Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen ve Mühendislik Bilimleri Dergisi
Afyon Kocatepe University – Journal of Science and Engineering
https://dergipark.org.tr/tr/pub/akufemubid

Araştırma Makalesi / Research Article
e-ISSN: 2149-3367
DOI: https://doi.org/10.35414/akufemubid.1364511
AKÜ FEMÜBİD **25** (2025) 011301 (81-88)
AKU J. Sci. Eng. **25** (2025) 011301 (81-88)

Nötrosofik Parametreli Aşırı-Esnek Kümelerin Karar Vericiler İçin Bir Genellemesi

***Makale Bilgisi / Article Info**
Alındı/Received: 21.09.2023
Kabul/Accepted: 05.09.2024
Yayımlandı/Published: 07.02.2025

A Generalization of Neutrosophic Parametrized Hypersoft Sets For Decision Makers

Orhan DALKILIÇ*

Mersin Üniversitesi, Fen Bilimleri Fakültesi, Matematik Bölümü, Mersin, Türkiye

Öz

Bu çalışmanın amacı nötrosofik parametreli aşırı-esnek kümelerin belirsizlik ortamlarındaki karar verme sürecini geliştirmektir. Bu açıdan, karar verme süreciyle ilişkili veriler sanal mantıkla birlikte ele alınarak olası bir hatanın önüne geçilmiştir. Bu durumu tek bir hibrit matematiksel model olarak temsil eden sanal nötrosofik parametreli aşırı-esnek küme kavramı önerilmiştir. Ayrıca bu kümeler üzerine bir karar verme algoritması inşa edilerek bir belirsizlik problemi üzerine uygulaması örneklendirilmiştir. İnşa edilen algoritma mevcut küme yapısıyla ilişkili üç yönlü bilginin nesnel bulanık kümesi kavramına dayandırılmıştır. Son olarak, elde edilen sonuçlar için bir tartışma sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: *Nötrosofik parametreli aşırı-esnek küme; Sanal nötrosofik parametreli aşırı-esnek küme; Algoritma; Karar verme.*

Abstract

The aim of this study is to improve the decision-making process of neutrosophic parametrized hypersoft sets in uncertain environments. In this respect, data related to the decision-making process was handled together with virtual logic to prevent a possible error. The concept of virtual neutrosophic parametrized hypersoft set, which represents this situation as a single hybrid mathematical model, is proposed. The constructed algorithm is based on the concept of an objective fuzzy set of three-way information associated with the existing set structure. Finally, a discussion of the results obtained is presented.

Keywords: *Neutrosophic parametrized hypersoft set; Virtual neutrosophic parametrized hypersoft set; Algorithm; Decision-making.*

1. Giriş

Veri analizini ideal yakın bir şekilde gerçekleştirmek ve belirsizlikle karşılaşılan karar verme süreçlerini en doğru şekilde modellemek, birçok araştırmacının üzerinde çalıştığı bir konudur. Bu hedefe ulaşmak için, araştırmacılar genellikle bir dizi yöntem ve teknik kullanır. Bu çalışmalardan ilki Zadeh (1965) tarafından önerilen bulanık küme teorisidir. Klasik matematikten uzaklaşmamızı sağlayan bu teori sayesinde bir elemanın üyelik derecesi $[0,1]$ aralığına genişletilmiştir. İlerleyen yıllarda karmaşık veri analizleriyle birlikte doğru bir modelleme için daha çok veriyi birlikte ele alan matematiksel araçlara ihtiyaç duyulmuştur. Bununla birlikte, Smarandache (1999) nötrosofi fikrini literatüre kazandırmıştır. Nötrosofi fikri; bir elemanın üyelik değerine, belirsizlik değerine ve üye olmama değerine dayanmaktadır. Bu sayede bir elemanın üç yönü, tek bir matematiksel model yardımıyla ifade edilir. Ancak bu matematiksel modeller oldukça başarılı yaklaşımlar olsa da belirsizlik ortamlarındaki karar verme sürecini pratik bir şekilde ifade etmede zorluklara sahiptirler. Bu zorlukların bir parametreleme aracı eksikliğinden kaynaklandığını düşünen Molodtsov (1999) esnek kümeleri tanıtmıştır. Esnek kümeler bir nesne kümesi ve o kümeyle ilişkili parametre kümesine dayanan bir eşleşmeyi bünyesinde barındırır. Esnek kümelerin verileri modelleme konusundaki başarısı sayesinde günümüzde halen çok sayıda çalışma yapılmaya devam etmektedir (Al-Shami 2021, Balcı vd. 2022, Dalkılıç 2022, Liu *et al.* 2022, Voskoglou 2022, Zulqarnain 2021).

Birden fazla parametre kümesinin ilişkili olduğu özelliklerin sınıflandırılmasıyla elde edilen yeni tek bir parametreye dayanan esnek küme yapısı aşırı-esnek küme kavramıyla genişletilmiştir (Smarandache 2018). Bu sayede nesne kümesiyle ilişkili herbir parametre daha iyi bir şekilde tespit edilir. Bu küme tipinin karar verme süreçlerindeki etkinliğini arttırabilmek için aşırı-esnek kümeler diğer matematiksel modellerle birlikte ele

**Sorumlu Yazar/Corresponding Author: Orhan DALKILIÇ* *e-posta/e-mail: orhandlk952495@hotmail.com*

alınmıştır (Öztürk vd. 2019, Martin et al. 2021, Musa and Asaad 2021, Yolcu ve Öztürk 2021, Yolcu vd. 2021, Rahman *et al.* 2022). Bu çalışmanın konusu nötrosofik mantık ve parametreleme aracının birlikte değerlendirilerek ortaya atılan nötrosofik parametreli aşırı-esnek kümelerin daha etkin bir matematiksel araca dönüştürmektir (Rahman *et al.* 2021). Bunun için, günümüzde oldukça popüler bir kavram olan sanal mantık kavramından faydalanılmıştır. Bu sayede, sanal nötrosofik parametreli aşırı-esnek (snp-ae-)küme kavramı inşa edilebilmiştir. Bu hibrit matematiksel model sayesinde elde edilen avantajlar aşağıdaki gibi verilmiştir:

- Karar verici tarafından ifade edilen üyelik değerleri, nötrosofik parametreli aşırı-esnek kümelerin yapısına ilave edilen alt ve üst yaklaşımlar sayesinde ideale yakın bir tespiti sağlar.
- Alt ve üst yaklaşımların değişken olması sayesinde karar verme sürecinde bu yaklaşımların etkisini ölçebilmemizi sağlayan bir özelliktir.

Bu yeni matematiksel hibrit küme üzerine bazı temel küme işlemleri de incelenmiştir. Ayrıca, snp-ae-kümelere dayanan bir karar verme algoritması inşa edilmiştir. Bu algoritmanın bir belirsizlik problemine uygulaması örneklendirilerek elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak irdelenmiştir.

2. Materyal ve Metot

Bu bölümde; nötrosofik küme, esnek küme, aşırı-esnek küme ve nötrosofik parametreli aşırı-esnek küme kavramları hatırlatılmıştır. Bu çalışma boyunca; U bir evrensel küme; 2^U, U'nun kuvvet kümesi ve P, U kümesiyle ilişkili parametrelerin kümesi olarak ifade edilmiştir.

