Yıldız Journal of Educational Research, Vol. 8, Issue. 2, pp. 110–121, December, 2023

Yıldız Journal of Educational Research
Web page info: https://yjer.yildiz.edu.tr
DOI: 10.14744/yjer.2023.024

YILDIZ JOURNAL OF EDUCATIONAL RESEARCH

Orijinal Makale / Original Article

Basit matematiksel yapıların öğrenilme süreçlerinin incelenmesi

Examining the learning process of simple mathematical structures

Özlem ÇEZİKTÜRK[1], Şevval GÖKCEN[2], Yasin ÇETİN[3], Özkan GÖREN[4], Merve YILDIZ[5], Betül GEBEŞ[6], Beyzanur ÖZBEK[6], Hatice Kübra ÖZTÜRK[6], Ahmet İNCİ[7]

[1]Mathematics Education, Department of Mathematics and Science Education, Ataturk Faculty of Education, Marmara University, Istanbul, Türkiye
[2]Mathematics Education, Department of Mathematics and Science Education, Faculty of Education, Yıldız Technical University, Istanbul, Türkiye
[3]Sabanci 50th Year Anatolian High School, Istanbul, Türkiye
[4]Yunus Emre Elemantary School, Istanbul, Türkiye
[5]İşleyen Zihinler Private Course, Istanbul, Türkiye
[6]Institute for Turkish Studies, University of Duisburg-Essen, Essen, Germany
[7]Mathematics Education, Department of Mathematics and Science Education, Faculty of Education, Istanbul Sabahattin Zaim University, Istanbul, Türkiye

[1]Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi, Matematik Eğitimi Bölümü, Istanbul, Türkiye
[2]Yıldız Teknik Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Bölümü, İstanbul, Türkiye
[3]Sabancı 50. Yıl Anadolu Lisesi, İstanbul, Türkiye
[4]Yunus Emre Ortaokulu, Istanbul, Türkiye
[5]İşleyen Zihinler Özel Öğretim Kursu, Istanbul, Türkiye
[6]Türkiye Araştırmaları Enstitüsü, Duisburg-Essen Üniversitesi, Essen, Almanya
[7]İstanbul Sabahattin Zaim Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü, İstanbul, Türkiye

MAKALE BİLGİSİ

Makale Hakkında
Geliş tarihi: 04 Mayıs 2023
Kabul tarihi: 06 Aralık 2023

Anahtar kelimeler:
Matematiksel yapı, öğrenme, matematik eğitimi.

ARTICLE INFO

Article history
Received: 04 May 2023
Accepted: 06 December 2023

Keywords:
Mathematical structure, learning, mathematics education.

ÖZ

Belirli bir kural, teori, kuram, aksiyom, problem, vs. bazında bir araya getirilmiş inşa blokları, yapı olarak adlandırılır. Matematiksel yapılar ise elemanlardan oluşur ve bu elemanların birlikte hareket etmesiyle yapı bütünlük kazanır. Özellikle öğretmen eğitiminde ileri matematiksel yapılar yüksek biliş gücü istediğinden ve çabuk kaygı oluşturup matematikten vazgeçme ile sonuçlanabileceğinden, basit matematiksel yapıların da öğretmen adayları tarafından nasıl öğrenildiği üzerine eğilmek gereklidir. ''Analitik Geometri'' dersini alan öğretmen adayları ile yürütülen bu çalışmada, ders içeriğindeli kavramlar altındaki örnek yapılar ve ilişkili yapılar çözümlenmeye çalışılmıştır. 3 boyutlu matematiksel cisimler, bazı formüller, GeoGebra ile dinamik geometri, ileri Geometri teoremleri gibi alanlar bu basit matematiksel yapıların ayrıştırılacağı alanlar olmuştur. Ayrıca bu araştırmada transfere dikkat çekilmeye çalışılmış ve transferin yapıların hangi özelliklerinde oluştuğu konusunda incelemeler yapılmıştır. Örnek matematiksel yapılar öğrencilerle paylaşılmış ve bu yapılarla öğrenmenin doğası ayrıştırılmaya çalışılmıştır. Bu bağlamda öğretmen adaylarının deneyimlerini incelemek amaçlandığından, nitel araştırma desenlerinden durum çalışması tercih edilmiştir. Veriler araştırmacılar tarafından oluşturulan açık uçlu sorular içeren anket yoluyla toplanmıştır. Araştırma sonucunda basit matematiksel yapıların öğreniminde öğretmen adaylarının yapıları iyi tanıyamadığı, iyi tanıyamadıkları için yapılar arasında ilişki kurmakta zorlandıkları öne çıkan sonuçlardandır.

* **Sorumlu yazar / Corresponding author**
*E-mail address: sgokcen@yildiz.edu.tr

ABSTRACT

A structure is a construction block that is formed under some specific rule, theory, axiom, etc. Mathematical structures, on the other hand, consist of elements and with these elements acting together, the structure gains integrity. Especially in teacher education, since advanced mathematical structures require high cognitive power and can quickly cause anxiety and result in giving up mathematics, it is necessary to focus on how simple mathematical structures are learned by pre-service teachers. In this study conducted with pre-service teachers taking the "Analytic Geometry" course, sample structures and related structures under the concepts in the course content were tried to be analysed. 3-dimensional mathematical objects, some formulae, dynamic geometry with GeoGebra, advanced geometry theorems were the areas where these simple mathematical structures could be decomposed. In addition, in this study, we tried to draw attention to transfer and analysed in which properties of the structures transfer occurs. Sample mathematical structures were shared with the students and the nature of learning was tried to be decomposed with these structures. In this context, since it was aimed to examine the experiences of pre-service teachers, case study, one of the qualitative research designs, was preferred. Data were collected through a questionnaire containing open-ended questions created by the researchers. As a result of the research, one of the prominent results of the study was that pre-service teachers could not recognise the structures well in the learning of simple mathematical structures and had difficulty in establishing relationships between structures because they could not recognise them well.

Cite this article as: Çeziktürk, Ö., Gökcen, Ş., Çetin, Y., Gören, Ö., Yıldız, M., Gebeş, B., Özbek, B. Öztürk, H. K., & İnci, A. (2023). Examining the learning process of simple mathematical structures. *Yıldız Journal of Educational Research, 8*(2), 110–121.

GİRİŞ

Öğrenciler problem çözmede ve öğrenmede matematiksel yapıları kullanırlar (Schwarz vd., 2004). Matematiksel yapılar belirli kurallar altında bir araya gelmiş ve bir bütün oluşturmuş matematiksel ilişkiye sahip elemanlardır (Çelen vd., 2023). Bu yapılar basit ve ileri matematiksel yapılar olarak iki ayrılabilir. İleri matematiksel yapılar, kümeler, vektör uzayları, grup, halka ve cisim gibi yapılardır. Yani bir açıdan üniversite düzeyinde işlenen yapılar hesaba katılır. Basit matematiksel yapılar ise ortaokul ve lise düzeyinde öğretilen birçok yapıyı da içerir. Örneğin bu durumda, üçgen, Pisagor teoremi, nokta bile bir matematiksel yapı olabilir. Bu yapıların nasıl öğrenildiği söz konusu olduğunda ise, öncelikle öğrencilerin yapıların farkına varması ve ayırt etmesi gereklidir. Farkındalık ve ayırt etme becerileri kazanılması sonrasında, matematiksel ilişkilerin kurulması ve bu ilişkilerin açıklanması sayesinde matematiksel yapıları öğrenme gerçekleşir. Gronow (2015)'a göre ilişkilendirilmiş, fark ettirilmiş ve problem çözmede kullanmaya sevk edilen matematiksel yapılar öğrenmede önemlidir. İlişkilendirmede doğruluk en önemli noktadır ve bu yapı farkındalığına tekabül eder. Öğretmen özellikle matematiksel yapıyı bağlantılarla, örüntülerle, benzerlikle, farklarla ve genelleme stratejileriyle birlikte vermelidir. Matematiksel yapı bilgisi ile öğrencilerde güven eksikliği de azaltılabilir.

