İstatistik Araştırma Dergisi Cilt 01 No 01 Sayfa 101-112 Nisan 2002

Oransal ve Çarpımsal Tahmin Ediciler

Cem KADILAR* Hülya ÇINGI**

ÖZET

Bu çalışma, son yıllarda önerilen oransal tahmin edicileri istatistiksel olarak incelemekte ve oransal tahminin özel bir türü olan çarpımsal ve oransal-çarpımsal tahminler ile ilgili temel bilgiler vermektedir. Ayrıca, yapılan bir uygulama ile oransal tahmin ediciler duyarlılıkları açısından karşılaştırılmaktadır.

Anahtar Kelimeler: *Oransal tahmin, çarpımsal tahmin, oransal-çarpımsal tahmin, duyarlılık.*

1. GİRİŞ

1950'li yıllardan günümüze, örnekleme kuramında en önemli gelişmelerden biri, ilgilenilen değişkenle ilişkili yardımcı bir değişkene ait bilgileri kullanarak kitle toplamının ya da ortalamasının tahmin edilebilmesidir. Yardımcı değişkene ait bilgiler varolduğunda, kitle toplamının ya da ortalamasının tahmin edicileri, farklı tahmin yöntemleri kullanılarak çeşitli örneklem tasarımları için üretilebilmektedir. Örneğin, örneklem tasarımı basit rasgele örnekleme iken ilgilenilen değişkenle ilişkili yardımcı bir değişkene ait bilgiler elde edilebiliyorsa kitle ortaması ve toplamının tahmini için en çok kullanılan ve bilinen yöntemlerden biri oransal tahmin yöntemi olmaktadır.

N birimli bir kitleden yerine koymaksızın eşit olasılıkla n birimlik bir örneklem çekilsin. Burada, y, ilgilenilen değişken; x, yardımcı değişken ve i=1,2,...,n olmak üzere (x_i, y_i), örneklem değerleri olsun. Bu durumda,

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \quad \text{ve} \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} \qquad (1)$$

sırasıyla x ve y değişkenlerinin basit rasgele örneklemede ortalama tahminleri olmaktadır. Aynı şekilde $\overline{X}$ ve $\overline{Y}$, sırasıyla x ve y değişkenlerinin kitle ortalamalarını göstersin. Bu bilgiler doğrultusunda, $\overline{Y}$'nin oransal tahmin edicisi,

$$\bar{y}_O = \frac{\bar{y}}{\bar{x}}\overline{X} \qquad (2)$$

* Dr., Hacettepe Üniversitesi İstatistik Bölümü Beytepe-ANKARA, e-mail: kadilar@hacettepe.edu.tr, (Haberleşme adresi)

**Prof.Dr.,Hacettepe Üniversitesi İstatistik Bölümü Beytepe-ANKARA, e-mail: hcingi@hacettepe.edu.tr

biçiminde olmaktadır. Buradaki $\bar{y}/\bar{x}$ oranı $\hat{R}$ ile gösterilirken, kitle için $\bar{Y}/\bar{X}$ oranı R ile gösterilmektedir. (2)'de verilen yanlı tahmin edicinin duyarlılığı, hata kareler ortalaması (HKO) değerinin tersi ile elde edilmektedir. Bu nedenle HKO'sı küçük tahmin ediciler daha duyarlı olmaktadır. Çoğu örnekleme çalışmalarında, HKO değeri çok az küçüldüğünde bile tahmin edicilerin duyarlılığı önemli derecede arttığı gözlemlenmektedir. Dolayısıyla, tahmin edicilerin HKO eşitliklerinin elde edilişleri ve diğer tahmin edicilere göre daha küçük olup olmadıklarının incelenmesinin örnekleme kuramında ayrı bir önemi vardır.

