceği konuları içermektedir. İstatistikte, diğer matematik konularına nazaran günlük hayat problemleri ile daha fazla karşılaşmaktadır (Altun, 2011). Ayrıca bireylerin çağın gereklerine ayak uydurma ve gündemden uzaklaşmama isteği de karşılaştıkları bilgileri birbiriyle ilişkilendirerek doğru bir şekilde anlamalarını mecbur kılmaktadır. Bu gereklilik çok çeşitli şekillerde sunulan istatistiksel bilgileri betimleme, analiz etme, değerlendirme ve çıkarım yapma ihtiyacını oluşturmaktadır (Confrey & Makar, 2002; Makar & Confrey, 2004). Zaten bu beceriler bilgi kaynağının güvenilirliği ve bilgilerin aranılan bilgiye uygunluğunu belirleme açısından bireyde olması beklenen faydalı becerilerdir. Eldeki verilerden çıkarımlar yapmak gitgide günlük hayatın bir parçası olmaktadır. Çıkarımlara eleştirel gözle bakabilmek de doğru istatistiksel bakış açısı için önemlidir (Zieffler, Garfield, DelMas & Reading, 2008). Dahası bu becerilerdeki yeterlilik özellikle de bilgi toplumlarında bireyi üretken, bilinçli, sorgulayıcı, katılımcı kılmakta ve gerçek hayat problemlerine daha uğraşılabilir bakma yeteneği kazandırmaktadır (Confrey & Makar, 2002; Gökçe, 2019; De Vetten vd., 2019). Tam da bu noktada istatistik alanına duyulan ihtiyaç akla gelmektedir. İstatistiğe olan ihtiyaç; değişkenliğin her alanda yer almasından kaynaklanmaktadır ve istatistik diğer çalışma alanlarına verilerle ilgilenmek için değişkenliği hesaba katan, tutarlı bir dizi araç sunmaktadır (Cobb & Moore, 1997).

Öğrencilerin okulda geçirdikleri süre düşünüldüğünde gerçek hayatta işlevsel bir değere sahip olan istatistik konularının öğretim programlarında yer alması beklenmektedir. Bu nedenle, birçok ülke, anaokulundan başlayarak öğretim programlarına istatistik ve veri analizini dâhil etmeye başlamıştır (Makar & Confrey, 2004). Nitekim İlköğretim ve Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda verileri çeşitli ölçüler ile hesaplayarak yorumlama, gerçek hayat durumlarındaki istatistik problemlerini fark etme ve yorumlama, grafiklerle temsil etme kazanımlarının edinilmesi amaçlanmaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı - MEB, 2018a, 2018b). Ferrini-Mundy (2000) Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi'nde (National Council of Teachers of Mathematics - NCTM) istatistik öğretiminin değerliliğine işaret etmektedir ve istatistik öğretiminin verileri elde etme, düzenleme, uygun istatistiksel yöntemler ile analiz etme, çıkarımda bulunarak verileri değerlendirme süreçlerini içermesi gerektiğini belirtmektedir. Buradan istatistik öğretiminde verilerin sadece nicel veriler olarak değil aynı zamanda nitel veriler gibi değerlendirilerek çıkarım ve yorumlamaların ön plana çıkarılmasının önemi ortaya çıkmaktadır. Moore (1990) istatistiği verilerin toplanması, analizi ve düzenlenmesinin yanında verilerden hareketle yapılan gerçeğe uygun çıkarım ve yorumlar şeklinde tanımlamaktadır. Cobb ve Moore (1997) da verilerin sadece sayısal değerler olarak değil bir bağlam dâhilinde değerlendirilmesi gerektiğini belirtmişlerdir. İstatistik eğitimindeki gelişmelerin sadece grafik oluşturma tekniklerine ve istatistiksel ölçümlerin hesaplanmasına odaklanmaktan, dağılım ve verilerin değişkenliği gibi yorum içeren fikirlere, verilerle çıkarımsal olarak düşünmeye ve akıl yürütmeye odaklanmaya doğru kaydığı belirtilmektedir (Leavy, 2010; Makar & Rubin, 2009). Buna rağmen öğretimde sayısal hesaplamalara odaklanılarak asıl vurgulanan istatistiksel bilgilerin gerçek yaşam durumlarında nasıl kullanılacağı, nasıl yorumlanacağı, hangi çıkarımların yapılacağı ve çıkarımların yararlılıklarına göre nasıl sınıflandırılacağı geri planda bırakılmakta; öğrencilerin istatistiğin ana fikirlerini anlamalarına yardımcı olacak umut verici yöntemlere yer verilmemektedir (Ben-Zvi & Garfield, 2004; Cobb & Moore, 1997; Gürel, 2016; Makar & Confrey, 2005). Oysa bunları ön planda tutan, temeli sağlam kavram anlayışına sahip öğrenen profili

istenilmektedir (Abu-Ghalyoun, 2021; Connor vd., 2006; Snee, 1993). Öğrencileri sonuçların yorumlanmasına erken yaşlarda dâhil etmenin öğrenciler üzerinde olumlu etkileri olacağı belirtilmektedir (Cobb & Moore, 1997). Zaten üzerinde uğraşılan istatistiksel veriler ile her türlü matematiksel işlem, teknoloji kullanımı ile kısa sürede yapılabilir. Burada esas olan uygun yorum ve çıkarımlarda bulunulması, bu sayede istatistiksel muhakemenin geliştirilmesidir. Alan yazında öğrencilerin istatistiksel muhakemelerinin geliştirilmesi gerektiğine vurgu yapan çalışmalar yer almaktadır. Örneğin öğrencilerin ortalama kavramını sadece işlemsel olarak ele aldıkları, ortalamanın veri temsilindeki gücünü kavrayamadıklarını ifade eden çalışmalar mevcuttur (Gürel, 2016; Leavy & O'loughlin, 2006; Toluk-Uçar & Akdoğan, 2009; Watson & Moritz, 2000).

Ulaşılan istatistiksel bilgilerin basit hesaplamalardan öte etkili kullanımı 21. yüzyıl becerilerini gerektirmektedir (Gökçe, 2019). Ferrini-Mundy (2000) NCTM'de bu becerileri problem çözme, iletişim, temsil, ilişkilendirme, akıl yürütme ve ispat şeklinde sıralamaktadır. Buna paralel olarak MEB (2018a) kazandırılması planlanan temel beceriler arasında yer verdiği matematiksel süreç becerilerinin akıl yürütme içerdiğini belirtmiştir. Akıl yürütme, Umay (2003) tarafından "bütün etmenleri dikkate alarak düşünüp akılcı bir sonuca ulaşma sürecidir." şeklinde tanımlanmıştır. Akıl yürütme becerisine sahip bireyin konuya ilişkin yeterli bilgisi vardır ve birey yeni durumları tüm boyutlarıyla ele alabilir. Ulusal Araştırma Konseyi'ne (National Research Council-NRC) (1996) göre eğitim ortamının içeriği sunmaktan ziyade akıl yürütme becerilerini desteklemeye yönelik olması gerekmektedir. Garfield (2002) öğrencilere akıl yürütme türlerinin nasıl kullanılacağı ve uygulanacağı öğretildiği; çoğunlukla kavram ve prosedürlere odaklanılarak akıl yürütmenin gelişeceğinin umulduğunu ancak akıl yürütmenin bu şekilde gelişmediğini ifade etmiştir. Bundan ziyade bilimsel bilginin kazandırılması hedefinde olan öğretim ortamlarının akıl yürütme olumlu yönde etkilediği düşünülmektedir (Lawson, 2005).

## İstatistiksel Akıl Yürütme

Matematikte akıl yürütmenin ve istatistiğin yerine baktığımızda her ikisinin de güncelliğini geliştirerek koruyan kavramlar olduğu görülmektedir. O halde istatistiksel akıl yürütme kavramı hem kelime anlamı hem de içerdiği beceriler bakımından üzerinde düşünülmesi ve öğretim ortamlarında yer verilmesi gereken bir kavramdır. İstatistiksel akıl yürütme, istatistiksel bilgiyi tanıma, yerinde kullanma ve çıkarım yapma becerisi yani bireylerin gerçek yaşam durumlarında karşılaştıkları istatistiksel bilgilerle anlama odaklı uğraşma yetisidir (Ben-Zvi & Garfield, 2004; Garfield, 2002, 2003; Garfield & Chance, 2000). Bireyin okuduğu, açıkladığı bilgilere neden, niçin soruları ile ve süreç odaklı olarak bakmasıdır. Garfield (2003), öğrencilerde olması beklenen doğru ve olmaması istenen yanlış akıl yürütme türlerine göre İstatistiksel Akıl Yürütme Değerlendirmesi (Statistical Reasoning Assessment - SRA) adlı bir araç geliştirmiş olsa da istatistiksel akıl yürütme düzeyinin nasıl belirleneceği konusunda ortak bir görüş yoktur. Ancak istatistik dersleri aracılığıyla istatistiksel akıl yürütmenin geliştirilmesi önerilmektedir (Garfield, 2002). Yani akıl yürütmeye dair bu beceri kendiliğinden geliştirilemediğinden, öğrenme ortamlarında ele alınması gereken bir beceridir (Ferrini-Mundy, 2000; Garfield, 2002; Garfield & Ben-Zvi 2008). Öğretmenlerin sadece kavramları ve kuralları vererek öğrencilerin istatistiksel verilere kuralları uygulamasını sağlaması ve istatistiksel akıl yürütmenin gelişeceğini beklemesi bir hayal kırıklığı oluşturacaktır (Garfield, 2002, 2003). İstatistiksel akıl yürütmeye sahip öğrencilerin; akıl yürütmelerini farklı bağlamlarda kullanmaları ve doğru, duruma uygun yorumlarda bulunmaları beklenmektedir (Garfield, 2002). İstatistik eğitiminin birincil amacı, öğrencilerin gerekçeli açıklamalar ve çıkarımlarda bulunarak veriler hakkında görüşler üretmelerini sağlamaktır (Garfield, 2003). Verilen istatistik eğitiminin istatistiksel akıl yürütme geliştirmeye yönelik nitelikli bir eğitim olması önemlidir. Örneğin öğrencilerin istatistiksel akıl yürütme becerilerinin gelişimine yönelik ne tür akıl yürütme türleri geliştirilmeli ya da geliştirilmemelidir? sorusuna yanıt verilebilmeli ve istatistiksel akıl yürütmenin yordaması daha zor bir beceri olmasından dolayı alan yazındaki gelişmelere hâkim olunması ve istatistik alanındaki beceri uygulamalarının ötesine geçen zengin ve birbiri ile bağlantılı bir istatistik anlayış gerekmektedir (Garfield, 2003; Leavy, 2010). Öyle ki öğretmenlerin ve öğretmen

adaylarının istatistiksel akıl yürütme alan ve pedagojik bilgilerinin yetersiz olup geliştirilmesi gerektiğini belirten çalışmalar mevcuttur (Leavy, 2010; Confrey & Makar, 2002). Öğretmen adaylarının alacağı matematik eğitiminin, veri temsiline nitel ve yorumlayıcı yönlerini vurgulayarak, istatistiğin hesaplamaları ile yorumlamaları arasındaki dengesizliği gidermeye ve kavramsal bilgiyi artırmaya yardımcı olacak deneyimler sağlaması gerektiği savunulmaktadır (Leavy & O'loughlin, 2006).

İstatistik verilere dayalı, neden ve nasıl sorularına odaklanan birçok düşünceyi içermektedir. Bu düşünceler genel anlamda veri, merkez ve dağılım ile ilgilidir. Kader ve diğerleri (2013) bu düşünceleri değişkenlik, veri gruplarının karşılaştırılması, iki değişkenli dağılımlar ve çıkarımsal istatistik olarak dört temel unsurda değerlendirmiş olsa da istatistik birçok düşünceyi temel alarak neden ve nasıl sorularına odaklanmaktadır. Bu farklı düşünceleri temel alan istatistik aracılığı ile elde edilen sonuçları yorumlamaya götüren istatistiksel akıl yürütmede de farklı düşüncelerin yansımaları görülebilmekte ve istatistiksel akıl yürütmenin farklı çeşitlerinden bahsedilebilmektedir (Gökçe, 2019). Söz konusu akıl yürütme türleri; verilere ilişkin akıl yürütme, dağılıma ilişkin akıl yürütme, örnekleme fikirlerine ilişkin akıl yürütme, değişime ilişkin akıl yürütme, informel çıkarımsal akıl yürütme, istatistiksel modeller ve modelleme konusunda akıl yürütme, grupları karşılaştırma konusunda akıl yürütme şeklinde tanımlanmaktadır (Garfield & Ben-Zvi, 2008; Gökçe, 2019). İstatistiksel akıl yürütme türleri her ne kadar türlere ayrılmış olsa da birbirleriyle bağlantılıdır. Örneğin dağılım, aynı zamanda değişim ve örnekleme bir parçasıdır; değişim olmadan dağılımdan söz edilemez ve örnekleme olmadan genellikle veri olmaz (Bakker & Gravemeijer, 2004). Bu çalışmada istatistiksel akıl yürütmeye dair alan bilgisi ve istatistiksel akıl yürütme alan bilgisini ortaya koyma yaklaşımı değişebilirliğe ilişkin akıl yürütme, dağılıma ilişkin akıl yürütme, informel çıkarımsal akıl yürütme ve dağılımın kapsadığı merkez ile ilgili akıl yürütme çeşitlerine göre incelenmiştir.

### ***Değişebilirliğe ilişkin akıl yürütme***

Değişebilirliğe ilişkin akıl yürütme ise verilere ait yayılım ölçüleri aracılığı ile sonuçlara ulaşmaktır (Gökçe, 2019). Reading ve Reid (2010) değişebilirliğe ilişkin akıl yürütmenin daha iyi anlaşılabilmesi için değişebilirlik kavramının bileşenlerini belirlemiş; bileşenleri Garfield ve Ben-Zvi'nin (2005) belirlediği bileşenlere eklemeler yaparak dokuz bileşende toplamıştır. Söz konusu bileşenler şu şekildedir:

1. Değişebilirliğe ilişkin sezgisel fikirlerin gelişimi
2. Değişebilirliğin tanımlanarak temsil edilmesi
3. Değişebilirliğin karşılaştırma yapmak kullanılması
4. Özel dağılım türlerindeki değişebilirliğin tanınması
5. Uygun modellerde değişebilirlik kalıplarının belirlenmesi
6. Değişebilirliğin rastgele örnekleri veya sonuçları tahmin etmek için kullanılması
7. Değişebilirliğin istatistiksel düşüncenin bir parçası olarak ele alınması
8. Değişim kaynaklarının tanımlanması
9. Gözlemlenen değişimle beklentilerin çözümlenmesi

### ***Dağılıma ilişkin akıl yürütme***

Bakker ve Gravemeijer (2004) dağılıma ilişkin akıl yürütmenin sağlıklı bir şekilde tanımlanması için veri ile dağılımın ayrıştırılması gerektiğine vurgu yapmakta ve veriyi tekil değerler olarak tanımlarken dağılımı verilerin kavramsal bütünlüğü şeklinde tanımlamaktadır. Bu tanımlamayı Tablo 1'deki gibi ifade etmektedir.

**Tablo 1****Veri ile Dağılım Arasındaki İlişki**

Dağılım (Kavramsal bütünlük)	
Merkez	Yayıma Yoğunluk Çarpıklık
Ortalama, ortanca...	Açıklık, Frekans, Verilerin Standart çeyrekler, çoğunluğunun sapma... çoğunluk... pozisyonu...
Veri (Tekil değer)	

Tablo 1'deki dağılım özellikleri (merkez, dağılım, yoğunluk, çarpıklık) birbirinden kesin çizgilerle ayrılmamıştır. Örneğin aykırı değerler, çarpıklığı, yayılımı ve merkezi ölçüleri etkilemektedir. Tablo 1'deki veri ile dağılım ilişkisi aşağı ve yukarı yönlü olarak yorumlanmaktadır. Öğrencilerin yukarıdan aşağıya doğru düşünceleri yani merkez, değişim, yoğunluk ve çarpıklığı dağılımın özelliği olarak kavrayarak verilerin dağıtım aracılığıyla kavramsal bir bütün olarak düzenlemenin gerekliliği üzerinde durulmaktadır. (Bakker ve Gravemeijer, 2004).

**İnformel çıkarımsal akıl yürütme**

Alan yazında öğrenme istatistiklerine yönelik çıkarım temelli bir yaklaşımın neleri kapsadığı veya informel çıkarımsal akıl yürütme ile ne kastedildiği ile ilgili olarak çok az şey yazılmıştır. İstatistikte informel çıkarımsal akıl yürütme, toplanan verilerin ötesine geçen kanıtlanmış verilerden olasılıklı genellemeler yapma süreci olarak belirtilmektedir. İnformel çıkarımsal akıl yürütme, verilerden genellemeler oluşturmaya veya test etmeye yönelik, yani standart Öğrencilerin, verilerin amacı ve gerçek yaşamdaki faydasına ilişkin anlayışlarını derinleştirmede informel çıkarımın yararlı olduğu ifade edilmektedir. İnformel çıkarımsal akıl yürütmenin temel ilkelerini daha iyi anlamak için potansiyel bir çerçeve sunulmakta ve çerçevede üç temel ilkedden bahsedilmektedir:

1. Verilerin ötesinde genelleme
2. Verilerin kanıt olarak kullanılması
3. Genellemeyi tanımlarken, çıkarılan sonuçlara ilişkin kesinlik düzeylerine göre informel referanslar da dâhil olmak üzere olasılık dilinin kullanılması.