Tanım 2.1: U üzerinde bir N nötrosofik kümesi

$$N = \{(\mu_N(u), \vartheta_N(u), \omega_N(u))/u, u \in U\} \qquad (1)$$

şeklinde ifade edilir. Burada her $u \in U$ için $0^- \leq \mu_N(u) + \vartheta_N(u) + \omega_N(u) \leq 3^+$ koşulunu sağlayan $\mu_N: U \to]0^-, 1^+[$, $\vartheta_N U \to]0^-, 1^+[$ ve $\omega_N U \to]0^-, 1^+[$ fonksiyonlarına sırasıyla üye olma, belirsizlik ve üye olmama fonksiyonları denir (Smarandache 2005). Burada, $0^- = 0 - \delta$ ve $1^+ = 1 + \delta$ şeklinde ifade edilir ve "1" ve "0" standart kısım, δ ise standart olmayan kısım olarak adlandırılır.

Bir nötrosofik küme üyelik değerlerini $]0^-, 1^+[$ aralığına ait standart veya standart olmayan alt kümelerinden almaktadır. Ancak, özellikle bilimsel ve mühendislik alanlarında karşılaşılan belirsizlik ortamlarında nötrosofik kümeyi bu alt kümeler için kullanmak güçtür. Bu nedenle çalışma boyunca bir nötrosofik kümenin üyelik değerleri $[0,1]$ aralığına ait alt kümeler için dikkate alınmıştır.

$N = \{(\mu_N(u), \vartheta_N(u), \omega_N(u))/u, u \in U\}$ ve $M = \{(\mu_M(u), \vartheta_M(u), \omega_M(u))/u, u \in U\}$ iki nötrosofik küme olmak üzere nötrosofik kümeler üzerinde bazı temel küme işlemleri aşağıdaki gibi verilmiştir (Smarandache 2005):

i. Her $u \in U$ için $N \subseteq M$ ancak ve ancak $\mu_N(u) \leq \mu_M(u)$, $\vartheta_N(u) \geq \vartheta_M(u)$, $\omega_N(u) \geq \omega_M(u)$.
ii. Her $u \in U$ için $N = M$ ancak ve ancak $\mu_N(u) = \mu_M(u)$, $\vartheta_N(u) = \vartheta_M(u)$, $\omega_N(u) = \omega_M(u)$.
iii. N'in tümleyeni $N^c = \{(\omega_N(u), 1 - \vartheta_N(u), \mu_N(u))/u, u \in U\}$.

iv. $N \cap M = \left\{\begin{pmatrix} min\{\mu_N(u), \mu_M(u)\}, \\ max\{\vartheta_N(u), \vartheta_M(u)\} \\ max\{\omega_N(u), \omega_M(u)\} \end{pmatrix}/u, u \in U\right\}$.

v. $N \cup M = \left\{\begin{pmatrix} max\{\mu_N(u), \mu_M(u)\}, \\ min\{\vartheta_N(u), \vartheta_M(u)\} \\ min\{\omega_N(u), \omega_M(u)\} \end{pmatrix}/u, u \in U\right\}$.

Tanım 2.2: $E_P: P \to 2^U$ fonksiyonu aracılığıyla

$$E_P = \{(p, E_P(p)): p \in P\} \qquad (2)$$

U üzerinde bir esnek kümedir (Molodtsov 1999).

Tanım 2.3: $p^1, p^2, \ldots, p^n$ farklı parametreye dayanan $P = P_1 \times P_2 \times \ldots \times P_n$ için $H_P: P \to 2^U$ fonksiyonu aracılığıyla

$$H_P = \{(p, H_P(p)): p \in P\} \qquad (3)$$

U üzerinde bir aşırı-esnek kümedir (Smarandache 2018). Burada, $1 \leq k \leq n$ ve $k, m_k \in \mathbb{Z}^+$ için $P_k = \{p_1^k, p_2^k, \ldots, p_{m_k}^k\}$ şeklinde ifade edilir.

Tanım 2.4: N, P üzerinde bir nötrosofik küme olsun. U üzerinde bir Ω_N nötrosofik parametreli aşırı-esnek küme $p^1, p^2, \ldots, p^n$ farklı parametreye dayanan $P = P_1 \times P_2 \times \ldots \times P_n$ için

$$\Omega_N = \left\{\Big(\big(\mu_N(p), \vartheta_N(p), \omega_N(p)\big)/p, \Omega_N(p)\Big) : p \in P\right\} \qquad (4)$$

şeklindedir (Rahman *et al.* 2021). Burada $\mu_N, \vartheta_N, \omega_N: P \to [0,1]$ eşleşmeleri Ω_N nötrosofik parametreli aşırı-esnek kümenin üye olma, belirsizlik ve üye olmama derecelerini ifade eder. Dahası, $1 \leq k \leq n$ ve $k, m_k \in \mathbb{Z}^+$ için $P_k =$

$\{p_1^k, p_2^k, \dots, p_{m_k}^k\}$ şeklinde ifade edilir. Ayrıca $\Omega_N: P \to 2^U$ eşleşmesi Ω_N nötrosofik parametreli aşırı-esnek kümenin yaklaşım fonksiyonu olarak adlandırılır ve $\mu_N(p) = 0$, $\vartheta_N(p) = 1$, $\omega_N(p) = 1$ ise $\Omega_N(p) = \emptyset$ dir.

Tanım 2.5: Bir alt sanal parametre kümesi $1 \le i \le n$ değeri için $0 \le \underline{\alpha_i} < \mu_X(p_i)$ eşitsizliğini sağlayan $\underline{\alpha_i}$ değerlerinin katkısıyla $\underline{P} = \left\{p_1^{\underline{\alpha_1}}, p_2^{\underline{\alpha_2}}, \dots, p_n^{\underline{\alpha_n}}\right\}$ şeklinde ifade edilir (Dalkılıç ve Demirtaş 2021). Burada $p_i^{\underline{\alpha_i}}$ parametresine p_i parametresinin α_i değerince OLUMSUZ YÖNDE GELİŞİM PARAMETRESİ denir.

Tanım 2.6: Bir üst sanal parametre kümesi $1 \le i \le n$ değeri için $0 \le \overline{\alpha_i} \le 1 - \mu_X(p_i)$ eşitsizliğini sağlayan $\overline{\alpha_i}$ değerlerinin katkısıyla $\overline{P} = \left\{p_1^{\overline{\alpha_1}}, p_2^{\overline{\alpha_2}}, \dots, p_n^{\overline{\alpha_n}}\right\}$ şeklinde ifade edilir (Dalkılıç ve Demirtaş 2021). Burada $p_i^{\overline{\alpha_i}}$ parametresine p_i parametresinin α_i değerince OLUMLU YÖNDE GELİŞİM PARAMETRESİ denir.

3. Materyal ve Metot

Bu bölümde, nötrosofik parametreli aşırı-esnek kümelerin bir genellmesi olan snp-ae-kümeler inşa edimiştir. Bu sayede nötrosofik parametreli aşırı-esnek kümeler için karar vericiye odaklı üyelik derecelerinin daha belirgin bir şekilde ifade edilebilmesi amaçlanır. Ayrıca snp-ae-kümelere dayanan tümleyen, alt küme, birleşim ve kesişim temel küme işlemleri incelenmiştir.

