

## Matematik Öğretmen Adaylarının Öğrencilerin Aritmetik Ortalamaya Yönelik Düşünüşünü Fark Etme Becerilerinin Geliştirilmesi: Bir Öğretim Deneyi

Reyhan TEKİN SİTRAVA<sup>1</sup> , Neşe ŞAHİN<sup>2</sup> , Nafiye Sümeyye ÇOPUR<sup>3</sup> ,  
Ayşegül AYIKOL BAYKAL<sup>4</sup> 

**Öz:** Bu çalışmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının aritmetik ortalamaya yönelik mesleki fark etme becerilerinin belirlenmesi ve öğretim deneyi yöntemiyle geliştirilmesidir. Çalışmada, istatistik öğretimini kapsayan 8 haftalık öğretim dizisinde yaklaşık 3 hafta süren aritmetik ortalama öğretimine odaklanılmıştır. Çalışmanın verileri 3. sınıfta öğrenim gören 35 öğretmen adayından ön test, son test, yarı yapılandırılmış görüşmeler ve öğretmen adaylarının öğretim deneyi sürecinde tutmuş oldukları günlükler vasıtasıyla toplanmıştır. Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerine Yönelik Mesleki Fark Etme kuramsal çerçevesinin üç bileşenine yönelik soruların olduğu ön-test ve son-test, aritmetik ortalamaya yönelik bir problem ve bu probleme ait üç öğrenci çözümü içermektedir. Veriler, aynı kuramsal çerçeve temel alınarak hazırlanan kodlama tablosu kullanılarak analiz edilmiştir. Ön-test sonuçları öğretmen adaylarının öğrenci düşünüşü odaklı istatistik öğretimine katılmadan önce öğrencilerin aritmetik ortalamaya yönelik problemlerdeki çözüm stratejilerini dikkate alma, öğrencilerin matematiksel kavrayışlarını yorumlama ve öğrencilere karşılık verme becerilerinin düşük olduğunu göstermektedir. Öğrenci düşünüşü odaklı istatistik öğretiminin sonunda, öğretmen adaylarının, dikkate alma, yorumlama ve karşılık verme becerilerini önemli derecede geliştirdikleri görülmektedir. Bu bulgular doğrultusunda, amaca yönelik planlanan ve sistemli bir şekilde yürütülen matematik eğitimi dersleri ile öğretmen adaylarının fark etme becerilerinin geliştirilebileceği söylenebilir.

**Anahtar kelimeler:** Mesleki fark etme becerisi, aritmetik ortalama, matematik öğretmen adayları

## Development of Prospective Mathematics Teachers' Noticing Skills of Students' Thinking regarding the Mean: A Teaching Experiment

**Abstract:** This study aims to determine the prospective mathematics teachers' (PSTs) professional noticing skills regarding mean and to develop their noticing skills through teaching experiment method. In the study, it was focused on teaching arithmetic mean, lasting approximately 3 weeks in an 8-week teaching series including teaching statistics. The data were collected through pre-test, post-test, semi-structured interviews and diaries that PSTs kept during the teaching experiment process from 35 third grade PSTs. The pre-test

Geliş tarihi/Received: 17.01.2024

Kabul Tarihi/Accepted: 01.04.2024

Makale Türü: Araştırma Makalesi

<sup>1</sup> Doç. Dr., Kırıkkale Üniversitesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, reyhantekin@kku.edu.tr, 0000-0002-1285-2791

<sup>2</sup> Matematik Öğretmeni, Şehit Evren Ayyarın Ortaokulu, [ogrt.nese\\_sahin@icloud.com](mailto:ogrt.nese_sahin@icloud.com), 0000-0002-0261-2954

<sup>3</sup> Matematik Öğretmeni, Dr.Ahmet Kazım Mihçioğlu Ortaokulu, [smyy\\_9206@hotmail.com](mailto:smyy_9206@hotmail.com), 0000-0002-1296-3336

<sup>4</sup> Matematik Öğretmeni, Alaeddin Özdenören İmam Hatip Ortaokulu, [aysegulemoti08@gmail.com](mailto:aysegulemoti08@gmail.com), 0000-0002-9673-3780

**Atf için/To cite:** Tekin Sitrava, R., Şahin, N., Çopur, N. S. & Ayıkol Baykal, A. (2024). Matematik öğretmen adaylarının öğrencilerin aritmetik ortalamaya yönelik düşünüşünü fark etme becerilerinin geliştirilmesi: Bir öğretim deneyi. *Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(1), 306-331.

<https://doi.org/10.33711/yyuefd.1421623>

and post-test, containing questions about three facets of theoretical framework of Professional Noticing of Children's Mathematical Thinking, include a problem about mean and three student solutions to this problem. The data were analysed using a coding table prepared based on same theoretical framework. The pre-test results showed that before participating in student thinking-focused statistics teaching, PSTs had low skills in attending to students' solution strategies related to mean, interpreting students' mathematical understandings, and responding to students. At the end of the student thinking-focused statistics teaching, it is seen that PSTs significantly improved their attending, interpreting and responding skills. In line with these findings, it can be said that the PST's noticing skills can be improved with mathematics education courses that are purposefully planned and systematically conducted.

**Keywords:** Professional noticing skills, mean, prospective mathematics teachers

## Giriş

Etkili öğretimin gerçekleşmesi ve bunun sonucunda üst düzey öğrenci başarısı elde edebilmek için öğretmenlerin yüksek düzeyde yeterliliklere sahip olması gerekmektedir (Hino vd., 2017; Hoth vd., 2017). Öğretmen yeterlilikleri, Shulman'ın (1986) öğretmen bilgisi temelinde öğretmenlerin mesleki inançları, motivasyonları ve öz düzenlemelerinin yanı sıra öğretmenlerin karmaşık sınıf ortamında nelerin dikkate değer olduğuna karar vermelerini içermektedir (Hino vd., 2017). Her ne kadar öğretmen bilgisi öğretmen yeterliliğinin kilit noktası olsa da son yıllarda araştırmacılar öğretmen fark etme becerisinin de önemli olduğunu vurgulamaktadırlar (Kaiser vd., 2015). Bu beceri kapsamında, öğretmenlerin hem sınıf ortamında gelişen anlık olayları hem de öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark edip bu doğrultuda öğretimsel kararlar almaları üzerinde durulmaktadır. Bunun ışığında, son yıllarda, matematik eğitiminde araştırmacılar öğretmenin sınıfta meydana gelen ve öğretmen tarafından dikkat edilmesi gereken durumları belirlemesi için öğretmenin fark etme becerisine sahip olması gerektiğini vurgulamışlardır (Jacobs vd., 2010; Sherin vd., 2018). Bazı araştırmacılar öğretmen ve öğretmen adaylarının mevcut fark etme becerilerini araştırmış (Anantharajan, 2020; Bastian vd., 2022; Tekin-Sitrava vd., 2022) ve bazıları ise onların fark etme becerilerini geliştirmek için ders imecesi, video tartışmaları, animasyon tartışmaları gibi çeşitli teknikler uygulayıp sonuçlarını paylaşmışlardır (Girit-Yıldız vd., 2023; González & Vargas, 2020; Ivars vd., 2020; Ulusoy & Cakiroglu, 2020; Warshauer vd., 2021). Bu çalışmaların sonucunda, araştırmacılar, öğretmen ve öğretmen adaylarının fark etme becerilerinin geliştiği sonucuna varmışlardır. Bu doğrultuda, öğretmenlik mesleğine henüz başlamamış öğretmen adaylarının fark etme becerilerinin geliştirilip mesleklerinin ilk yıllarından itibaren öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ön plana çıkaracak dersler planlamalarını ve yürütmelerini sağlamak önemlidir. Bu nedenle, öğretmen adaylarının fark etme becerilerinin farklı öğrenme alanları kapsamında geliştirilmesi etkili matematik öğretimi yapabilmelerine katkı sağlayacaktır. Ulusal alan yazınındaki çalışmalar incelendiğinde, öğretmen adaylarının kesirler (Birinci 2018; Güner & Akyüz, 2017), cebir (Gürsoy, 2019), alan ölçme (Yılmaz ve Özdemir-Baki, 2023), oran-orantı (Şermetoğlu ve Baki, 2019) konularında öğretmen veya öğretmen adaylarının fark etme becerisinin gelişimine odaklandığı görülmektedir. Fark etme becerisinin konuya özgü bir beceri (Jacobs ve Empson, 2016; Nickerson vd., 2017) olduğu düşünüldüğünde farklı öğrenme alanlarındaki konulara ilişkin fark etme becerilerinin incelenmesinin ve geliştirilmesinin gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Buradan hareketle, öğrencilerin kavramsal olarak öğrenmekte güçlük çektiği (Groth, 2009) ve öğretmen/ öğretmen adaylarının da öğretimlerini işlemsel odaklı yürüttüğü aritmetik ortalamaya yönelik öğretmen adaylarının fark etme becerisinin geliştirilmesinin bu konuya yönelik kavramsal öğretimin gerçekleştirmeleri açısından katkı sağlayacaktır (Gürel, 2016; Jacobbe, 2007). Bu bakış açısıyla, bu çalışma ile ilköğretim matematik öğretmen adaylarının