Verilerin ötesinde genelleme öğretmenlerin öğrencilerle birlikte çalışarak eldeki verilerin ötesinde düşünmenin önemini anlamalarını ve bilinenlerden hareketle bilinmeyenler hakkında çıkarım yapmayı sağlamaktadır (Gökçe, 2019). Verilerin kanıt olarak kullanılması; verilerin toplanma ve analiz edilme amacını ve yalnızca izole edilmiş bir veri seti yerine istatistik sürecine odaklanmanın önemini anlamayı desteklemektedir. Olasılık dilinin kullanılması öğrencilerin 'yanlış' olma ihtimalinden endişe etmeden tahminlerini yapma riskini almalarına da olanak tanımaktadır (Makar & Rubin, 2009). Evrene ilişkin çıkarımların güven aralığında olasılıksal bir dil ile ifade edilmesi informel çıkarımsal akıl yürütmeyle akla getirmektedir (Gökçe, 2019).

Zieffler, Garfield, DelMas ve Reading (2008) informel çıkarımsal akıl yürütme becerisinin gelişimi için yapılabilecek etkinliklere odaklanmanın yanında oluşturulan teorik çerçevenin üç bileşenini tanımlamışlardır:

1. Formel istatistiksel yöntemler den faydalanmadan örneklerden hareketle evrene dair tahmin yapma
2. Ön bilgileri yeni istatistik bilgileriyle ilişkilendirme
3. Örneklerden hareketle evrene dair tahmin yapmak için kanıtları kullanma

**Merkez ile ilgili akıl yürütme**

Dağılımın merkezi anlayışının gelişmiş olması veri dağılımının anlaşılmasında önemlidir ve istatistiksel bilgilerden çıkarım yapma becerisi için de gereklidir. Merkez ile ilgili iyi bir anlayış geliştirebilmek için ortalama, ortanca gibi hesaplamalar bilinmeli ve merkez kavramı bağımsız düşünülmemeli, veri gruplarını karşılaştırırken veya çıkarımlar yaparken yayılma ile birlikte

incelenmelidir. Verinin yayılmasından veya merkez ölçüsünün etrafında ne kadar değişkenlik olduğundan bahsetmeden, yalnızca bir merkez ölçüsü kullanarak bir veri kümesini özetlemek anlamlı bütünlük oluşturmayacaktır. Merkezin farklı ölçülerini, bunların nasıl hesaplanacağını, bunların hangi bilgileri sağlayacağını ve uygun merkezi ölçüyü seçebilmeyi öğrendikçe merkez fikri daha detaylı olarak anlaşılacaktır (Garfield & Ben-Zvi, 2008). Ayrıca dağılımın merkeze ilişkin akıl yürütmeyi kapsadığı da göz önünde bulundurularak, dağılıma ilişkin akıl yürütmenin gelişimi aynı zamanda merkez ile ilgili akıl yürütmeyi de desteklediği unutulmamalıdır. İstatistiksel akıl yürütme becerisinin kazandırılmasında öğretmenler kilit noktadadır. Öğretmenlerin istatistiksel akıl yürütme yeterlilikleri, bu beceriyi geliştirmeyi sağlayan içeriklerin öğrenciye uygun olarak hazırlanması açısından önemlidir (Gökçe, 2019; Makar & Confrey, 2004). Öyle ki öğrenci başarısında öğretmen oldukça etkili bir role sahiptir, akıl yürütme ile istatistik bilgisi, oluşturulan öğretim ortamları aracılığıyla geliştirilebilir (Confrey & Makar, 2002; Maviş-Sevim & Akin, 2021; Schoenfeld & Herrmann, 1982). H. G. Wells (akt. Snee, 1990, s. 117) "istatistiksel düşünme bir gün verimli vatandaşlık için okuma ve yazma yeteneği kadar gerekli olacaktır" öngörüsünde bulunmuştur. Yani öğrencilerimizde istatistiksel akıl yürütmeyi teşvik etme amacıyla isek; öğretmenlerin istatistiksel akıl yürütmelerini daha iyi ve anlamlı bir şekilde oluşturmalıyız. Bu durumu destekler öğrencilerin basit aritmetik ortalamaları hesaplayabilmelerine rağmen, anlamın gerçekte ne olduğunu anlama konusunda yardıma ihtiyaçları olduğu, yani öğrencilerin öğretmenleri tarafından anlamlı modeller geliştirmelerine olanak sağlayan etkinliklerle desteklenmesi gerektiği ifade edilmektedir (Garfield & Ben-Zvi, 2008). Nitekim artan öğretmen niteliklerinin, öğrenci başarısını arttıracığı belirtilmektedir (Goldhaber, 2016; Stronge, Ward & Grant, 2011; Uçar & Akdoğan, 2009). Öğretmenlerin istatistiksel bilgiyi etkili bir şekilde öğretebilmeleri için istatistiksel kavramları derinlemesine anlamalarının ve istatistiksel okuryazarlıklarını geliştirmelerinin önemine vurgu yapan çalışmalar mevcuttur (Leavy, 2010; Makar & Confrey, 2002; Noll, 2011). Öğretmenlerin istatistik öğretim bilgisini içeren farklı boyut ve düzeylerde desenlenmiş çeşitli modeller geliştirilmiştir (Gürel, 2016). Bu durumda öğretmenlerin hem istatistiksel akıl yürütme becerilerine dair bilgi birikimlerinin hem de bu bilgileri öğrencilere aktarma ve onlarda bu becerilerin gelişimini sağlamaya yönelik öğretim bilgilerinin yeterli seviyede olması oldukça önemlidir (Yılmaz, 2020). Ancak pek çok okul istatistiğe olan vurgusunu arttırıyor olsa da, çok azı öğretmenlerin öğretileri beklenen istatistik alanlarında ustalaşmasına yardımcı olmak için yeterli adımları atmakta ve matematik öğretmenlerine sağlanan mesleki gelişim eğiliminin değerlendirilmesi, grafik ve tabloların basit yorumlanmasının ötesinde istatistiksel içerik bilgilerini geliştirmeleri için çok az fırsat vermektedir (Makar & Confrey, 2004). Çalışmanın amacı gereği öğretmenlerin istatistiksel akıl yürütme becerileri inceleneceğinden, ulaşılan bulguların öğretmenlerin kendi kendilerini değerlendirerek kendilerine bu alanda bir seviye belirlemesi anlamında faydalı olacağı düşünülmektedir. İstatistiksel akıl yürütme becerisinin, bir sonucun neden ve nasıl ortaya çıktığı ile ilgilenmesi kavramsal anlayışı beslemektedir. Becerinin kuramsal bir çerçevede ele alınması da kavramsal anlayışa yönelik dönütler sağlamaktadır (Gökçe, 2019). Bu anlamda öğretmenlerin istatistiksel akıl yürütme becerisinin mevcut durumunu verilere dayalı olarak ortaya koyan çalışmalar önem taşımaktadır. Ayrıca sürekli gelişim eğiliminde olan doğru bilginin değişimi, istatistiksel bilgilerde de görülmektedir. Bu değişim istatistik öğretiminde güncel düzenlemeleri beraberinde getirmektedir (Snee, 1993). Bu gerekçe de öğretmenlerin kendi durumlarını fark etmesi ve bilinçlenmesi anlamında çalışmayı ön plana çıkarmaktadır. Bu durumu destekler nitelikte Leavy (2010) çalışmasında öğretmen adaylarının olabildiğince erken dönemde kendi alanları ile ilgili informel çıkarımsal akıl yürütmenin nasıl öğretileceği konusunda farkındalık kazanmalarının gerekliliğine değinmiştir. Ayrıca istatistik konularının matematik programlarında detaylı bir şekilde ele alınması ile öğretmenlerin istatistik konularına ilişkin alan bilgisinin incelenmesi bir ihtiyaç haline gelmiştir ancak çalışmaların genellikle öğretmen adayları ile yürütüldüğü görülmüştür (Gürel, 2016). Ayrıca alan yazın incelendiğinde öğretmenlerin istatistiksel akıl yürütme becerilerine ilişkin uluslararası düzeyde çalışmalara oranla düzeyde ulusal düzeyde az sayıda çalışmanın olduğu da görülmektedir (Gökçe, 2019; Gürel, 2016). Bu anlamda çalışmanın alan yazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. İstatistik eğitiminde öğretmen bilgisini ele alan çalışmalara (Burgess, 2007; Madden, 2008; Vermette & Savard, 2019;

Watson, Callingham & Nathan, 2009; Yılmaz, 2020) bakıldığında öğretmenlerin istatistik öğretimi ile ilgili bilgi seviyelerini belirlemeyi amaçlayan çalışmaların gerekli olduğu görülmektedir. Bu ihtiyaçtan hareketle yapılacak çalışmalar istatistik öğretiminde nitelikli öğretmen yetiştirilmesine katkıda bulunabilir. Tüm bu gerekçeler ışığında çalışmada ortaöğretim matematik öğretmenlerinin istatistiksel akıl yürütme becerilerinin alan bilgileri kapsamında değerlendirilmesi amaçlanmıştır ve aşağıdaki sorulara cevap aranacaktır:

1. Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin istatistiksel akıl yürütmeye dair alan bilgileri nelerdir ve hangi düzeydedir?
2. Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin istatistiksel akıl yürütmeye dair alan bilgilerini ortaya koyma yaklaşımları nelerdir?

## YÖNTEM

Bu araştırmada nitel araştırma deseni ve bu desen kapsamındaki durum çalışması yaklaşımı kullanılmıştır. Çalışmada ortaöğretim matematik öğretmenlerinin istatistiksel akıl yürütme becerilerine odaklanıldığından çalışma, durum çalışması türlerinden tek araçsal durum deseni gerektirmektedir. Çünkü amaç açısından üç kategoriye ayrılan durum çalışmaları içerisinde yer alan tek araçsal durum deseni bir konuyu (durumu ya da sorunu) en iyi biçimde anlayabilmek için seçilmiş bir konuya odaklanarak bu konuyu sınırlı bir durum bağlamında örneklendirir (Creswell, 2013).

## Katılımcı Bilgisi

Nitel araştırmalarda çalışma grubu, çalışmaya katılan tüm üyelerden eşit miktarda ve benzer verilerin kaynağı olarak değil; incelenen durum/durumlara ait detaylı bilgilere ulaşmayı ve derinlemesine incelemeyi sağlayan kasıtlı oluşturulan kaynak olarak görülmektedir. Bu nedenle araştırma problemine yönelik zengin bilgilerin toplanmasını mümkün kılan amaçlı örnekleme yöntemlerinin kullanılması gerekmektedir (Creswell, 2013; Patton, 2018). Çalışmaya 17 ortaöğretim matematik öğretmeni dâhil edilmiştir. Söz konusu öğretmenlerin belirlenmesinde amaçlı örnekleme metotlarından biri olan tipik örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Tipik örnekleme yönteminde sıra dışı olmayan ortalama bir durum seçilmektedir (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz & Demirel, 2018). Öğretmenlerin çalışmaya gönüllü olarak katılmaları sağlanmıştır. Söz konusu katılımcılara ait demografik bilgiler Tablo 2’de gösterilmektedir.

Tablo 2’de de görülebileceği üzere öğretmenlerin çoğunluğu erkek ve eğitim fakültesi mezunudur. Öğretmenlerin çalıştığı okul türü, Anadolu lisesi, meslek lisesi, fen lisesi şeklinde çeşitlenmektedir. Çalışma yılı bakımından 11-15 yıl deneyime sahip olanlar çoğunluktadır.



**Tablo 2****Çalışmaya Katılan Öğretmenlerin Demografik Bilgileri**

Katılımcı	Cinsiyet	Lisans Mezuniyeti	Lisansüstü Eğitim Durumu	Çalışılan Okul Türü	Çalışma Yılı
Ö1	Erkek	Fen Edeb. Fakültesi	-	Anadolu Lisesi	20
Ö2	Erkek	Eğitim Fakültesi	-	Meslek Lisesi	23
Ö3	Erkek	Eğitim Fakültesi	-	Fen Lisesi	13
Ö4	Erkek	Fen Edeb. Fakültesi	-	Anadolu Lisesi	22
Ö5	Kadın	Eğitim Fakültesi	-	Meslek Lisesi	13
Ö6	Erkek	Fen Edeb. Fakültesi	Yüksek lisans	Meslek Lisesi	17
Ö7	Kadın	Eğitim Fakültesi	-	Meslek Lisesi	11
Ö8	Erkek	Fen Edeb. Fakültesi	-	Anadolu Lisesi	20
Ö9	Erkek	Eğitim Fakültesi	-	Anadolu Lisesi	15
Ö10	Kadın	Eğitim Fakültesi	-	Meslek Lisesi	12
Ö11	Kadın	Fen Edeb. Fakültesi	-	Meslek Lisesi	5
Ö12	Kadın	Fen Edeb. Fakültesi	-	Meslek Lisesi	8
Ö13	Kadın	Eğitim Fakültesi	-	Meslek Lisesi	4
Ö14	Kadın	Eğitim Fakültesi	-	Fen Lisesi	12
Ö15	Erkek	Eğitim Fakültesi	Doktora	Anadolu Lisesi	15
Ö16	Erkek	Fen Edeb. Fakültesi	Yüksek lisans	Fen Lisesi	16
Ö17	Erkek	Eğitim Fakültesi	-	Meslek Lisesi	21

**Veri Toplama Aracı**

Açık uçlu sorular aracılığı ile önceden belirlenmiş cevaplara ait kategoriler olmadan farklı bakış açıları yakalanarak veri çeşitliliğini sağlamak daha olasıdır (Patton, 2018). Bu nedenle kapsamlı bilgi edinilmesini amaçlayan bu çalışmanın verilerinin toplanması aşamasında veri toplama aracı olarak istatistiksel akıl yürütme becerilerini alan bilgileri doğrultusunda ortaya koyan istatistiksel akıl yürütmeye dair alan bilgisi formundan (İAY-AB) (bkz. Ek 1) faydalanılmıştır. Formun tercih edilme nedeni; istatistiksel akıl yürütme alan bilgisini ve istatistiksel akıl yürütmeye dair alan bilgisini ortaya koyma yaklaşımlarını birlikte incelemeye ve derecelendirme ölçeği ile detaylı yorumlamaya imkân sağlamasıdır. Form Gökçe (2019) tarafından geliştirilmiş olup beş adet açık uçlu sorudan oluşmaktadır. Katılımcıların istatistiksel akıl yürütmeye ilişkin alan bilgilerini incelemeyi amaçlayan sorular aracılığı ile öğretmenlerin istatistiksel akıl yürütme becerileri ve beceri düzeylerinin değerlendirilmesi amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda söz konusu sorular ile istatistiksel akıl yürütmenin belirlenmesinde; genel olarak değişebilirliğe ilişkin akıl yürütme (soru 1, 3, 4), dağılıma ilişkin akıl yürütme (soru 1, 3, 4, 5), informal çıkarımsal akıl yürütme (soru 1, 3, 4, 5) ve merkez ile ilgili akıl yürütme (soru 1, 2, 3, 4) olmak üzere dört beceri baz alınmıştır. Değişebilirliğe ilişkin akıl yürütme; verilerden yayılım ölçüleri aracılığıyla mantıklı sonuçlar elde etmektir (Gökçe, 2019). Dağılıma ilişkin akıl yürütme; istatistiksel kavramlar ve bunların birbirleriyle ilişkileri hakkında dağılıma dair daha bütünlük bir araştırma yapılmasına olanak sağlayan bir araştırma tasarımı içerir (Biehler vd., 2018). Merkeze ilişkin akıl yürütme; merkezi eğilim ölçüleri aracılığıyla, veriye dair yorum ve çıkarımlarda bulunmaktır (Gökçe, 2019). Informel çıkarımsal akıl yürütme; toplanan verilerin ötesine geçen verilerden (kanıtlanmış) olasılıklı genellemeler yapma süreci olarak ifade edilmektedir (Makar & Rubin, 2009).

Araştırmada 5 adet soru kullanılmış ve gerekli izinler alınmıştır. Soruların hangi akıl yürütme becerisi ile ilişkili olduğu Tablo 3'te belirtilmiştir.

**Tablo 3**

*İAY-AB Formundaki Soruların Akıl Yürütme Becerileri İle İlişkisi*

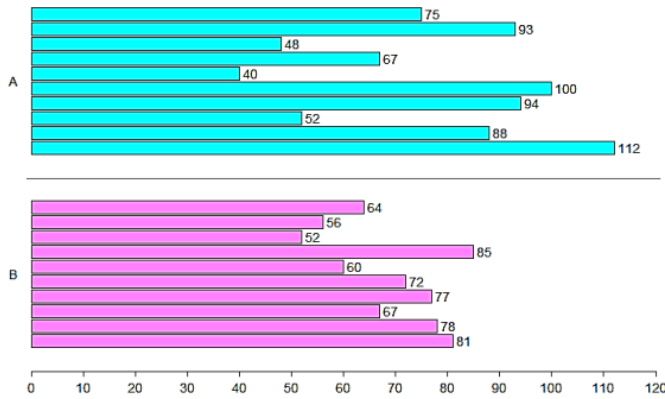
	1. Soru	2. Soru	3. Soru	4. Soru	5. Soru
Değişebilirliğe ilişkin akıl yürütme	x		x	x	
Dağılıma ilişkin akıl yürütme	x		x	x	x
İnformel çıkarımsal akıl yürütme	x		x	x	x
Merkez ile ilgili akıl yürütme	x	x	x	x	

Söz konusu sorular aşağıda detaylı bir şekilde açıklanmıştır.