Tanım 3.1: $\underline{N}, N, \overline{N}$ sırasıyla $\underline{P}, P, \overline{P}$ üzerinde nötrosofik kümeler olsun. U üzerinde bir $\mho_N^S$ snp-ae-küme $p^1, p^2, \dots, p^n$ farklı parametreye dayanan $P = P_1 \times P_2 \times \dots \times P_n$ için

$$\underline{\mho_N} = \left\{ \left(\left(\mu_{\underline{N}}(p^{\underline{\alpha}}), \vartheta_{\underline{N}}(p^{\underline{\beta}}), \omega_{\underline{N}}(p^{\underline{\gamma}}) \right) / p, \underline{\mho_N}(p^{\underline{\alpha,\beta,\gamma}}) \right) : p^{\underline{\alpha}}, p^{\underline{\beta}}, p^{\underline{\gamma}} \in \underline{P};\ \begin{matrix} 0 \le \underline{\alpha} \le \mu_N(p) \\ 0 \le \underline{\beta} \le 1 - \vartheta_N(p) \\ 0 \le \underline{\gamma} \le 1 - \omega_N(p) \end{matrix} \right\} \quad (5)$$

$$\mho_N = \left\{ \left(\left(\mu_N(p), \vartheta_N(p), \omega_N(p) \right) / p, \mho_N(p) \right) :\ p \in P \right\} \quad (6)$$

$$\overline{\mho_N} = \left\{ \left(\left(\mu_{\overline{N}}(p^{\overline{\alpha}}), \vartheta_{\overline{N}}\left(p^{\overline{\beta}}\right), \omega_{\overline{N}}(p^{\overline{\gamma}}) \right) / p, \overline{\mho_N}\left(p^{\overline{\alpha,\beta,\gamma}}\right) \right) : p^{\overline{\alpha}}, p^{\overline{\beta}}, p^{\overline{\gamma}} \in \overline{P};\ \begin{matrix} 0 \le \overline{\alpha} \le 1 - \mu_N(p) \\ 0 \le \overline{\beta} \le \vartheta_N(p) \\ 0 \le \overline{\gamma} \le \omega_N(p) \end{matrix} \right\} \quad (7)$$

$$\mho_N^S = \underline{\mho_N} \cup \mho_N \cup \overline{\mho_N} \quad (8)$$

şeklindedir. Burada $\mu_{\underline{N}}, \vartheta_{\underline{N}}, \omega_{\underline{N}}: \underline{P} \to [0,1]$, $\mu_N, \vartheta_N, \omega_N: P \to [0,1]$ ve $\mu_{\overline{N}}, \vartheta_{\overline{N}}, \omega_{\overline{N}}: \overline{P} \to [0,1]$. Ayrıca $\underline{\mho_N}: \underline{P} \to 2^U$, $\mho_N: P \to 2^U$ ve $\overline{\mho_N}: \overline{P} \to 2^U$ eşleşmelerine sırasıyla $\mho_N^S$ snp-ae-kümenin alt yaklaşım fonksiyonu, yaklaşım fonksiyonu, üst yaklaşım fonksiyonu denir. Burada, $1 \le k \le n$ ve $k, m_k \in \mathbb{Z}^+$ için $P_k = \{p_1^k, p_2^k, \dots, p_{m_k}^k\}$ şeklinde ifade edilir.

Dikkat edilmelidir ki; tanım gereği $p^{\underline{\alpha}}, p^{\underline{\beta}}, p^{\underline{\gamma}} \in \underline{P}$; $p \in P$; $p^{\overline{\alpha}}, p^{\overline{\beta}}, p^{\overline{\gamma}} \in \overline{P}$ için $\left|\overline{\mho_N}\left(p^{\overline{\alpha,\beta,\gamma}}\right)\right| \le |\mho_N(p)| \le \left|\underline{\mho_N}(p^{\underline{\alpha,\beta,\gamma}})\right|$ eşitsizliği geçerlidir. Burada A bir küme olmak üzere $|A|$ ifadesi A'nın kardinalitesini ifade eder.
Bu çalışma boyunca, U üzerinde tüm snp-ae-kümelerin ailesi $SNPAE(U)$ ile ifade edilmiştir.

$= \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7\}$ nesnelerin bir kümesi olsun. Ayrıca; $P_1 = \{p_1^1\}$, $P_2 = \{p_1^2, p_2^2\}$, $P_3 = \{p_1^3\}$ için $P = P_1 \times P_2 \times P_3$ olmak üzere $P = \{(p_1^1, p_1^2, p_1^3), (p_1^1, p_2^2, p_1^3)\} = \{p_1, p_2\}$ üzerinde bir nötrosofik küme $N = \{(0.44, 0.32, 0.4)/p_1, (0.2, 0.15, 0.37)/p_2\}$ şeklinde verilsin. Buna ilaveten, $\underline{N} = \{(0.2, 0.5, 0.48)/p_1, (0.18, 0.56, 0.72)/p_2\}$ ve $\overline{N} = \{(0.63, 0.2, 0.17)/p_1, (0.51, 0.1, 0.23)/p_2\}$ sırasıyla $\underline{P}$ ve $\overline{P}$ üzerinde bir nötrosofik küme olarak verilsin. Böylece

$$\begin{aligned}
\underline{\mho_N}\left(p_1^{\underline{0.24,0.18,0.08}}\right) &= \{u_1, u_3, u_5, u_6, u_7\}, \\
\underline{\mho_N}\left(p_2^{\underline{0.02,0.41,0.35}}\right) &= \{u_2, u_4, u_5, u_6, u_7\}, \\
\mho_N(p_1) &= \{u_1, u_3, u_5, u_6\}, \\
\mho_N(p_2) &= \{u_4, u_5, u_6, u_7\}, \\
\overline{\mho_N}\left(p_1^{\overline{0.19,0.12,0.23}}\right) &= \{u_1, u_5, u_6\}, \\
\overline{\mho_N}\left(p_2^{\overline{0.31,0.05,0.14}}\right) &= \{u_4, u_6, u_7\}
\end{aligned}$$

yaklaşım fonksiyonları için $\mho_N^S$ snp-ae-küme aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

$$\mho_N^S = \left\{ \begin{matrix} ((0.2, 0.5, 0.48)/p_1, \{u_1, u_3, u_5, u_6, u_7\}), \\ ((0.18, 0.56, 0.72)/p_2, \{u_2, u_4, u_5, u_6, u_7\}), \\ ((0.44, 0.32, 0.4)/p_1, \{u_1, u_3, u_5, u_6\}), \\ ((0.2, 0.15, 0.37)/p_2, \{u_4, u_5, u_6, u_7\}), \\ ((0.63, 0.2, 0.17)/p_1, \{u_1, u_5, u_6\}), \\ ((0.51, 0.1, 0.23)/p_2, \{u_4, u_6, u_7\}) \end{matrix} \right\}$$

Burada, $\mho_N^S$ snp-ae-kümesinin yapısındaki nötrosofik parametreli aşırı-esnek kümeleri aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

$$\underline{\mho_N} = \left\{ \begin{array}{l} ((0.2,0.5,0.48)/p_1, \{u_1, u_3, u_5, u_6, u_7\}), \\ ((0.18,0.56,0.72)/p_2, \{u_2, u_4, u_5, u_6, u_7\}) \end{array} \right\},$$

$$\mho_N = \left\{ \begin{array}{l} ((0.44,0.32,0.4)/p_1, \{u_1, u_3, u_5, u_6\}), \\ ((0.2,0.15,0.37)/p_2, \{u_4, u_5, u_6, u_7\}) \end{array} \right\},$$

$$\overline{\mho_N} = \left\{ \begin{array}{l} ((0.63,0.2,0.17)/p_1, \{u_1, u_5, u_6\}), \\ ((0.51,0.1,0.23)/p_2, \{u_4, u_6, u_7\}) \end{array} \right\}$$

Burada ifade edilen alt ve üst değerler rastgele seçilmemiştir. Örneğin; p_2 için $\underline{\alpha_2}$, $\underline{\beta_2}$, $\underline{\gamma_2}$ değerleri $0 \leq \underline{\alpha_2} = 0.02 \leq 0.2$, $0 \leq \underline{\beta_2} = 0.41 \leq 1 - 0.15$, $0 \leq \underline{\gamma_2} = 0.35 \leq 1 - 0.3$ ve değerleri $0 \leq \overline{\alpha_2} = 0.31 \leq 1 - 0.2$, $0 \leq \overline{\beta_2}, = 0.05 \leq 0.15$, $0 \leq \overline{\gamma_2} = 0.1 \leq 0.37$ aralıklarından seçilmiştir.