Literatürde birçok farklı çalışmada matematiksel yapı tanımları incelenmiştir, örneğin Gronow (2015) matematiksel yapıları oluşturan parçaları (CRIG) açıklar: bağlantılar (connections), örüntüleri tanıma (recognising patterns), benzerlik ve farklılıkları belirleme (identifying similarities and differences), genelleme (generalising) olarak tanımlanır. Bunların yapısal öğrenmede önemli noktalar olduğu önemle vurgulanır. Süreç anlamalarında bir süre sonra çok ezbere dayandırıldığına da dikkat çeken Gronow (2015) kavramlar ve yollar kadar, ilişkilerin de verilmesi gerekliliği üzerinde durur. Mason vd. (2009), matematiksel yapı için verdiği tanımında, ilişkilerdeki genel elemanların veya bu elemanların alt kümelerindeki elemanların ilişkileriyle ve özellikleriyle bilinmesi ifadesini kullanır. Mason vd. (2009)'e göre, matematiksel yapı bilinmesi ve zihin yapı taşlarının oluşumu birbiriyle direk alakalıdır ve öğretmenin matematiksel yapıyı anlaması Pedagojik İçerik Bilgisinin önemli bir parçasıdır. Matematiksel yapıyı inceleyen başka bir çalışmada ise Bredow (2019) argümantasyon oluşturmada birincil noktanın yapının çözülmesi gerekliliği olduğunu vurgular. Bu ifadeleri Mason vd. (2009) de çalışmasında desteklemiştir. Bir diğer deyişle, matematiksel yapı yansıtılabilmeli, incelenmeli ve gözlemlenmelidir ve bu süreçlerin sonucunda argümantasyon oluşabilsin. Watson ve Mason (2006) varyasyon teorisine atıfta bulunarak öğrenmenin sadece varyasyonla oluşabileceğini vurgularlar. Örüntü kullanıldığında varyasyonun rasgele olmadığını göstermesi bakımından önemlidir. Öğrenme, süreçte belli değişkenleri değiştirerek, bazılarını da sabit tutarak sonuçların nasıl değiştiğini görmek olarak belirtmişlerdir. Sorun varyasyonun ne kadar ölçüde olması gerektiğine karar verebilmektir. Bu noktada yapıdaki elemanlar ve onların arasındaki ilişkiler belli düzeyde çözümlenmişse bu karar doğru şekilde verilebilir. Branca (1974) ise daha bilinen tanımı kullanarak basit matematiksel yapıları dışarda bırakır: gruplar, halkalar, alanlar ve vektör uzayları. Günümüzde araştırmaların bir bölümü bu tanım üzerinden gitmekte ve ileri düzeyde matematiksel yapıları araştırmaktadırlar. Ancak Wells (2017) çalışmasında matematiksel yapıların Piaget bakış açılarını da ayrıntılı olarak incelenmiştir. Piaget yığın, seri ve sınıflandırma kavramlarına dikkat çeker ve yapısal gelişimin bunları içermesi gerektiğini vurgular. Piaget'e göre, bütün matematiksel yapılar; daha basit matematiksel yapıların ilişkilendirilmiş halidir. Ve bu tanımı basit matematiksel yapılara yönelik odağı değiştirir (Wells, 2017). İleri matematiksel yapılar kadar, basit matematiksel yapıların da araştırılması önemli hale gelir.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde, farklı yaş gruplarında çalışmalara rastlanır. Gronow (2015) beş öğretmen ile yürüttüğü araştırmasında ileri matematiksel yapıları tercih etmiştir. Öğrencileri uygun zorlayıcı problemler yönelterek, bu problemlerin çözümünde onlara yardım etmenin önemi üzerinde durmuştur. Rehberlik niteliğindeki yardım ise öğrencilerde bağımsız düşünmeyi de geliştirebilir. Benzer şekilde Gronow vd., (2017) orta öğretim matematik öğretmenleriyle çalışmışlardır. Öğretmenlerin birbiri ile çelişen matematiksel yapı tanımlarına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu da dikkatlerini yeterince yapısal düşünceye vermedikleri olarak yorumlanabilir. Halbuki matematiksel yapıların farkında olan öğrencilerde içsel bir ödül mekanizması vardır ve öğretmenin farkındalığı öğrencinin ilgisini de arttırabilir. Bir yapının elemanlarında parça bütün ilişkileri, detaylar, özellikler, akıl yürütme önem kazanabilir. Farklı bir grup olarak okul öncesi öğrencilerinin nasıl öğrendiğini araştırmış olan Zoltan Dienes (Branca, 1974) matematiğin düzenli bir yapı ile kristalleşmiş yapı ve ilişkiler yumağı olduğunu ve bunun için deneyime ihtiyaç duyduğunu belirtir. Bu bağlamda en önemli nokta yapı ve örüntüdür. Dienes Piaget'e benzer bakış açısıyla şu ifadeyi kullanır: Öğrenme problemi aslında matematik probleminin yapısı ile öğrenenin zihinsel yapısı arasında birebir eşleme olduğu zaman oluşur.

Matematiksel yapıları ve yapılar arasındaki ilişkileri inceleyen çalışmalar literatürde mevcuttur. Bunlardan biri olan Alston ve Maher (2016) benzer matematiksel yapılar ve izomorfizm üzerinde durmuşlardır. İzomorfizmle iki yapının birisinden yola çıkarak diğeri hakkında daha detaylı bilgi edinilebilir. Bu bağlamda üç hipotez kurmuşlardır: 1. Zihin yapı taşları matematiksel yapılarla birebir ilişkilidir. 2. Öğrenme, en iyi matematiksel yapıların odak olduğu öğrenme ortamlarında görülür. 3. Gruplar matematiksel yapıların öğrenilmesini kolaylaştırır. Kavurmacıoğlu ve Arıdağ (2013)'ın çalışmalarında dikkat çektikleri kavram ise paraboldür. Parabol başlı başına matematiksel bir yapıdır ama mimaride zincir eğrisi denilen başka bir matematiksel yapının yapıtaşını oluşturabilir. Yoon (2015) da benzer şekilde araştırmasında ilişkilendirme ve öğrencilerin matematiksel yapılardan hangilerini oluşturabildikleri üzerinde durmuştur. Mulligan ve Mitchelmore (2009) ise matematiksel yapı farkındalığının matematiksel başarı ile ilişkisini incelenmişlerdir. Özellikle küçük öğrencilerde, daha başarılı öğrencilerin daha soyut notasyonlara ulaşıp, daha gelişmiş matematiksel yapı oluşturabildiklerine dikkat çekerler. Ancak matematiksel yapılar daha çok ileri matematik ile ilişkilendirildiğinden ileri matematik konuları ve ileriki yaşlardaki öğrenenler seçilmektedir, bu sebeple küçük yaşlardaki gruplarla yapılan çalışmalar sınırlı olduğu belirtilmiştir. Mulligan ve Mitchelmore (2009) küçük yaş grubu öğrenciler için PASA adlı bir ölçek geliştirmişlerdir. Bu çalışmada amaç, matematiksel örüntü ve yapının farkındalığını ölçmektir. Bu ölçekte öğrencinin yapısal sınıflandırması kategorileri şu şekildedir: yapı öncesi, açığa çıkan yapı, kısmi yapı, yapısal gelişim ve ileri yapısal gelişim. Matematiksel yapı içeriği olarak sayısal ve uzamsal yapı kullanılmıştır. Gronow (2016) da süreçlerin ve kavramların öğrenci öğrenmesiyle ilişkilendirilmesinin bir açıdan matematiksel yapıların nasıl öğrenildiği üzerine odaklanmak olduğunu belirtir. Ona göre yapısal düşünme farkındalığının sadece öğrencide değil, öğretmende de belli oranlarda olması gerekliliğine dikkat çeker. Ezberden kaçınmak için de matematiksel yapı farkındalığı vurgulanmalıdır. Anlama matematiksel yapılarla daha kolaylaşabilir. Matematiksel yapının parçaları olarak; fikirlerin bağlantılığı, seçebilme becerisi, etkili ve değerli stratejiler, öğrencileri düşünsel açıdan zorlama, öğrencileri ne düşündüklerini, nasıl çözdüklerini açıklamaya davet etme sayılabilir. Novotna'ya göre (2008) de, öğretmenler derslerine hazırlanırken öğrenciler kadar yeni yapılarla karşılaşmalıdır. Öğrenci ve öğretmenlerin matematiksel yapıları öğrenme süreçlerinin de önemini ortaya koyan çalışmalar görülebilir. Matematiksel yapının nasıl öğrenildiği ile ilgili Çeziktürk (2022), derlemesinde matematiksel yapı öğrenmedeki olası sıralama üzerinde durur. Bu sıralama ''analiz, linkler, örnekler, sınırlar, istenmeyen duraksama, zorluklar, yeniden başlama, diğer olanaklar ve sonuç" şeklindedir. Bu aşamaları analitik geometri, İslami geometri örüntüleri ve origami modelleri örneklerinden yola çıkarak ve basit matematiksel yapı öğrenmelerine bakarak ve analiz ederek oluşturmuştur.