Birinci soru "Aşağıda A ve B markalarına ait 10'ar adet pilin dayanma süreleri verilmiştir. Buna göre iki markanın pil ömrünü karşılaştırınız. A ve B marka pillerin dayanma sürelerini nasıl karşılaştırdığınızı gerekçesiyle açıklayınız." şeklindedir (Gökçe, 2019, s. 82). Soruya ait görsel Şekil 1'deki gibidir.

**Şekil 1**

*Birinci Soru Görseli*



Grafik 1: A ve B markalarına ait pillerin dayanma süreleri (saat)

Bu soru pil ömrü ile ilgili bir soru olup, A ve B markalarına ait pillerin dayanma sürelerinden faydalanılarak pil ömürlerinin karşılaştırılması istenmektedir. Çözümde beklenen iki markaya ait pillerin aritmetik ortalamalarına bakıldıktan sonra aritmetik ortalamaların yakın olduğunun fark edilmesi, bu nedenle daha güvenilir bir yorumda bulunabilmek için pil ömürlerinin açıklığı ile değişebilirliğine bakılarak ve standart sapma hakkında yorumda bulunarak pillerdeki istikrara dikkat edilmesidir.

İkinci soru "bir öğretmen, öğrencilerinin derse katılımlarını arttırmak amacıyla sınıftaki oturma planını düzenlemek istiyor. Bu amaçla mevcut oturma düzeninde öğrencilerinin kaç kez söz aldığını belirlemeye karar veriyor. Aşağıdaki tablo öğrencinin bir ders süresince söz alma sayısını göstermektedir." şeklindedir (Gökçe, 2019, s. 83). İkinci soruya ait görsel Şekil 2'de gösterilmiştir.

**Şekil 2***İkinci Soru Görseli*

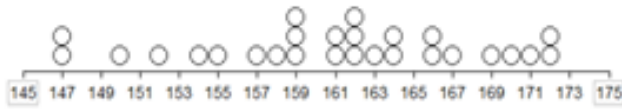
Öğrenciler	Aysun	Rüya	Ardı	Kağan	Cansel	Deniz	Nil	Kerem
Yorum sayısı	0	5	2	22	3	2	1	2

Öğretmen o gün yapılan tipik söz alma sayısını hesaplayarak bu veriyi özetlemek istiyor. Aşağıdaki yöntemlerden hangisini kullanmasını önerirsiniz?

- \_\_\_ a) En çok tekrar eden sayıyı, yani 2'yi kullanmasını; çünkü  
.....
- \_\_\_ b) Verilen 8 sayıyı toplayıp 8'e bölmesini; çünkü  
.....
- \_\_\_ c) 22'yi atıp diğer 7 sayıyı toplayıp 7'ye bölmesini; çünkü  
.....
- \_\_\_ d) 0'ı atıp diğer 7 sayıyı toplayıp 7'ye bölmesini; çünkü  
.....

Bu soru öğrencilerin söz alma durumlarına göre planlanacak oturma düzeni ile ilgili bir soru olup verilerdeki uç değerleri dikkate alarak aritmetik ortalamanın kullanılacağını düşünülmesi ve verilen seçeneklere bu gözle bakılması beklenmektedir. Yorumun neye dayandırılarak yapıldığının açıklanabilmesi için de her bir seçenekteki çünkü ile başlayan boşlukların doldurulması gerekmektedir.

Üçüncü soru “aşağıda Türkiye’deki bir ortaokulda öğrenim gören 8. sınıfların boy uzunluklarına ait grafik verilmiştir. Buna göre Türkiye genelindeki tüm 8. sınıf öğrencilerinin boy uzunluklarının nasıl olmasını beklersiniz? Aşağıda verilen boş eksene çizerek, gerekçesi ile birlikte açıklayınız.” şeklindedir (Gökçe, 2019, s. 84). Üçüncü soruya ait görsel Şekil 3’de gösterilmiştir.

**Şekil 3***Üçüncü Soru Görseli*

Grafik 1: Bir ortaokuldaki 8. sınıf öğrencilerinin boy uzunlukları



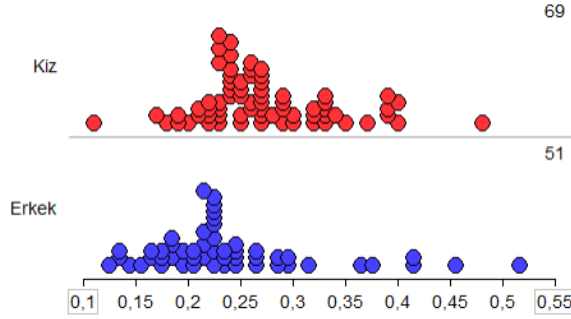
Bu soru örneklemeden faydalanarak Türkiye geneline ilişkin 8. Sınıf öğrencilerinin boy uzunlukları dağılımının tahmin edilerek uygun grafiğin çizilmesini gerektiren bir sorudur. Bir tahmin sorusu olduğu için Türkiye genelindeki dağılımın birebir aynısının öngörülmesi beklenmemekle birlikte tahmin edilecek dağılıma ait grafiğin verilen grafiğin birebir aynısı olacağını düşünülmesi ve aralıkların da verilen grafikteki gibi sınırlandırılması istenmemektedir. Çünkü verilen grafik küçük bir örnekleme aittir. Örneğin genel dağılıma ait grafiğin mutlaka grafikteki gibi iki modlu olması gerekmektedir. Uç değerlere dikkat edilerek çizilecek grafiğin verilen grafikteki alt ve üst sınırların üzerine çıkabileceğinin ve yığılmanın verilen grafikteki yığılmadan daha geniş bir aralıkta olabileceğinin düşünülmesi beklenmektedir.

Dördüncü soru “bir yazılım şirketi hızın önemli olduğu bir bilgisayar oyunu geliştirmek için potansiyel kullanıcıların reaksiyon süreleri üzerinde bir araştırma yapıyor. 9-17 yaş arası 69 kız ve 51 erkek öğrenciden aşağıdaki gibi veriler elde ediliyor. Sizce kızların ve erkeklerin reaksiyon

sürelerinde bir farklılık var mıdır? Yanıtınızı gerekçesiyle açıklayınız.” şeklindedir (Gökçe, 2019, s. 84). Dördüncü soruya ait görsel Şekil 4’te gösterilmiştir.

#### Şekil 4

##### Dördüncü Soru Görseli



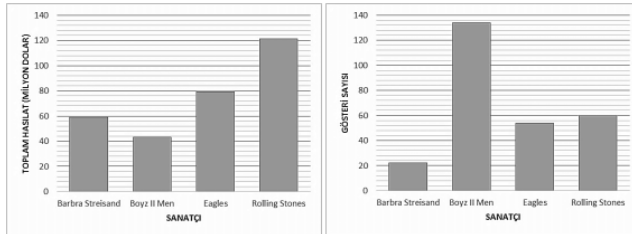
Grafik 1: Kız ve erkek öğrencilerin reaksiyon süreleri (saniye)

Bu soru farklı büyüklüklerdeki iki örneklemin reaksiyon sürelerinin karşılaştırılması ile ilgilidir. Erkeklerin reaksiyon hızlarının daha fazla olmasının aynı aralık için karşılaştırma yapılarak fark edilmesi ve her iki grubun veri sayılarının farklı olmasının göz önünde bulundurulması beklenmektedir. Karşılaştırma yapılırken en fazla veri içeren aralığın dikkate alınması ve yığılmanın olduğu verilerin, verilerin tamamına göre karşılaştırılması gerekmektedir.

Beşinci soru “aşağıda verilen grafiklerde Barbra Streisand, Boyz II Men, Eagles ve Rolling Stones’a ait konser turları bilgileri gösterilmektedir. Sizce en başarılı konser turunu kim yapmıştır? Gerekçesini açıklayınız.” şeklindedir (Gökçe, 2019, s. 85). Beşinci soruya ait görsel Şekil 5’te gösterilmiştir.

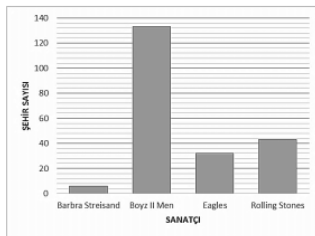
#### Şekil 5

##### Beşinci Soru Görseli



Grafik 1: Toplam konser kazancı

Grafik 2: Toplamda yapılan gösteri sayısı



Grafik 3: Gösterilerin yapıldığı şehir sayısı

#### Acıklama:

Bu soru konser turlarına ait verilen üç grafiğin yorumlanmasını içermektedir. Her bir grafiğin kendi içinde yorumlanarak, dört grubun karşılaştırılması ve bu karşılaştırmaların birbirleri ile ilişkilendirilmesi beklenmektedir. Yani sadece bir grafikten yola çıkılarak tek boyutta

karşılaştırma yapılması ya da üç boyutta karşılaştırma yapılması bile elde edilen karşılaştırmaların ilişkilendirilmemiş olması yeterli görülmemektedir. Dağılımları karşılaştırmayı içeren dördüncü ve beşinci soru istatistiksel akıl yürütmeyi desteklemenin yanı sıra, dağılımların varyasyonu hakkında daha fazla bilgi sağlamaktadır. Nitekim Confrey ve Makar (2002) çalışmalarında öğretmenlerin, anlamlı bir bağlamda dağılımları karşılaştırdıklarında, dağılıma dair daha sağlam bir anlayış kazanmaya başladıkları sonucuna ulaşmışlardır.

### Veri Toplama Süreci

Kullanılması planlanan açık uçlu soruların çalışmaya uygunluğunu belirlemek amacıyla; öncelikle pilot uygulama olarak çalışmaya katılmamış olan iki matematik öğretmenine sorular yüz yüze uygulanmış, çalışmanın amaçları ile örtüşen verilerin alındığı görülmüş ve soruların çalışmada farklılaştırılmadan kullanılmasına karar verilmiştir. Çalışmaya gönüllü olarak katılan tüm öğretmenler ile görüşülerek veri toplama araçları birebir uygulanmıştır.

### Verilerin Analizi

Verilerin analizi Gökçe (2019, s. 97) tarafından hazırlanan, Tablo 4'te gösterilen derecelendirme ölçeği kullanılarak ve alt problemlere göre ayrı ayrı ele alınarak yapılmıştır.

Çalışmanın birinci alt problemi "ortaöğretim matematik öğretmenlerinin istatistiksel akıl yürütmeye dair alan bilgileri nedir ve ne düzeydedir?" şeklinde belirlenmiştir. Bu alt problem doğrultusunda her bir katılımcıya ait çözümlerin değerlendirilmesinde her bir soru için; 0 puan alan çözümler düşük düzeyde; 1 ve 2 puan alan çözümler orta düzeyde ve 3 puan alan çözümler ise yüksek düzeyde başarılı olarak nitelendirilmiştir. İkinci alt problem ise "ortaöğretim matematik öğretmenlerinin istatistiksel akıl yürütmeye dair alan bilgilerini ortaya koyma yaklaşımları nelerdir?" şeklinde belirlenmiştir. Katılımcıların her bir akıl yürütme becerisine ait puanları; informel çıkarımsal akıl yürütme, değişebilirliğe, dağılıma ve merkeze ilişkin akıl yürütme becerilerini ilgilendiren çözümleri, bu dört becerinin ilişkili olduğu sorulardan aldıkları puanların, o beceriye ait sorulardan alınabilecek en yüksek puana oranlanması ile hesaplanarak yüzde olarak belirtilmiştir. Bu oranlama yolu ile hesaplamadaki amaç sorunun çözümünde kullanılan stratejinin, sorunun ilişkili olduğu akıl yürütme becerisine uygunluğu hakkında fikir sahibi olmaktır (Gökçe, 2019).

Derecelendirme ölçeğindeki göstergelere göre veriler içerik analizine tabii tutulmuştur. Analizler birinci araştırmacı tarafından bir ay ara ile iki kez yapılmış ve analizler arasında %85 uyum olduğu görülmüştür. Ardından diğer araştırmacılar tarafından analizler kontrol edilmiştir ve fikir birliği sağlanmıştır.

### Geçerlik ve Güvenilirlik

Lincoln ve Guba (1985, akt. Merriam, 2018; Yıldırım & Şimşek, 2018) geçerlik ve güvenilirlik kavramlarını, nitel araştırmaların doğasına uygun şekilde inandırıcılık, aktarılabilirlik, tutarlık ve teyit edilebilirlik şeklinde alternatif kavramlarla ifade etmektedirler. Çalışmada inandırıcılık uzman incelemesine başvurularak sağlanmaya çalışılmıştır. Çalışmada yer alan çalışma grubunun oluşturulmasında ölçüt örnekleme yöntemi kullanılarak olabildiğince çalışmaya uygun katılımcılar belirlenmeye çalışılmıştır. Ayrıca veri kaynakları, verilerin toplanma ve analiz edilme süreci ayrıntılı olarak ifade edilmiştir. Elde edilen sonuçların çalışmanın konularına ilgisi olan kişilere yol gösterici olacağı düşünülmüş ve aktarılabilirlik sağlanmaya çalışılmıştır. Çalışmada çözümler birinci araştırmacı tarafından bir ay ara ile iki kez değerlendirilmiş ve analizler arasında %90 oranında uyum olduğu görülmüştür. Ardından diğer araştırmacılar tarafından analizler kontrol edilmiştir. Değerlendirmelerde ortaya çıkan ikilemler ile ilgili tekrar görüşülüp giderilmeye çalışılarak; fikir birliği sağlanması tutarlık için yapılmış uygulamalardır. Çalışmada değerlendirmelerin araştırmacı tarafından iki kez yapılması ile teyit edilebilirlik sağlanılmaya çalışılmıştır. Ayrıca çalışmada elde edilen veriler, verilerin analizinde oluşturulan kodlamalar gerekli görüldüğünde incelenebilmesi için saklanmaktadır.

Çalışmada bilgi kaynaklarının gizliliği katılımcıların Ö1, Ö2, Ö3,... şeklinde isimlendirilmesi yöntemi ile sağlanmaya çalışılmıştır. Katılımcılar çalışmanın içeriği ve elde edilen sonuçların ne amaçla kullanılacağı hakkında bilgilendirilmiş ve katılım konusunda gönüllü olanlar çalışmaya dâhil edilmiştir. Ayrıca matematik öğretmenlerinin istatistiksel akıl yürütme becerilerinin incelenmesine yönelik olarak kullanılan açık uçlu sorular alan yazındaki bir çalışmadan alındığından; bu soruların kullanımı ile ilgili çalışma sahibi ile iletişime geçilerek kullanımına ilişkin onayları alınmıştır.

**Tablo 4****İstatistiksel Alan Yürütme Alan Bilgisi Derecelendirme Ölçeği**

Soru	Puan	Gösterge
Soru 1	3	<ul style="list-style-type: none"> <li>İstatistiksel hesaplamaları doğru biçimde yapar ve niçin yaptığını bilir.</li> <li>Merkezi eğilim ve yayılım ölçülerini uygun çıkarımlar yapmada kullanır.</li> </ul>
	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>Merkezi eğilim ve yayılım ölçülerini doğru biçimde hesaplayabilir ve kullanır; ancak eksik açıklamalar yapar---Aritmetik ortalamaya ve açıklığa ilişkin eksik açıklamalarda bulunur. Örneğin hesap sonuçları, gerekçe vs.</li> </ul>
	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bir istatistiksel hesaplamanın bir ya da iki boyutunu doğru şekilde belirler ya da hesaplar --</li> <li>Açıklığı-standart sapmayı dikkate almadan yalnızca aritmetik ortalamayı kullanır.</li> <li>Aritmetik ortalama-açıklık yanlış hesaplanır; ancak ölçüler doğru biçimde kullanılır.</li> <li>Hesaplama olmadan genel açıklamalar yapar.</li> </ul>
	0	<ul style="list-style-type: none"> <li>Merkezi eğilim ve yayılım ölçülerini kullanmaz--- Aritmetik ortalama ve açıklık gibi istatistiksel ölçüler kullanılmaz.</li> <li>Tekil veri değerleri arasında karşılaştırmalar yapar.</li> </ul>
	3	<ul style="list-style-type: none"> <li>Uç değerlere dikkat ederek aritmetik ortalamayı kullanır; gerekçesini açıklar.</li> </ul>
Soru 2	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>Uç değerlere dikkat ederek aritmetik ortalamayı kullanır.</li> <li>İki yanıt verir, ancak uç değerlerin etkisini her birinde açıklar.</li> <li>Uç değerlerin etkisinin farkındadır ancak 0'ın anlamından kaynaklanan hatalı yanıt verir.</li> </ul>
	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>Uç değerlere dikkat etmeden aritmetik ortalamayı kullanır; gerekçesini açıklar.</li> </ul>
	0	<ul style="list-style-type: none"> <li>Yanlış nedenlerle/ kişisel görüşlere dayanarak merkezi eğilim ve yayılım ölçülerini kullanır.</li> <li>Merkezi eğilim ve yayılım ölçülerini bağlama uygun olarak kullanamaz.</li> </ul>
	3	<ul style="list-style-type: none"> <li>Verilerden yola çıkarak evrene ilişkin uygun dağılım eğrisini çizer, gerekçesini açıklar.</li> <li>Veri dağılımının uç noktalarına ve merkezine dikkat ederek evren dağılımını tahmin eder.</li> </ul>
Soru 3	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>Verilerden yola çıkarak evrene ilişkin kısmen uygun dağılım eğrisini çizer/ kısmen gerekçesini açıklar.</li> <li>Gerekçesi, akıl yürütme yaklaşımına ilişkin yetersiz bilgi içerir.</li> <li>Tek mod yerine iki modlu dağılım eğrisi çizer.</li> </ul>
	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>Verilere uygun olmayan dağılım eğrisi çizer.</li> <li>Net olmayan akıl yürütme yaklaşımı sergiler. Evrene ilişkin kısmi dağılım eğrisi çizer.</li> <li>Grafikler arasında tahmin yerine dönüşüm yapar. Dönüşüm merkez ve uç değerlere ilişkin doğru ayrıntılar içerir.</li> </ul>
	0	<ul style="list-style-type: none"> <li>Evren dağılımını tahmin edemez.</li> <li>Veri grubunu birebir kopyalar.</li> </ul>
	3	<ul style="list-style-type: none"> <li>Farklı veri sayısına sahip dağılımları karşılaştırmada orantısal akıl yürütme kullanarak verileri kapsayan uygun çıkarımlarda bulunur---Akıl yürütme yolu net olarak sergilenir.</li> </ul>
Soru 4	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>Farklı veri sayısına sahip dağılımları karşılaştırmada verileri kapsayan uygun çıkarımlarda bulunur---Akıl yürütme yolu belirsizlik içerir.</li> </ul>
	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>Çıkarımlar verilerin çoğunu kapsar; ancak ifadeler/gerekçeler eksiktir ya da çok geneldir--- Akıl yürütme yolu belirsizlik içerir.</li> <li>Farklı veri sayısına sahip dağılımları karşılaştırmada kısmen orantısal akıl yürütme kullanır</li> <li>Tutarsız çıkarımlarda bulunur.</li> </ul>
	0	<ul style="list-style-type: none"> <li>Veri sayılarının farklı olmasından dolayı belirsiz/yetersiz açıklamalar yapar.</li> <li>Çıkarımlar verilerin çoğunu kapsamaz.</li> </ul>
	3	<ul style="list-style-type: none"> <li>Hem kısmi hem de genel karşılaştırmalar yapar, karşılaştırmaları birbiriyle ilişkilendirir.</li> </ul>
Soru 5	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>Kısmi ve genel karşılaştırmalar yapar; ancak karşılaştırmalar ilişkilendirilmez.</li> </ul>
	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>Kısmi karşılaştırma yapar---tek boyuta bağlı kalarak/ yanlış ilişkilendirme yapar.</li> </ul>
	0	<ul style="list-style-type: none"> <li>Yanıt yok.</li> </ul>