aritmetik ortalamaya yönelik mesleki fark etme becerilerinin belirlenmesi ve öğretim deneyi yöntemiyle geliştirilmesi amaçlanmıştır.

### **Fark Etme Becerisi**

Öğretmen fark etmesi becerisi, genel olarak, öğretim sırasında meydana gelen olayları bir görme türü veya algılama biçimi olarak kavramsallaştırılmıştır (Scheiner, 2021). Sınıf ortamı karmaşık ve kaotik olduğundan, öğrencilerin öğrenmesi üzerinde etkisi olan kayda değer olayları görmek ve anlamlandırmak kolay bir iş değildir. Böyle bir sınıfla baş edebilmek için öğretmenin özel bir öğretmenlik yeterliliğine, yani öğretmen fark etme becerisine sahip olması gerekir (Sherin vd., 2011). Bu beceri, öğretmen bilgisi ile öğretim uygulamalarının etkileşimine odaklanır (Tekin-Sitrava vd., 2022). Başka bir deyişle, bazı araştırmacılar, öğretmenlerin dersi planlarken ve yürütürken bilgilerini hangi durumlarda nasıl ve ne zaman kullanacaklarına anlık karar vermeleri için fark etme becerisine sahip olması gerektiğini vurgulamışlardır (Lampert, 2001; Sherin vd., 2018). Bu yüzden, öğretmen fark etme becerisi “durağan bir bilgi kategorisinden ziyade bir süreç” olarak ele alınır (Sherin vd., 2011, s. 5). Bilgi ve uygulama arasında bir köprü görevi gördüğü için öğretim uzmanlığının kritik bileşenlerinden biri olduğu kabul edilir (Blömeke vd., 2015) ve matematiği etkili bir şekilde öğretmede ve dolayısıyla öğrencilerin matematik başarısını artırmada kilit bir role sahiptir (Sherin vd., 2011). Bu nedenle, son yıllarda, matematik eğitimi alanında, öğretmen fark etme becerisine artan bir ilgi başlamıştır. İlk olarak, van Es ve Sherin (2002) fark etme becerisini üç boyutta ele almıştır: (a) bir sınıf ortamında meydana gelen önemli olayları belirleme, (b) bu olaylar ile öğretme ve öğrenme ilkeleri arasında bağlantı kurma ve (c) sınıf ortamı hakkında çıkarımlarda bulunmak için bağlamla ilgili bilgileri kullanma. Daha sonra, van Es vd. (2011) fark etme becerisinin, öğretim ortamındaki belirli etkinlikleri dikkate alma ve bir öğretim ortamındaki olayları yorumlamak üzere iki ana süreci kapsadığını ifade etmişlerdir. Son yıllarda, van Es ve Sherin (2021) dikkate alma ve yorumlama boyutlarına ek olarak şekillendirme boyutunu eklemişlerdir. Yeni boyut, şekillendirme, ek bilgilere erişim için öğretim ortasında öğretmen ve öğrencilerin sınıf ortamında anlık etkileşim içinde olması anlamına gelmektedir. Bu etkileşim, dikkate alma ve yorumlamaya dayalı olan öğrenci düşünceleri ile ilgili bilgi almanın yanı sıra müfredat materyalleriyle ilgili ek bilgi almayı da amaçlar. Dikkate alma ve yorumlama boyutları ise sınıf ortamında meydana gelen kayda değer olayları dikkate almayı ve yorumlamayı içermektedir. Sonuç olarak, van Es ve Sherin (2021) gözden geçirilmiş Fark Etmeyi Öğrenme çerçevesini dikkate alma, yorumlama ve şekillendirme olmak üzere üç boyuta dayandırmıştır. Benzer şekilde, Jacobs ve arkadaşları (2010) da dikkate alma ve yorumlama boyutlarını Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerine Yönelik Mesleki Fark Etme Becerisi olarak isimlendirdikleri fark etme becerisi çerçevesinin iki boyutu olarak ele almışlardır. Van Es ve Sherin’den farklı olarak Jacobs ve arkadaşları sınıf ortamından ziyade öğrencilerin anlamaları üzerine yoğunlaşmışlardır. Ayrıca, bir öğrencinin düşünmesini genişletmek ve desteklemek için öğretmenlerin bir sonraki öğretim hamlelerine yönelik kararlarını karşılık verme boyutu adı altında fark etme becerisinin üçüncü boyutu olarak ele almışlardır (Jacobs vd., 2010). Bu çalışmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının aritmetik ortalamaya yönelik öğrenci düşüncesini fark etme becerisini araştırmak olduğu için çalışmanın teorik alt yapısı Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerine Yönelik Mesleki Fark Etme Becerisi çerçevesine dayandırılmıştır.

### **Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerine Yönelik Mesleki Fark Etme Becerisi**

Jacobs ve arkadaşları (2010), Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerine Yönelik Mesleki Fark Etme Becerisi çerçevesinde öğretmenlerin fark ettikleri durumların çeşitliliğinden ziyade

öğrencilerin matematiksel düşüncelerini nasıl ve ne ölçüde fark ettikleriyle ilgilenmişlerdir. Bu bağlamda, bu çerçevede, öğrencilerin matematiksel düşüncelerine odaklanılarak birbiriyle ilişkili 3 boyut ele alınmıştır. Birinci boyut olan öğrencilerin çözümünü dikkate alma, öğrencinin matematiksel duruma/etkinliğe/probleme nasıl yaklaştığına, nasıl çözdüğüne, hangi materyalleri ve stratejileri kullandığına ve stratejilerinin detaylarının neler olduğuna ilişkin öğretmenin açıklamaları olarak tanımlanmaktadır (Jacobs vd., 2010). İkinci boyut, öğrencilerin anlamalarını yorumlama, öğretmenin bir öğrencinin konuyu nasıl anladığını ve bu bilginin öğrencilerin bilgisiyne ne kadar tutarlı olduğunu matematiksel olarak yorumlayabilme becerisidir. Son olarak, üçüncü boyut, öğretmenlerin, öğrencilerin anlamalarına dayalı olarak bir sonraki öğretim adımına karar vermeleri olarak ele alınmaktadır. Bunun için, öğretmenin öğrencilerin stratejilerini dikkate alıp yorumlamaları gerekmektedir. Başka bir deyişle, dikkate alma becerisi yorumlama becerisinin temelini oluştururken, bu iki beceri karşılık verme becerisinin temelini oluşturmaktadır.