Tanım 3.2: $\mho_N^S \in SNPAE(U)$ olmak üzere her $p^{\underline{\alpha}}, p^{\underline{\beta}}, p^{\underline{\gamma}} \in \underline{P}$ için $\mu_{\underline{N}}(p^{\underline{\alpha}}) = 0$ ve $\vartheta_{\underline{N}}(p^{\underline{\beta}}) = \omega_{\underline{N}}(p^{\underline{\gamma}}) = 1$ ise $\mho_N^S$ snp-ae-kümesine N-boş snp-ae-küme denir ve $\mho_{N_\emptyset}^S$ ile gösterilir. Eğer $N = \emptyset$ ise $\mho_N^S$ snp-ae-kümesine boş snp-ae-küme denir ve $\mho_\emptyset^S$ ile gösterilir.

Tanım 3.3: $\mho_N^S \in SNPAE(U)$ olmak üzere

- her $p^{\underline{\alpha}}, p^{\underline{\beta}}, p^{\underline{\gamma}} \in \underline{P}$ için $\mu_{\underline{N}}(p^{\underline{\alpha}}) = 1$, $\vartheta_{\underline{N}}(p^{\underline{\beta}}) = \omega_{\underline{N}}(p^{\underline{\gamma}}) = 0$ ve $\underline{\mho_N}(p^{\underline{\alpha,\beta,\gamma}}) = U$,
- her $p \in P$ için $\mu_N(p) = 1$, $\vartheta_N(p), \omega_N(p) = 0$ ve $\mho_N(p) = U$,
- her $p^{\overline{\alpha}}, p^{\overline{\beta}}, p^{\overline{\gamma}} \in \overline{P}$ için $\mu_{\overline{N}}(p^{\overline{\alpha}}) = 1$, $\vartheta_{\overline{N}}\left(p^{\overline{\beta}}\right) = \omega_{\overline{N}}(p^{\overline{\gamma}}) = 0$ ve $\overline{\mho_N}\left(p^{\overline{\alpha,\beta,\gamma}}\right) = U$

ise $\mho_N^S$ snp-ae-kümesine N-evrensel snp-ae-küme denir ve $\mho_{\tilde{N}}^S$ ile gösterilir. Eğer $N = P$ ise $\mho_N^S$ snp-ae-kümesine evrensel snp-ae-küme denir ve $\mho_P^S$ ile gösterilir.

Tanım 3.4: $\mho_M^S, \mho_N^S \in SNPAE(U)$ olmak üzere her $p^{\underline{\alpha_M}}, p^{\underline{\alpha_N}}, p^{\underline{\beta_M}}, p^{\underline{\beta_N}}, p^{\underline{\gamma_M}}, p^{\underline{\gamma_N}} \in \underline{P}$ için $\mu_{\underline{M}}(p^{\underline{\alpha_M}}) \leq \mu_{\underline{N}}(p^{\underline{\alpha_N}})$, $\vartheta_{\underline{M}}(p^{\underline{\beta_M}}) \geq \vartheta_{\underline{N}}(p^{\underline{\beta_N}})$, $\omega_{\underline{M}}(p^{\underline{\gamma_M}}) \geq \omega_{\underline{N}}(p^{\underline{\gamma_N}})$ ve $\underline{\mho_M}(p^{\underline{\alpha_M,\beta_M,\gamma_M}}) \subseteq \underline{\mho_N}(p^{\underline{\alpha_N,\beta_N,\gamma_N}})$,
her $p \in P$ için $\mu_M(p) \leq \mu_N(p)$, $\vartheta_M(p) \geq \vartheta_N(p)$, $\omega_M(p) \geq \omega_N(p)$ ve $\mho_M(p) \subseteq \mho_N(p)$,
her $p^{\overline{\alpha_M}}, p^{\overline{\alpha_N}}, p^{\overline{\beta_M}}, p^{\overline{\beta_N}}, p^{\overline{\gamma_M}}, p^{\overline{\gamma_N}} \in \overline{P}$ için $\mu_{\overline{M}}(p^{\overline{\alpha_M}}) \leq \mu_{\overline{N}}(p^{\overline{\alpha_N}})$, $\vartheta_{\overline{M}}\left(p^{\overline{\beta_M}}\right) \geq \vartheta_{\overline{N}}\left(p^{\overline{\beta_N}}\right)$, $\omega_{\overline{M}}(p^{\overline{\gamma_M}}) \geq \omega_{\overline{N}}(p^{\overline{\gamma_N}})$ ve $\overline{\mho_M}\left(p^{\overline{\alpha_M,\beta_M,\gamma_M}}\right) \subseteq \overline{\mho_N}\left(p^{\overline{\alpha_N,\beta_N,\gamma_N}}\right)$

koşullarının gerçeklenmesiyle $\mho_M^S$, $\mho_N^S$ kümesinin snp-ae-alt kümesidir ve $\mho_M^S \Subset \mho_N^S$ ile gösterilir. Ayrıca; $\mho_M^S \Subset \mho_N^S$ ve $\mho_N^S \Subset \mho_M^S$ ise $\mho_M^S = \mho_N^S$ eşitliği gerçeklenir.

Özellik 3.1: $\mho_M^S, \mho_N^S, \mho_L^S \in SNPAE(U)$ olmak üzere

i. $\mho_\emptyset^S \Subset \mho_M^S \Subset \mho_M^S \Subset \mho_P^S$.
ii. $\mho_M^S \Subset \mho_N^S$ and $\mho_N^S \Subset \mho_M^S \Leftrightarrow \mho_M^S = \mho_N^S$.
iii. $\mho_M^S \Subset \mho_N^S$ and $\mho_N^S \Subset \mho_L^S \Rightarrow \mho_M^S \Subset \mho_L^S$.

İspat. Tanım 3.3 ve Tanım 3.4'ten açıktır.

Tanım 3.5: $\mho_N^S \in SNPAE(U)$ olmak üzere $\mho_N^S$ snp-ae-kümesinin tümleyeni $\left[\mho_N^S\right]^c$ ile ifade edilen bir snp-ae-kümedir ve

$$\underline{\mho_N^c} = \left\{ \left(\left(\omega_{\underline{N}}(p^{\underline{\gamma}}), 1 - \vartheta_{\underline{N}}(p^{\underline{\beta}}), \mu_{\underline{N}}(p^{\underline{\alpha}}) \right) / p, \underline{\mho_N^c}(p^{\underline{\alpha,\beta,\gamma}}) \right) : p^{\underline{\alpha}}, p^{\underline{\beta}}, p^{\underline{\gamma}} \in \underline{P}; \begin{array}{r} 0 \leq \underline{\alpha} \leq \mu_N(p) \\ 0 \leq \underline{\beta} \leq 1 - \vartheta_N(p) \\ 0 \leq \underline{\gamma} \leq 1 - \omega_N(p) \end{array} \right\} \quad (9)$$

$$\mho_N^c = \left\{ \left((\omega_N(p), 1 - \vartheta_N(p), \mu_N(p))/p, \mho_N^c(p) \right) : p \in P \right\} \quad (10)$$

$$\overline{\mho_N^c} = \left\{ \left(\left(\omega_{\overline{N}}(p^{\overline{\gamma}}), 1 - \vartheta_{\overline{N}}\left(p^{\overline{\beta}}\right) \omega_{\overline{N}}(p^{\overline{\gamma}}) \mu_{\overline{N}}(p^{\overline{\alpha}}) \right) / p, \overline{\mho_N^c}\left(p^{\overline{\alpha,\beta,\gamma}}\right) \right) : p^{\overline{\alpha}}, p^{\overline{\beta}}, p^{\overline{\gamma}} \in \overline{P}; \begin{array}{r} 0 \leq \overline{\alpha} \leq 1 - \mu_N(p) \\ 0 \leq \overline{\beta} \leq \vartheta_N(p) \\ 0 \leq \overline{\gamma} \leq \omega_N(p) \end{array} \right\} \quad (11)$$

için

$$\left[\mho_{\tilde{N}}^S\right]^c = \underline{\mho_N^c} \cup \mho_N^c \cup \overline{\mho_N^c} \quad (12)$$

şeklinde ifade edilir. Burada $\underline{\mho_N}(p^{\underline{\alpha,\beta,\gamma}}) = U \setminus \underline{\mho_N^c}(p^{\underline{\alpha,\beta,\gamma}})$, $\mho_N(p) = U \setminus \mho_N^c(p)$ ve $\overline{\mho_N}\left(p^{\overline{\alpha,\beta,\gamma}}\right) = U \setminus \overline{\mho_N^c}\left(p^{\overline{\alpha,\beta,\gamma}}\right)$ dir.