## Araştırma Etiği

Bu araştırmanın planlanmasından, uygulanmasına, verilerin toplanmasından verilerin analizine kadar olan tüm süreçte “Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi” kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan “Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler” başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Bu çalışmanın yazım sürecinde bilimsel, etik ve alıntı kurallarına uyulmuş; toplanan veriler üzerinde herhangi bir tahrifat yapılmamış ve bu çalışma herhangi başka bir akademik yayın ortamına değerlendirme için gönderilmemiştir.

## Etik kurul izin bilgileri

Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı: Bursa Uludağ Üniversitesi Senatosu Etik Komisyonu

Etik değerlendirme karar tarihi: 26. 05. 2023

Etik değerlendirme belgesi sayı numarası: 2023-05

## BULGULAR

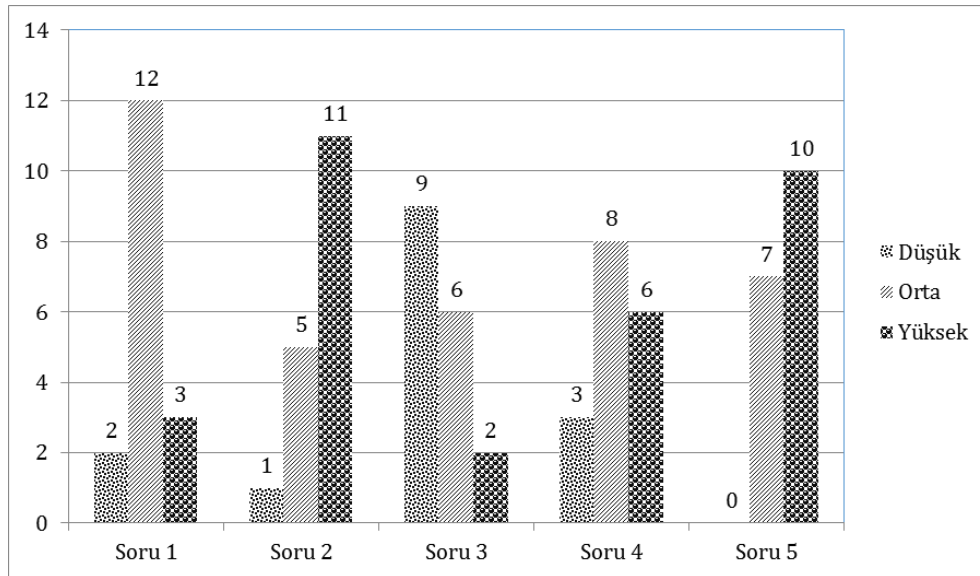
Çalışmada ortaöğretim matematik öğretmenlerinin istatistiksel akıl yürütmeye dair alan bilgi düzeyleri ile alan bilgilerini ortaya koyma yaklaşımlarının saptanması amaçlanmaktadır. Bu amaçla öğretmenlere istatistiksel akıl yürütme ile ilgili beş soru yöneltilmiştir. Her öğretmenin istatistiksel akıl yürütmeye dair alan bilgi düzeyleri ile bunu ortaya koyma yaklaşımları, soru çözümlerine ait görsellerden ve çözüm sürecinde geçen diyaloglardan faydalanılarak ayrı başlıklar altında sunulmuştur.

## İstatistiksel Akıl Yürütme Alan Bilgisi Düzeyine Ait Bulgular

Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin istatistiksel akıl yürütmeye ilişkin alan bilgilerini belirlemek amacıyla sorulan beş soru veri analizi bölümünde açıklandığı şekilde puanlanmış ve düzeylere ayrılmıştır. Katılımcıların her soru için belirtilen üç düzeye göre dağılımı Şekil 6’da gösterilmiştir.

### Şekil 6

İstatistiksel Akıl Yürütme Alan Bilgisi Sorularına İlişkin Katılımcıların Düzeyleri



Şekil 6'daki grafik soruların tamamı birlikte değerlendirilerek incelendiğinde katılımcıların sorulan beş soruya verdikleri cevaplara göre çoğunlukla orta düzeyde alan bilgisine sahip olduğu görülmektedir. Bu tespit katılımcıların akıl yürütme yaklaşımlarında doğru ve eksiksiz bir anlayış sergilemekte zorlandıkları, istatistiksel muhakeme becerilerinin sınırlı olduğu yorumunu ortaya çıkarmaktadır. Katılımcı cevaplarının derecelendirme ölçeğindeki orta düzey alan bilgisi ile ilişkilendirilen (1 ve 2 puan ile değerlendirilen) yaklaşımlar aşağıdaki şekilde belirtilebilir:

- Kullanılan merkezi eğilim ve yayılım ölçüleri doğru bir şekilde hesaplanmış ancak açıklamalar eksik yapılmıştır. Kullanılan ölçülerin birbiriyle ilişkisi ve dağılıma etkisi üzerinde durulmamıştır.
- Sadece bir ya da iki istatistik hesaplama kullanılmıştır.
- Sorularda verilenler doğru kullanılmış ancak hesaplamalar yanlış yapılmıştır.
- Herhangi bir hesaplama yapılmadan genel açıklamalar yapılmıştır.
- Dağılımları karşılaştırmada uygun çıkarımlar yapılmış ancak çıkarımların nasıl yapıldığı net olarak belirtilmemiş ya da genel ifadeler ile belirtilmiştir.
- Dağılımları karşılaştırmada kısmen orantısal akıl yürütme kullanılmıştır.

Şekil 6 sorular bazında incelendiğinde cevapların üçüncü soruda düşük, birinci ve dördüncü sorularda orta, ikinci ve beşinci sorularda ise yüksek düzeyde alan bilgisinde yığıldığı görülmektedir. (Cevapların düşük, orta ve yüksek düzeyde alan bilgisi şeklinde kategorize edilme gerekçesinden yöntem bölümünde bahsedilmiştir.) Katılımcıların çoğunluğunda düşük düzey alan bilgisinin tespit edildiği sorunun üçüncü soru olduğu görülmektedir. Bu soruda yüksek düzeyde alan bilgisinin tespit edildiği cevap sayısı da oldukça azdır. Söz konusu soruya ait cevaplara bakıldığında ya soruya dair herhangi bir tahmin yapılamadığı ya da istenen grafik için verilerin birebir kopyalanma yoluna gidildiği görülmüştür. Üçüncü soruda öğretmenlerden beklenen verilen örneklem dağılımını baz alarak evrene ait boy uzunluğu dağılımını tahmin etmeleri ve verileri birebir kopyalamamalarıdır. Boy uzunluklarının grafikteki ile birebir aynı değerlerde olmayacağını, örneklem dağılımının yığıldığı aralığın evrende de birebir aynı değil bu aralığı da içine alan bir aralıkta olacağını düşünmeleri ve örneklem dağılımındaki uç değerlerin de yine bu uç değerleri de kapsayarak bir miktar farklılaşabileceğini göz önünde bulundurmaları beklenmektedir. Bu beklentiyi karşılamayan, düşük düzeyde alan bilgisinin saptandığı çözüm örneği Şekil 7'de verilmiştir.

### Şekil 7

#### Üçüncü Soruda Düşük Düzeyde Alan Bilgisine Sahip Olan Çözüm Örneği

2 169 + 150 + 152 + 156 + 159 + 157 + 158 + 159 + 161 + 162 + 163 + 164  
 $\frac{169 + 170 + 181 + 2.192}{29} = 161$   
 Örnekleme beklenen olursa 160 civarı olmasın beklerim.

Düşük düzeyde alan bilgisine sahip olan (0 puan ile değerlendirilen) Şekil 7'deki çözümde evren dağılımının tahmin edilemediği görülmektedir.

Katılımcıların çoğunluğunda orta düzeyde alan bilgisinin saptandığı soruların birinci ve dördüncü sorular olduğu Şekil 6'da görülmektedir. Dayanma sürelerine yönelik birinci soruda katılımcıların tekil veri grubundaki değişebilirliğe istikrar anlamında odaklanmaktan ziyade sayısal hesaplamalara odaklandıkları tespit edilmiştir. Dördüncü sorunun yüksek düzeyde alan bilgisi ile cevaplanma sayısı birinci soruya oranla daha fazladır. Birinci soruda orta düzeyde alan bilgisinin saptandığı çözüm örneği Şekil 8'de verilmiştir.



**Şekil 8***Birinci Soruda Orta Düzeyde Alan Bilgisine Sahip Olan Çözüm Örneği*

En iyi ve en kötü deyimlere sözcüklerini çıkaralım.  
 Diğerlerinin aritmetik ortalamalarını alalım.

$$A = \frac{75+93+68+67+100+94+52+88}{8} = 77,125$$

$$B = \frac{64+56+88+60+72+77+67+78}{8} = 69,375$$

olduğunda A jüri daha şanslıdır.

Orta düzeyde alan bilgisine sahip olan (1 puan ile değerlendirilen) Şekil 8'deki çözümde sadece aritmetik ortalamının kullanıldığı; açıklık, standart sapmanın dikkate alınmadığı görülmektedir. Soru 2 ve soru 5'teki cevapların çoğunluğunun yüksek düzeyde alan bilgisi yansıttığı görülmektedir. İkinci soruda yüksek düzeyde alan bilgisinin saptandığı çözüm örneği Şekil 9'da sunulmuştur.

**Şekil 9***İkinci Soruda Yüksek Düzeyde Alan Bilgisine Sahip Olan Çözüm Örneği*

\_\_\_ a) En çok tekrar eden sayıyı, yani 2'yi kullanmasını; çünkü

\_\_\_ b) Verilen 8 sayıyı toplayıp 8'e bölmesini; çünkü

\_\_\_ c) 22'yi atıp diğer 7 sayıyı toplayıp 7'ye bölmesini; çünkü

\_\_\_ d) 0'ı atıp diğer 7 sayıyı toplayıp 7'ye bölmesini; çünkü

22 ağırlık çok arttığı için aritmetik ortalamayı gereğinden fazla büyütür.

Yüksek düzeyde alan bilgisine sahip olan (3 puan ile değerlendirilen) Şekil 9'daki çözümde uç değerlere dikkat edilerek aritmetik ortalamının kullanıldığı ve çözümün açıklandığı görülmektedir. Yani aritmetik ortalamının uç değerlerden etkilendiği fark edilerek uç değerleri ihmal etme yoluna gidilmiştir. Beşinci soruda yüksek düzeyde alan bilgisinin saptandığı çözüm örneği Şekil 10'da sunulmuştur.

**Şekil 10***Beşinci Soruda Yüksek Düzeyde Alan Bilgisine Sahip Olan Çözüm Örneği*

	Tahsilat	G. Sayısı	Şehir
Barbra ⇒	60	20	5
Bay II Men ⇒	42	130	130
Eagles ⇒	80	50	30
Rd King Stones ⇒	120	60	40

En başarılı konser turunu Barbra yapmıştır. Gösteri sayısı/Tahsilat oranına bakarsak ve en az şehir gezene bakarsak 20 gösteri yapmasına rağmen 60 milyon dolar elde etmiştir. 1 gösteriden en çok hasılatı toplayan Barbra'dır.  $(60:20=3)$

Yüksek düzeyde alan bilgisine sahip olan (3 puan ile değerlendirilen) Şekil 10'daki çözümde hem kısmî hem de genel karşılaştırmaların yapıldığı, yapılan karşılaştırmaların da oranlar yoluyla birbiriyle ilişkilendirildiği ve uygun çıkarımların yapıldığı görülmektedir.

### İstatistiksel Akıl Yürütme Alan Bilgisini Ortaya Koyma Yaklaşımına Ait Bulgular

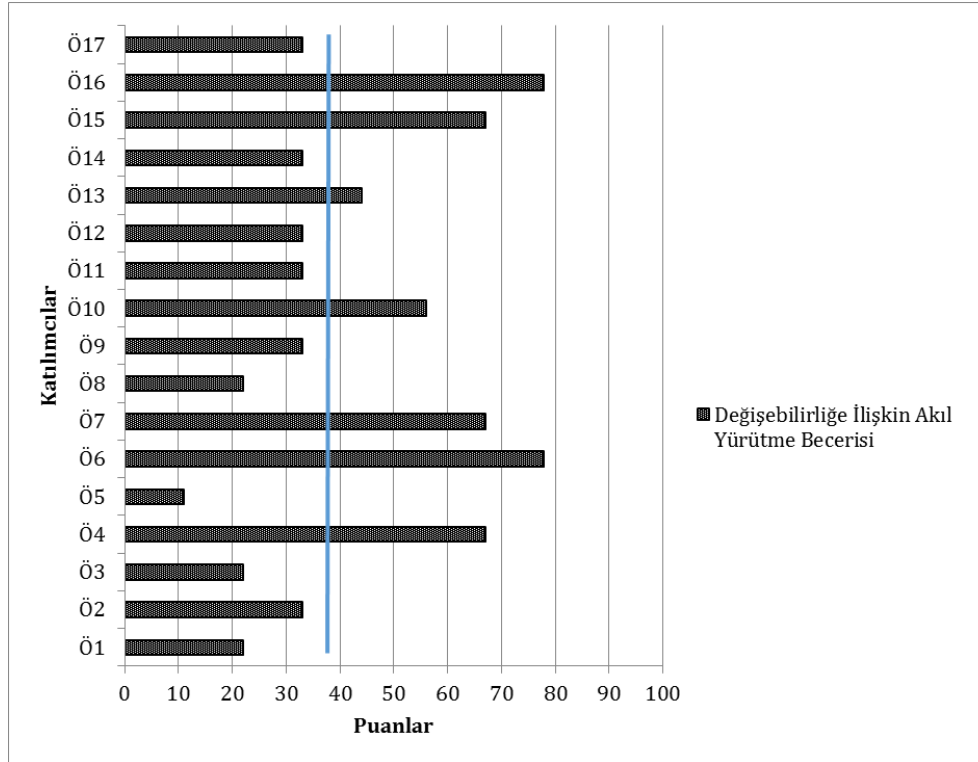
Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin istatistiksel akıl yürütmeye dair alan bilgilerini ortaya koyma yaklaşımları değişebilirliğe, dağılıma, merkeze ilişkin akıl yürütme ile informel çıkarımsal akıl yürütme becerileri bağlamında incelenmiştir.

#### Değişebilirliğe İlişkin Akıl Yürütme Becerisine Ait Bulgular

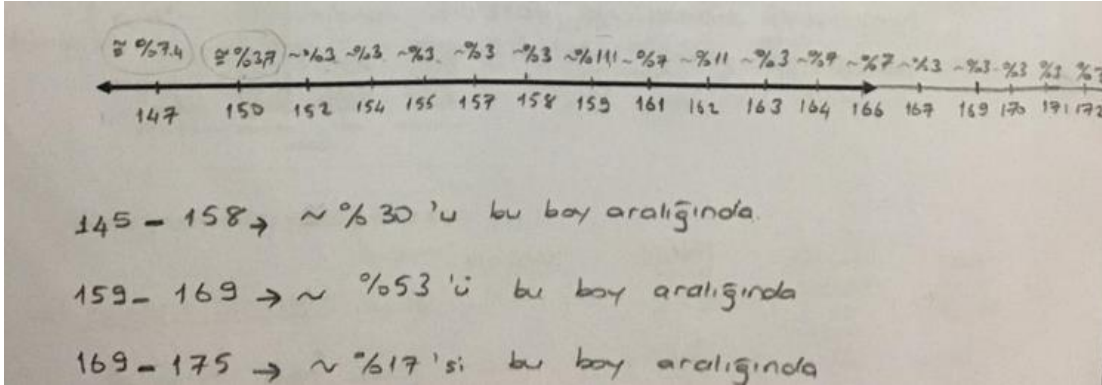
Değişebilirliğe ilişkin akıl yürütme becerisini içeren sorular birinci, üçüncü ve dördüncü sorulardır. Bu sorulardan alınabilecek en yüksek toplam puan dokuz puan olup, katılımcıların bu sorulardan aldığı toplam puanlar dokuza bölünerek değişebilirliğe ilişkin akıl yürütme becerileri ortaya çıkarılmış ve yüzde olarak ifade edilmiştir. Söz konusu beceriye ait en yüksek puan 78, en düşük puan ise 11 olup, puanların ortalaması 43'tür. Katılımcıların değişebilirliğe ilişkin akıl yürütme becerisine ait puanları Şekil 11'de gösterilmiştir.