Bu düşünceler altında, bu çalışmada, Prasad (1989) tarafından önerilen oransal tahmin ediciler ve HKO'ları incelenecektir. Ayrıca, son yıllarda önerilen diğer oransal ve çarpımsal tahmin edicilere de yer verilecek ve bu tahmin ediciler, ele alınan veri kümesi kullanılarak karşılaştırılacaktır.

2. ORANSAL TAHMİN EDİCİLER

Searls (1964), ortalamanın basit tahmin edicisini, (1) ile verilen örneklem ortalamasını k gibi sabit bir sayı ile çarparak

$$\bar{y}_s = k\bar{y} \qquad (3)$$

şeklinde önermiştir. Bu tahmin edicinin HKO'sı,

$$HKO(\bar{y}_s) = k^2\gamma S_y^2 + (k-1)^2\bar{Y}^2 \qquad (4)$$

biçiminde bulunmaktadır. Burada S_y^2, y değişkeninin varyansı; f=n/N olmak üzere, $\gamma = (1-f)/n$ biçimindedir. Prasad (1989), (4) ile verilen hata kareler ortalamasını en küçükleyen k değerini birinci türevden yararlanarak $k = k_1 = (1+\gamma C_y^2)^{-1}$ biçiminde elde ederek

$$\bar{y}_s^* = (1+\gamma C_y^2)^{-1}\bar{y}$$

ve

$$HKO(\bar{y}_s) = (1+\gamma C_y^2)^{-1}\gamma S_y^2 \qquad (5)$$

şeklinde elde etmiştir. Burada, C_y^2, y değişkeninin değişim katsayısının karesidir.

Prasad (1989), (2) ile verilen eşitlikte $\bar{y}$ yerine (3)'deki $\bar{y}_s$ tahminini koymayı önermiş ve yeni oransal tahmini

$$\bar{y}_{p1} = \frac{\bar{y}_s}{\bar{x}}\bar{X} = \frac{k_1\bar{y}}{\bar{x}}\bar{X} \qquad (6)$$

biçiminde vermiştir. Burada, $\bar{y}_s/\bar{x} = \hat{R}_1$ ile gösterilirse, $HKO(\bar{y}_{p1}) = \bar{X}^2 HKO(\hat{R}_1)$ olacağından (6) ile verilen oransal tahminin hata kareler ortalamasını elde edebilmek için yalnızca $\hat{R}_1$ teriminin hata kareler ortalamasını elde etmek yeterli olacaktır. Bu durumda,

$$
\begin{aligned}
HKO(\hat{R}_1) &= E(\hat{R}_1 - R)^2 \\
&= E\left(\frac{\bar{y}_s - R\bar{x}}{\bar{x}}\right)^2 \\
&= \frac{1}{\bar{X}^2} E\left(\frac{\bar{y}_s - R\bar{x}}{1 + \frac{\bar{x} - \bar{X}}{\bar{X}}}\right)^2 \\
&= \frac{1}{\bar{X}^2} E\left[(\bar{y}_s - R\bar{x})^2 \left(1 + \frac{\bar{x} - \bar{X}}{\bar{X}}\right)^{-2}\right]
\end{aligned}
$$

biçiminde olur. Ancak, köşeli parantez içindeki ikinci terim, Taylor serisine açıldığında büyük örneklemlerde ihmal edilebilir. Böylece,

$$HKO(\hat{R}_1) \cong \frac{1}{\bar{X}^2} E(\bar{y}_s - R\bar{x})^2$$

biçiminde bulunur. Bu ifadeye $\bar{Y} = R\bar{X}$ eklenip çıkartılırsa,

$$
\begin{aligned}
HKO(\hat{R}_1) &\cong \frac{1}{\bar{X}^2} E[(\bar{y}_s - \bar{Y}) - R(\bar{x} - \bar{X})]^2 \\
&\cong \frac{1}{\bar{X}^2} E[(\bar{y}_s - \bar{Y})^2 - 2R(\bar{y}_s - \bar{Y})(\bar{x} - \bar{X}) + R^2(\bar{x} - \bar{X})^2]
\end{aligned}
\tag{7}
$$