Özellik 3.2: $\mho_N^S \in SNPAE(U)$ olmak üzere

i. $\left[\mho_\emptyset^S\right]^c = \mho_P^S$.
ii. $[\mho_P^S]^c = \mho_\emptyset^S$.
iii. $[[\mho_N^S]^c]^c = \mho_N^S$.

İspat. Açıktır.

Tanım 3.6:. $\mho_M^S, \mho_N^S \in SNPAE(U)$ olmak üzere $\mho_M^S$, $\mho_N^S$ snp-ae-kümelerinin birleşimi

- her $p^{\underline{\alpha_M}}, p^{\underline{\alpha_N}}, p^{\underline{\beta_M}}, p^{\underline{\beta_N}}, p^{\underline{\gamma_M}}, p^{\underline{\gamma_N}} \in \underline{P}$ için $\mu_{\underline{M \cup N}}(p^{\underline{\alpha_{M \cup N}}}) = max\{\mu_{\underline{M}}(p^{\underline{\alpha_M}}), \mu_{\underline{N}}(p^{\underline{\alpha_N}})\}$, $\vartheta_{\underline{M \cup N}}(p^{\underline{\beta_{M \cup N}}}) = min\{\vartheta_{\underline{M}}(p^{\underline{\beta_M}}), \vartheta_{\underline{N}}(p^{\underline{\beta_N}})\}$, $\omega_{\underline{M \cup N}}(p^{\underline{\gamma_{M \cup N}}}) = min\{\omega_{\underline{M}}(p^{\underline{\gamma_M}}), \omega_{\underline{N}}(p^{\underline{\gamma_N}})\}$ ve

$\underline{\mho_{M\cup N}}\left(p^{\underline{\alpha_{M\cup N},\beta_{M\cup N},\gamma_{M\cup N}}}\right) = \underline{\mho_M}\left(p^{\underline{\alpha_M,\beta_M,\gamma_M}}\right) \cup \underline{\mho_N}\left(p^{\underline{\alpha_N,\beta_N,\gamma_N}}\right)$,

- her $p \in P$ için $\mu_{M\cup N}(p) = max\{\mu_M(p), \mu_N(p)\}$, $\vartheta_{M\cup N}(p) = min\{\vartheta_M(p), \vartheta_N(p)\}$, $\omega_{M\cup N}(p) = min\{\omega_M(p), \omega_N(p)\}$ ve $\mho_{M\cup N}(p) = \mho_M(p) \cup \mho_N(p)$,
- her $p^{\overline{\alpha_M}}, p^{\overline{\alpha_N}}, p^{\overline{\beta_M}}, p^{\overline{\beta_N}}, p^{\overline{\gamma_M}}, p^{\overline{\gamma_N}} \in \overline{P}$ için $\mu_{\overline{M\cup N}}\left(p^{\overline{\alpha_{M\cup N}}}\right) = max\left\{\mu_{\overline{M}}\left(p^{\overline{\alpha_M}}\right), \mu_{\overline{N}}\left(p^{\overline{\alpha_N}}\right)\right\}$, $\vartheta_{\overline{M\cup N}}\left(p^{\overline{\beta_{M\cup N}}}\right) = min\left\{\vartheta_{\overline{M}}\left(p^{\overline{\beta_M}}\right), \vartheta_{\overline{N}}\left(p^{\overline{\beta_N}}\right)\right\}$, $\omega_{\overline{M\cup N}}\left(p^{\overline{\gamma_{M\cup N}}}\right) = min\left\{\omega_{\overline{M}}\left(p^{\overline{\gamma_M}}\right), \omega_{\overline{N}}\left(p^{\overline{\gamma_N}}\right)\right\}$ ve $\overline{\mho_{M\cup N}}\left(p^{\overline{\alpha_{M\cup N},\beta_{M\cup N},\gamma_{M\cup N}}}\right) = \overline{\mho_M}\left(p^{\overline{\alpha_M,\beta_M,\gamma_M}}\right) \cup \overline{\mho_N}\left(p^{\overline{\alpha_N,\beta_N,\gamma_N}}\right)$,

koşullarını gerçekleyen $\mho_M^S \mathbin{\hat{\cup}} \mho_N^S$ snp-ae-kümesidir.

Tanım 3.7:. $\mho_M^S, \mho_N^S \in SNPAE(U)$ olmak üzere $\mho_M^S$, $\mho_N^S$ snp-ae-kümelerinin kesişimi

- her $p^{\underline{\alpha_M}}, p^{\underline{\alpha_N}}, p^{\underline{\beta_M}}, p^{\underline{\beta_N}}, p^{\underline{\gamma_M}}, p^{\underline{\gamma_N}} \in \underline{P}$ için $\mu_{\underline{M\cap N}}\left(p^{\underline{\alpha_{M\cap N}}}\right) = min\left\{\mu_{\underline{M}}\left(p^{\underline{\alpha_M}}\right), \mu_{\underline{N}}\left(p^{\underline{\alpha_N}}\right)\right\}$, $\vartheta_{\underline{M\cap N}}\left(p^{\underline{\beta_{M\cap N}}}\right) = max\left\{\vartheta_{\underline{M}}\left(p^{\underline{\beta_M}}\right), \vartheta_{\underline{N}}\left(p^{\underline{\beta_N}}\right)\right\}$, $\omega_{\underline{M\cap N}}\left(p^{\underline{\gamma_{M\cap N}}}\right) = max\left\{\omega_{\underline{M}}\left(p^{\underline{\gamma_M}}\right), \omega_{\underline{N}}\left(p^{\underline{\gamma_N}}\right)\right\}$ ve $\underline{\mho_{M\cap N}}\left(p^{\underline{\alpha_{M\cap N},\beta_{M\cap N},\gamma_{M\cap N}}}\right) = \underline{\mho_M}\left(p^{\underline{\alpha_M,\beta_M,\gamma_M}}\right) \cap \underline{\mho_N}\left(p^{\underline{\alpha_N,\beta_N,\gamma_N}}\right)$,
- her $p \in P$ için $\mu_{M\cap N}(p) = min\{\mu_M(p), \mu_N(p)\}$, $\vartheta_{MvN}(p) = max\{\vartheta_M(p), \vartheta_N(p)\}$, $\omega_{M\cap N}(p) = max\{\omega_M(p), \omega_N(p)\}$ ve $\mho_{M\cap N}(p) = \mho_M(p) \cap \mho_N(p)$,
- her $p^{\overline{\alpha_M}}, p^{\overline{\alpha_N}}, p^{\overline{\beta_M}}, p^{\overline{\beta_N}}, p^{\overline{\gamma_M}}, p^{\overline{\gamma_N}} \in \overline{P}$ için $\mu_{\overline{M\cap N}}\left(p^{\overline{\alpha_{M\cap N}}}\right) = min\left\{\mu_{\overline{M}}\left(p^{\overline{\alpha_M}}\right), \mu_{\overline{N}}\left(p^{\overline{\alpha_N}}\right)\right\}$, $\vartheta_{\overline{M\cap N}}\left(p^{\overline{\beta_{M\cap N}}}\right) = max\left\{\vartheta_{\overline{M}}\left(p^{\overline{\beta_M}}\right), \vartheta_{\overline{N}}\left(p^{\overline{\beta_N}}\right)\right\}$, $\omega_{\overline{M\cap N}}\left(p^{\overline{\gamma_{M\cap N}}}\right) = max\left\{\omega_{\overline{M}}\left(p^{\overline{\gamma_M}}\right), \omega_{\overline{N}}\left(p^{\overline{\gamma_N}}\right)\right\}$ ve $\overline{\mho_{M\cap N}}\left(p^{\overline{\alpha_{M\cap N},\beta_{M\cap N},\gamma_{M\cap N}}}\right) = \overline{\mho_M}\left(p^{\overline{\alpha_M,\beta_M,\gamma_M}}\right) \cap \overline{\mho_N}\left(p^{\overline{\alpha_N,\beta_N,\gamma_N}}\right)$,