Literatürde incelenen çalışmalarda öne çıkan özelliklerden biri, matematiksel yapılarda kurulan ilişkilerin önemidir. Anaokulu seviyesinden itibaren öğrenciler, matematiksel durumlar ile karşı karşıyadır. Eğitim süreçlerinde karşılarına sürekli yeni matematiksel yapılar çıkacaktır. Bu bağlamda bu yapıların öğrenilmesi ve matematiksel ilişkilendirmeler önem arz etmektedir. Ancak bahsedilen matematiksel yapılar kavramı, ilköğretim ve orta öğretim düzeyinde yüksek biliş gücü istediğinden, çabuk kaygı oluşturup matematikten vazgeçme ile sonuçlanabilir. Matematik öğretmen adayları göz önünde bulundurulduğunda gelecek nesillere matematiksel yapıların öğretiminde rol oynayacakları düşünülebilir. Ayrıca Wells (2017)'e göre bir matematikçi ve matematik eğitimcinin ''matematik yapma" tanımları farklıdır. Öğrencilerden bütün yaptıklarınızı gösterin sorusuna aldığımız cevap matematik eğitimcileri genelde tatmin etmez, çoğunlukla cevapların her aşamayı kaydetmemiş olduğunu fark ederiz. Bu da öğrencinin matematiksel yapının tamamının veya bütün resminin farkında olmaması ile açıklanabilir. Bu sebeple öğretmen adaylarının matematiksel yapılar üzerine bilgi ve deneyimlerini incelemek önem arz etmektedir. Zor yapılar kadar basit matematiksel yapıların da öğretmen adayları tarafından nasıl öğrenildiği kontrol edilmelidir. En basit matematiksel yapı olarak varsayabileceğimiz sayı örüntüleri literatürde yoğun olarak çalışılmıştır. Bu sebeple farklı olarak bu çalışmada Vektör Uzayları Analitik Geometri ve Dönüşümler dersi konu içeriğine girdiğinden bu kavram altındaki örnek yapılar ve ilintili yapılar çözümlenmeye çalışılmıştır. Matematiksel yapıların bütünlük halinde ve temel elemanlarıyla ilişkileriyle birlikte incelenmesi daha önceden çözülemeyen problemlerin çözülebilmesine olanak sağlar. Orta öğretimdeki matematiksel düşüncenin ediniminin desteklenmesi bu sayede mümkün olabilir. Bu çalışmada basit matematiksel yapılara örnekler bulunarak (analitik geometriden, dönüşümlerden, geometriden, 3 boyutlu cisimlerden, seçkin formüllerden) bu yapıların öğretmen adayları tarafından nasıl öğrenildiğinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu bağlamda araştırma problemleri şu şekildedir:

1. Matematik öğretmen adaylarının basit matematiksel yapı bütünlüğü ve elemanları hakkındaki farkındalığı nasıldır?
2. Basit matematiksel yapıları oluşturan matematiksel ilişkiler matematik öğretmen adaylarına göre nelerdir?
3. Matematik öğretmen adaylarının bu yapıları öğrenmeleri, öğretmeleri ve transferi konusundaki algıları ne düzeydedir?

YÖNTEM

Bu çalışmada nitel araştırma desenlerinden durum çalışması (case study) deseni benimsenmiştir. Nitel araştırma kişilerin kanaatleri, tecrübeleri, algıları ve duyguları gibi sübjektif verilere yönelmektedir (Baltacı, 2019). Durum çalışması ise kişilerin günlük yaşamlarını etkileyen, onların iş ve özel yaşamlarıyla ilgili çabalarını inceleyen ve değişkenleri üzerinde araştırmacının kontrolünün olmadığı güncel durumları inceleyen bir desendir (Tutar, 2023).

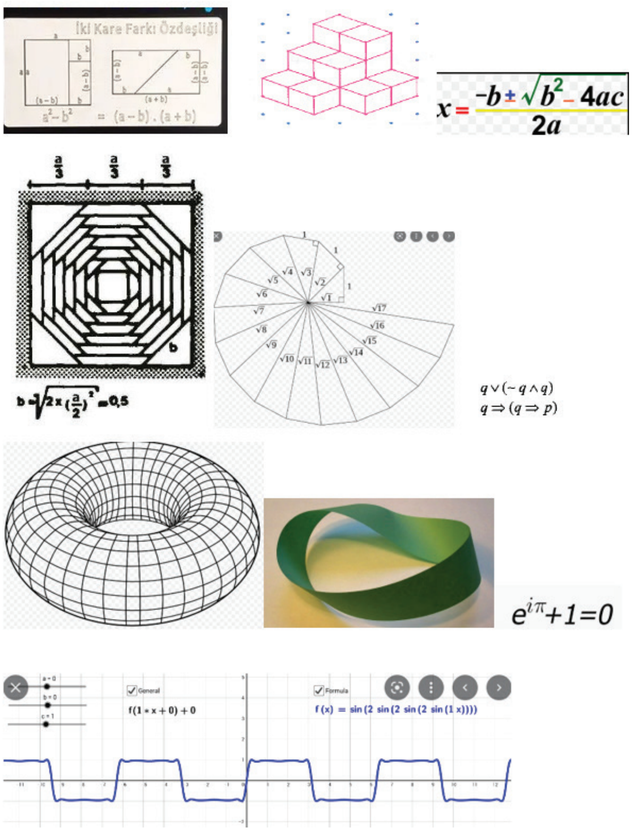
Çalışma Grubu

Çalışma grubu seçilirken seçkisiz amaçlı örneklem yöntemi kullanılmıştır. İstanbul'da bir devlet üniversitesinde matematik öğretmenliği programına kayıtlı 41 lisans öğrencisi ile çalışılmıştır. Bu lisans öğrencileri, üniversite eğitiminin ikinci sınıf düzeyindeki ''Analitik Geometri'' dersine kayıtlı öğrencilerdir. Bu bağlamda öğrencilerin yaşları 19-21 aralığındadır. Analitik Geometri dersi ara sınavı sonrası anket öğretmen adaylarıyla paylaşılmıştır.

Veri Toplama Aracı

Öğretmen adaylarının basit matematiksel yapıları öğrenme süreçlerinin incelenmesi için bir açık uçlu ve eşleştirme içeren sorulardan oluşan bir anket hazırlanmıştır. 41 öğretmen adayı tarafından doldurulan bu anket onların matematiksel yapılar hakkında düşüncelerini ve deneyimlerini araştırmayı amaçlamaktadır. Toplam beş sorudan oluşan anketin dördü açık uçlu sorudur.