elde edilir. Köşeli parantez içindeki ikinci terim, $\bar{y}_s = k_1\bar{y}$ eşitliğinden yararlanılarak,

$$
\begin{aligned}
-2RE(\bar{y}_s - \bar{Y})(\bar{x} - \bar{X}) &= -2RE(k_1\bar{y} - \bar{Y})(\bar{x} - \bar{X}) \\
&= -2Rk_1 Cov(\bar{y}, \bar{x})
\end{aligned}
\tag{8}
$$

biçiminde yazılabilir. Burada, ρ ilişki katsayısı olmak üzere,

$$
\begin{aligned}
E(\bar{y}_s - \bar{Y})^2 &= k_1 \gamma S_y^2 \\
E(\bar{x} - \bar{X})^2 &= \gamma S_x^2 \\
E(\bar{y} - \bar{Y})(\bar{x} - \bar{X}) &= \gamma \rho S_y S_x
\end{aligned}
$$

olduğu bilinmektedir. Bu durumda, (7) eşitliği,

$$HKO(\hat{R}_1) \cong \frac{1}{\overline{X}^2}\gamma\left(k_1S_y^2 - 2Rk_1\rho S_yS_x + R^2S_x^2\right)$$

biçiminde yazılabilmektedir. Böylece,

$$\begin{aligned} HKO(\overline{y}_{p1}) &\cong \gamma\left(k_1S_y^2 - 2\frac{\overline{Y}}{\overline{X}}k_1\rho S_yS_x + R^2S_x^2\right) \\ &\cong \gamma\left(k_1S_y^2\left(1-2\rho\frac{C_x}{C_y}\right) + R^2S_x^2\right) \end{aligned} \tag{9}$$

elde edilir.

Prasad (1989) çalışmasında bir başka oransal tahmin edici daha önermiştir. Bu tahmin edici, $\overline{y}_s$ tahmin edicisini $\overline{y}_o$ tahmin edicisinde kullanan

$$\overline{y}_{p2} = \frac{k\overline{y}}{\overline{x}}\overline{X} \tag{10}$$

yeni bir tahmin edicidir. Burada $\frac{k\overline{y}}{\overline{x}} = \hat{R}_k$ ile gösterilirse, (7) eşitliği,

$$\begin{aligned} HKO(\hat{R}_k) &= E\left(\hat{R}_k - R\right)^2 \\ &\cong \frac{1}{\overline{X}^2}\left[E\left(k\overline{y}-\overline{Y}\right)^2 - 2RE\left(k\overline{y}-\overline{Y}\right)\left(\overline{x}-\overline{X}\right) + R^2E\left(\overline{x}-\overline{X}\right)^2\right] \end{aligned} \tag{11}$$

olur. (4) ve (8) eşitlikleri, (11) eşitliğinde kullanılarak,

$$HKO(\hat{R}_k) \cong \frac{1}{\overline{X}^2}\left[k^2V(\overline{y}) + (k-1)^2\overline{Y}^2 - 2RkCov(\overline{y},\overline{x}) + R^2E\left(\overline{x}-\overline{X}\right)^2\right]$$

biçiminde yazılabileceği açıktır. Bu durumda,

$$HKO(\overline{y}_{p2}) \cong k^2\gamma S_y^2 + R^2\gamma S_x^2 - 2R\gamma R\gamma k_xS_y + (k-1)^2\overline{Y}^2 \tag{12}$$

olur. Bu ifadenin k'ya göre türevi alınıp sıfıra eşitlenirse,

$$k = k_2 = \frac{1+\gamma\rho C_yC_x}{\gamma C_y^2 + 1}$$

bulunur. Buradaki k_2 değeri (12)'da verilen hata kareler ortalamasını en küçükleyen k değeri olmaktadır. Bu durumda (10) tahmin edicisi,