koşullarını gerçekleyen $\mho_M^S \mathbin{\hat{\cap}} \mho_N^S$ snp-ae-kümesidir.

Özellik 3.3: $\mho_M^S, \mho_N^S, \mho_L^S \in SNPAE(U)$ olmak üzere $\star, * \in \{\hat{\cap}, \hat{\cup}\}$ için

i. $\mho_M^S \mathbin{\hat{\cap}} \mho_P^S = \mho_M^S$ ve $\mho_M^S \mathbin{\hat{\cup}} \mho_P^S = \mho_P^S$.
ii. $\mho_M^S \mathbin{\hat{\cap}} \mho_\emptyset^S = \mho_\emptyset^S$ ve $\mho_M^S \mathbin{\hat{\cup}} \mho_\emptyset^S = \mho_M^S$.
iii. $\mho_M^S \star \mho_M^S = \mho_M^S$.
iv. $\mho_M^S \star \mho_N^S = \mho_N^S \star \mho_M^S$
v. $(\mho_M^S \star \mho_N^S) \star \mho_L^S = \mho_M^S \star (\mho_N^S \star \mho_L^S)$.
vi. $\mho_M^S * (\mho_N^S \star \mho_L^S) = (\mho_M^S * \mho_N^S) \star (\mho_M^S * \mho_L^S)$.

İspat. Tanım gereği açıktır.

Özellik 3.4: $\mho_M^S, \mho_N^S \in SNPAE(U)$ olmak üzere,

i. $[\mho_M^S \mathbin{\hat{\cup}} \mho_N^S]^c = [\mho_M^S]^c \mathbin{\hat{\cap}} [\mho_N^S]^c$.
ii. $[\mho_M^S \mathbin{\hat{\cap}} \mho_N^S]^c = [\mho_M^S]^c \mathbin{\hat{\cup}} [\mho_N^S]^c$.

İspat. Tanım gereği açıktır.

4. Bir Karar Verme Algoritması

Bu bölümde karar vericilerin ifade ettiği üyelik değerlerinin ideale yakın bir şekilde tespit edebilmenin önemi incelenmiştir. Bu amaca yönelik karar vericilere odaklan snp-ae-kümeler için bir algoritma inşa edilmiştir. Ayrıca bir belirsizlik probleminin çözümlenmesi ile elde edilen sonuçlara yönelik bir tartışma verilmiştir.

Tanım 4.1: $\mho_N^S \in SNPAE(U)$ kümesinin nesnel bulanık kümesi $[\mho_N^S]^B$ olmak üzere $\mu_M^B, \vartheta_M^B, \omega_M^B: U \to [0,1]$ için

$$\mu_N^B(u) = \frac{3^{-1}}{|P|}\begin{bmatrix} \sum_{p^{\underline{\alpha}}, p^{\underline{\beta}}, p^{\underline{\gamma}} \in \underline{P}} \mu_{\underline{N}}\left(p^{\underline{\alpha}}\right) \mu_{\underline{\mho_N}\left(p^{\underline{\alpha,\beta,\gamma}}\right)}(u) + \\ \sum_{p \in P} \mu_N(p) \mu_{\mho_N(p)}(u) + \\ \sum_{p^{\overline{\alpha}}, p^{\overline{\beta}}, p^{\overline{\gamma}} \in \overline{P}} \mu_{\overline{N}}\left(p^{\overline{\alpha}}\right) \mu_{\overline{\mho_N}\left(p^{\overline{\alpha,\beta,\gamma}}\right)}(u) \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\vartheta_N^B(u) = \frac{3^{-1}}{|P|}\begin{bmatrix} \sum_{p^{\underline{\alpha}}, p^{\underline{\beta}}, p^{\underline{\gamma}} \in \underline{P}} \vartheta_{\underline{N}}\left(p^{\underline{\beta}}\right) \mu_{\underline{\mho_N}\left(p^{\underline{\alpha,\beta,\gamma}}\right)}(u) + \\ \sum_{p \in P} \vartheta_N(p) \mu_{\mho_N(p)}(u) + \\ \sum_{p^{\overline{\alpha}}, p^{\overline{\beta}}, p^{\overline{\gamma}} \in \overline{P}} \vartheta_{\overline{N}}\left(p^{\overline{\beta}}\right) \mu_{\overline{\mho_N}\left(p^{\overline{\alpha,\beta,\gamma}}\right)}(u) \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\omega_N^B(u) = \frac{3^{-1}}{|P|}\begin{bmatrix} \sum_{p^{\underline{\alpha}}, p^{\underline{\beta}}, p^{\underline{\gamma}} \in \underline{P}} \omega_{\underline{N}}\left(p^{\underline{\gamma}}\right) \mu_{\underline{\mho_N}\left(p^{\underline{\alpha,\beta,\gamma}}\right)}(u) + \\ \sum_{p \in P} \omega_M(p) \mu_{\mho_N(p)}(u) + \\ \sum_{p^{\overline{\alpha}}, p^{\overline{\beta}}, p^{\overline{\gamma}} \in \overline{P}} \omega_{\overline{N}}\left(p^{\overline{\gamma}}\right) \mu_{\overline{\mho_N}\left(p^{\overline{\alpha,\beta,\gamma}}\right)}(u) \end{bmatrix} \quad (15)$$

olmak üzere

$$[\mho_N^S]^B = \{(\mu_N^B(u) + \vartheta_N^B(u) - \omega_N^B(u))/u : u \in U\} \quad (16)$$

şeklinde ifade edlir. Burada, $\mu_{\underline{\mho_N}\left(p^{\underline{\alpha,\beta,\gamma}}\right)}, \mu_{\mho_N(p)}, \mu_{\overline{\mho_N}\left(p^{\overline{\alpha,\beta,\gamma}}\right)}: U \to \{0,1\}$ üyelik fonksiyonlarına sırasıyla $\underline{\mho_N}\left(p^{\underline{\alpha,\beta,\gamma}}\right)$, $\mho_N(p)$, $\overline{\mho_N}\left(p^{\overline{\alpha,\beta,\gamma}}\right)$ yaklaşım fonksiyonlarının her $u \in U$ için üyelik değerlerini ifade eder. Ayrıca; $|P|$, P parametre kümesinin kardinalitesini ifade eder.

Algoritma 1:

Adım 1. U evren kümesi ve M, P parametre kümesi üzerinde bir nötrosofik küme olmak üzere belirsizlik problemi ifade eden temel kümeleri gir.