Örneğin, Mira 36 ile 6'yı çarparken önce 30 ile 6'yı, daha sonra 6 ile 6'yı çarpmıştır. Daha sonra ise 180 ile 36'yı toplayarak sonucu 216 bulmuştur. Öğretmen veya öğretmen adaylarının, öğrencilerin çözüm yöntemlerini yukarıda belirtilen şekilde adım adım açıklaması dikkate alma becerisi olarak tanımlanmaktadır. Öğrenci çözümünde model veya materyal kullanmış ise bunları nasıl kullandığını açıklamaları da dikkate alma becerisi olarak ele alınmaktadır. Öğrencinin çözümünden onun konuya ilişkin matematiksel anlamlandırmasının açıklanması yorumlama becerisidir. Mira çarpma işleminde dağılma özelliğini kullanmıştır. Öncelikle, 36 sayısını parçalara ayırmıştır. Parçalara ayırırken 3 onluk ve 6 birlik olarak ayırmıştır. Buradan hareketle, Mira'nın çözümünden onun hem dağılma özelliğini hem de basamak değeri kavramını bilmesinin açıklanması yorumlama becerisidir. Son olarak, Mira'nın doğru çözümünden sonra öğretmenin ona nasıl bir soru sorarak derse devam edeceğine karar vermesi karşılık verme becerisidir. Öğretmen veya öğretmen adayının Mira'nın 36'yı 40'a yuvarlayıp çarpma işlemi  $36 \times 6 = (40 - 4) \times 6$  şeklinde yapmasına teşvik edecek sorular sorması veya işlemi alan modeli üzerinde göstermesini istemesi karşılık verme boyutuna örnek olarak verilebilir.

## **Aritmetik Ortalama**

Aritmetik ortalama para, boy, yaş, puan ortalaması gibi günlük hayatta bireylerin karşılaştığı temel bir istatistiksel kavramdır (Bütöner, 2020; Makar, 2014). Gal (1995) aritmetik ortalamanın veri analizi ve veri dağılımını anlamının temelini oluşturduğunu ifade etmiştir. Buna bağlı olarak Konold ve Pollatsek (2002) aritmetik ortalamanın verileri azaltarak sayıların değerini temsil etmenin bir yolu olduğunu ifade etmişlerdir. Ayrıca, aritmetik ortalama, bireyler arasında eşit olmayan şekilde dağıtılan miktarların toplanıp eşit olarak yeniden dağıtılması yani adil paylaşım olarak da ele alınabilir (van de Walle vd., 2015). Son olarak aritmetik ortalama, tipik değerlerin konumlarına ve sıklıklarına göre değerlendirilmesini sağlayan bir kavramdır.

Aritmetik ortalama istatistiğin yapı taşlarından biri olmasına rağmen öğrenciler kavramsal anlayıştan ziyade işlemsel anlayışa sahiptirler (Groth, 2009). Bundan dolayı, öğrenciler aritmetik ortalama ile ilgili soruları aritmetik ortalamanın denge noktası ve seviyeleri eşitleme anlamlarını düşünmeden algoritma ile çözüme eğilimindedirler (Aydın, 2020). Bunun en önemli nedenlerinden biri öğretmenlerin sınıf içi öğretimlerinde daha çok işlemsel bilgiye odaklanarak algoritma kullanmaya yönelmeleridir (Gürel, 2016; Jacobbe, 2007). Jacobs ve Empson (2016) öğretmenlerin öğrencilerin çözümlerindeki detaylara dikkat ederek onların matematiksel kavramlara ilişkin anlamalarını yorumlamaları ve bunlara bağlı olarak bir sonraki öğretim hareketlerini belirlemeleri öğrencilerin konuları kavramsal olarak anlamaları için çok önemli olduğunu vurgulamışlardır.

Başka bir deyişle, Jacobs ve Empson öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının, öğrencilerin anlamalarını fark etmelerinin ve derslerini bu doğrultuda yürütmelerinin gerekliliğini belirtmişlerdir. Özellikle öğretmen adaylarının gelecekteki matematik öğretiminde etkin bir rol oynayacakları düşünüldüğünde onların mesleğe başlamadan önce öğrencilerin matematiksel düşünmelerini fark etmeyi öğrenmeleri hususunda desteklenmesi gerekmektedir (Star & Strickland, 2008; Van Es, 2011). Birgin ve Eryılmaz (2022) öğretmenin fark etme becerisine yönelik yapılan çalışmaların sistematik incelemesi yapmış ve bu inceleme sonucunda öğretmen veya öğretmen adaylarının fark etme becerisini geliştirmek için kullanılan yöntemleri belirlemiştir. Çalışmaların büyük çoğunluğu video analizi, ders imcesi, modelleme etkinlikleri (Girit-Yıldız vd., 2023; Güner ve Akyüz, 2020; Warshauer vd., 2021) gibi yöntemleri kullanırken öğretim deneyi yöntemini kullanan çalışmalara rastlanmamıştır. Fakat, Confrey ve Lachance (2000) öğrenme sürecine odaklanan öğretim deneyi yönteminin öğretmen adaylarının gelişimi için kullanılmasının da uygun ve etkili olduğu belirtilmiştir. Ayrıca, Czarnocha ve Maj (2008) öğretim deneyi yönteminin öğrencilerin matematik bilgilerinin belirlendiği ve öğrenme ortamlarında bu bilgilerdeki değişiminin yakından gözlemlendiği öğretim temelli bir araştırma yöntemi olduğunu ifade etmişlerdir. Fakat öğretim deneyi yöntemi matematik eğitimi çalışmalarında çok sık kullanılmasına rağmen öğretim deneyi yöntemi ile öğretmen veya öğretmen adaylarının fark etme becerilerinin geliştirilmesine yönelik çalışmaya rastlanmamıştır (Birgin & Eryılmaz, 2022; Santagata vd. 2021). Buradan hareketle, öğretmen adaylarının mesleki fark etme becerilerinin öğretim deneyi yöntemi ile geliştirilmesinin amaçlandığı bu çalışma alan yazınına katkı sağlayacaktır. Ayrıca, mesleki fark etme becerisinin konuya özgü bir yapıya sahip olduğu göz önünde bulundurulduğunda (Jacobs ve Empson, 2016; Nickerson vd., 2017) öğretme ve öğretmen adaylarının fark etme becerileri farklı matematik konuları bağlamında araştırılmalı ve gelişime ihtiyaç duyulan konularda onların mesleki fark etme becerileri geliştirilmelidir. Alan yazınındaki çalışmaların çoğunluğunda, örüntü genelleme, doğal sayılarda dört işlem, orantısız muhakeme ve kesirlere ilişkin öğretmen veya öğretmen adaylarının fark etme becerileri incelenmiştir (Dick, 2017; Dreher & Kuntze, 2015; Fernandez vd., 2013; LaRochelle vd., 2019). Fakat, alan yazınında öğretmen adaylarının aritmetik ortalama kavramına yönelik öğrenci düşüncelerini fark etme becerisini araştıran ve bu beceriyi geliştirmeyi amaçlayan bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu açıdan bakıldığında öğretmen adaylarının aritmetik ortalamaya yönelik öğrenci düşüncelerini fark etme becerilerini araştıran çalışmalar yapılmasının matematik eğitimi alan yazınına ve öğretmen adaylarının bu becerilerini geliştirmenin de öğrencilerin aritmetik ortalamayı kavramsal bir şekilde öğrenmelerine katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Buradan hareketle bu çalışmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının mesleki fark etme becerilerinin aritmetik ortalama bağlamında öğretim deneyi yöntemi ile geliştirmektir. Bu doğrultuda, çalışmada “*İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının aritmetik ortalamaya yönelik mesleki fark etme becerilerinin öğrenci düşüncüsü odaklı istatistik öğretimi ile ne derece gelişmektedir?*” sorusuna cevap aranmıştır.

## Yöntem

### Araştırmanın Deseni

Bu çalışma, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının mesleki fark etme becerilerinin öğrenci düşüncüsü odaklı istatistik öğretimi ile geliştirilmesini amaçlayan çalışmanın bir parçasıdır. İstatistik öğretimini kapsayan 8 haftalık öğretim dizisinin aritmetik ortalama öğretimine odaklanılmış ve bu süreç yaklaşık 3 hafta (12 ders saati) sürmüştür.