$$\bar{y}_{p2}^{*} = \frac{k_2 \bar{y}}{\bar{x}}\bar{X} = \left[\frac{1+\gamma\rho C_y C_x}{\gamma C_y^2+1}\right]\frac{\bar{y}}{\bar{x}}\bar{X}$$

biçiminde, (12) ise, bazı düzenlemeler yapıldıktan sonra

$$HKO(\bar{y}_{p2}^{*}) \cong \gamma\left[\frac{1-\gamma\rho^2 C_x^2 - 2\rho\left(\dfrac{C_x}{C_y}\right)}{1+\gamma C_y^2} S_y^2 + R^2 S_x^2\right] \quad (13)$$

biçiminde olmaktadır. (9) ile (13) eşitlikleri dikkatli incelendiğinde,

$$HKO(\bar{y}_{p1}) = HKO(\bar{y}_{p2}) + \frac{(\gamma\rho C_x S_y)^2}{1+\gamma C_y^2}$$

eşitliği yazılabilir. Bu eşitlikten açık bir şekilde görülmektedir ki $\bar{y}_{p2}$ tahmin edicisinin hata kareler ortalaması $\bar{y}_{p1}$ tahmin edicisinin hata kareler ortalamasına göre daha küçüktür. Dolayısıyla, $\bar{y}_{p2}$ tahmin edicisi $\bar{y}_{p1}$ tahmin edicisine göre daha duyarlıdır. Sonuç olarak,

$$HKO(\bar{y}_{p2}) < HKO(\bar{y}_{p1}) < HKO(\bar{y}_{O})$$

olmaktadır.

Upadhyaya ve Singh (1999), Singh-Kakran tahmin edicisini

$$\bar{y}_{SK} = \bar{y}\frac{\bar{X}+\beta_2(x)}{\bar{x}+\beta_2(x)} \quad (14)$$

biçiminde önermişlerdir. Burada, $\beta_2(x)$, yardımcı değişkenin basıklık katsayısı olmaktadır. Bu tahmin edicinin HKO'sı ise Çıngı (1994)'de verilen varyans ve yan

$$V(\bar{y}_{SK}) = \frac{1-f}{n}\bar{Y}^2\left(C_y^2 + C_x^2\left(1-2\rho\frac{C_y}{C_x}\right)\right)$$

$$Yan(\bar{y}_{SK}) = \frac{1-f}{n}\bar{Y}C_x^2\left(1-\rho\frac{C_y}{C_x}\right)$$

eşitliklerinden yararlanılarak ve Taylor serisine açılıp birinci dereceden yaklaşım yapılarak

$$HKO(\bar{y}_{SK}) \cong \frac{1-f}{n}\bar{Y}^2\left[C_y^2 + C_x^2\delta(\delta - 2K)\right] \quad (15)$$

elde edilebilir. Burada δ, 1'e yakın bir değer olup

$$\delta = \frac{\bar{X}}{\bar{X} + \beta_2(x)} \qquad \text{ve} \qquad K = \rho\frac{C_y}{C_x}$$

olarak tanımlanabilir.

Singh-Kakran tahmin edicisinden yola çıkarak Upadhyaya ve Singh (1999),

$$\bar{y}_{US1} = \bar{y}\frac{\bar{X}\beta_2(x) + C_x}{\bar{x}\beta_2(x) + C_x} \quad (16)$$

oransal tahmin edicisini önermişlerdir. Bu tahmin edicinin HKO ise, (15)'ten yararlanılarak

$$HKO(\bar{y}_{US1}) \cong \frac{1-f}{n}\bar{Y}^2\left[C_y^2 + \omega_1 C_x^2(\omega_1 - 2K)\right]$$

biçiminde bulunmuştur. Burada, $\omega_1 = \dfrac{\bar{X}\beta_2(x)}{\bar{X}\beta_2(x) + C_x}$, yine 1'e yakın bir değerdir.