- Ankette bulunan ilk soruda, öğretmen adaylarına bazı matematiksel yapılar yöneltilmiş ve bu yapılarını tanıyıp tanımadıkları sorulmuştur (Şekil1). Bu yapılar seçilirken, aynı üniversitenin matematik öğretmenliği doktora programı öğrencilerinin görüşlerine başvurulmuştur ve görüşleri doğrultusunda aşağıdaki yapılar belirlenmiştir. Seçilen yapılar öğretmen adaylarının eğitim hayatlarında sık karşılaştıkları ve karşılaşmadıkları matematiksel yapılar içeren örnekler barındırmaktadır.
- İkinci soruda ise matematiksel yapılar ve bu yapıların içerdiği elemanlar hakkında eşleştirmeler yapmaları beklenmektedir. Öğretmen adaylarının matematiksel yapı eşleştirmelerini yaparken, bu yapılarda bulunan özellikleri göz önünde bulundurmaları beklenmiştir. Bu elemanlar ''çember, yüzey, kenar, köşe, alan, 3D, ayrıt, değişken, sabit, formül, oran, sekizgen, hipotenüs, köklü sayılar, ise, ve, veya, önerme, merkez, e sayısı, pi sayısı, 1,0, i, sinüzoidal hareket, parantez, fonksiyon, tam kare'' şeklinde belirtilmiştir.
- Üçüncü soru ise ikinci soruda yapılan eşleştirmeyi nasıl yaptıklarını ve hangi unsurları göz önünde bulunduklarını incelemektedir.



Şekil 1. Veri toplama aracı matematiksel yapı örnekleri.

- Dördüncü soru, öncelikle kendilerinin bu yapıları nasıl öğrendiğini sorgular ve sonrasında da meslek hayatında bu yapıları nasıl öğreteceklerini incelemeyi amaçlar. Bu soruda öğretmen adaylarının matematiksel yapıları nasıl öğrendiği ile; nasıl öğreteceği arasındaki farklılıkların ortaya konması amaçlanmıştır.
- Son olarak ise öğretmen adaylarından matematiksel yapılar konusundaki transfer algılarını paylaşmaları beklenmektedir. Matematiksel yapıları hangi benzer olanlara aktardıkları, nasıl ve hangi koşullarda aktarıldığına cevap aranmaktadır.

Verilerin Analizi

Araştırmada içerik analiz tekniği kullanılmıştır. İçerik analizinde temel amaç, toplanan verileri açıklayabilecek kavramlara ve ilişkilere ulaşmaktır (Çepni, 2012). Verilerin önce kavramsallaştırılması, daha sonra ortaya çıkan kavramlara göre mantıklı bir biçimde düzenlenmesi ve buna göre veriyi açıklayan temaların saptanması yani yazılı, sözlü bir metni veya sembolü analiz edip rakamlara dönüştürüp bu rakamlar üzerinde yoruma gitmek, diğer bir deyişle rakamları tekrar söze dönüştürmek olarak da tanımlanır (Yıldırım vd., 2011). Öğrencilerin görüşlerinin incelemek ve düşüncelerini anlamak için içerik analiz yöntemiyle analiz etmek mümkündür. Bu amaç doğrultusunda öğrencilere uygulanan yarı yapılandırılmış anket formunun kodlama sürecinde, alanında uzmanlar tarafından temalar belirlenmiştir. Temalar belirlenirken, uzmanlar tarafından öğretmen adaylarının verildiği cevaplar sıralanmış ve kategorilendirilmiştir. Araştırmada veri kodlanırken öğrenciler için adları ve soyadları kullanılmamıştır. Bunun yerine "Ö#" kodlama yapılmıştır ve öğrencilerin verdikleri cevaplar incelenmiştir.

BULGULAR

***1. "Öğretmen Adaylarının Yapı Bütünlüğü ve Elemanları Hakkındaki Farkındalıkları Nasıldır?"* Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular**

Yarı yapılandırılmış anket formu kullanılarak elde edilen Matematik öğretmen adaylarının verdikleri cevaplar aşağıda tablolar halinde verilmiştir.

Tablo 1. Farklı Matematiksel Yapıya Yönelik Öğretmen Adayları Düşünceleri

Yapı İsimleri	Yapılan Eşleştirmeler
1. şekil: Geometrik ve cebirsel gösterimi iki kare farkı	-Dikdörtgen uzunlukları yardımı -Tam kare -Formül kanıtlama -Özdeşlikler modellenmiştir -Özdeşlikler alan ile ilişkilendirme -Dikdörtgen -Alanları eşit dikdörtgen -Alan tasarımı -Temel ve çoğu yerde karşımıza çıkıyor -Özdeşlik
2. şekil: Perspektif içeren geometrik çizim	-Birim küpler -Küpün ayrıntıları -Üç boyutlu düşünmek zor olduğu için somut bir şekilde görüyoruz -Boş şekiller -Küpler
3. şekil: İkinci dereceden kök formülü	-Delta -Formül verilerek ezbere sistem verilmiş -Cebirsel ifadelerin farklı gösterim şekilleri -İşlemi kısa tutmak düşünmek yerine sadece formül ezberletilmesi olarak görülüyor -Formül -Delta ile kök bulma
4. şekil: Kırlangıç kubbe geometrik ve cebirsel gösterimi	-Sekizgenden oluşan bir yapı -Matematiksel modelleme ile desteklenen bir yapı -İşlemleri azaltarak daha iyi algılamamızı sağlar -Üç boyutlu halı sembollerine benziyor -Poligonlar iç içe girmiş -Fraktal

Tablo 1. Farklı Matematiksel Yapıya Yönelik Öğretmen Adayları Düşünceleri (devamı)

Yapı İsimleri	Yapılan Eşleştirmeler
5. şekil: Dik üçgenler	-Çokgenler -Hipotenüs uzunluğu ile ilgili üçgenler -Matematiksel modeller -Bir kenarı bir birim olan üçgen -Kareköklü sayıların ispatı -Şekil içinde şekil -Altın oran -Matematiğin periyodik ilerlemesi -Temel ve çoğu yerde karşımıza çıkıyor -Örüntü ile orta dış üçgenler
6. şekil: Mantık	-Mantık -Mantık önerme -Önerme -Mantık alanını kuralları verilerek ezber sistemi -Mantık muhakeme -Mantık ifadesi
7. şekil: Torus geometrik gösterimi	-Üçboyutlu bir yapı -Modelleme yapılmış -Geometrinin her alanında kullanılmış -Geometri -Çok boyutlu bir cisim -Kuadratik yüzeyler -Karmaşık -Fraktal -Birleştirilmiş silindir
8. şekil: Mobius şeridi geometrik gösterimi	-Üç boyutlu bir yapı -Üç boyutlu dış desteklenmiş -Şekil -İntegral kullanılabilir -… yerlerde hazırlanmış -Matematik büyüsü -Karadelik -Sonsuz yol
9. şekil: Euler formülü	-Euler sayısı -Formül verilerek dayatılmış -Matematiksel bir denklem -Matematiğin en şık denklemi -Matematiksel açıdan değerli denklem -Mükemmel denklem -Karmaşık sayı kökü
10. şekil: Sinüs grafiği ve cebirsel ifadesi	-GeoGebra, grafik çizme, periyodik grafik -Trigonometrik fonksiyon -Teknoloji yardımıyla matematikte bir ifade/ fonksiyon açıklamaya çalışmış -Fonksiyon -GeoGebra -Fizik dalga denklemine benziyor -Sinüs -1 +1 değer aralığında ve periyodik fonksiyon olarak görünüyor

Tablo 1'deki yer alan öğretmen adaylarından elde edilen eşleştirmelerde genellikle bu yapıların çağrıştırdıkları özellikler belirtilmiş olup yapı isimlerine neredeyse hiç yer verilmediği dikkat çekmektedir. Bu tabloda sadece fikrini belirten öğretmen adaylarının düşünceleri (f=10) sıralanmış olup, şekiller hakkında düşüncesini belirtmeyen öğretmen adaylarının sayısı %75'tir. (f=31) Dolayısıyla, adayların bu matematiksel yapıları iyi bilmediği ve bu sebeple adlandıramamış olduğu tahmin edilmektedir. Beklenilenin aksine, 5. şekilde deniz kabuğu, 7. şekilde simit ve 8. şekilde spor bandı gibi bir nesneye benzerlik içeren cevapları hiçbir öğretmen adayı verememiştir. Bundan yola çıkarak, öğretmen adaylarının anketteki şekilleri günlük hayatlarıyla bağdaştıracak şekilde hatırlamadıkları söylenebilir.