Çalışmanın amacına ulaşabilmek için nitel araştırma yaklaşımları içinde yer alan öğretim deneyi yöntemi kullanılmıştır. Öğretim deneyi yöntemi, araştırmacının öğretim süreci boyunca kullanacağı etkinlikleri tasarladığı, etkinliklerin uygulamasını organize ettiği, öğrencilerin bilgilerindeki gelişimini izlediği dinamik bir yapıdır (Steffe & Thomson, 2000). Sınırlı sayıda bireylerle birebir öğretim deneyi uygulamaları yapıldığı gibi bir topluluktaki tüm bireylerle sınıf öğretim deneyi şeklinde de uygulanabilir (Cobb vd., 2003). Bu çalışmada, istatistik ve olasılık öğretimi dersini alan tüm öğretmen adaylarının mesleki fark etme becerilerinin gelişimini sağlamak amaçlandığı için öğretim deneyinin özel bir hali olan sınıf öğretim deneyi kullanılmıştır (Cobb vd., 2003).

### Araştırmanın Katılımcıları

Bu çalışma, İç Anadolu Bölgesi'ndeki bir devlet üniversitesinde öğrenim gören 35 öğretmen adayının katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Katılımcılar, kolay ulaşılabilirlik ve elveriş durumuna uygun olması nedeniyle olasılıklı örnekleme yöntemlerinden biri olan uygun örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir (Gürbüz & Şahin, 2018). Katılımcılar, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programında üçüncü sınıfta öğrenim gören ve İstatistik ve Olasılık Öğretimi dersini almakta olan öğretmen adaylarıdır. Öğretmen adaylarının kimliklerinin gizliliğini sağlamak için ÖA1, ÖA2 gibi kod isimler kullanılmıştır.

### Veri Toplama Araçları

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının mesleki fark etme becerilerinin öğretim deneyi sonucundaki gelişimini değerlendirmek amacıyla ön test, son test, yarı yapılandırılmış görüşmeler ve öğretmen adaylarının uygulama sürecinde tutmuş oldukları günlükler kullanılmıştır.

Araştırmacılar tarafından hazırlanan ön test ve son test, aritmetik ortalamaya yönelik bir problem ve bu probleme yönelik üç tane öğrenci çözümünü içermektedir. Öğrenci çözümlerini elde etmek için İç Anadolu Bölgesi'ndeki bir devlet okulunda öğrenim gören 60 tane altıncı sınıf öğrencisine aritmetik ortalamaya yönelik iki problem farklı zamanlarda sorulmuş ve öğrencilerden problemleri çözmeleri istenmiştir. Öğrenci çözümlerinden aritmetik ortalama kavramının farklı anlamlarını içeren 3 tane çözüm seçilmiştir. Ön test ve son testten elde edilen verileri karşılaştırıp öğretmen adaylarının mesleki fark etme becerilerinin gelişimini ortaya koyabilmek amacıyla her iki testteki problemler ve çözümler birbirine benzer olacak şekilde araştırmacılar tarafından hazırlanmıştır. Ön test ve son testin çalışmanın amacına uygun olup olmadığını anlamak için matematik eğitimi alanındaki iki uzmandan uzman görüşü alınmış ve bu doğrultuda gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Ön test ve son testteki aritmetik ortalama problemlerinin ve öğrenci çözümlerinin son hali Şekil 1 ve Şekil 2'de verilmiştir.

### Şekil 1

*Aritmetik Ortalama Görevi ve Öğrenci Çözümleri (Ön test)*

<b>Aritmetik Ortalama Görevi 1</b>
4 kişilik bir grubun boylarının ortalaması 150 cm'dir. Bu gruba boyu 160 cm olan yeni bir kişi katılmıştır. Son durumdaki boy ortalaması kaç olur?
<b>Öğrenci Çözümleri</b>

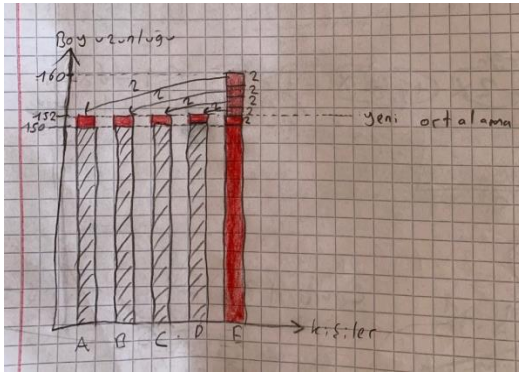
### Kayra'nın Çözümü

$$150 + 150 + 150 + 150 + 160 = 760$$
$$\begin{array}{r} 760 \overline{) 5} \\ \underline{760} \phantom{0} \\ 000 \end{array}$$

### Umut'un Çözümü

$$160 - 150 = 10$$
$$10 \div 5 = 2$$
$$\begin{array}{r} 150 \\ + 2 \\ \hline 152 \end{array}$$

### Damla'nın Çözümü



## Şekil 2

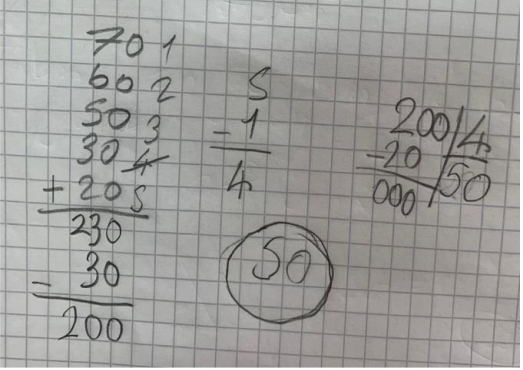
Aritmetik Ortalama Görevi ve Göreve Üretilen Öğrenci Çözümleri (Son-test)

### Aritmetik Ortalama Görevi

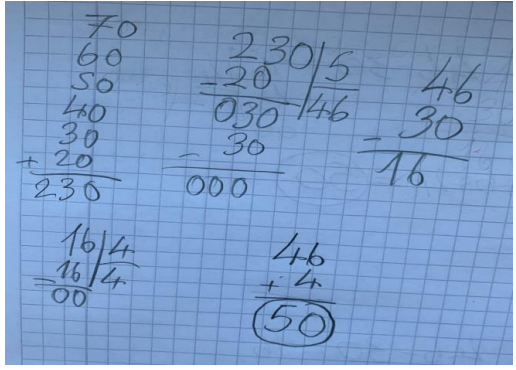
Yaşları 20, 30, 50, 60 ve 70 olan bir gruptan yaşı 30 olan kişi ayrılıyor. Son durumdaki yeni grubun yaş ortalaması kaç olur?

### Öğrenci Çözümleri

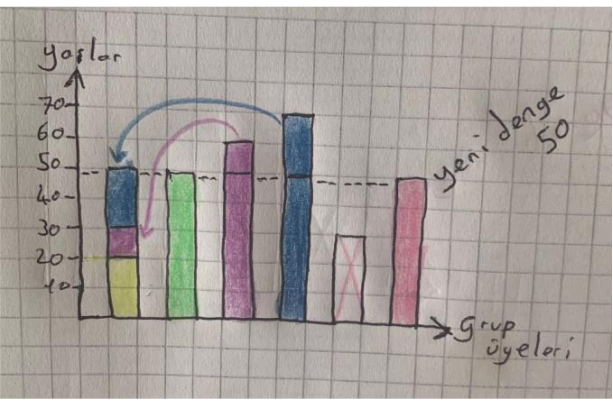
#### Yağmur'un Çözümü



#### Emir'in Çözümü



#### Tuana'nın Çözümü



İlköğretim matematik öğretmen adaylarının mesleki fark etme becerilerinin öğrenci düşüncü odaklı istatistik öğretimi ile gelişimine dair veri toplamak amacıyla ön test ve son teste Jacobs ve arkadaşlarının belirlediği üç beceriye yönelik sorular eklenmiştir. Bu sorular şu şekildedir:

(1) Her bir öğrencinin bu problemi nasıl çözdüğünü (kullandığı strateji vs.) ayrıntılı bir şekilde açıklayınız. Sizce uygun akıl yürütmüşler mi? Neden? (**Dikkate Alma**)



(2) Her bir öğrencinin çözümüne bakarak onların aritmetik ortalama ile ilgili matematiksel kavrayışı hakkında ne düşünüyorsunuz? Ayrıntılı bir şekilde açıklayınız. **(Yorumlama)**

(3) Bu öğrenciler sizin öğrenciniz olsaydı onların bu çözümlerinden sonra nasıl bir yol izlerdiniz? Her bir öğrenciye nasıl yanıt verirdiniz? **(Karşılık verme)**

Birinci soru da öğretmen adaylarının öğrencilerin çözümlerindeki matematiksel ayrıntıları açıklamalarını gerekirken ikinci soru da öğrencilerin bu çözümleri geliştirmek için ne tür matematiksel bilgilere ve anlayışa sahip olduklarını ifade etmeleri beklenmektedir. Üçüncü soru ise, öğretmen adaylarının öğrencilerin aritmetik ortalamaya yönelik anlayışları temelinde bir sonraki öğretim adımlarına dair verdikleri kararları açıklamalarını gerektirmektedir.