Aynı çalışmada Upadhyaya ve Singh (1999), ikinci olarak

$$\bar{y}_{US2} = \bar{y}\frac{\bar{X}C_x + \beta_2(x)}{\bar{x}C_x + \beta_2(x)} = \bar{y}\frac{\bar{Z}}{\bar{z}} \quad (17)$$

oransal tahmin edicisini önermişlerdir. Burada, $\bar{z} = \bar{x}C_x + \beta_2(x)$ ve $\bar{Z} = \bar{X}C_x + \beta_2(x)$ olup $\bar{z}$, $\bar{Z}$'nın yansız bir tahmin edicisidir. Bu tahmin edicinin HKO'sı, benzer şekilde

$$HKO(\bar{y}_{US2}) \cong \frac{1-f}{n}\bar{Y}^2\left[C_y^2 + \omega_2 C_x^2(\omega_2 - 2K)\right]$$

biçimindedir. Burada, $\omega_2 = \bar{X}C_x / \bar{X}C_x + \beta_2(x)$ dır. Upadhyaya ve Singh (1999), yaptıkları uygulamada ele aldığı iki veri kümesi için de ikinci olarak önerdiği (17)'teki tahmin ediciyi birinciye göre daha duyarlı bulmuşlardır.
Oransal tahmin edicilerin genel eşitliği, υ_1 ve υ_2 toplamı 1 olması gerekmeyen sabit ağırlıklar olmak üzere,

$$T_O = \upsilon_1\bar{y} + \upsilon_2\bar{y}_O \quad (18)$$

biçiminde ifade edilebilir.

Singh (2000), (18)'da verilen bu ağırlıkların optimal değerlerinin HKO değerini en küçükleyen eşitliklerini elde etmiş ve benzetim çalışması yaparak çeşitli durumlarda bu ağırlıkların optimal değerlerini bulmuştur.

3. ÇARPIMSAL TAHMİN EDİCİLER

Yardımcı değişken ile ilgilenilen değişken arasında negatif bir ilişki var ise genellikle oransal tahmin ediciler yerine çarpımsal tahmin ediciler tercih edilirler. Ancak, eğer bu negatif ilişki küçük ve bu değişkenlerin değişim katsayıları büyük ise, çarpımsal tahmin edicilerin HKO değerleri (20)'den görüleceği gibi büyük bulunur.

Kitle ortalamasının $\left(\overline{Y}\right)$ çarpımsal tahmin edicisi oransal tahmine benzer şekilde,

$$\overline{y}_{Ç} = \overline{y}\frac{\overline{x}}{\overline{X}} \tag{19}$$

biçiminde olmaktadır. Burada ilgilenilen y değişkeni ile yardımcı x değişkeninin negatif bir ilişkiye sahip olduğu unutulmamalıdır. Bu tahmin edicinin HKO'sı,

$$\mathrm{HKO}(\overline{y}_{Ç}) = \frac{1-f}{n}\overline{Y}^2(C_y^2 + 2C_{yx} + C_x^2) \tag{20}$$

olacaktır.

Ancak, örnekleme çalışmalarında çoğu zaman y değişkeni ile x değişkeni arasında pozitif bir ilişki bulunmaktadır. Bu durumda oransal tahmin yerine çarpımsal tahminin kullanılabilmesi için Srivenkataramana ve Tracy (1986), y değişkeni üzerinde,

$$\overline{v} = L - \overline{y}$$

biçiminde bir dönüştürme yapmışlardır. Burada L bir sabit olmaktadır. Bu dönüşüm sayesinde y ile x değişkenleri arasında pozitif olan ilişki v ile x değişkenleri arasında negatif bir ilişkiye dönüşür ve artık çarpımsal tahminin kullanılmasının bir sakıncası kalmaz. Ancak $\overline{v}$ oluşturulurken L sabitinden $\overline{y}$ çıkarıldığından çarpımsal tahmin edici de L sabitinden çıkartılarak

$$\overline{y}_{Ç}^{*} = L - \overline{v}\frac{\overline{x}}{\overline{X}} \tag{21}$$

biçiminde bulunur.