Adım 2. Temel kümelere dayanarak U üzerinde problemi modelleyen bir $\mho_N^S$ snp-ae-kümesini gir.

Adım 3. $\mho_N^S$ kümesinin $[\mho_N^S]^B$ nesnel bulanık kümesini inşa et.

Adım 4. $\mu_{[\mho_N^S]^B}(u_k) = max\left\{\mu_{[\mho_N^S]^B}(u_l): u_l \in U\right\}$ değerini için mevcut belirsizlik problemine yönelik en uygun nesne u_k elemanıdır.

Algoritma 1'in bir belirsizlik problemi üzerinde çözümlenmesi aşağıdaki gibi verilmiştir:

$\boldsymbol{Problem}$: Bir televizyon almak isteyen müşteri, TV mağazasına başvurduğunda, karar vermesi gereken pek çok farklı parametre ile karşılaşır. Bu parametreler arasında ekran tipi, enerji sınıfı ve çözünürlük gibi faktörler bulunmaktadır. Televizyonlar bu özelliklere göre mağaza sahibi tarafından sınıflandırılmıştır: ekran tipi LED TV olarak belirlenmiştir, enerji sınıfı ise A, B ve C olarak gruplandırılmıştır. Çözünürlük ise 4K olarak ifade edilmiştir.

Mağazadaki televizyon seçeneklerini inceleyen müşteri, kendisi için en uygun televizyonu belirlemek istemektedir. Bu amaçla, mağazadaki tüm televizyonlar için belirli parametreler kullanılarak bir değerlendirme yapılır. Bu değerlendirme, nötrosofik küme kavramıyla ifade edilir (bakınız Adım 1). Nötrosofik kümeler, müşterinin tercihlerini belirleyen belirsizlik derecelerini ifade eder. Örneğin, bir televizyonun ekran tipi, enerji sınıfı ve çözünürlüğü için uygunluk dereceleri, bu nötrosofik kümeler üzerinden değerlendirilir.

Mağaza, müşterinin tercihlerini belirlemek için nötrosofik değerlendirmeleri kullanır. Bu değerlendirmeler, müşterinin önceliklerine ve tercihlerine bağlı olarak her bir televizyonun uygunluğunu belirler. Bu şekilde, müşteriye en uygun seçenekleri sunmak için analizler yapılır ve önerilerde bulunulur. Bu süreç, müşterinin ihtiyaçlarına en iyi şekilde yanıt verecek televizyonun belirlenmesine yardımcı olur.

Bu konuda televizyonların bir sınıflandırmasını ifade eden parametre kümeleri ekran tipi, enerji sınıfı, çözünürlük olmak üzere sırasıyla $P_1 = \{p_1^1: LED\ TV\}$, $P_2 = \{p_1^2: A, p_2^2: B, p_3^2: C\}$, $P_3 = \{p_1^3: 4K\}$ şeklinde verilsin. Bu durumda $P = P_1 \times P_2 \times P_3$ için $P = \{(p_1^1, p_1^2, p_1^3), (p_1^1, p_2^2, p_1^3), (p_1^1, p_3^2, p_1^3)\} = \{p_1, p_2, p_3\}$ olmak üzere bu mağazada üç tip parametre türünden televizyon vardır. Bu kişi kendisi için en uygun televizyonu almak istemektedir. Bu amaca yönelik Algoritma 1'den faydalanılarak herbir adım aşağıdaki gibi verilmiştir:

Adım 1. Mağazada bulunan televizyonların kümesi $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6\}$ olarak verilsin. P üzerinde bir $N = \{(0.23,0.15,0.8)/p_1, (0.34,0.5,0.27)/p_2, (0.36,0.3,0.21)/p_3\}$ nötrosofik kümesi, bu kişinin P kümesine ait parametrelerin kendisi için uygunluğunu ifade eder. Ayrıca; ifade edilen üyelik derecelerinin daha net bir şekilde temsili için $\underline{P}$ ve $\overline{P}$ üzerindeki nötrosofik kümeler sırasıyla

$$\underline{N} = \left\{\begin{matrix} (0.21,0.65,0.9)/p_1, \\ (0.14,0.55,0.43)/p_2, \\ (0.33,0.6,0.54)/p_3 \end{matrix}\right\}$$

$$\overline{N} = \left\{\begin{matrix} (0.67,0.1,0.15)/p_1, \\ (0.66,0.3,0.25)/p_2, \\ (0.85,0.1,0.18)/p_3 \end{matrix}\right\}$$

şeklinde verilsin.

Adım 2. TV mağazası, parametre kümeleri üzerinde ifade edilen nötrosofik değerlere dayanarak mağazadaki tüm televizyonların bir değerlendirmesini $\mho_N^S$ snp-ae-küme yardımıyla aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

$$\mho_N^S = \left\{\begin{matrix} \left((0.21,0.65,0.9)/p_1, \{u_1, u_3, u_5, u_6\}\right), \\ \left((0.14,0.55,0.43)/p_2, \{u_2, u_3, u_4, u_5\}\right), \\ \left((0.33,0.6,0.54)/p_3, \{u_1, u_2, u_4, u_6\}\right), \\ \left((0.23,0.15,0.8)/p_1, \{u_1, u_3, u_6\}\right), \\ \left((0.34,0.5,0.27)/p_2, \{u_2, u_4, u_5\}\right), \\ \left((0.36,0.3,0.21)/p_3, \{u_2, u_4, u_6\}\right), \\ \left((0.67,0.1,0.15)/p_1, \{u_3, u_6\}\right), \\ \left((0.66,0.3,0.25)/p_2, \{u_2, u_4\}\right), \\ \left((0.85,0.1,0.18)/p_3, \{u_2, u_6\}\right) \end{matrix}\right\}$$

Adım 3. $\mho_N^S$ için $[\mho_N^S]^B$ nesnel bulanık küme aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$[\mho_N^S]^B = \left\{\begin{matrix} -0{,}01/u_1, 0{,}35/u_2, 0{,}05/u_3, \\ 0{,}26/u_4, 0{,}09/u_5, 0{,}2/u_6 \end{matrix}\right\}$$

Örneğin; u_1 için,

$$\mu_N^B(u_1) = \frac{3^{-1}}{3}\begin{bmatrix} (0.21*1 + 0.14*0 + 0.33*1) + \\ (0.23*1 + 0.34*0 + 0.36*0) + \\ (0.67*0 + 0.66*0 + 0.85*0) \end{bmatrix} = 0.086$$

$$\vartheta_N^B(u_1) = \frac{3^{-1}}{3}\begin{bmatrix} (0.65*1 + 0.55*0 + 0.6*1) + \\ (0.15*1 + 0.5*0 + 0.3*0) + \\ (0.1*0 + 0.3*0 + 0.1*0) \end{bmatrix} = 0.156$$

$$\omega_N^B(u_1) = \frac{3^{-1}}{3}\begin{bmatrix}(0.9*1+0.43*0+0.54*1)+\\(0.8*1+0.27*0+0.21*0)+\\(0.15*0+0.25*0+0.18*0)\end{bmatrix} = 0.249$$

olmak üzere $\mu_{[\mho_N^S]^B}(u_1) = \mu_N^B(u_1) + \vartheta_N^B(u_1) - \omega_N^B(u_1) = 0.086 + 0.156 - 0.249 = -0.01$ elde edilir.

Adım 4. $\mu_{[\mho_N^S]^B}(u_2) = max\left\{\mu_{[\mho_N^S]^B}(u_l): u_l \in U\right\} = 0.35$ eldesi için bu kişi için en uygun televizyonun u_2 olduğu tespit edilir.