Veri toplama aracının 2.sorusu bulgularını elde ederken, yapıların elemanları ile eşleştirilmesi kapsamında elde edilen verilerde en fazla eşleştirme alan yapılara ağırlık verilmiştir. 10 farklı matematiksel yapıyı eşleştirirken her bir yapıya ait farklı elemanlar bulunmaktadır. Öğretmen adaylarına bu elemanlar karışık halde verilmiştir ve yapı ile elemanların eşleştirilmesi istenmiştir. Bu elemanlar: çember, yüzey, kenar, köşe, alan, 3D, ayrıt, değişken, sabit, formül, oran, sekizgen, hipotenüs, köklü sayılar, ise, ve, veya, önerme, merkez, e sayısı, pi sayısı, 1,0, i, sinüzoidal hareket, parantez, fonksiyon ve tam karedir.

Tablo 2'de 1, 2, 6. ve 9. yapılar ile öğretmen adaylarının eşleştirme sıklıkları ve yüzde oranları sunulmuştur. Tabloda belirtilen dört yapı arasında öğretmen adaylarının birinci ve altıncı yapıya daha fazla eleman eşleştirdiği görülmektedir. İkinci sorunun cevaplarının getirdiği bulgular, öğretmen adaylarının ilk soruya göre yapının elemanlarının farkında olduklarıdır. Bu adayların aslında yapı elemanlarının farkında olduklarını fakat yapıyı tanımadıklarını gösterir. Öğretmen adaylarının sadece %29'u 2.soruyu cevaplamamıştır.

3. sorudan elde edilen bulgular, 2. sorudaki eşleştirmeyi yaparken kurulan ilişkileri sorgulamaktadır. Öğretmen adaylarının kurduklarını ilişkileri içeren cevaplar Tablo 3'te frekanslar ve yüzde oranları ile sunulmuştur.

2. ''Basit matematiksel yapıları oluşturan matematiksel ilişkiler matematik öğretmen adaylarına göre nelerdir?'' Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular

Öğretmen adaylarının cevapları arasında en çok görsel ilişkiler (%22), önbilgi (%20) ve formüller (%7) cevabı bulunmaktadır. Cevap vermeyen öğretmen adayları da çoğunlukta olduğu görülür (%22). Bunun nedeni olarak öğretmen adaylarının matematiksel yapıları iyi tanıyamıyor olması söylenebilir.

Tablo 2. Öğretmen Adayları Matematiksel Yapı ve Yapı Elemanları Eşleştirme Sıklıkları

Matematiksel Yapılar	f	%
1. şekil: Geometrik ve cebirsel gösterimi iki kare farkı	6	14
2. şekil: Perspektif içeren geometrik çizim	3	7
6. şekil: Mantık	8	20
9. şekil: Euler formülü	4	10

3. ''*Matematik öğretmen adaylarının bu yapıları öğrenmeleri, öğretmeleri ve transferi konusundaki algıları ne düzeydedir?*'' Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular

Tablo 4. öğretmen adaylarının yapıları öğrendiği teknikleri sıralamaktadır. Öğrenmelerinde yardımcı olan teknikler arasında en fazla yazılanlar ezber (%15), okulda merak içinde öğrendikleri (%12), kitaplar (%5), sunuş (%5) ve görsel sunum (%5) olmuştur. Öğretmen adaylarının birçoğu ise yapıları nasıl öğrendiğine dair cevap vermemiştir (%46). Bunun nedeni olarak da öğretmen adaylarının matematiksel yapıları iyi tanıyamıyor olması veya nasıl öğrendikleri gibi durumları hatırlayamıyor olmaları olarak

Tablo 3. Öğretmen Adaylarının Yapı ve Eleman Eşleştirmelerini Yaparken Kurduğu İlişkiler

İlişki Adı	f	%
….. göre	1	2
Görsel ilişki	9	22
Ön bilgi	8	20
Formüller	3	7
Denklem	1	2
Matematiksel yapı	2	5
Semboller	1	2
Tahmin	1	2
Matematiksel ilişki	1	2
Kavramlar	1	2
Basitten karmaşığa	1	2
Kavram imajı	1	2
Elamanlar ve yapı	1	2
Boş	9	22

Tablo 4. Öğretmen Adaylarının Matematiksel Yapıları Öğrenme Teknikleri

Öğrenme Tekniği	f	%
Ezber	6	15
İlişkillendirme (transfer)	1	2
Okulda merakla	5	12
Kitaplar (çizim)	2	5
Ön koşulluluk ilişkilerine göre	1	2
Günlük hayattan	1	2
Sunuş	2	5
Görsel sunum	2	5
Modelleme (kavramsal)	1	2
Teorik	1	2
Boş	19	46

Tablo 5. Öğretmen Adaylarının Matematiksel Yapıların Öğretiminde Kullanmayı Planladığı Öğretim Teknikleri

Öğretme Teknikleri	f	%
3D Grafik uygulamaları ve görsellerle destekli	5	12
İlişkilendirme (transfer)	2	5
Teoremleri aktararak keşfetme ile	1	2
GeoGebra	1	2
Matematiksel modelleme	1	2
En basitten karmaşığa	1	2
Örneklerle mantıksal ilişkiler kurarak	1	2
Keşfetme	1	2
Göstererek öğretme	2	5
Buluş	1	2
Materyal	1	2
Grup çalışması	1	2
Pratik	1	2

Tablo 6. Öğretmen Adaylarının Öğrendikleri Matematiksel Yapıları Benzer Bir Matematiksel Yapıya Nasıl ve Hangi Koşullarda Aktardıkları/Transfer Ettikleri

Transfer Türü	1	f	2	%
Aktaramıyorum	3	4	4	10
İlişki kurarak	5	13	6	32
Çizim uyum örnekleriyle	7	1	8	2
Aralarında benzerlik ve farklar arayarak	9	4	10	110
Matematiksel eşleştirme	11	13	12	7
Zorunda kalarak	13	1	14	2
Hayalle	15	1	16	2
Örneklendirme	17	5	18	12
Boş	19	14	20	34

değerlendirilebilir. Tablo 5. öğretimde kullanacakları teknikleri içermektedir.

Öğretmen adaylarının ileride meslek hayatlarında öğrencilerine matematiksel yapıları öğretmek için kullanmayı düşündükleri cevaplar incelendiğinde, 3D Grafik uygulamalı ve görsellerle destekli (%12), ilişkilendirme (%5) ve göstererek öğretme (%5) en fazla görülen cevaplardır. Bu soruya cevap vermeyen öğretmen adaylarının sayısı (n=22, %54) büyük çoğunluktadır. Öğretmen adayları cevaplarını verirken şimdiye kadar sık duydukları veya kullandıkları yöntem, materyal veya teknolojileri düşünmüş olabilirler. Ancak uygulama alanında çok tecrübesi olmayan öğretmen adayları düşünüldüğünde, henüz iyi yöntemleri keşfetmemiş olabilirler. Bu sebeple soruya verilen cevap oranı düşmüş olabilir.

Elde edilen diğer bir bulgu ise, öğretmen adaylarının öğrendikleri matematiksel yapıları benzer bir yapıya nasıl veya hangi koşullarda aktardıkları/transfer ettikleridir.