Singh ve diğerleri (1998), (21) ile verilen L sabitinin optimal değerinin HKO değerini en küçükleyen eşitliğini

$$L^* = \alpha + \frac{2\beta\beta N(n\theta + 1)}{n(N\theta + 2)}$$

biçiminde elde etmiş ve yapılan benzetim çalışması ile $\bar{y}_Ç^*$ tahmin edicisinin $\bar{y}_O$ tahmin edicisine göre daha duyarlı olduğunu göstermişlerdir. Bu benzetim çalışmasında, α=0;1,5; β=0,5;1;1,5; n=10;20;30;40; N=50; θ=5 değerleri kullanılarak optimal L değerlerine de ulaşılmıştır. Burada θ, gamma dağılımının parametresi; α ve β, $\bar{y}_Ç^*$ tahmininin hata kareler ortalamasının genel ortalamasının eşitliğinin katsayılarıdır. Bu eşitlikle ilgili ayrıntılı bilgiler Singh ve diğerleri (1998)'nin çalışmasında verilmektedir.

Lui (1990),

$$\bar{y}_L = \bar{y}\frac{\omega_1\bar{x} + \omega_2}{\bar{X}} \tag{22}$$

biçiminde yeni bir çarpımsal tahmin edici önermiştir. Bu tahmin edici, ω_1=1, ω_2=0 olduğunda, (19)'de verilen çarpımsal tahmin ediciye dönüşür. Aynı çalışmada, HKO değerini en küçükleyen ω_1 ve ω_2 optimal değerleri

$$\omega_1^* = -\frac{C_{xy}}{C_x^2 + \gamma\left(C_y^2 C_x^2 - C_{xy}^2\right)}$$

$$\omega_2^* = \frac{C_x + C_{xy}}{C_x^2 + \gamma\left(C_y^2 C_x^2 - C_{xy}^2\right)}\bar{X}$$

biçiminde bulunmuştur. Burada, $C_{xy} = \mathrm{cov}(x,y)/\left(\bar{X}\,\bar{Y}\right)$ olmaktadır. Dikkat edilirse, x ile y arasındaki ilişki negatif olduğundan ω_1^* daima pozitif olur.

Espejo ve Penas (1990), (19)'de $\bar{X}$ yerine örneklemin harmonik ortalamasını kullanmıştır. Ayrıca, bu çalışmada, x değişkeni daima pozitif değer aldığında harmonik ortalama değerinin, basit ortalamanın değerinden daha küçük olduğuna dikkat çekilmiştir.

(15) ve (16) eşitliklerinde verilen Upadhyaya ve Singh (1999)'in çalışmasındaki oransal tahmin edicilerin çarpımsal tahmin edici hali sırasıyla,

$$\bar{y}_{US1Ç} = \bar{y}\frac{\bar{x}\beta_2(x) + C_x}{\bar{X}\beta_2(x) + C_x} \tag{23}$$

ve

$$\bar{y}_{US2Ç} = \bar{y}\frac{\bar{x}C_x + \beta_2(x)}{\bar{X}C_x + \beta_2(x)} \tag{24}$$

biçiminde olmaktadır.

Bazı örnekleme çalışmalarında, ikinci yardımcı değişkene de ihtiyaç duyulabilmektedir. Eğer bu ikinci yardımcı değişkenle ilgilenilen değişken arasında negatif bir ilişki varsa, bu durumda oransal-çarpımsal tahmin edici,

$$\bar{y}_{OÇ} = \bar{y}\frac{\bar{X}}{\bar{x}}\frac{\bar{z}}{\bar{Z}} \tag{25}$$

kullanılmaktadır. Bu tahmin edicinin HKO'sı,

$$HKO(\bar{y}_{OÇ}) = \frac{1-f}{n}\bar{Y}^2\left[C_y^2 + C_z^2\left(1+2\rho_{yz}\frac{C_y}{C_z}\right) + C_x^2\left(1-2\left(\rho_{yx}\frac{C_y}{C_x}+\rho_{zx}\frac{C_z}{C_x}\right)\right)\right] \tag{26}$$

olarak bulunur.