#### Şekil 11

Katılımcıların Değişebilirliğe İlişkin Akıl Yürütme Becerilerine Ait Puanları

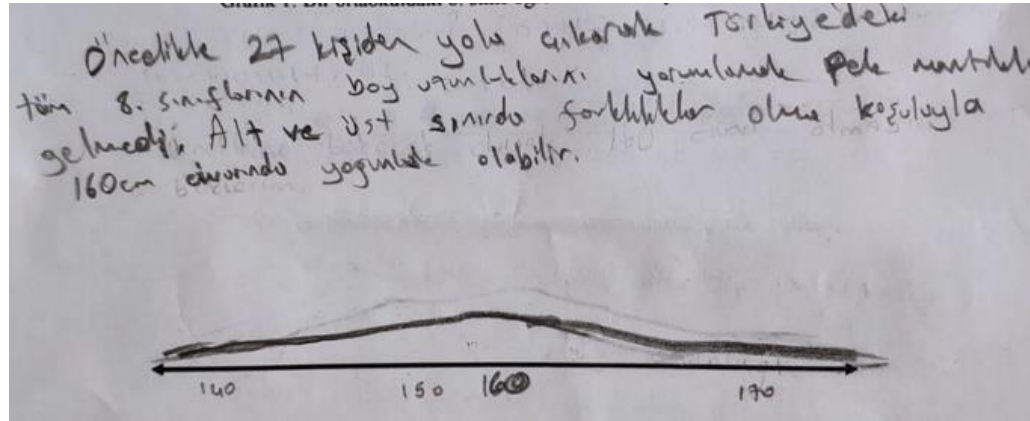


Şekil 11'deki grafik incelendiğinde katılımcıların çoğunluğunun ortalamanın altında kaldığı ve 100 puan üzerinden yapılan değerlendirmede puanların oldukça düşük olduğu, değişebilirliğe ilişkin akıl yürütme becerileri ile ilgili sorun yaşandığı görülmektedir. Bu akıl yürütme becerisini içeren birinci, üçüncü ve dördüncü sorularda katılımcılardan çözümde olması beklenen tepkilere göre katılımcıların bu tepkileri gösterme durumu ve elde ettikleri puanlar incelendiğinde çoğunlukla üçüncü soruda beklenen tepkilerin yansıtılmadığı görülmüştür. Üçüncü soruda çoğunlukla, verilerin yığıldığı aralığın değişim aralığı göz önünde bulundurulmamış ve örneklem dar kapsamlı alındığından dolayı örneklemin, evrenin sadece bir yol göstericisi olduğu ve bu nedenle de evrenin sınırlarının, modunun değişken olabileceği düşünülmemiştir. Bu duruma örnek olarak Ö11 kodlu öğretmenin üçüncü soruya ait çözümü Şekil 12'de sunulmuştur.

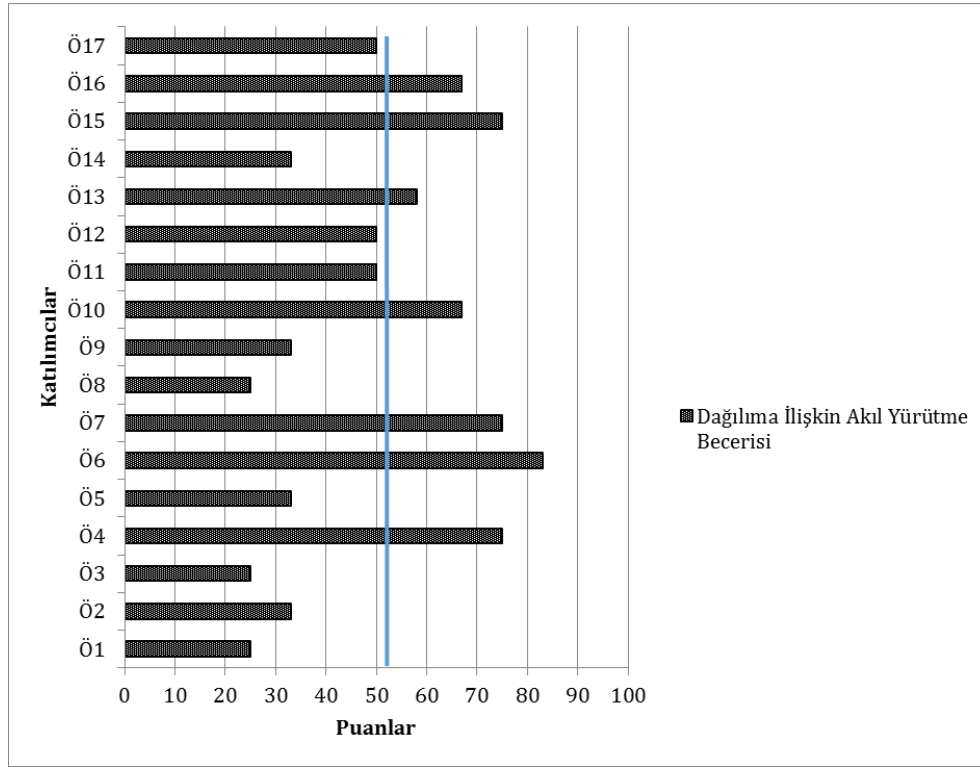
**Şekil 12****Ö11 Kodlu Öğretmenin Üçüncü Soruya Ait Çözümü**

Şekil 12'de Ö11 kodlu öğretmen evrene ait verilerin değişebilirliğini göz önüne almadan, örnekleme ait grafiği birebir kopyalama yoluna gitmiş ve herhangi bir tahminde bulunmamıştır.

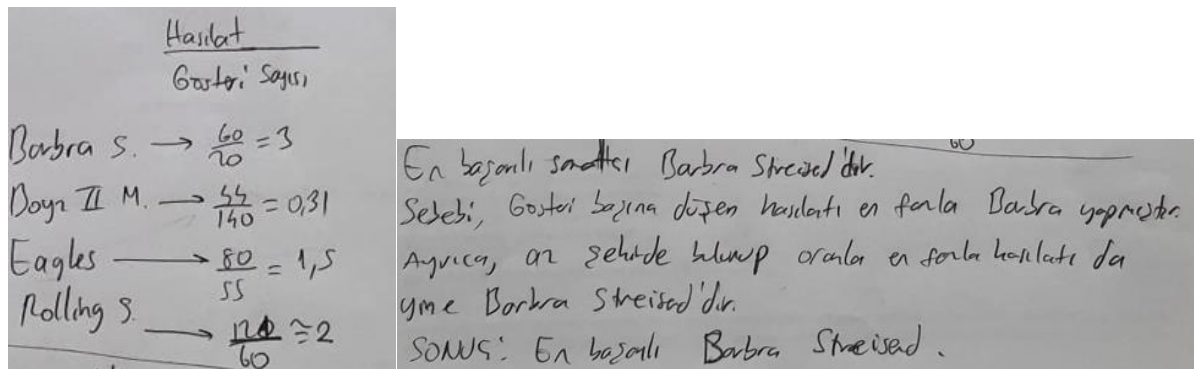
Ö6 kodlu öğretmen değişebilirliği düşünerek uç değerlerin evrende değişebileceğini ve verilerin daha geniş bir alana dağılabileceğini göz önünde bulundurarak tahmini bir grafik oluşturmuştur. Ö6 kodlu öğretmenin üçüncü soruya ait çözümü Şekil 13'te gösterilmiştir.

**Şekil 13****Ö6 Kodlu Öğretmenin Üçüncü Soruya Ait Çözümü****Dağılıma ilişkin akıl yürütme becerisine ait bulgular**

Dağılıma ilişkin akıl yürütme becerisini içeren sorular birinci, üçüncü, dördüncü ve beşinci sorulardır. Bu sorulardan alınabilecek en yüksek toplam puan 12 puan olup, katılımcıların bu sorulardan aldığı toplam puanlar on ikiye bölünerek dağılıma ilişkin akıl yürütme becerileri ortaya çıkarılmıştır. Söz konusu beceriye ait en yüksek puan 83, en düşük puan ise 25 olup elde edilen puanların ortalaması 50'dir. Katılımcıların söz konusu beceriye ait puanları Şekil 14'de gösterilmiştir.

**Şekil 14****Katılımcıların Dağılıma İlişkin Akıl Yürütme Becerilerine Ait Puanları**

Şekil 14'teki grafik incelendiğinde katılımcıların çoğunluğunun ortalamanın üzerinde ya da ortalamaya eşit puan aldığı görülmektedir. Değişebilirliğe ilişkin akıl yürütmede olduğu gibi cevaplanma oranı en düşük olan soru yine üçüncü sorudur. Dağılıma ilişkin akıl yürütme becerisini ortaya çıkaran sorular arasında özellikle beşinci sorunun doğru cevaplanma oranı yüksektir. Üç kategorik dağılımı içeren beşinci soruda katılımcıların çoğunluğu hem kategorileri kendi içinde kısmi, hem de birbirleriyle genel olarak karşılaştırmıştır. Bu karşılaştırmaları doğru bir şekilde düşünerek uygun çıkarımlarda bulunan Ö15 kodlu öğretmene ait çözüm Şekil 15'te sunulmuştur.

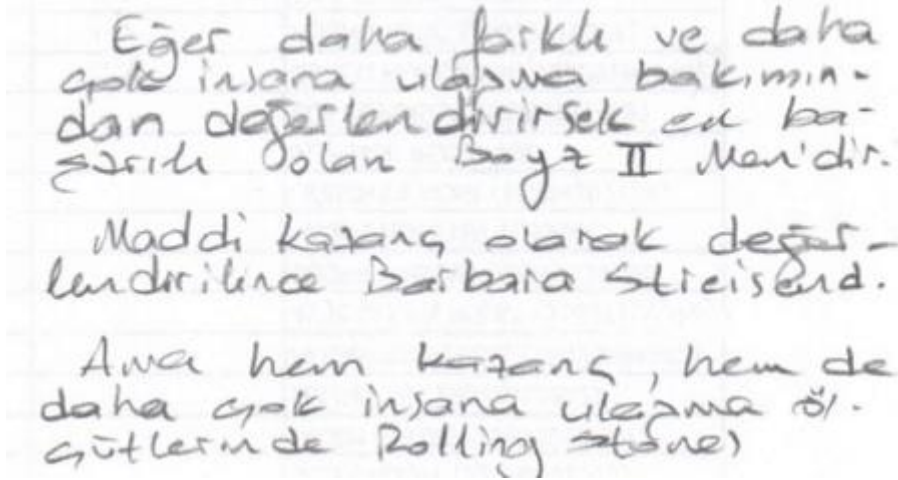
**Şekil 15****Ö15 Kodlu Öğretmenin Beşinci Soruya Ait Çözümü**

Şekil 15'teki çözümde soruda yer alan kategoriler (gösteri, konser ve şehir sayısı) gruplar arasında kendi içinde ve birbiriyle karşılaştırılmıştır. Beşinci soruda tam puan alamayan katılımcıların ya yanlış ilişkilendirme yaptığı ya da tek kategori altında tek boyutlu karşılaştırma yaptığı saptanmıştır. Yaptığı karşılaştırmaları sadece tek boyutta kısmi olarak düşünen, herhangi

bir ilişkilendirmeye gitmeyen Ö2 kodlu öğretmene ait çözüm Şekil 16'da ve karşılaştırmayı doğru yapıp, yanlış ilişkilendiren Ö9 kodlu öğretmene ait çözüm de Şekil 17'de sunulmuştur.

### Şekil 16

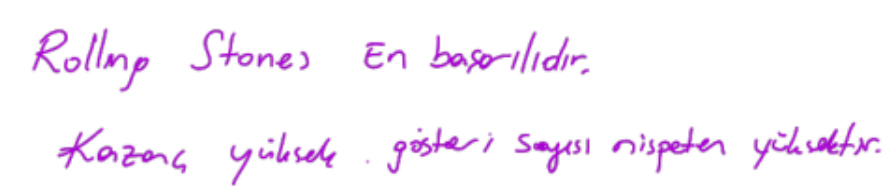
Ö2 Kodlu Öğretmenin Beşinci Soruya Ait Çözümü



Şekil 16'daki çözümde; beşinci soruda yer alan kategoriler gruplar arasında sadece söz konusu kategori bazında karşılaştırılmış, kategoriler birbiriyle ilişkilendirilerek karşılaştırılma yoluna gidilmemiştir.

### Şekil 17

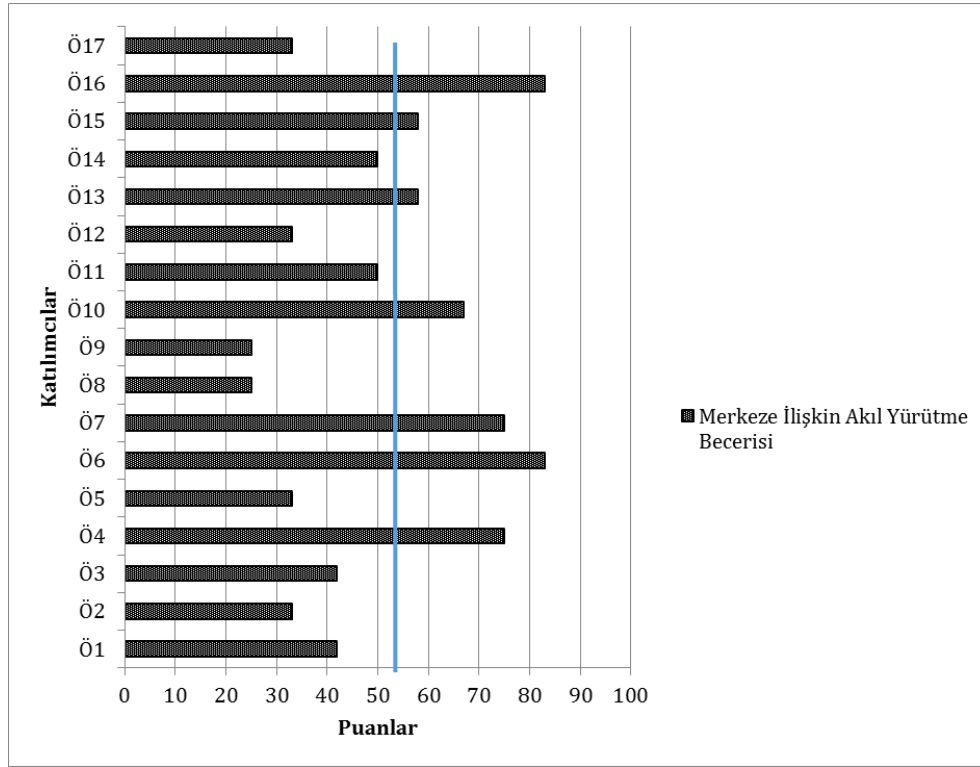
Ö9 Kodlu Öğretmenin Beşinci Soruya Ait Çözümü



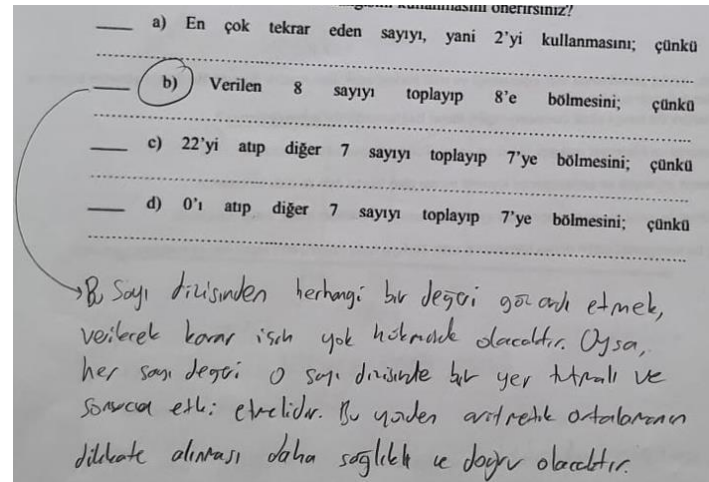
Şekil 17'deki çözümde soruda yer alan kategoriler birbiriyle ilişkilendirilmiş ancak ilişkilendirme sonucu hatalı yorum yapılarak, yanlış grup başarılı bulunmuştur.

### Merkeze İlişkin Akıl Yürütme Becerisine Ait Bulgular

Merkeze ilişkin akıl yürütme becerisini içeren sorular birinci, ikinci, üçüncü ve dördüncü sorulardır. Bu sorulardan alınabilecek en yüksek toplam puan 12 puan olup, katılımcıların bu sorulardan aldığı toplam puanlar on ikiye bölünerek merkeze ilişkin akıl yürütme becerileri ortaya çıkarılmıştır. Söz konusu beceriye ait en yüksek puan 83, en düşük puan ise 25 olup elde edilen puanların ortalaması 51'dir Katılımcıların söz konusu beceriye ait puanları Şekil 18'de gösterilmiştir.