Tablo 6 incelendiğinde öğretmen adayların en çok ilişki kurarak (%32) ve örneklendirme yoluyla (%12) bilgi aktarımı yaptığını öne sürmektedir. Burada öğretmen adayları cevaplarını ayrıntılı detaylandırmamıştır. Bu sebeple hangi koşullarda aktarım yaptıkları derinlemesine incelenememiştir. Soruya cevap vermeyen öğretmen adayları (%34) için, matematiksel yapılar hakkında iyi bilgilere sahip olmadıklarında, yapılar arasında bağlantılar kurmak zor olabilir.

TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada basit matematiksel yapı örneklerinin öğretmen adayları tarafından nasıl öğrenildiğinin incelenmesi, ayrıca bu yapıları meslek hayatında nasıl öğreteceğinin de araştırılması amaçlanmıştır. Elde edilen sonuçlardan ilki, öğretmen adaylarından beklendiğinin aksine genellikle onlara yöneltilen matematiksel yapıları tanıyamadıkları belirlenmiştir. Ancak çağrıştırdıkları özellikleri belirtmişlerdir. Matematiksel yapıları adlandırmayan veya düşüncesini belirtmeyen öğretmen adaylarının sayısının çoğunlukta olduğu görülmüştür. Yani 1. Araştırma sorusuna vereceğimiz cevap, matematiksel yapı farkındalığının düşük olduğu şeklindedir. Bu da öğretmen adaylarının bu matematiksel yapıları iyi bilmediklerini ve bu sebeple adlandıramamış olduklarını düşündürmektedir. Öğretmen adaylarından yapı elemanlarının neler olduğunu belirtmeleri istendiğinde, genelde çok maruz kaldıkları (formüller, şekiller) listelenirken, dışında kalan diğer tüm yapı elemanları listelenmemiştir. Bu da yapı farkındalığının yapının elemanlarının yeterince bilinmemesinden veya ayırt edilememesinden doğduğunu göstermektedir. Elde edilen bu bulgu, Gronow vd. (2020)'nin yürüttüğü çalışmadaki bulgular ile benzerlik göstermektedir. Gronow vd. (2020), öğretmenlerle yürüttükleri çalışmada matematiksel yapının yüzeysel olarak anlaşıldığını ve kullanıldığını ortaya koymuştur. Beklenilenin aksine, 5. şekilde dik üçgenlerden oluşan şekli- deniz kabuğu, 7. şekilde Torus geometrik gösterimini- simit ve 8. şekilde Mobius şeridini- spor bandı gibi bir nesneye benzerlik içeren cevaplar verememişlerdir. Bu da öğretmen adaylarının onlara verilen yapıları bilgileri dışında günlük hayatlarıyla bağdaştıracak şekilde hatırlamadıklarını gösterebilir. Matematiksel yapılar gündelik hayattaki örneklerinden bağımsız düşünülmektedir. Alkan ve Bukova Güzel (2005) de yaptıkları çalışmalarında öğretmen adaylarının matematiksel düşünme düzeylerinin gelişimlerini incelemişlerdir. Matematiksel düşünmeyi ölçmek amacı ile geliştirdikleri testte, öğretmen adaylarının genellikle farklı yaklaşımları denemediği ve pes ettiği sonuçları gözlemlenmiştir. Bu sonucun matematiksel yapılar ile gündelik yaşam ilişkisi kurmamalarından kaynaklı olduğu düşünülmüştür. Hâlbuki 4. Şekil, Anadolu'da bazı evlerin çatılarında kullanılan kırlangıç çatı kavramından görselini almaktadır. Torus matematiksel yapıdır ama aynı zamanda simit görselidir. 5. Yapı köklerden Theodorus Tekeri gerçek dünyadaki salyangoz yapıya benzerlik gösterir ama bu nerdeyse hiçbir öğrenci tarafından fark edilmemiştir.

İlginçtir ki mantık matematiksel yapı olarak netliğini korumakla birlikte bazı yapıların (fonksiyonlar gibi, geometri, 3 boyut gibi) beklenildiği kadar farkındalığının oluşmadığı gözlemlenmiştir.

Öğretmen adaylarının matematiksel yapılar ile elemanları ile eşleştirilmesi kapsamında elde edilen verilerde 10 farklı matematiksel yapıyı eşleştirirken her bir yapıya ait farklı elemanlar bulunmaktadır. En fazla olarak doğru eşleştirme yapılan matematiksel yapılar ve elemanlar 1. Şekil iki kare farkı cebirsel gösterimi ve 6. Şekil p ve q içeren mantık gösterimidir. Birinci soruda öğretmen adaylarının matematiksel yapılara yönelik hakimiyetinin düşük olduğu görülmüştür, ancak matematiksel yapıların içerdiği elemanlara daha hâkim oldukları söylenebilir. Benzer olarak, Kaba ve Şengül (2017) öğretmen adaylarının matematiğe yönelik düşüncelerini belirlerken, matematiği ifade edebilmek amacıyla en fazla olarak matematiğin yapısına ve içeriğine önem verdiklerini ortaya koymuşlardır. Mevcut çalışmada ayrıca matematiksel yapı ve elemanlarını eşleştiremeyen öğretmen adayları da bulunmaktadır.

Öğretmen adaylarına matematiksel yapı ve elemanları arasındaki eşleştirmeyi yaparken kurulan ilişkiler sorulmuştur. Öğretmen adaylarının cevapları arasında en çok görsel ilişkiler (%22), önbilgi (%20) ve formüller (%7) cevabı bulunmaktadır. Cevap vermeyen öğretmen adayları da çoğunlukta olduğu görülür (%22). Bunun nedeni olarak öğretmen adaylarının matematiksel yapıları iyi tanıyamıyor olması söylenebilir. İyi tanıma olmadığında içerdiği elemanlar hakkında da ilişkiler kurulamayabilir. Bir yapının tanınmasında veya öğrenilmesinde birinci aşama yapının bütünselliğinin sonrasında ise elemanlarının ayrıştırılması olarak yorumlanabilir fakat yapının bütünselliğini bilemeyen öğrenciler elemanlardan tahmin yürütme konusunda da geriden gelmektedirler. Görsel ilişkler çoğunlukla geometrik ilişkiler olarak düşünülebilir, formüller ise cebirsel ilişkilerdir. Önbilgi bu durumda her ikisini birbirine bağlayan bir çeşit yapıştırıcı görevi görmektedir. Piaget nin dediği gibi önbilgi doğru şekilde yapısallaştırılamadığında matematiksel yapı da net olarak öğrenilememektedir. Çeziktürk (2022) araştırmasında belirttiği gibi, her yeni bilgi ile önbilgi sarsılmakta ve yeniden yapısallaştırılması ihtiyacı duyulmaktadır. Bu da yapı öğrenilirken duraksama, en başa dönme ihtiyacı, yapıların birbirine karıştırılması, yapı özlerinin anlaşılamaması gibi sorunları beraberinde getirmektedir.

Öğretmen adaylarının matematiksel yapıları önceden nasıl öğrendiği teknikler açığa çıkarılmaya çalışılmıştır. Öğrenmelerinde yardımcı olan teknikler arasında en fazla belirtilenler ezber (%15), okulda merak içinde öğrendikleri (%12), kitaplar (%5), sunuş (%5) ve görsel sunum (%5) olmuştur. Doruk ve Güler (2014) yılında yaptıkları çalışmalarında, matematiksel ispat yaparken öğretmen adaylarının dersleri geçmek için öğrenilmeden mecburen ezberlenen ve gereksiz aktiviteler olarak gördüklerini belirtmiştir. Ayrıca benzer olarak Güler, 2016 yılında yaptığı çalışmasında da öğretmenlerin ispatları ezber yoluyla öğrendiklerini belirtmiştir. Keser (2017) de matematik öğretmen adayları ile yaptığı araştırmada, trigonometri konularını öğrenirken öğretmen adaylarının anlamlı öğrenmeler yerine ezberi tercih ettiğini belirtmiştir. Mevcut çalışmada öğretmen adaylarının birçoğu (%46) ise yapıları nasıl öğrendiğine dair cevap vermemiştir. Bunun nedeni olarak nasıl öğrendiklerini hatırlayamıyor olmaları söylenebilir. Ezber, öğrenmedeki zamanı kısaltıyor gibi görünmekle birlikte kalıcı öğrenmeye ket vurmaktadır. Ve küçük bir farklılıkta yeni matematiksel yapı eskilerin üzerine net olarak oturtulamadığından havada kalmakta ve yapısal bütünlük korunamamaktadır.