Tracy ve diğerleri (1996),

$$\bar{y}_{TOÇ} = \bar{y}\frac{\bar{u}}{\bar{U}}\frac{\bar{z}}{\bar{Z}} \tag{27}$$

biçiminde yeni bir oransal-çarpımsal tahmin edici önermişlerdir. Burada,

$\bar{u} = L - \bar{x}$ ve $\bar{U} = L - \bar{X}$

olmaktadır.

4. UYGULAMA

Bu bölümde, (10) ile verilen Prasad tahmin edicisi, (14) ile verilen Singh-Kakran tahmin edicisi, (16) ile verilen Upadhyaya-Singh birinci tahmin edici ve (17) ile verilen Upadhyaya-Singh ikinci tahmin edici ile T.C. Devlet İstatistik Enstitüsü'nden elde edilen 1999 yılına ait 824 ilçe bazında Türkiye'de elma veren ağaç sayısı (yardımcı değişken) ve elma üretim miktarı (tahmin edilmeye çalışılan değişken) basit rastgele örnekleme yöntemiyle kitleden 100 büyüklüğünde bir örneklem çekilerek tahmin edilmiş, bu tahmin ediciler Bölüm 2'de verilen HKO eşitlikleri kullanılarak hesaplanmış ve HKO değerlerine göre karşılaştırılmıştır. Ele alınan değişkenlerin kitle değerleri Tablo 1'de, örneklemden elde edilen kitle tahmin değerleri Tablo 2'de ve tahmin edicilerin hesaplanan HKO değerleri ise Tablo 3'te verilmektedir.

Tablo 1. Değişkenlerin Kitle Değerleri

Değişkenler	N	Ortalama	Toplam	St. hata	Basıklık	Çarpıklık
Ağaç sayısı	854	37600	32110500	144794	312,07	15,27
Üretim miktarı	854	2930	2502328	17106	195,84	12,65

Tablo 1'den Türkiye'de 1999 yılında 854 ilçedeki toplam 32110500 elma ağacından 2502328 ton elma üretildiği, her ilçede ise ortalama 37600 elma ağacından 2930 ton elma üretildiği, her iki değişkenin de sağa doğru çarpık ve normal dağılıma göre sivri olduğu görülmektedir. Ayrıca bu iki değişken arasındaki ilişki miktarı %92 olarak bulunmuştur.

Tablo 2. Ortalama Üretim Miktarı Tahmin Değerleri

Tahmin Ediciler	**Ortalama Tahmini**
Prasad	1128,48
Singh-Kakran	1237,08
Upadhyaya-Singh 1	1242,09
Upadhyaya-Singh 2	1240,78

Tablo 2'den görüldüğü gibi, elde edilen tüm ortalama üretim miktarı tahminleri gerçek değerden oldukça uzak çıkmıştır. Bunun nedeni kitle varyansının çok büyük olması, yani uç değerlere sahip (çok büyük değerlere sahip) ilçelerin var olmasıdır. Bu ilçeler çekilen örneklemde yer almadığında tahmin değerlerinin gerçek değere göre küçük çıkacağı açıktır.

Tablo 3. Ortalama Tahmin Edicilerin HKO Değerleri

Tahmin Ediciler	**HKO Değerleri**
Prasad	490426,8855
Singh-Kakran	591151,0887
Upadhyaya-Singh 1	583869,1092
Upadhyaya-Singh 2	585756,7796

Tablo 3'ten, ele alınan değişkenler üzerinde en iyi tahmin edicinin Prasad tahmin edicisi olduğu açık bir şekilde görülmektedir. Burada dikkat edilecek olursa Upadhyaya-Singh 1 tahmin edicisi Upadhyaya-Singh 2 tahmin edicisine göre daha iyi bir tahmin edici olarak bulunmuştur. Bu sonucun, Upadhyaya ve Singh (1999) çalışmasındaki sonuç ile çelişmesi ilgi çekicidir. Çekilen örneklem sayısı değiştirildiğinde de tahmin edicilerin HKO değerlerinin sıralamasında bir değişiklik olmamakta ve dolayısıyla bu sonuç değişmemektedir.