Ön test ve son test uygulamalarından sonra öğretmen adayları ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Görüşmelerde ön test ve son testteki cevaplarını detaylandırmak amacıyla sorulan sorulardan örnekler aşağıda verilmiştir.

1. Neden öğrencinin doğru/yanlış yaptığını düşünüyorsun? Öğrenci yanlış yapmış ise öğrenci çözümün hangi aşamasında yanlış yapmıştır?

2. Öğrencinin çözümünden öğrencinin aritmetik ortalamaya dair .....anlayışına sahip olduğunu söylediniz. Bu yargıya nasıl vardınız?

3. Öğrencinin çözümünden sonra öğrenciye .....şekilde karşılık vereceğinizi söylemişsiniz. Öğrenciye vereceğiniz karşılık öğrencinizin aritmetik ortalamaya yönelik anlayışına nasıl katkıda bulunacağını düşünüyorsunuz?

Son olarak, matematik öğretmen adayları her hafta yapılan uygulama sonunda uygulamaya yönelik görüşlerini, eleştirilerini ve önerilerini içeren günlük yazmışlardır. Bu günlükler süreç içinde bir sonraki uygulamanın tasarlanması ve uygulanması için kullanılmıştır.

### **Uygulama Süreci: Bir Öğretim Deneyi**

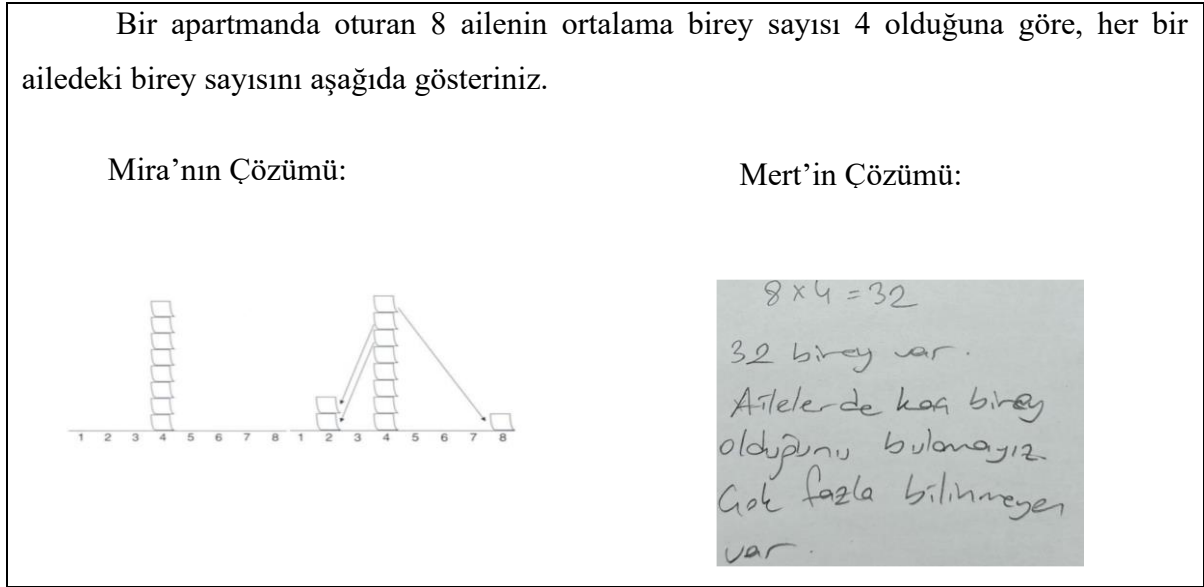
Çalışma her hafta üç ders saati olmak üzere üç hafta sürmüştür. Çalışmanın başında öğretmen adaylarının mesleki fark etme becerilerini belirlemek amacıyla ön test uygulanmıştır. Ön-test uygulandıktan sonraki hafta öğretim deneyi süreci başlamıştır.

Çalışmanın ilk haftasında öğretmen adayları ile Toluk-Uçar ve Akdoğan'ın (2009) makalesi ders içinde tartışılmıştır. Öğretmen adaylarına dersten önce bu makale verilmiş ve öğrencilerin ortalama kavramına yüklediği anlamlara yönelik bilgi sahibi olmaları sağlanmıştır. Ortalama kavramının anlamına yönelik alan yazınında yer alan teorik bilgiler ile öğretmen adaylarının ortalama kavramına yönelik kendi bilgileri tartışılmıştır. Ayrıca, makalede yer alan öğrenci düşüncülerinin altında yatan matematiksel anlayışlarını da yorumlamışlar ve bu öğrencilere nasıl yanıt vereceklerini ifade etmişlerdir. Makalede kullanılan 5 problem ile ilgili olası öğrenci cevapları ve bu cevapların altında yatan matematiksel anlayışları ile ilgili de yorumlarda bulunmuşlardır.

Çalışmanın ikinci haftasında, öğretmen adayları 6 gruba ayrılmış ve alan yazınından derlenen aritmetik ortalamasının anlamına yönelik öğrenci çözümleri öğretmen adaylarına verilmiştir (Bütüner, 2020; Enisoğlu, 2014; van de Walle vd., 2015). Buna yönelik bir örnek Şekil 3'te verilmiştir.

### Şekil 3

Bir apartmanda oturan ailelerin ortalama birey sayısının 4 olduğu iki farklı çözüm (Bütüner, 2020)



Öğretmen adayları iki öğrencinin çözümünün doğruluğunu, çözümün altında yatan matematiksel kavrayışı ve bu çözümlerden sonra öğrencinin anlayışını destekleyecek veya genişletecek öğretim adımlarını önce gruplar halinde sonra da sınıf olarak tartışmışlardır.

Çalışmanın üçüncü haftasında, öğretmen adayları yine gruplar halinde aritmetik ortalamının farklı anlamlarını içeren problemler kurmuşlar ve olası öğrenci çözüm yöntemleri yazmışlardır. Problemleri ve öğrenci çözümlerini tartışıp bir sonraki öğretim adımına dair fikirlerini belirtmişlerdir.

Üçüncü haftanın sonunda öğretmen adaylarına son test uygulanmış ve üç haftalık öğretim deneyi sürecinde öğretmen adaylarının mesleki fark etme becerilerinin ne ölçüde değiştiği ortaya koyulmuştur.

### Veri Analizi

Çalışmanın amacına ulaşabilmek için ön test ve son testten elde edilen veriler, Jacobs ve arkadaşlarının (2010) ortaya koyduğu "Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerine Yönelik Mesleki Fark Etme" kuramsal çerçevesine göre analiz edilmiştir. Bu doğrultuda, bu çalışmada öğretmenlerin dikkate alma, yorumlama ve karşılık verme becerileri yeterli, sınırlı ve sağlam olmak üzere 3 seviyede incelenmiştir. Seviyelere ait detaylı açıklamalar Tablo 1'de verilmiştir.