**Şekil 18****Katılımcıların Merkeze İlişkin Akıl Yürütme Becerilerine Ait Puanları**

Şekil 18'deki grafik incelendiğinde sadece yedi katılımcının ortalamasının üzerinde puan aldığı görülmektedir. Merkeze ilişkin akıl yürütme becerisini ortaya çıkaran sorular arasında cevaplanma oranı en yüksek olan sorunun ikinci soru olduğu saptanmıştır. Aritmetik ortalamasının doğru kullanımını gerektiren ikinci soruda katılımcıların çoğunlukla diğer merkezi eğilim ölçülerine kıyasla aritmetik ortalamayı doğru kullanma eğiliminde olduğu ve uç değerleri dikkate aldıkları görülmüştür. Söz konusu soruda tam puan alamayan altı katılımcıdan biri hiçbir yorumda bulunmamış, diğerleri ise uç değerleri dikkate almadan tüm verilerin aritmetik ortalamasını hesaplama yoluna gitmiştir. Ö15 kodlu öğretmen aritmetik ortalamayı uç değerlerin etkisini göz ardı ederek düşünen katılımcılar arasındadır. Ö15 kodlu öğretmene ait çözüm Şekil 19'te sunulmuştur.

**Şekil 19****Ö15 Kodlu Öğretmenin İkinci Soruya Ait Çözümü**

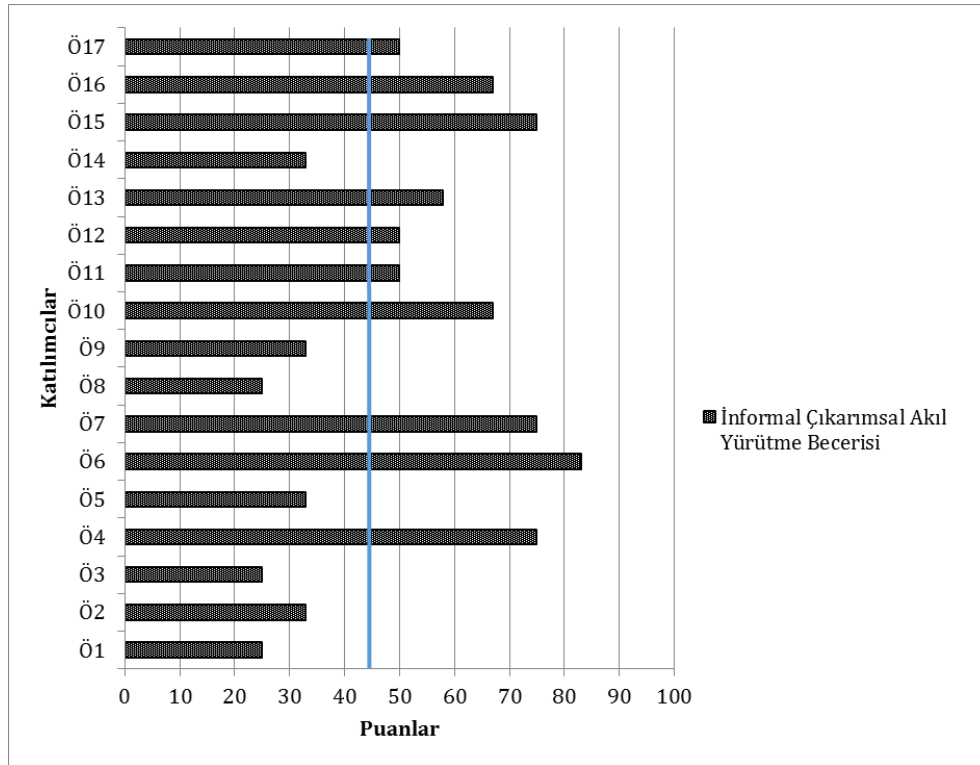
Şekil 19'daki çözümde en yüksek söz alma sayısının diğer verilerden çok farklı olup, aritmetik ortalamayı olması gerekenden daha fazla arttıracığı ve verilerin çoğunluğunun ortalamasının altında kalacağı düşünülmemiştir.

### **İnformel çıkarımsal akıl yürütme becerisine ait bulgular**

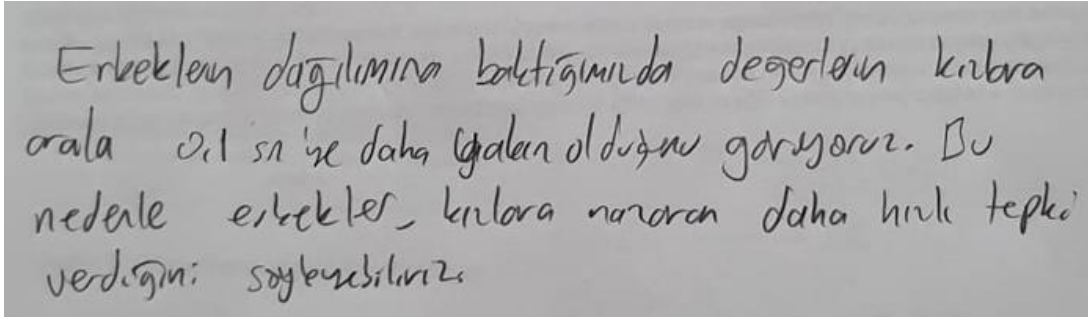
İnformel çıkarımsal akıl yürütme becerisini içeren sorular birinci, üçüncü, dördüncü ve beşinci sorulardır. Bu sorulardan alınabilecek en yüksek toplam puan on iki puan olup, katılımcıların bu sorulardan aldığı toplam puanlar on ikiye bölünerek çıkarımsal akıl yürütme becerileri ortaya çıkarılmıştır. Söz konusu beceriye ait en yüksek puan 83, en düşük puan ise 25 olup elde edilen puanların ortalaması 50'dir. Katılımcıların söz konusu beceriye ait puanları Şekil 20'de gösterilmiştir.

### **Şekil 20**

*Katılımcıların İnformel Çıkarımsal Akıl Yürütme Becerilerine Ait Puanları*

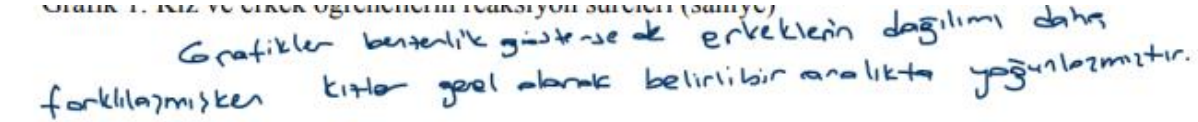


Şekil 20'deki grafik incelendiğinde katılımcıların çoğunluğunun ortalamasının üzerinde ya da ortalamaya eşit puan aldığı görülmektedir. İnformel çıkarımsal akıl yürütme becerisini ortaya çıkaran sorular arasında cevaplanma oranı en düşük olan sorunun üçüncü soru; en yüksek olan soruların ikinci ve dördüncü sorular olduğu saptanmıştır. Farklı veri sayılarına sahip dağılımları karşılaştırırken uygun çıkarımlarda bulunabilmeyi gerektiren dördüncü soruda veri grubunu kapsayan uygun çıkarımlarda bulunan Ö15 kodlu öğretmenin dördüncü soruya ait çözümü Şekil 21'de gösterilmiştir.

**Şekil 21****Ö15 Kodlu Öğretmenin Dördüncü Soruya Ait Çözümü**

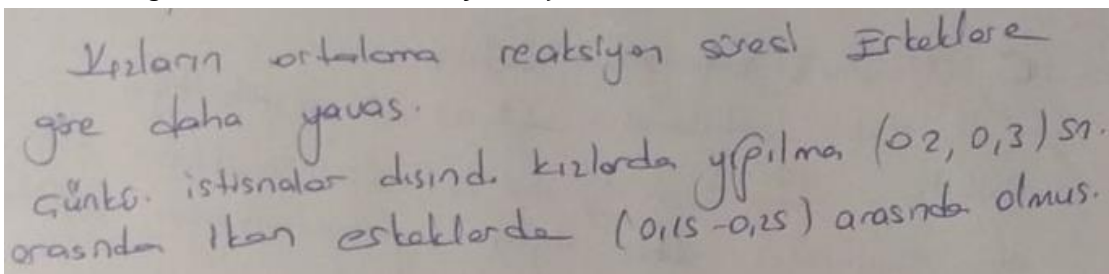
Şekil 21'deki çözümde her iki dağılımın yığıldığı aralığa göre kıyaslama yapılarak, veri grubunun tamamını içeren açıklamalarda bulunulmuştur.

Dördüncü soruda beklenen çıkarıma uygun olmayan çıkarımda bulunan iki öğretmenden biri olan Ö3 kodlu öğretmene ait çözüm Şekil 22'de sunulmuştur.

**Şekil 22****Ö3 Kodlu Öğretmenin Dördüncü Soruya Ait Çözümü**

Şekil 22'deki çözümde kızların ve erkeklerin reaksiyon süreleri arasında karşılaştırma yapılmamış, yanıt gerekçelendirilmemiştir.

Reaksiyon sürelerini karşılaştırırken uygun çıkarımlarda bulunmasına rağmen, yaptığı karşılaştırmayı veri grubunun tamamına göre kıyaslama yoluna gitmeyen Ö14 kodlu öğretmenin çözümü eksik çıkarım olarak değerlendirilmiştir. Ö14 kodlu öğretmene ait çözüm Şekil 23'te gösterilmiştir.

**Şekil 23****Ö14 Kodlu Öğretmenin Dördüncü Soruya Ait Çözümü****TARTIŞMA ve SONUÇ**

Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin istatistiksel akıl yürütmeye dair alan bilgilerinin beklenen düzeyde olmadığı sonucuna erişilmiştir. Matematik öğretmenlerinin istatistiksel akıl yürütmeye dair alan bilgi düzeylerinin saptanması amacıyla değerlendirilen sorular kapsamında; katılımcıların çoğunluğunun sadece iki soruda yüksek düzeyde alan bilgisine sahip oldukları (ikinci soruda %64,7'si, beşinci soruda %58,8'i), diğer sorularda ise zorlandıkları görülmüştür. Bu sonuç matematik öğretmenlerinin istatistiksel muhakeme becerilerinin geliştirilmesi gerektiğini ve istatistik konularının anlamlı olarak öğrenilmesi gerektiğini göstermektedir. Confrey ve Makar'ın (2002) çalışmasında yer alan öğretmenlerin merkezi eğilim ölçüleri, dağılım ve



varyasyonun önemini tanınması, aralıkların dağılımı nasıl etkilediği ya da bir kutu grafiğinin neyi temsil ettiği gibi bazı önemli istatistik konularında yetersiz oldukları sonucu çalışmayı desteklemektedir. Gökçe'nin (2009) çalışmasında ulaştığı ortaokul matematik öğretmenlerinin istatistiksel akıl yürütmeye dair alan bilgilerinin çoğunlukla orta düzeyde yığıldığı ve akıl yürütme yaklaşımlarında net bir anlayış sergileyemedikleri sonucu ile Sorto'nun (2004) çalışmasında yer alan öğretmen adaylarının çoğunluğunun veriler hakkında çıkarımda bulunmak için istatistiksel hesaplama ve akıl yürütmeyi kullanmadıkları sonucu çalışmayı desteklemektedir. Benzer şekilde Yılmaz'ın (2020) çalışmasında ulaştığı öğretmen adaylarının istatistik kavramlarına ait bilgi eksikliği olduğu sonucu da çalışma ile paralellik göstermektedir. Matematik öğretmenlerinin büyük bir kısmı istatistiksel hesaplamaları doğru bir şekilde yaparken, yaptıkları hesaplamaları yorumlama, yaptıkları yorumları uygun şekilde gerekçelendirme ve istatistiğe dayalı akıl yürütme neticesinde oluşan kavramsal anlayış geliştirmede zorlanmaktadır. Bu sonuç Gökçe'nin (2009) çalışmasındaki matematik öğretmenlerinin istatistiksel hesaplamaları, yorumlamaya göre daha başarılı bir şekilde yaptıkları ve Sorto'nun (2004) çalışmasında ulaştığı matematik öğretmeni adaylarının istatistiksel hesaplamaları kolaylıkla yaptıkları ancak sorgulama ve yorumlamada zorlandıkları sonuçları ile paralellik göstermektedir. Benzer şekilde Gürel (2016) matematik öğretmenlerinin merkezi yayılım ve eğilim ölçülerine dair bilgilerinin işlem odaklı olduğu ve bu kavramları zihinlerinde anlamlandıramadıklarını saptamıştır. Leavy ve O'loughlin'in (2006) çalışmasındaki, öğretmen adaylarının istatistik alanına ait kavram yanlışları olduğu tespiti ile Groth ve Bergner'in (2006) çalışmasındaki matematik öğretmen adaylarının istatistiksel hesaplamaları uygun şekilde yapmalarına rağmen kavramsal bilgi eksiklikleri nedeniyle yaptıkları hesaplamaları nasıl kullanacaklarını anlamadıklarına dair sonuç; çalışmanın sonucu ile paralellik göstermektedir. Özen'e (2013) ait çalışmada yer alan matematik öğretmen adaylarının istatistiksel sonuçlara karşı eleştirel bir duruşa sahip olmadıkları sonucu da çalışmayı destekleyen bir başka sonuçtur. Katılımcıların çoğunluğu istatistiksel akıl yürütmeye dair alan bilgilerini ortaya koyma yaklaşımlarında kullandıkları 4 akıl yürütme becerisini bir arada içeren üçüncü soruda düşük; birinci ve dördüncü soruda orta düzeyde akıl yürütme becerisine sahip iken; söz konusu becerilerden dağılıma ilişkin ve informel çıkarımsal akıl yürütme becerilerini içeren beşinci soru ile sadece merkeze ilişkin akıl yürütme becerisini içeren ikinci soruda yüksek düzeyde akıl yürütme becerisine sahiptir. Katılımcıların çoğunluğu değişebilirliğe ilişkin akıl yürütme becerisine ait belirlenen ortalama puanın altında kalmıştır. Matematik öğretmenlerinin söz konusu beceri kapsamında örneklemden yola çıkarak evrene dair tahminde bulunmada yetersiz oldukları ve sadece örneklemin dağılım aralığına odaklandıkları saptanmıştır. Makar ve Confrey'in (2004) katılımcıları lise matematik öğretmeni olan çalışmasında öğretmenlerin değişebilirliğe ilişkin akıl yürütme konusunda zorluk yaşadıkları ve Gökçe'nin (2009) matematik öğretmenlerinin değişebilirliğe ait akıl yürütme puanlarının diğer beceri puanlarına göre düşük olduğu ve örneklem dağılımına dayalı evren dağılımı tahminlerinde eksiklikler olduğu sonuçları çalışmayı desteklemektedir. Benzer şekilde De Vetten vd. (2019) ile Watson ve Callingham'ın (2013) çalışmaları da evren dağılımının örneklem dağılım aralığından daha geniş olabileceğini düşünememe bakımından çalışma ile paralellik göstermektedir. Karatoprak'ın (2011) matematik öğretmen adaylarının ulaştıkları sonuçları bir dereceye kadar evrene genellemek için kritik kavramların farkında olduklarını tespiti ise çalışma ile farklılık göstermektedir. Matematik öğretmenlerinin tekil veri grubundaki verilerin değişebilirliğini dikkate aldıkları ancak veri gruplarının karşılaştırılması sürecinde verilerin istikrarını, değişkenliğe dair yorumlamaları göz ardı ettikleri tespit edilmiştir. Makar ve Confrey'in (2004) çalışmasında yer alan öğretmenlerin veri gruplarını karşılaştırmada sıkıntı yaşadıkları ve Karatoprak'ın (2011) çalışmasındaki matematik öğretmen adaylarının veri gruplarını karşılaştırmadaki akıl yürütmelerinin geliştirilmesi gerektiği sonuçları çalışmanın bu sonucu ile örtüşmektedir. Katılımcıların çoğunluğunun dağılıma ilişkin akıl yürütme beceri puanlarının ortalama puanın üzerinde olduğu saptanmıştır. Kategorik dağılımları hem kendi içerisinde hem de birbirleriyle karşılaştırarak uygun çıkarımlarda bulunabilmişlerdir. İki dağılımın karşılaştırılmasına dair uygun çıkarımlarda buldukları ancak bu çıkarımları da net olarak gerekçelendiremedikleri görülmüştür. Gökçe'nin (2019), ortaokul matematik öğretmenlerinin iki dağılımı karşılaştırmayı içeren sorulardaki yanıtlarının yüksek düzeyde olmadığı ve dağılımları karşılaştırmada kullandıkları akıl yürütme