5. SONUÇ

Bu çalışma literatürde yer alan önemli oransal tahmin edicileri kuramsal olarak inceledikten sonra yapılan bir uygulama ile dört oransal tahmin ediciyi HKO değerlerine göre birbiriyle karşılaştırmıştır. Bu karşılaştırmanın sonucunda bu veriler için en iyi tahmin edici Prasad (1989)'ın önerdiği tahmin edici olarak bulunmuştur.

1999 yılına ait iki tahmin edicinin de Prasad (1989)'ın tahmin edicisine göre daha büyük HKO değerine sahip olması ve Upadhyaya ve Singh (1999), önerdikleri bu iki tahmin ediciyi temel bir oransal tahmin edici olan Prasad (1989)'ın tahmin edicisiyle karşılaştırmamış olması oldukça düşündürücüdür.

Bu çalışmanın devamı olarak, uygulamada verilen değişkenlerin özellikleri bakımından örneklem çekimi basit rastgele örnekleme yöntemi yerine tabakalı rastgele örnekleme yöntemi ile yapılabilir. Bu durumda, kuramsal olarak oransal tahmin ediciler yerine tabakalı örnekleme yöntemine göre düzeltilmiş yeni oransal tahmin ediciler elde edilmelidir. Bu yeni tahmin edicilerin bu çalışmadaki veriler için daha duyarlı olacağı düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

ÇINGI, H. (1994), *Örnekleme Kuramı*, H.Ü., Fen Fakültesi Basımevi.

ESPEJO, M.R. and PENAS, J.S. (1990), *Sampling Design Providing Unbiased New Product Estimators,* Statistica 2, 285-288.

LUI, K.J. (1990), *Modified Product Estimators of Finite Population Mean in Finite Sampling* ,Communications in Statistics-Theory and Methods 19, 10, 3799-3807.

PRASAD, B. (1989), *Some Improved Ratio Type Estimators of Population Mean and Ratio in Finite Population Sample Surveys,* Communications in Statistics-Theory and Methods, 18, 1, 379-392.

SEARLS, D.T. (1964), *The Utilization of a Known Coefficient of Variation in the Estimation Procedure,* Journal of American Statistical Association, 59, 1225-1226.

SINGH, G.N. (2000), A *General Class of Ratio Type Estimators Under Super Population Model,* Biometrical, Journal 42, 3, 363-375.

SINGH, R., SINGH, H.P. and ESPEJO, M.R. (1998), *The Efficiency of an Alternative to Ratio Estimator under a Super Population Model,* Journal of Statistical Planning and Inference, 71, 287-301.

SRİVENKATARAMANA, T. and TRACY, D.S. (1986), *Transformations After Sampling. Statistics,* 17, 597-608.

TRACY, D.S., SINGH, H.P. and SINGH, R. (1996),*An Alternative to the Ratio-Cum-Product Estimator in Sample Surveys,* Journal of Statistical Planning and Inference, 53, 375-387.

UPADHYAYA, L.N. and SINGH, H.P. (1999), *Use of Transformed Auxiliary Variable in Estimating the Finite Population Mean,* Biometrical Journal, 41, 5, 627-636.

Ratio Type and Product Estimators

ABSTRACT

This study reviews recent ratio type estimators statistically and introduces product and ratio-cum-product estimators. Besides, the precision of these ratio type estimators are compared by an application

Key Words : *Ratio type estimation, product estimation, ratio-cum-product estimation, precision.*