Öğretmen adaylarının ileride meslek hayatlarında öğrencilerine matematiksel yapıları öğretmek için kullanmayı düşündükleri yöntemlerin neler olduğu sorusu yöneltilmiştir. Cevaplar incelendiğinde, 3D Grafik uygulamalı ve görsellerle destekli (%12), ilişkilendirme (%5) ve göstererek öğretme (%5) en fazla görülen cevaplardır. Öğretmen adayları cevaplarını verirken şimdiye kadar sık duydukları veya kullandıkları yöntem, materyal veya teknolojileri düşünmüş olabilirler. Bu soruya cevap vermeyen öğretmen adaylarının sayısı (%54) büyük çoğunluktadır. Henüz mesleğe başlamamış ve bu bağlamda çok sınıf içi tecrübesi olmayan öğretmen adayları düşünüldüğünde, henüz iyi yöntemleri keşfetmemiş olabilirler. Bu sebeple soruya verilen cevap oranı düşmüş olabilir. Esendemir, Çırak ve Samancıoğlu (2015), öğretmen adaylarını matematiğe yönelik düşüncelerini incelemiştir. Elde ettikleri sonuçlarda, bu çalışmadan farklı olarak öğretmen adayları matematiksel kavram ve kuralları öğretirken farklı yöntemleri ve gösterimleri etkili olarak kullanabileceklerini savunmuşlardır.

Elde edilen son sonuç ise, öğretmen adaylarının öğrendikleri matematiksel yapıları benzer bir yapıya nasıl veya hangi koşullarda aktardıkları/transfer ettikleridir. Öğretmen adayların en çok ilişki kurarak (%32) ve örneklendirme yoluyla (%12) bilgi aktarımı yaptığı sonucu elde edilmiştir. Burada öğretmen adayları cevaplarını ayrıntılı detaylandırmamıştır. Bu sebeple hangi koşullarda aktarım yaptıkları derinlemesine incelenememiştir. Soruya cevap vermeyen öğretmen adayları (%34) için, matematiksel yapılar hakkında iyi bilgilere sahip olmadıklarında, yapılar arasında bağlantılar kurmak zor olabilir. Kaminski, Sloutsky ve Heckler (2009) makalelerinde, öğrenciye sunulan somut örneklerin ilk öğrenmelerde olumlu olabileceğinden bahsetmiştir. Bazı somutluklar öğrenme sürecinde bir avantaj olacağı tartışılmış ancak somut öğrenmelerin yeni bağlamlarda öğrenilen yapıyı tanımakta güçlük oluşturabileceği yani transfere de engel olabileceğinden bahsedilmiştir. Öğretmen adayları bu soruda örnekler içindeki yapısal çözümlemelerle ortaya çıkan yapısal benzer parçaları da görememişler ve yapıyı net olarak çözümleyememişlerdir. Örneğin Theoderus tekerleğinde aynı üçgensel yapı sürekli olarak yinelenir, benzer durum kırlangıç çatısı örneğinde vardır. Trigonometrik fonksiyonun periyodik tekrarlamaları fark edilmemiştir. Yani birbirine benzerlik gösteren yapılar bile yeterince benzer olarak nitelendirilememişlerdir.

Sonuçta matematiksel yapı farkındalığı üniversite 2. Sınıf matematik öğretmen adaylarında yeterince oluşmamıştır. Yapı farkındalığına yapının özellikleri, elemanları, bütünlüğü gibi konular ve bunların birbirlerine isomorfik benzerlikleri hiç hesaba alınmamıştır. Benzer şekilde, Vale vd. (2011) de öğretmenlerin uygulamalarına yapı farkındalığını yerleştirmelerini ve geliştirmelerini sağlayabilecek mesleki öğrenme yaklaşımları ve görevleri hakkında daha fazla araştırmaya ihtiyaç olduğunu belirtmiştir. İlgili çalışmaların arttırılmasının önemi ortaya çıkmaktadır.

ÖNERİLER

Bu çalışmada, basit matematiksel yapıların öğretmen adayları tarafından nasıl öğrenildiği konusuna yardımcı literatür oluşturabilecek matematiksel yapı farkındalığı konusu incelenmiştir. İleride yapılacak çalışmalar için, matematiksel yapıların öğretimi bağlamında ilgili meslek hayatına başlamış olan farklı deneyimlere sahip öğretmenlerin durumları incelenebilir. Ayrıca matematiksel yapıların kullanıldığı farklı disiplinlerdeki öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin de öğrenme ve öğretme süreçleri incelenebilir.

Matematik öğretmen adaylarının matematiksel yapıları nasıl ve hangi koşullarda transfer ettiğine yönelik derinlemesine bilgi elde edebilmek için nitel yöntemlerin yoğunlukla kullanıldığı çalışmalar yürütülebilir. Hangi matematiksel yapılar arasında benzer ilişkiler kurulduğunun örnekleri hakkında görüşmeler yapılabilir.

Ayrıca bu çalışmada öğrencilerin matematiksel yapıları günlük yaşamdan belirli nesnelere atfetmeleri beklenmiş, ancak istenilen sonuçlar elde edilememiştir. Öğrencilerin benzetim süreçlerini incelemek için metaforik çalışmalar da yürütülebilir.

Veri toplama aracındaki matematiksel yapı örnekleri arttırılabilir, benzer yapılara daha direkt dikkat çekilebilir. Benzer araştırmalarda, veri toplama yapılmadan önce matematiksel yapılar hakkında öğrenciler bilgilendirilebilir. Örneklerle farkındalıklarının artması sağlanabilir.

Etik: Bu çalışma, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Araştırma ve Yayın Etik Kurulu tarafından onaylanmıştır (Onay Numarası: 09-4, Tarih: 24.11.2022).

Hakem Değerlendirmesi: Dış bağımsız.

Çıkar Çatışması: Yazarlar, bu makalenin araştırılması, yazarlığı ve/veya yayınlanması ile ilgili olarak herhangi bir potansiyel çıkar çatışması beyan etmemiştir.

Finansal Destek: Yazarlar bu çalışma için finansal destek almadığını beyan etmiştir.

Ethics: This study was approved by Marmara University Institute of Educational Sciences Research and Publication Ethics Committee (Approval Number: 09-4, Date: 24.11.2022).

Peer-review: Externally peer-reviewed.

Conflict of Interest: The authors declared no potential conflicts of interest with respect to the research, authorship, and/or publication of this article.

Financial Disclosure: The authors declared that this study has received no financial support.

KAYNAKLAR

Alkan, H., & Güzel, E. B. (2005). Öğretmen adaylarında matematiksel düşünmenin gelişimi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 25*(3), 221-236.

Alston, A. & Maher, C. (2016). Mathematical structures and problem solving. *Middle school Research Related Studies, 9*(1), 5-21. [CrossRef]

Baltacı, A. (2019). Nitel araştırma süreci: Nitel bir araştırma nasıl yapılır?. *Ahi Evran Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, *5*(2), 368-388. [CrossRef]

Branca, N. A. (1974). *Learning mathematical structures.* American Educational Research Association.

Bredow, F. (2019). *The role of the teacher in the development of structurbased argumentations, Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education.* Utrecht Univ. Utrecht, HAL-02398039.