**Tablo 1**

*Dikkate Alma, Yorumlama ve Karşılık Verme Beceri Düzeylerinin Kodlama Çerçevesi*

<b>Fark Etme Beceri</b>	<b>Fark Etme Düzeyi</b>	<b>Seviyenin Açıklaması</b>
<b>Dikkate alma</b>	Sağlam Kanıt	<ul style="list-style-type: none"><li>• Öğrencinin çözümü için matematiksel ayrıntılar sunarak çözümün doğru olup olmadığını belirleme</li><li>• Öğrencinin çözümünden spesifik kanıtlar sunma</li></ul>
	Sınırlı Kanıt	<ul style="list-style-type: none"><li>• Öğrencinin çözümü için genel ifadeler sunarak çözümün doğru olup olmadığını belirleme</li><li>• Çözüm ile ilgili ifadelerin içerisinde kısmi yanlış açıklamalar belirleme</li></ul>
	Yetersiz Kanıt	<ul style="list-style-type: none"><li>• Öğrencinin çözümünün doğruluğunu yanlış belirleme</li><li>• Çözümün doğruluğunu kanıt vermeden ifade etme</li></ul>
<b>Yorumlama</b>	Sağlam Kanıt	<ul style="list-style-type: none"><li>• Öğrencinin nasıl düşündüğü hakkında spesifik kanıtlar sunma</li><li>• Öğrencinin neyi bildiğini ya da bilmediğini fark etme</li></ul>
	Sınırlı Kanıt	<ul style="list-style-type: none"><li>• Öğrencinin çözümünü doğru; fakat daha az derinlikli ya da genel ifadelerle yorumlama</li><li>• Sunulan çözümün ötesine geçmeden öğrencinin çözümüyle ilgili bağlantılar kurma</li></ul>
	Yetersiz Kanıt	<ul style="list-style-type: none"><li>• Öğrencinin çözümünü yanlış yorumlama</li><li>• Öğrencinin nasıl düşündüğü hakkında yanlış kanıtlar sunma</li><li>• Öğrencinin anlayışına dair herhangi bir kanıt sunmama (Öğrencinin nasıl düşündüğüne dair ayrıntılar sunmama)</li><li>• Öğrencinin çözümüyle ilgisiz bağlantılar kurma</li></ul>
<b>Karşılık Verme</b>	Sağlam Kanıt	<ul style="list-style-type: none"><li>• Öğrenciyi kullanılan stratejiye ek başka bir strateji kullanmaya yönlendirmek için başka bir problem sorma</li><li>• Öğrencinin anlayışını genişletmek için soru sorma</li><li>• Görevin farklı bir şekilde çözülebileceğini keşfetmesine yardımcı olmak için farklı bir çözüm sunma</li></ul>
	Sınırlı Kanıt	<ul style="list-style-type: none"><li>• Öğrencinin düşünmesini anlamak için sorular sorma</li><li>• Öğrencinin anlayışını temel alarak, öğrenciye daha az derinlikle ya da genel ifadelerle yanıt verme</li><li>• Çözümleri birbirinden farklı olan öğrencilere benzer öğretim adımları sunma</li></ul>
	Yetersiz Kanıt	<ul style="list-style-type: none"><li>• Öğrenciyi takdir etme</li><li>• Öğrencinin anlayışını temel almadan yanıt verme</li><li>• Alıştırma yapması için benzer problemi farklı ifadelerle öğrenciye sorma</li><li>• Problemden verilen sayıları, problemi zorlaştıracak şekilde değiştirme</li><li>• Öğrencinin çözümü incelenmemiş gibi ilgisiz yanıtlar sunma</li></ul>

Veriler araştırmacılar tarafından analiz edilmiş ve matematik eğitiminde uzman bir araştırmacıyla paylaşılmıştır. Araştırmacıların analizleri arasındaki uyum Güvenirlik= Görüş Birliği/ (Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı) x 100 formülü ile kontrol edilmiştir (Miles & Huberman, 1994). Kodlayıcılar arasındaki uyum 0,92 çıkmış ve uyum sağlanamayan kodlar ortak görüşe ulaşana kadar tartışılmıştır. Ayrıca, yarı-yapılandırılmış görüşmeler ve öğretmen adaylarının günlüklerinden elde edilen veriler, veri analizini detaylandırmak için kullanılmıştır.

## Bulgular

Bu çalışmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının mesleki fark etme becerilerinin öğrenci düşünüşü odaklı istatistik öğretimine dahil olduktan sonraki değişimini incelemektir. Bu kapsamda, bulgular Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerine Yönelik Mesleki Fark Etme Becerisinin dikkate alma, yorumlama ve nasıl cevap vereceğine karar verme boyutları altında sunulmuştur.

### Öğretmen Adaylarının Dikkate Alma Becerilerindeki Gelişim

Ön-test ve son-testten elde edilen bulgular doğrultusunda öğretmen adaylarının dikkate alma düzeyleri ve her düzeydeki değişiklik belirlenmiştir. Bulgular, Tablo 2’de sunulmuştur.

**Tablo 2**

*Öğretmen Adaylarının Dikkate Alma Beceri Düzeyleri ve Değişimi*

	Ön-test	Son-test	Fark
<b>Yetersiz</b>	17 (%49)	5 (%14)	-12 (-%35)
<b>Sınırlı</b>	13(%37)	4 (%12)	-9 (-%25)
<b>Sağlam</b>	5 (%14)	26 (%74)	+21 (+%60)

Otuz beş öğretmen adayının yaklaşık yarısının (%49) aritmetik ortalama ile ilgili verilen bir probleme yönelik öğrenci stratejilerini dikkate alma düzeyi yetersiz iken, öğrenci düşünme süreçleri ve stratejilerini muhakeme etme ile zenginleştirilmiş bir öğretime dahil olduktan sonra sadece 5 (%14) öğretmen adayının dikkate alma becerisi yetersiz düzeyde kalmıştır. Benzer şekilde, öğretime katılmadan 13 (%37) öğretmen adayının öğrencilerin stratejilerini dikkate alma becerisi sınırlı iken, 9 (%25) öğretmen adayı dikkate alma becerisini geliştirmiş ve sadece 4 öğretmen adayının dikkate alma becerisi sınırlı düzeyde kalmıştır. Son olarak, öğrenci düşünüşü odaklı istatistik öğretimine katılmadan önce sadece 5 (%14) öğretmen adayı aritmetik ortalama ile ilgili problemin çözümünde öğrencilerin stratejilerini dikkate alma becerisi sağlam düzeydeyken, öğretime katıldıktan sonra 26 (%74) öğretmen adayı sağlam düzeyde dikkate alma becerisi göstermiştir. Başka bir deyişle, öğrenci düşünüşü odaklı öğretimle birlikte 21 (%60) öğretmen adayı dikkate alma becerisini geliştirmiştir. Öğretmen adaylarının dikkate alma becerilerindeki gelişimini daha detaylı bir şekilde ifade etmek için ÖA31’in ön-testteki Damla’nın çözümüne ve son-testteki Tuana’nın çözümüne ilişkin cevapları aşağıda verilmiştir.

#### Şekil 4

##### ÖA31'in Dikkate Alma Becerisindeki Gelişimini Gösteren Cevapları

<b>Ön-test</b>	Damla sütun grafiği çizerek kişilerin ortalama 152 cm boy uzunluğuna
<b>Yetersiz</b>	sahip olduğunu bulmuştur.
<b>Son-test</b>	Tuana aritmetik ortalamanın denge anlamını kullanarak soruyu çözmüştür.
<b>Sağlam</b>	Soruda verilen verileri sütun grafiği çizerek göstermiştir. Gruptan ayrılan kişinin yaşını çıkarıp kalan kişilerin yaşlarını dengelemiştir. Böylece grubun yeni yaş ortalamasını 50 olarak bulmuştur. Uygun bir şekilde akıl yürütmüştür.