4.1 Bir Karşılaştırma

Bu alt bölümde, nötrosofik parametreli aşırı-esnek küme ve snp-ae-kümeler bu bölümde verilen problem için ele alınmıştır. Bu sayede alt ve üst yaklaşımların karar verme sürecindeki etkisi irdelenmeye çalışılmıştır. Algoritma 1 ve X çalışmasında verilen yaklaşım ile elde edilen sonuçlar Çizelge 1'de aşağıdaki gibi verilmiştir:

Çizelge 1. Her bir nesne için yaklaşımlardan elde edilen üyelik değerleri

Nesneler	Algoritma 1	(Rahman *et al.* 2021):X
u_1	-0.01	-0.1
u_2	0.35	0.34
u_3	0.5	-0.1
u_4	0.26	0.39
u_5	0.9	0.24
u_6	0.2	0.34

Çizelge 1 incelendiğinde, sadece Algoritma 1'in her bir nesne arasında kesin ayrımı yapabildiği görülmektedir. Ancak, X çalışmasında bazı nesneler için aynı üyelik değerleri elde edilmiştir, bu da hangi nesnenin seçim için uygun olabileceğini belirlemeyi zorlaştırmıştır. Ayrıca, en uygun nesnenin tespiti konusunda da farklı sonuçlara ulaşılmıştır. Bu nedenle, karar vericiler tarafından ifade edilen üyelik değerlerini daha iyi belirleyebilen alt ve üst yaklaşımların kullanıldığı snp-ae-kümelerin daha tercih edilebilir olduğu tespit edilmiştir.

5. Tartışma ve Sonuç

Bir belirsizlik ortamında veri kümelerinin ifadesi karar vericilere odaklanır. Ancak karar vericiler, verileri ifade etme aşamasında olası bir hata yapabilir. Bu durumu alt ve üst yaklaşımlarla destekleyen bir sanal mantık kavramı, son zamanlarda literatürde birçok araştırmacının dikkatini çekmiştir. Bu çalışmanın amacı nötrosofik parametreli aşırı-esnek kümeleri sanal mantık kavramıyla birlikte ele alarak bu küme yapısının karar verme süreçlerindeki başarısını arttırmaktır. Bu amaca yönelik sanal nötrosofik parametreli aşırı-esnek küme kavramı inşa edilmiştir. Bu çalışmanın sınırlılıkları arasında, nötrosofik parametreli aşırı-esnek kümelerin sanal mantık kavramıyla birleştirilmesinin tam olarak tüm belirsizlikleri ele alamaması bulunmaktadır. Bu anlamda daha kompleks veri kümelerinin ifade edilebilmesi için daha hibrit küme yapılarının inşa edilebilmesi sağlanabilir.

Sanal nötrosofik parametreli aşırı-esnek küme kavramına yönelik bazı temel küme işlemleri çalışılmıştır. Ardından nötrosofik parametreli aşırı-esnek kümelere dayanan bir karar verme algoritması önerilmiştir. Bu algoritmanın bir belirsizlik ortamında nasıl kullanılması gerektiği örneklendirilmiştir. Son olarak, aynı belirsizlik ortamında nötrosofik parametreli aşırı-esnek kümelerin sanal mantıkla ele alınmasındaki etkinliği için bir tartışma verilmiştir. Bu çalışmanın karar vericileri daha pasif bir şekilde modelleyebilen matematiksel modellerin geliştirilebilmesine yönelik bir motivasyon kaynağı olabileceği düşünülmektedir. Ayrıca, bu çalışma gelecekteki araştırmacılara, belirsizlik içeren çeşitli alanlarda daha fazla çalışma yapma konusunda bir temel sağlayabilir. Özellikle, farklı belirsizlik türleri veya karar verme süreçlerindeki daha karmaşık senaryolar üzerinde derinlemesine analizler yapılabilir ve yeni karar verme algoritmaları geliştirilebilir.

Etik Standartlar Bildirgesi
Yazarlar tüm etik standartlara uyduklarını beyan ederler.

Çıkar Çatışması Beyanı
Yazarların bu makalenin içeriğiyle ilgili olarak beyan edecekleri hiçbir çıkar çatışması yoktur.

Verilerin Kullanılabilirliği
Bu çalışma sırasında oluşturulan veya analiz edilen tüm veriler, yayınlanan bu makaleye dahil edilmiştir.

5. Kaynaklar

Al-Shami, T.M., 2021. Bipolar soft sets: relations between them and ordinary points and their applications. *Complexity*, 6621854.

Balcı, M.A., Batrancea, L.M. and Akgüller, Ö., 2022. Network-Induced Soft Sets and Stock Market Applications. *Mathematics*, **10(21)**, 3964.

Dalkılıç, O., 2022. A decision-making approach to reduce the margin of error of decision makers for bipolar soft set theory. *International Journal of Systems Science*, **53(2)**, 265-274.

Dalkılıç, O. and Demirtaş, N., 2021. VFP-Soft Sets and Its Application on Decision Making Problems, *Journal of Polytechnic,* **24(4)***,* 1391-1399.

Liu, J.B., Ali, S., Mahmood, M.K. and Mateen, M.H., 2022. On m-polar diophantine fuzzy N-soft set with applications. *Combinatorial Chemistry and High Throughput Screening*, **25(3)**, 536-546.

Martin, N., Smarandache, F. and Broumi, S., 2021. Covid-19 decision-making model using extended plithogenic hypersoft sets with dual dominant attributes. *International journal of neutrosophic science*, **13(2)**, 75-86.

Molodtsov, D., 1999. Soft set theory-first results, *Computers & Mathematics with Applications***,** **37**, 19-31.

Musa, S.Y. and Asaad, B.A., 2021. Bipolar hypersoft sets. *Mathematics*, **9(15)**, 1826.

Öztürk, T. Y., Aras, C. G. and Bayramov, S., 2019. A new approach to operations on neutrosophic soft sets and to neutrosophic soft topological spaces. *Communications faculty of sciences University of Ankara Series A1 mathematics and Statistics*, 10(3), 481-493.

Rahman, A.U., Saeed, M. and Dhital, A., 2021. Decision making application based on neutrosophic parameterized hypersoft set theory. *Neutrosophic Sets and Systems*, **41(1)**, 2.

Rahman, A.U., Saeed, M. and Khalifa, H.A.W., 2022. Decision making application based on parameterization of fuzzy hypersoft set with fuzzy setting. *Italian Journal of Pure and Applied Mathematics,* **48**, 1033–1048.

Smarandache, F., 1999. A unifying field in logics. neutrosophy: Neutrosophic probability, set and logic. *American Research Press.*

Smarandache, F., 2005. Neutrosophic set, a generalisation of the intuitionistic fuzzy sets. *Italian Journal of Pure and Applied Mathematics*, **24**, 287–297.

Smarandache, F., 2018. Extension of Soft Set of Hypersoft Set, and then to Plithogenic Hypersoft Set, *Neutrosophic Sets and Systems*, **22**, 168-170.

Voskoglou, M.G., 2022. A Hybrid Model for Decision Making Utilizing TFNs and Soft Sets as Tools. *Equations*, **2**, 65-69.

Yolcu, A. and Özturk, T.Y., 2021. Fuzzy hypersoft sets and it's application to decision-making. *Theory and application of hypersoft set*, 50-64.

Yolcu, A., Smarandache, F. And Öztürk, T. Y., 2021. Intuitionistic fuzzy hypersoft sets. *Communications faculty of sciences University of Ankara Series A1 mathematics and Statistics*, *70*(1), 443-455.

Zadeh L.A., 1995. Fuzzy sets. *Information and Control*, **8**, 338-353.

Zulqarnain, R.M., Xin, X.L., Garg, H. and Khan, W.A., 2021. Aggregation operators of pythagorean fuzzy soft sets with their application for green supplier chain management. *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, **40(3)**, 5545-5563.