gereçlerinin net olmadığı sonuçları çalışmayı desteklemektedir. Benzer şekilde Madden'in (2008) çalışmasında ulaştığı matematik öğretmenlerinin farklı dağılımları karşılaştırma ve yaptıkları karşılaştırmaları gerekçelendirme zorlandıkları sonucu ile Makar ve Confrey'in (2004) çalışmasındaki matematik öğretmenlerinin iki dağılımın karşılaştırılmasında sorun yaşadıkları sonucu çalışma ile örtüşmektedir. Yine Makar ve Confrey'in (2005) ortaöğretim matematik ve fen öğretmen adaylarının iki veri setini karşılaştırmada istatistiksel dil kullanımlarının zayıf olduğu, varyasyon ve dağılımı tanımlarken resmi olmayan kelimeleri kullanma eğiliminde oldukları ve dağılımları karşılaştırma sırasındaki akıl yürütmelerinin zayıf olduğu sonuçlarını içeren çalışma, bu çalışmayı desteklemektedir. Benzer şekilde destekleyen bir diğer çalışma da Leavy (2006) tarafından yapılmıştır. Leavy (2006) öğretmen adaylarının veri dağılımlarını karşılaştırmada kullandıkları istatistiksel kavramları ortaya çıkarmayı amaçladığı çalışmada, öğretmen adaylarının veri dağılımlarını sadece tanımlayıcı istatistiklerle karşılaştırdıkları, değişimi görmezden geldiklerini saptamıştır. De Vette vd.'nin (2019) çalışmasındaki öğretmen adaylarının iki grubun karşılaştırılabilmesi için bu grupların aynı büyüklükte olması gerektiği ve tam bir genelleme yapmanın imkânsız olduğu inancında olması sonucu çalışmayı desteklemektedir. Karatoprak (2011) ise çalışmasında matematik öğretmen adaylarının veri gruplarını karşılaştırırken grupların aynı büyüklükte olması gibi bir yanılgıya sahip olmalarına rağmen veri gruplarını karşılaştırmadaki akıl yürütmelerinin geliştirilmesi gerektiğini saptamıştır. Dağılıma ilişkin akıl yürütme sürecinde öğretmenlerin çoğunlukla az sayıda veri içeren dağılımlarda tekil verilere odaklanma ve çok sayıda veri içeren dağılımlarda ise anlamlı ve bütüncül düşünme eğiliminde oldukları saptanmıştır. Gökçe (2009) ile Bakker ve Gravemeijer'e (2004) ait çalışmalar dağılımdaki veri sayısını dikkate alma noktasında çalışma ile örtüşmektedir. Matematik öğretmenlerinin merkeze ilişkin akıl yürütme becerisinin geliştirilmesi gerektiği saptanmıştır. Bu beceriye ait ortalama puanın altında kalan öğretmen sayısı çoğunluktadır. Katılımcıların büyük çoğunluğu beceriyi içeren sorularda diğer merkezi eğilim ölçülerine göre aritmetik ortalama kullanımını daha fazla tercih etmişler ve uç değerleri dikkate almışlardır. Bu sonucu destekler nitelikte öğretmenlerin aritmetik ortalamayı diğer merkezi eğilim ölçülerine nazaran daha fazla tercih ettiğini belirten çalışmalar mevcuttur (Gökçe, 2019; Gürel, 2016; Leavy, 2006). Matematik öğretmenlerinin çoğunluğunun aritmetik ortalama dışındaki merkezi eğilim ölçülerini kullanma yoluna gitmedikleri, kullandıkları ölçülerin birbiri ile ilişkisine ve dağılıma etkisine dikkat etmedikleri tespit edilmiştir. Bu sonuç merkezi eğilim ölçülerine ait hesaplamaların bilinmesine karşın bu ölçülerin kullanım alanlarının seçimi ve yorumlamalarında yaşanan zorluklardan dolayı kullanımlarının düşünülmediğini göstermektedir. Gökçe'nin (2019) öğretmenlerin aritmetik ortalamasının yorumlanmasına ve kullanımına dair eksiklikler saptadığı çalışması çalışmanın bu sonucu ile örtüşmektedir. Karatoprak'ın (2011) matematik öğretmen adaylarının uç değerleri fark edemedikleri ortalamaların kullanıldığı amaca göre farklılaşabileceğini bilmedikleri sonucunu içeren çalışması da sonucu destekleyen bir diğer çalışmadır. İformel çıkarımsal akıl yürütme becerisine ait ortalama puanın üzerinde puan alan öğretmen sayısının çoğunlukta olduğu görülmüştür. Gökçe'nin (2009) çalışması informel çıkarımsal akıl yürütme anlamında bu çalışma ile örtüşmemektedir. De Vette vd. (2019) çalışmasında çıkarım yapmalarını istedikleri öğretmen adaylarının eldeki verilerin ötesine geçen çıkarımlara ulaşmak yerine örneklemin kendisini tanımlama eğiliminde oldukları ve evrene dair çıkarım yapabilmek için örneklemin kullanabileceğinin farkında olmadıkları sonucuna ulaşmışlardır. Bu sonuç da çalışma ile paralellik göstermemektedir. Leavy (2010) çalışmasında öğretmen adaylarının küçük örneklemelerden bir popülasyona tahminde bulunmada sınırlılıklarının olduğunu gözlemlemiş, öğretmen adayları akıl yürütme ile ilgili etkinlikleri yapmış olsa bile, bu etkinliklerin çıkarımsal akıl yürütme etkinliği olduğunu bilmediğini ve etkinlikleri bilinçsizce yaptığını belirtmiştir. Yani öğretmen adaylarının informel çıkarımsal akıl yürütmeye maruz kalma ve akıl yürütmeyi içeren durumları fark etme ve anlama konusundaki eksikliklerinden bahsettikleri belirtilmiştir ki bu sonuç da çalışmayı desteklememektedir. Zieffler vd., (2008) informel çıkarımsal akıl yürütme becerisinin gelişiminde örneklemden hareketle evrene dair tahminde bulunma yetisinin etkili olabileceğini ifade etmiştir. Bu sonuç çalışmada matematik öğretmenlerinin örneklemden hareketle evrene ilişkin tahmini

içeren üçüncü soruya ait puanları ile informel çıkarımsal akıl yürütme becerisine ait puanları arasında belirlenen pozitif yönlü ilişkiyi desteklemektedir.

Yapılacak olan çalışmalarda bu çalışmanın sonuçlarından hareketle öğretmenlerin istatistiksel akıl yürütme becerilerinin gelişimine yönelik etkinlikler planlanarak, bu etkinliklerin öğretmenler üzerindeki etkileri gözlemlenebilir. Ayrıca yapılacak çalışmalarda, öğretmenlerin istatistiksel akıl yürütme alan bilgilerindeki eksikliklerin sebeplerini incelemek amacıyla öğretmen görüşlerine yer veren çalışmalar yapılabilir. Öğretmen yetiştirme programlarında öğretmen adaylarının istatistiksel akıl yürütme becerileri ile ilgili pedagojik alan bilgilerini geliştirmeye yönelik öğrenme ortamları hazırlanabilir.

### **Araştırmanın Sınırlılıkları**

Çalışma tüm matematik öğretmenleri arasından ortaöğretimde görev yapan ve çalışmaya gönüllü olarak katılan öğretmenler ile sınırlıdır. Çalışma bir durum çalışmasıdır ve az sayıda katılımcı ile detaylı bir analiz süreci yürütülmüştür. Örnekleme daha fazla sayıda öğretmen içeren nicel çalışmalar ile evrene genelleme yapılabilir. Bu anlamda katılımcı sayısı bir sınırlılık olarak düşünülebilir. Çalışmanın verileri; kullanılan veri toplama aracındaki açık uçlu soruların sağladığı kadarı ile sınırlıdır.

### **Destek ve Teşekkür**

Yazarlar olarak, çalışmanın gerçekleştirilmesi sürecine yönelik herhangi bir destek ya da teşekkür beyanımız bulunmamaktadır.

### **Araştırmacıların Katkı Oranı**

Çalışmanın birinci ve sorumlu yazarı araştırmanın planlanması, verilerinin toplanması ve analizi süreçlerine katkı sağlamış olup, araştırmanın ikinci ve üçüncü yazarı alan yazın taraması, uzman görüşlerinin sağlanması ve geçerlik, güvenilirlik çalışmaları süreçlerinde katkı sağlamıştır.

### **Çatışma Beyanı**

Araştırmanın yazarları olarak herhangi bir çıkar/çatışma beyanımız olmadığını ifade ederiz.

### **Yayın Etiği Beyanı**

Bu araştırmanın planlanmasından, uygulanmasına, verilerin toplanmasından verilerin analizine kadar olan tüm süreçte “Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi” kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan “Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler” başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Bu çalışmanın yazım sürecinde bilimsel, etik ve alıntı kurallarına uyulmuş; toplanan veriler üzerinde herhangi bir tahrifat yapılmamış ve bu çalışma herhangi başka bir akademik yayın ortamına değerlendirme için gönderilmemiştir.

### **Etik kurul izin bilgileri**

Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı: Bursa Uludağ Üniversitesi Senatosu Etik Komisyonu

Etik değerlendirme karar tarihi: 26. 05. 2023

Etik değerlendirme belgesi sayı numarası: 2023-05

### **KAYNAKÇA**

Abu-Ghalyoun, O. (2021). Pre-service teachers' difficulties in reasoning about sampling variability. *Educational Studies in Mathematics, 108*(3), 553-577.

Altun, M. (2011). *Liselerde matematik öğretimi*. Alfa Aktüel Basım.

- Bakker, A., & Gravemeijer, K. P. E. (2004). Learning to reason about distribution. D. Ben-Zvi, & J. Garfield (Ed.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* içinde (s. 147-168). Kluwer Academic Publishers.
- Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: Goals, definitions, and challenges. D. Ben-Zvi, & J. Garfield (Ed.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* içinde (s. 3-15). Kluwer Academic Publishers.
- Biehler, R., Frischemeier, D., Reading, C., & Shaughnessy, J. M. (2018). Reasoning about data. D. Ben-Zvi, K. Makar, & J. Garfield (Ed.), *International Handbook Of Research In Statistics Education* içinde (s. 139-192). Springer.
- Burgess, T. A. (2007). *Investigating the nature of teacher knowledge needed and used in teaching statistics*. [Doktora Tezi, Massey University].
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2018). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (24. Baskı). Pegem Akademi.
- Cobb, G. W., & Moore, D. S. (1997). Mathematics, statistics, and teaching. *The American mathematical monthly*, 104(9), 801-823.
- Confrey, J., & Makar, K. (2002). Developing secondary teachers' statistical inquiry through immersion in high-stakes accountability data. D. S. Mewborn, P. Sztajn, D. Y. White, H. G. Wiegel, R. L. Bryant, & K. Nooney (Ed.), *24th Annual 114 Meeting Of The North American Chapter Of The International Group For The Psychology Of Mathematics Education* içinde (Vol. 3, s. 1267-1279). ERIC/CSMEE Publications.
- Connor, D., Davies, N., & Holmes, P. (2006). Using real data and technology to develop statistical thinking. G. Burrill (Ed.), *Thinking and reasoning with data and chance: Sixty-eighth year book* içinde (s. 185-194). National Council of Teachers of Mathematics.
- Creswell, J. W. (2013). *Qualitative inquiry & research design* (M. Bütün, S. B. Demir, Çev. Ed.). Siyasal.
- De Vetten, A., Schoonenboom, J., Keijzer, R., & VanOers, B. (2019). Pre-service primary school teachers' knowledge of informal statistical inference. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 22(6), 639-661.
- Ferrini-Mundy, J. (2000). Principles and standards for school mathematics: A guide for mathematicians. *Notices of the American Mathematical Society*, 47(8), 868-876.
- Garfield, J. (2002). The challenge of developing statistical reasoning. *Journal of statistics education*, 10(3).
- Garfield, J. (2003). Assessing statistical reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 2(1), 22-38.
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2005). A framework for teaching and assessing reasoning about variability. *Statistics Education Research Journal*, 4(1), 92-99.
- Garfield, J. B., & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning: Connecting, research and teaching practice*. Springer.
- Garfield, J., & Chance, B. (2000). Assessment in statistics education: Issues and challenges. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1-2), 99-125.
- Goldhaber, D. (2016). In schools, teacher quality matters most. *Education Next*, 56-62.
- Gökçe, R. (2019). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin istatistiksel akıl yürütmeye ilişkin alan ve pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi* [Doktora tezi, Pamukkale Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Groth, R. E., & Bergner, J. A. (2006). Preservice elementary teachers' conceptual and procedural knowledge of mean, median and mode. *Mathematical Thinking and Learning*, 8(1), 37-63.
- Gürel, R. (2016). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin merkezi eğilim ve yayılım ölçülerine ilişkin öğretim bilgilerinin incelenmesi* [Doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Kader, G., Jacobbe, T., Wilson, P., & Zbiek, R.M. (2013). *Developing essential understanding of statistics for teaching mathematics in grades 6-8*. NCTM.
- Karatoprak, R. (2011). *Assessing preservice mathematics teachers' statistical reasoning* [Yüksek lisans tezi, Boğaziçi Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Lawson, A. E. (2005). What is the role of induction and deduction in reasoning and scientific inquiry?. *Journal of Research in Science Teaching*, 42(6), 716-740.
- Leavy, A. (2006). Using data comparison to support a focus on distribution: examining preservice teachers' understandings of distribution when engaged in statistical inquiry. *Statistics Education Research Journal*, 5(2), 89-114.

- Leavy, A. M. (2010). The challenge of preparing preservice teachers to teach informal inferential reasoning. *Statistics education research journal*, 9(1), 46-67.
- Leavy, A., & O'Loughlin, N. (2006). Preservice teachers understanding of the mean: Moving beyond the arithmetic average. *Journal of mathematics teacher education*, 9(1), 53-90.
- Madden, S. R. (2008). *High school mathematics teachers' evolving understanding of comparing distributions* [Doktora tezi, Western Michigan University].
- Makar, K., & Confrey, J. (2002). *Comparing two distributions: Investigating secondary teachers' statistical thinking* [Sözeli bildiri]. *Sixth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS-6)*, Cape Town, South Africa.
- Makar, K., & Confrey, J. (2004). Secondary teachers' statistical reasoning in comparing two groups. D. Ben-Zvi, & J. Garfield (Ed.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* içinde (s. 353-373). Springer.
- Makar, K., & Confrey, J. (2005). Variation talk: Articulating meaning in statistics. *Statistics Education Research Journal*, 4(1), 27-54.
- Makar, K., & Rubin, A. (2009). A framework for thinking about informal statistical inference. *Statistics Education Research Journal*, 8(1), 82-105.
- Maviş Sevim, F. Ö., & Akın, U. (2021). The Role of Graduate Education in Professional Development of Teachers: Is Graduation Enough?. *Education and Science*, 46(207), 483-511.
- Merriam, S. B. (2018). *Qualitative research a guide to design and implementation* (S. Turan, Çev. Ed.). Nobel.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2018a). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı*. <http://mufredat.meb.gov.tr/Dosyalar/201821102727101-OGM%20MATEMAT%C4%B0K%20PRG%202020.01.2018.pdf>
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2018b). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)*. <http://mufredat.meb.gov.tr/Dosyalar/201813017165445-MATEMAT%C4%B0K%20%C3%96%C4%9ERET%C4%B0M%20PROGRAMI%202018v.pdf>
- Moore, D. S. (1990). Uncertainty. L. A. Steen (Ed.), *On the shoulders of giants new approaches to numeracy* içinde (s. 95-138). National Academy Press.
- National Research Council [NRC], (1996). *National science education standards*. National Academies Press.
- Noll, J. (2011). Graduate teaching assistants' statistical content knowledge of sampling. *Statistics Education Research Journal*, 10(2), 48-74.
- Özen, M. (2013). *Investigation of pre-service mathematics teachers' critical thinking processes through statistical and probabilistic knowledge in the context of popular media texts* [Yüksek lisans tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Patton, M. Q. (2018). *Qualitative research & evaluation methods* (M. Bütün, S. B. Demir, Çev. Ed.). Pegem Akademi.
- Reading, C., & Reid, J. (2010). Reasoning about variation: Rethinking theoretical & frameworks to inform practice. C. Reading (Ed.). *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society* içinde *Eighth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS)*. International Statistical Institute.
- Schoenfeld, A. H., & Herrmann, D. J. (1982). Problem perception and knowledge structure in expert and novice mathematical problem solvers. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 8(5), 484-494.
- Snee, R. D. (1990). Statistical thinking and its contribution to total quality. *The American Statistician*, 44(2), 116-121.
- Snee, R. D. (1993). What's missing in statistical education?. *The American Statistician*, 47(2), 149-154.
- Sorto, M. A. (2004). *Prospective middle school teachers' knowledge about data analysis and its application to teaching* [Doktora tezi, Michigan State University].
- Stronge, J. H., Ward, T. J., & Grant, L. W. (2011). What makes good teachers good? Across-case analysis of the connection between teacher effectiveness and student achievement. *Journal of Teacher Education*, 62(4), 339-355.
- Toluk - Uçar, Z. & Akdoğan, E. N. (2009). 6-8. Sınıf bilgilerinin anlamlarına yüklediği anlamlar. *İlköğretim Online*, 8 (2), 391-400.
- Uçar, Z. T., & Akdoğan, E. N. (2009). Middle school students' understanding of average. *Elementary Education Online*, 8(2), 391-400.

- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(3), 234-243.
- Vermette, S., & Savard, A. (2019). Necessary knowledge for teaching statistics: example of the concept of variability. G. Burrill, & D. Ben-Zvi (Ed.) *Topics and Trends in Current Statistics Education ICME-13 Monographs* içinde (s. 225-244). Springer.
- Watson, J., & Callingham, R. (2013). Likelihood and sample size: The understandings of students and their teachers. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32(3), 660-672.
- Watson, J., Callingham, R., & Nathan, E. (2009). Probing teachers' pedagogical content knowledge in statistics: "How will Tom get to school tomorrow?". R. Hunter, B. Bicknell, & T. Burgess (Ed.), *Crossing Divides* içinde (Vol. 2, s. 563-570). MERGA.
- Watson, J., & Moritz, J. B. (2000). Developing concepts of sampling. *Journal for research in mathematics education*, 31(1), 44-70.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (11. Baskı). Seçkin Yayıncılık.
- Yılmaz, N. (2020). Ortaokul matematik öğretmen adaylarının dağılım kavramına ilişkin anlamalarının incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 50, 374-398.
- Zieffler, A., Garfield, J., DelMas, R., & Reading, C. (2008). A frame work to support research on informal inferential reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 40-58.