Creswell, J. W. (2021). *Karma yöntem araştırmalarına giriş.* Pegem Akademi.

Çelen, A. & Delice, B. & Koç, Ö. & Çeziktürk, Ö. (2023). Matematiksel yapı örneği olarak çember ve daire üzerine kavram yanılgılarının incelenmesi. *Journal of Sustainable Education Studies*, *(Özel Sayı (Ö2)),* 123-133.

Çepni, S. (2012). *Introduction to research and project work.* Celepler Printing, Trabzon, Turkey.

Çeziktürk, Ö. (2022). Learning mathematical structures. *Journal of Sustainable Educational Studies,* 329-340.

Doruk, M., & Güler, G. (2014). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel ispata yönelik görüşleri. *Uluslararası Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, (3),* 71-93.

Esendemir, Ö., Çırak, S., & Samancıoğlu, M. (2015). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematik öğretimi yeterliklerine ilişkin görüşleri. *Gaziantep University Journal Of Social Sciences, 14*(1).

Gronow, M. (2016) *A place fort he mathematical structure in the classroom.* 2015 Brother John Taylor Fellow Head of Mathematics, Stella Maris College, Manly.

Gronow, M. T. (2015). Teachers' understanding and use of mathematical structure [Master thesis]. Macquarie University, Australia.

Gronow, M., Mulligan, J. & Cavanagh, M. (2017). Teachers' understanding and use of mathematics structure, In A. Downtown, S. Livy & J. Hall, (Eds.), *40 years on. We are still learning!* Proceedings of MERGA, 286-292.

Gronow, M., Mulligan, J., & Cavanagh, M. (2020). Teachers' understanding and use of mathematical structure. *Mathematics Education Research Journal*, 1-26.

Güler, G. (2016). The difficulties experienced in teaching proof to prospective mathematics teachers: Academician views. *Higher Education Studies, 6*(1), 145-158. [CrossRef]

Kaba, Y., & Şengül, S. (2017). Ortaokul Matematik Öğretmeni Adaylarının "Matematik" İle İlgili

Düşüncelerinin İncelenmesi. Ö. Demirel ve S. Dinçer (Ed.). *Küreselleşen Dünyada Eğitim* içinde (pp. 833-848), Pegem Akademi. [CrossRef]

Kaminski, J. A., Sloutsky, V. M., & Heckler, A. (2009). Transfer of mathematical knowledge: The portability of generic instantiations. *Child Development Perspectives, 3*(3), 151-155. [CrossRef]

Kavurmacıoğlu, J. & Arıdağ, L. (2013). Strüktür tasarımında geometri ve matematiksel model ilişkisi. *Beykent Üniversitesi Fen ve Mühendislik Bilimleri Dergisi, 6*(2), 59-76.

Keser, S. (2017). Matematik öğretmen adaylarının trigonometri kavramına ilişkin bilişsel yapılarının incelenmesi [Doctoral dissertation]. Necmettin Erbakan University.

Mason, J., Stephens, M., & Watson, A. (2009). Appreciating mathematical structure for all. *Mathematics Education Research Journal, 21*(2), 10-32. [CrossRef]

Morse, J. M. (1991). Approaches to qualitative-quantitative methodological triangulation. *Nursing Research, 40*(2), 120-123. [CrossRef]

Mulligan, J. & Mitchelmore, M. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development. *Mathematics Education Research Journal, 21*(2), 33-49. [CrossRef]

Novotna, J. (2008). *Non-standard mathematical structures in mathematics teacher training, Jarmila Novotná*. Department of Mathematics and Mathematical Education Faculty of Education, Charles University, Prague

Sieber, S. D. (1973). *The integration of fieldwork and survey methods. American journal of sociology, 78*(6), 1335-1359. [CrossRef]

Schwarz, B., Dreyfus, T., Hadas, N., Hershkowitz, R. (2004). *Teacher Guidance of Knowledge Construction*. Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 4: 169-176.

Tutar, H. (2023). Nitel araştırma deseni belirleme ölçütleri ve gerekçelendirilmesi. *Kastamonu Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, *25*(1), 334-355.

Underwood, B. J. (1957). *Psychological research.* Appleton-Century Crofts

Vale, C., McAndrew, A., & Krishnan, S. (2011). Connecting with the horizon: developing teachers' appreciation of mathematical structure. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *14*, 193-212. [CrossRef]

Watson, A. & Mason, J. (2006). *Variation and mathematical structure, mathematics teaching.* Incorporating Micro Math, 194-1-4.

Wells, R. B. (2017) Mathematical structures, *Biological signal processing,* 296-335. https://abstractmath.org/MM/MMMathStructure.htm

Yoon, C. (2015). Mapping Mathematical Leaps of Insight. In: Cho, S. (eds) Selected Regular Lectures from the *12th International Congress on Mathematical Education*. Springer, Cham. [CrossRef]

Extended Summary

Examining the learning process of simple mathematical structures

PURPOSE

The purpose of this study is to examine how preservice mathematics teachers learn mathematical structures. This is investigated by making them identify examples of simple mathematical structures from analytical geometry, transformations, geometry, 3-dimensional objects, elite formulas.

METHOD

The method of this study is the case study method, which is one of the qualitative research methods. The study was conducted with 41 preservice mathematics students, most of whom were enrolled in the Analytical Geometry courses in a mathematics teaching program at a state university in Istanbul. A questionnaire was prepared to examine the process of learning simple mathematical structures of pre-service teachers. The questionnaire consists four open ended questions and one multiple choice. In the first question, pre-service teachers were asked about some mathematical structures and whether or not they knew these structures. In the second question, they are expected to list the elements from given list that these mathematical structures contain. The third question on the other hand examines the relationships they discover of elements and structures. In the fourth question, they are required to explain how they learned these structures and how would they use in their teaching of mathematics. The questionnaire firstly questions how pre-service teachers learn these structures, and then aims to examine how they will teach these structures in their professional life. Hence, this question examines the differences between learning and teaching. Finally, prospective teachers are expected to share their transfer perceptions of mathematical structures.

RESULTS

Pre-service teachers generally stated features related to the connotations of mathematical structures. It is striking that they hardly know the names of the structures. In other words, it is deduced that pre-service teachers do not know mathematical structures well and therefore could not name them. Another result is that pre-service teachers cannot point similar mathematical structures from real life as a sea shell, bagel or sports tape. However, pre-service teachers are aware of the elements of a mathematical structure. This shows that they are actually aware of the building elements but they can not recognize the whole structure. While examining these structures, pre-service teachers established relationships with visual relationships, foreknowledge and formulas. According to their perception, the most common techniques that help them to learn these structures are; memorization, learning with curiosity at school, books and visual presentation. When it is asked that how pre-service teachers think to teach mathematical structures to their students in their future careers, 3D Graphics applied and supported by visuals, making connections and illustrating are the most common answers. Another result obtained is how or under what conditions pre-service teachers transferred the mathematical structures they learned to a similar structure. It has been revealed by their answers that information transfer is done mostly by establishing relationships and exemplifying.

DISCUSSION

In this study, the issue of awareness of mathematical structure, which can create helpful literature on how simple mathematical structures are learned by pre-service teachers, has been examined. For future studies, the situations of teachers with different experiences who have started their professional life in the context of teaching mathematical structures can be examined. In addition, the learning and teaching processes of preservice teachers and teachers in different disciplines in which mathematical structures are used can be examined.

CONCLUSION AND SUGGESTIONS

As a result, the awareness of mathematical structure does not seem to be sufficiently formed in the 2nd year university novice mathematics teachers. For future studies, the situations of teachers with different experiences who have started their professional life in the context of teaching mathematical structures can be examined. In order to obtain in-depth information on how and under what conditions pre-service mathematics teachers transfer mathematical structures, studies in which qualitative methods are used intensively can be conducted. In addition, metaphorical studies can be carried out to help prospective teachers attribute mathematical structures to certain objects from daily life and to examine the simulation processes.