Şekil 4'te de görüldüğü üzere, Damla (ön-test) ve Tuana (son-test) problemi benzer şekilde çözmüştür. Fakat ÖA31'in cevabından da anlaşılacağı üzere, ÖA31 ön-testte, Damla'nın çözümündeki sütun grafiğine odaklanmış ve sütun grafiği kullanarak 152'ye nasıl ulaştığına yönelik açıklamalarda bulunmamıştır. Fakat, son-testte, Tuana'nın sütun grafiği üzerinden aritmetik ortalamasının denge anlamına yoğunlaştığını ve bir kişinin ayrılması sonucunda dengenin nasıl değiştiğini grafikte ifade ettiğini belirtmiştir. Dolayısıyla, Tuana'nın stratejisine yönelik detaylı açıklamalarda bulunmuş ve bu nedenle, ÖA31'in dikkate alma becerisi sağlam düzey olarak belirlenmiştir. Başka bir deyişle, ÖA31 öğrenci düşünüşü odaklı istatistik öğretimine katıldıktan sonra dikkate alma becerisini yetersiz düzeyden sağlam düzeye çıkarmıştır.

Aritmetik ortalamaya yönelik öğrenci düşünüşünü dikkate alma becerisini sınırlı düzeyden sağlam düzeye çıkaran öğretmen adaylarına örnek olması amacıyla ÖA9'un ön-testte Kayra'nın ve son-testte Yağmur'un çözümüne ilişkin açıklamaları aşağıda verilmiştir.

#### Şekil 5

##### ÖA9'un Dikkate Alma Becerisindeki Gelişimini Gösteren Cevapları

<b>Ön-test</b>	Kayra klasik olan yöntem kullanarak doğru çözmüştür.
<b>Sınırlı</b>	
<b>Son-test</b>	Yağmur gruptaki kişilerin hepsinin yaşlarını toplamış ve ayrılan kişinin yaşını çıkarmıştır. Sonra en baştaki kişi sayısından ayrılan bir kişiyi çıkarmış ve en son oluşan veri grubunun sayısını bulmuştur. Daha sonra en sondaki yaşların toplamını veri grubu sayısına bölerek aritmetik ortalamayı bulmuştur.

Kayra (ön-test) ve Yağmur (son-test) aritmetik ortalama ile ilgili problemi benzer şekilde çözmüşlerdir. Buna rağmen, ÖA9'un iki öğrencinin çözüm yöntemine yönelik açıklamaları birbirinden farklılık göstermektedir. ÖA9, öğrenci düşünme stratejilerini muhakeme ettikleri istatistik öğretimi dersine katılmadan önce Kayra'nın çözümüne ilişkin genel ifadeler kullanarak doğruluğunu belirtmiştir. Fakat öğretime katıldıktan sonra Yağmur'un çözümünü detaylı bir şekilde açıklamıştır.

Sonuç olarak, 35 öğretmen adayından 30'unun (%86) dikkate alma becerisi öğrenci düşüncü odaklı istatistik öğretimi dersine katılmadan önce yetersiz ve sınırlı iken 21 (%60) öğretmen adayı dikkate alma becerisini geliştirmiştir. Son durumda, 26 öğretmen adayı (%74) aritmetik ortalamaya yönelik öğrenci çözümlerini detaylı bir şekilde açıklayarak sağlam düzeyde kanıtlar sunmuşlardır.

### Öğretmen Adaylarının Yorumlama Becerilerindeki Gelişim

Jacobs ve arkadaşlarının ortaya koyduğu Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerine Yönelik Mesleki Fark Etme Becerisinin ikinci boyutu yorumlama becerisidir. Öğretmen adaylarının istatistik öğretimi dersini almadan önce ve aldıktan sonra yorumlama beceri düzeyleri ve her düzeydeki değişiklik Tablo 3'te verilmiştir.

**Tablo 3**

*Öğretmen Adaylarının Yorumlama Becerileri Düzeyleri ve Değişimi*

	Ön-test	Son-test	Fark
<b>Yetersiz</b>	12 (%34)	3 (%8)	-9 (-%26)
<b>Sınırlı</b>	20 (%58)	9 (%26)	-11 (-%31)
<b>Sağlam</b>	3 (%8)	23 (%66)	+20 (+%57)

Tablo 3'te görüldüğü üzere, 12 öğretmen adayının (%34) öğrenci düşünme stratejilerini muhakeme ettikleri istatistik öğretimi dersine katılmadan önce öğrencilerin aritmetik ortalama ile ilgili probleme yönelik geliştirdikleri stratejileri yorumlama becerileri yetersiz düzeydedir. Fakat, dersten sonra son-testten elde edilen bulgular neticesinde öğretmen adaylarının dokuzunun (%26) yorumlama becerisini sağlam düzeye çıkardığı ve sadece 3 öğretmen adayının (%8) yetersiz düzeyde yorumlarda bulunduğu belirlenmiştir. Benzer şekilde, 20 öğretmen adayı (%58) öğrenci düşüncü odaklı istatistik öğretime katılmadan önce sınırlı düzeyde yorumlarda bulunurken 11 öğretmen adayı (%31) yorumlama becerisi geliştirmiştir. Diğer taraftan, ön-testten elde edilen bulgulara göre, öğrencilerin aritmetik ortalama ile ilgili problemlere yönelik stratejilerini üç öğretmen adayı (%8) sağlam düzeyde yorumlamışlardır. Ön-testte yetersiz ve sınırlı düzeyde yorumlarda bulunan öğretmen adayları, son-testte öğrencilerin aritmetik ortalamaya dair anlamalarına yönelik sağlam düzeyde kanıtlar sunmuşlardır. Sonuç olarak, istatistik öğretimi dersine katıldıktan sonra, 35 öğretmen adayından 23'ü (%66) öğrencilerin anlamalarını üst düzey kanıtlar sunarak yorumlamışlardır. Öğretmen adaylarının yorumlama becerisindeki gelişimi göstermek için ÖA9'un ön-testte verilen Umut'un çözümüne ve son-testteki Emir'in çözümüne ilişkin cevapları aşağıda verilmiştir.

## Şekil 6

### ÖA9'un Yorumlama Becerisindeki Gelişimini Gösteren Cevapları

<b>Ön-test</b>	Umut aritmetik ortalama konusunu anlamıştır.
<b>Yetersiz</b>	
<b>Son-test</b>	Emir'in aritmetik ortalama hakkında bilgisi vardır. Soruyu çözerken
<b>Sağlam</b>	klasikten farklı bir yöntem kullanmıştır. Grup üyelerinin yaşlarına ve sayısına hakimdir. İlk olarak gruptan biri ayrılmadan ortalamayı bulmuş ve bu ortalamadan ayrılan kişinin yaşını çıkarmıştır. Çıkan sonucu da dörte bölmüştür. Bu sonucu da en baştaki ortalamaya eklemiştir. Bu da gösteriyor ki gruptan ayrılan kişinin kalan kişilerin ortalamasını yükselteceği bilgisine hakimdir.

Ön-test ve son-testte de görüldüğü üzere Umut (ön-test) ve Emir (son-test) aritmetik ortalama ile ilgili verilen problemlere benzer stratejiler geliştirmişlerdir. ÖA9, Umut'un çözümüne ilişkin hiçbir ayrıntıdan bahsetmeden çok genel bir yorum yapmıştır. Fakat, Emir'in stratejisinin altında yatan matematiksel kavrayışı detaylı bir şekilde anlatmıştır. Başka bir deyişle, Emir'in nasıl düşündüğü hakkında spesifik kanıtlar sunmuş ve neyi bildiğini açıkça ortaya koymuştur. Buradan hareketle, ÖA9 öğrenci düşüncesini odaklı istatistik öğretimi boyunca aritmetik ortalamaya yönelik, öğrencilerin matematiksel anlamalarını yorumlamaya başlamış ve yorumlama becerisini yetersiz düzeyden sağlam düzeye çıkarmıştır.

Öğrenci düşüncesini odaklı istatistik öğretiminin, öğretmen adaylarının yorumlama becerisini sınırlı düzeyden sağlam düzeye geliştirdiğine örnek olması amacıyla ÖA28'in yorumlaması verilmiştir.