## EXTENDED ABSTRACT

### Introduction

As access to information is faster compared to the past, this fast information flow brings along the reliability of information sources. Probably as a result of this situation, there are more statistical data in the information sources in order to increase reliability (Ben-Zvi & Garfield, 2004). Moreover, considering the time that students spend at school, statistics subjects, which have a functional value in real life, are expected to be included in curricula. Many schools have started to include statistics and data analysis in their curricula (Makar & Confrey, 2004). It has been stated that statistics education should involve data evaluation processes by making inferences (Ferrini-Mundy, 2000), and this shows the importance of bringing inference and evaluations to the foreground by evaluating the data in statistics education as qualitative data. Gokce (2019) argues that the effective use of statistical data beyond simple calculations requires 21st century skills. Ferrini-Mundy (2000) lists these skills in NTCM as problem solving, communication, representation, association, reasoning, and proving. MoNE (2018a) stated that mathematical process skills that are planned to be acquired include reasoning. In this sense, statistical reasoning concept is a concept that needs to be considered in terms of its meaning and the skills it involves and should be included in teaching environments. As this skill regarding reasoning cannot be developed by itself, it is a skill that should be included in learning environments (Ferrini-Mundy, 2000; Garfield & Ben-Zvi 2008). As statistical reasoning is a skill that is hard to predict, the developments in the literature should be known (Garfield, 2003). So much so that, there are studies which state that teachers' and teacher candidates' statistical reasoning field and pedagogical knowledge should be improved (Confrey & Makar, 2002; Leavy, 2010). As teachers' statistical reasoning competences are important in terms of preparing the content that ensures developing the skill, teachers are in a critical position in getting students to gain statistical reasoning skill (Gokce, 2019; Makar & Confrey, 2004).

There are studies that emphasize the importance of teachers' understanding statistical concepts in-depth and improving their statistical literacy in order to teach statistical knowledge effectively (Leavy, 2010; Makar & Confrey, 2002; Noll, 2011). As teachers' statistical reasoning skill will be examined in line with the purpose of the study, it is thought that the findings to be obtained will be beneficial in terms of teachers' evaluating themselves and determining their level in this field. In addition, the study is important in that it will help teachers to notice their current status and raise their awareness. When the literature is reviewed, it is seen that there are few national studies conducted on teachers' statistical reasoning skills (Gokce, 2019; Gurel, 2016). In this context, it is believed that the study will contribute to the literature. In light of all this information, it was aimed in the study to evaluate statistical reasoning skills of secondary education mathematics teachers within the scope of their field knowledge.

### Method

In the study, qualitative research design and case study approach within the scope of this design were used. As the focus was placed on statistical reasoning skills of secondary education mathematics teachers, the study necessitates single instrumental case design. 17 secondary education mathematics teachers were included in the study. Typical sampling method, one of the purposive sampling techniques, was used in determining the teachers. As data collection tool, field knowledge form regarding statistical reasoning skill (SRS-FK), which reveals statistical reasoning skills in line with field knowledge, was used. The form was developed by Gokce (2019).

First of all, a pilot study was conducted, and it was decided to use the questionnaire items in the study without making any changes. Interviews were held with the participating teachers, and data collection tools were applied one-on-one. The study data were analyzed by using the scale developed by Gokce (2019), and the data were subjected to content analysis. Analyses were performed by the first researcher two times with a one-month interval, and 85% fit was observed

between the analyses. Then, the analyses were checked by the other researchers, and a consensus was achieved.

## Results

It was seen that the responses concentrated on low level of field knowledge in question 3, on moderate level of field knowledge in questions 1 and 4, and on high level of field knowledge in questions 2 and 5. When the responses to question 3 were examined, it was seen that no predictions regarding the question were made. It was determined that the participants focused on numerical calculations in question 1. The rate of responding to question 3 with high level of field knowledge was higher compared to question 1. The highest score that the participants obtained on reasoning skill regarding changeability was 78, the lowest score was 11, and the mean score was 43. It was seen that the majority of the participants were below the average. The highest score that the participants obtained on reasoning skill regarding distribution was 83, the lowest score was 25, and the mean score was 50. Among the questions that reveal reasoning skill regarding distribution, correct response rate of especially question 5 was high. In question 5, which included three categorical distributions, the majority of the participants compared the categories both partially within themselves and against each other in general. The highest score that the participants obtained on reasoning skill regarding center was 83, the lowest score was 25, and the mean score was 51. Among the questions that reveal reasoning skill regarding center, the question with the highest correct response rate was found to be question 2, which required correct use of arithmetic mean. The highest score that the participants obtained on informal inferential reasoning skill was 83, the lowest score was 25, and the mean score was 50. It was seen that the majority of the participants scored higher than or equal to the average score.

## Discussion and Conclusion

It was determined that the majority of the participants had high level of field knowledge only in two questions, and that they had difficulty in other questions. This result suggests that field knowledge of mathematics teachers regarding statistical reasoning should be improved. The finding obtained in the study of Sorto (2004) showing that the majority of the teacher candidates included in the study did not use statistical calculation and reasoning in order to make inferences about the data supports the present study.

The majority of teachers experienced difficulty in developing conceptual understanding that develops as a result of reasoning based on statistics. The result obtained in the study of Growth and Bergner (2006) showing that although the teacher candidates made the statistical calculations appropriately, they did not understand how they would use the calculations they made is consistent with the result obtained in the present study.

The majority of the participants scored lower than the average score of reasoning skill regarding changeability. The result obtained in the study conducted by Makar and Confrey (2004) showing that mathematics teachers experienced difficulties in reasoning skill regarding changeability supports the present study results. It was found that in the comparison of data groups, the teachers ignored the consistency of the data. The result obtained in the study of Karatoprak (2011) showing that mathematics teacher candidates should be improved in terms of reasoning in the comparison of data groups overlaps with the present study findings.

It was determined that the scores of the majority of the teachers on reasoning skill regarding distribution were above the average. It was seen that they made appropriate inferences regarding the comparison of two distributions, but that they could not clearly justify these inferences. The result obtained in the study of Madden (2008) showing that mathematics teachers had difficulty in comparing different distributions is consistent with the present study findings.

It was determined that in the reasoning process regarding distribution, the teachers mostly had a tendency to concentrate on singular data in distributions including few data and to think holistically in distributions that include numerous data. The study conducted by Bakker and

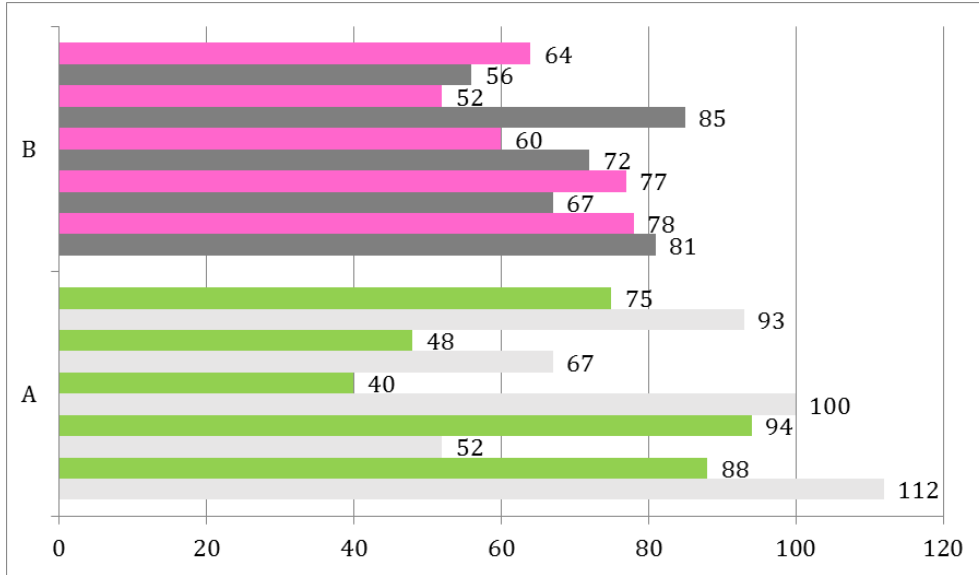


Gravemeijer (2004) overlaps with the present study in terms of considering the data count in the distribution.

Finally, it was determined that the majority of the teachers did not opt to use central tendency measurements other than arithmetic mean and that they did not heed the relationship of the measurements they used with one another and their effect on distribution. The study by Gokce (2019), in which deficiencies regarding the teachers' interpretation of arithmetic mean were determined, supports the present study.

### Ek. 1. İAY- AB Testi Formu

- 1) Aşağıda A ve B markalarına ait 10'ar adet pilin dayanma süreleri verilmiştir. Buna göre iki markanın pil ömrünü karşılaştırınız. A ve B marka pillerin dayanma sürelerini nasıl karşılaştırdığınızı gerekçesiyle açıklayınız.



Grafik 1. A ve B markalarına ait pillerin dayanma süreleri (saat)

Açıklama:.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

- 2) Bir öğretmen, öğrencilerinin derse katılımlarını arttırmak amacıyla sınıftaki oturma planını düzenlemek istiyor. Bu amaçla mevcut oturma düzeninde öğrencilerinin kaç kez söz aldığını belirlemeye karar veriyor. Aşağıdaki tablo 8 öğrencinin bir ders süresince söz alma sayısını göstermektedir.

Öğrenciler	Aysun	Rüya	Arda	Kağan	Cansel	Deniz	Nil	Kerem
Yorum sayısı	0	5	2	22	3	2	1	2

Öğretmen o gün yapılan tipik söz alma sayısını hesaplayarak bu veriyi özetlemek istiyor. Aşağıdaki yöntemlerden hangisini kullanmasını önerirsiniz?

- a) En çok tekrar eden sayıyı, yani 2'yi kullanmasını; çünkü

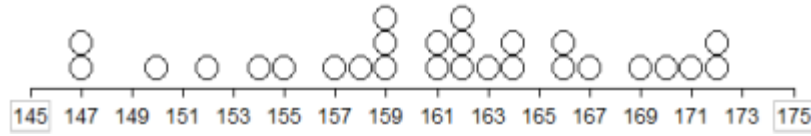
.....  
 — b) Verilen 8 sayıyı toplayıp 8'e bölmesini; çünkü

.....  
 — c) 22'yi atıp diğer 7 sayıyı toplayıp 7'ye bölmesini; çünkü

.....  
 — d) 0'ı atıp diğer 7 sayıyı toplayıp 7'ye bölmesini; çünkü

.....  
**Açıklama:**.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

- 3) Aşağıda Türkiye'deki bir ortaokulda öğrenim gören 8. sınıfların boy uzunluklarına ait grafik verilmiştir. Buna göre Türkiye genelindeki tüm 8. sınıf öğrencilerinin boy uzunluklarının nasıl olmasını beklersiniz? Aşağıda verilen boş eksene çizerek, gerekçesi ile birlikte açıklayınız.

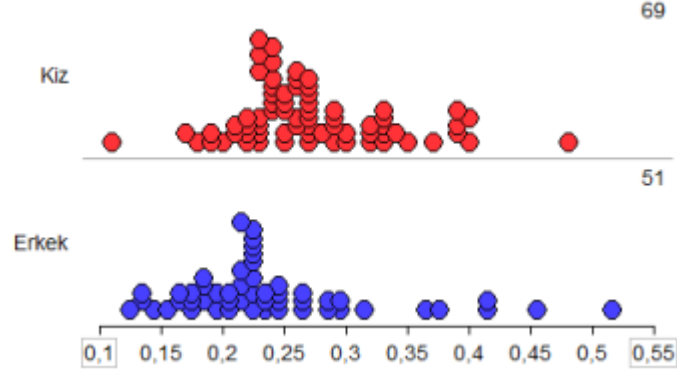


Grafik 1. Bir ortaokuldaki 8. sınıf öğrencilerinin boy uzunlukları



**Açıklama:**.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

- 4) Bir yazılım şirketi hızın önemli olduğu bir bilgisayar oyunu geliştirmek için potansiyel kullanıcıların reaksiyon süreleri üzerinde bir araştırma yapıyor. 9-17 yaş arası 69 kız ve 51 erkek öğrenciden aşağıdaki gibi veriler elde ediliyor. Sizce kızların ve erkeklerin reaksiyon sürelerinde bir farklılık var mıdır? Yanıtınızı gerekçesiyle açıklayınız.

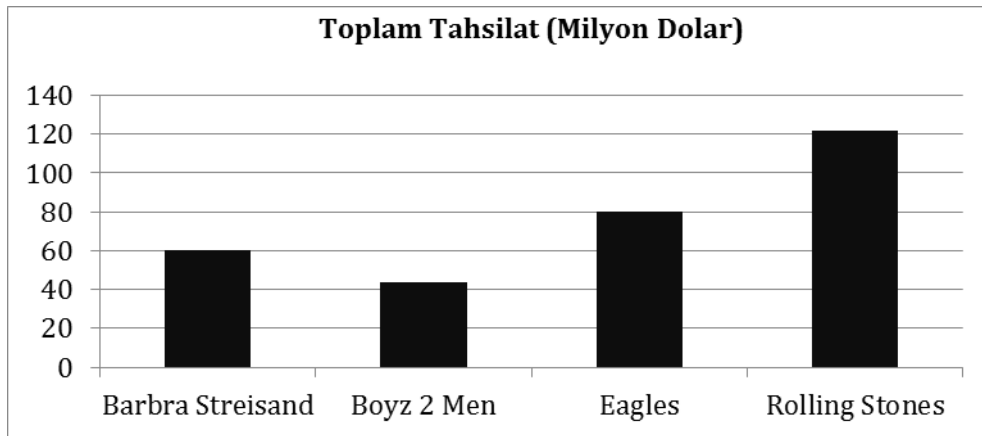


Grafik 1. Kız ve erkek öğrencilerin reaksiyon süreleri (saniye)

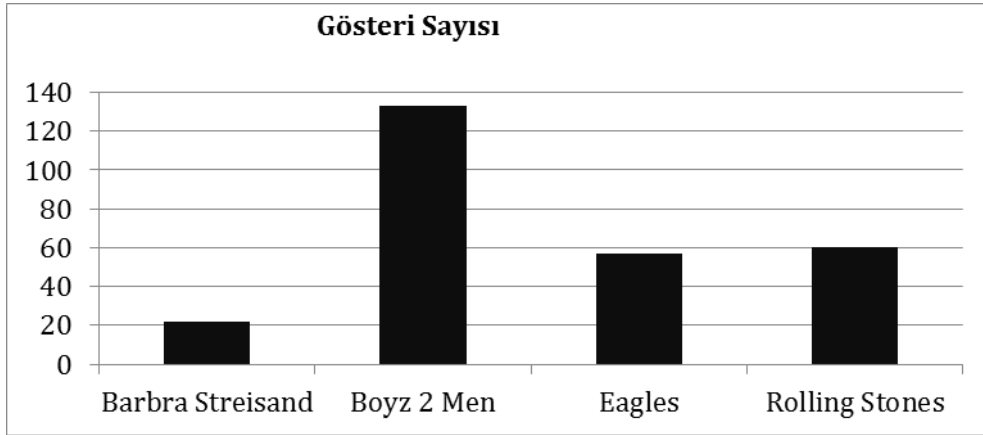
Sizce kızların ve erkeklerin reaksiyon sürelerinde bir farklılık var mıdır? Yanıtınızı gerekçesiyle açıklayınız.

**Açıklama:**.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

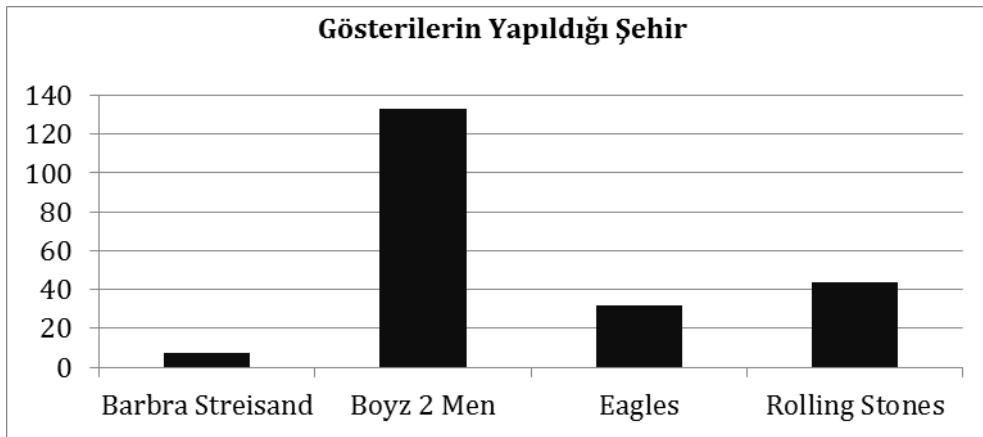
- 5) Aşağıda verilen grafiklerde Barbra Streisand, Boyz II Men, Eagles ve Rolling Stones'a ait konser turları bilgileri gösterilmektedir. Sizce en başarılı konser turunu kim yapmıştır? Gerekçesini açıklayınız.



Grafik 1: Toplam konser kazancı



Grafik 2: Toplamda yapılan gösteri sayısı



Grafik 3: Gösterilerin yapıldığı şehir sayısı

**Açıklama:**.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....