## Şekil 7

### ÖA28'in Yorumlama Becerisindeki Gelişimini Gösteren Cevapları

<b>Ön-test</b>	Damla'nın matematiksel işlemleri grafik üzerinde göstermesi, yani bir
<b>Sınırlı</b>	problemi farklı temsil yolları ile gösterip sonuca ulaşabilmesi bence üçü arasındaki en iyi çözüm yoludur.
<b>Son-test</b>	Tuana sözel olarak verilen soruyu grafiğe dökerek soruyu çözmüştür.
<b>Sağlam</b>	Soruyu çözerken farklı temsil biçimlerini kullanmıştır. Hem soruyu denge merkezi ile çözmeye çalışması hem de farklı temsil biçimleri kullanarak soruyu çözmesi konuya dair matematiksel kavrayışının yüksek olduğunu göstermektedir. Çözümünde herhangi bir hata yoktur

ve standart çözümün dışında bir çözüm yöntemi geliştirmiştir. Ayrıca ortalamanın denge anlamını da biliyor olması matematiksel kavrayışının yüksek olduğunu göstermektedir. Aritmetik ortalama problemlerini denge merkezi ve adil paylaşım düşüncesiyle çözebilen öğrencilerin aritmetik ortalama kavramını kavramsal olarak anladıkları söylenebilir.

ÖA28, problemi benzer şekilde çözen Damla ve Tuana'nın aritmetik ortalamaya yönelik matematiksel anlamalarını farklı şekilde yorumlamıştır. Her iki yorumda da modellemeye (sütun grafiği) vurgu yapmasına rağmen Damla'nın neden sütun grafiği çizdiğini ve bu grafiği kullanarak çözüme nasıl ulaştığını açıklamamıştır. Fakat, Tuana'nın aritmetik ortalamanın denge merkezi ve adil paylaşım kavramlarını içerdiğini bildiğini ifade etmesiyle öğrencinin konuya ilişkin matematiksel anlamasını detaylı bir şekilde yorumladığını göstermektedir. Bu nedenle, ÖA28 yorumlama becerisini sınırlı düzeyden sağlam düzeye çıkardığı söylenebilir.

35 öğretmen adayından 32'sinin (%92) yorumlama becerisi öğrenci düşünüşü odaklı istatistik öğretimi dersine katılmadan önce yetersiz ve sınırlı iken 20 (%57) öğretmen adayı yorumlama becerisini geliştirmiştir. Son durumda, 23 öğretmen adayı (%66) aritmetik ortalamaya yönelik öğrenci çözümlerini detaylı bir şekilde yorumlayarak sağlam düzeyde kanıtlar sunmuşlardır.

### Öğretmen Adaylarının Karşılık Verme Becerilerindeki Gelişim

Otuz beş öğretmen adayının öğrencilerin aritmetik ortalama kavramına dair matematiksel anlamalarına bağlı olarak karşılık verme becerisindeki gelişim Tablo 4'te sunulmuştur.

**Tablo 4**

*Öğretmen Adaylarının Dikkate Alma Beceri Düzeyleri ve Değişimi*

	Ön-test	Son-test	Fark
<b>Yetersiz</b>	6 (%17)	4 (%12)	-2 (-%5)
<b>Sınırlı</b>	24(%69)	5 (%14)	-19 (-%55)
<b>Sağlam</b>	5 (%14)	26 (%74)	+21 (+%60)

Öğretmen adaylarının öğrenci düşünüşü odaklı istatistik öğretimine katılmadan önce öğrencilere karşılık verme düzeyleri düşük seviyededir. Daha açık belirtmek gerekirse, 6 öğretmen adayı (%17) yetersiz ve 24 öğretmen adayı (%69) sınırlı düzeyde karşılık verme becerisine sahipken sadece 5 öğretmen adayı (%14) sağlam düzeyde karşılık vermiştir. Fakat, 21 öğretmen adayı (%60) öğrenci düşünme stratejilerini muhakeme ettikleri istatistik öğretimine katıldıktan sonra karşılık verme becerilerini geliştirerek sağlam düzeyde karşılık vermişlerdir. Örneğin, ÖA30'un ön-testte verilen Kayra'nın çözümüne ve son-testteki Yağmur'un çözümüne ilişkin cevabı aşağıda verilmiştir.



## Şekil 8

### ÖA30'un Karşılık Verme Becerisindeki Gelişimini Gösteren Cevapları

<b>Ön-test</b>	Kayra'ya çözümünün doğru olduğunu söyledim.
<b>Yetersiz</b>	
<b>Son-test</b>	Yağmur'a "Çözümün doğru fakat ben bu soruyu grafik kullanarak çözmek istesem nasıl çözebilirim, gösterebilir misin?" sorusunu yönelterek öğrencinin veriyi grafiğe dökmesini ister ve ardından "Bu verileri nasıl dengeleyebiliriz, nerede dengeye gelebilirler?" gibi sorular yöneltirim. Buradan öğrencinin aritmetik ortalamanın denge merkezi anlamına gitmesini hedeflerim. Dengeyi bulma noktasında ona yardım ederim ve dengeyi oluşturduktan sonra "30 yaşındaki kişi bu gruptan ayrılıyor şimdi dengeyi nasıl sağlarız?" sorusunu yönelterek öğrenciyi tekrar yönlendiririm. Ardından "Neden böyle bir şey yaptık dengeye getirerek neye ulaştık sence, ilk çözümünde yaptığın işlemle buradaki denge noktası arasında benzerlik var mı?" gibi sorularla onu aritmetik ortalamanın anlamlarına ulaştırırım.
<b>Sağlam</b>	

ÖA30 ön-testte Kayra'ya aritmetik ortalamaya yönelik anlamasını geliştirecek bir karşılık vermekten ziyade sadece çözümünün doğruluğuna yönelik bir geri bildirimde bulunacağı belirtmiştir. Bu nedenle, ÖA30'un verdiği karşılık yetersiz düzeyde bir karşılıktır. Fakat ÖA30, son-testte, problemi Kayra ile benzer şekilde çözen Yağmur'un anlamasını geliştirecek sorular soracağını ifade etmiştir. Örneğin, öğrencinin farklı temsil yolları ile problemi çözmesini ve aritmetik ortalamanın denge merkezi anlamını göz önünde bulundurarak farklı bir çözüm stratejisi geliştirmesini için sağlamak için sorular sormayı düşünmüştür.

Karşılık verme düzeyini sınırlı düzeyden sağlam düzeye çıkaran öğretmen adaylarından ÖA28'in Kayra ve Yağmur'un çözümüne verdiği karşılık örnek olarak verilmiştir.

## Şekil 9

### ÖA28'in Karşılık Verme Becerisindeki Gelişimini Gösteren Cevapları

<b>Ön-test</b>	Bunun için Kayra'ya neden 4 kere 150'yi topladığını neden daha sonra
<b>Sınırlı</b>	760'ı 5'e böldüğünü sorardım.
<b>Son-test</b>	Soru aritmetik ortalama algoritmasının kullanımını gerektiren bir soru
<b>Sağlam</b>	tipi olmasına rağmen öğrenci çözümlerinde algoritmanın kullanılmadığı

farklı çözüm tipleri bulunmaktadır. Bu nedenle Yağmur diğer çözüm tiplerini kullanabiliyor mu? Sadece topla böl algoritması üzerinden mi soruları çözmeye çalışıyor? Bu sorulara cevap bulabilmek için ilk olarak verilen örneğe benzer şu örneği sorup çözmelerini isterim; "1914, 1920, 1925, 1931, 1932, 1942 şeklinde verilen bir veri grubundan 1914 sayısının çıkarılması ile oluşan yeni veri grubunun aritmetik ortalaması ne olur?" Bu şekilde toplama işlemini yaparken zorlanabileceği büyük sayıların olduğu bir soru sorarak öğrenci yine aynı şeyi mi yapmaya çalışıyor yoksa farklı bir çözüm üretmeye çalışıyor mu bunu anlamaya çalışırım. Eğer yine aynı şekilde topla böl algoritmasını kullanırsa denge merkezi stratejisini tanıtmak için şu soruyu sorarım; "Ortalaması 12 olan 6 sayının ilk dört sayısı 4, 16, 18, 6 şeklindedir. Buna göre beşinci ve altıncı sayılar ne olabilir?" muhtemelen öğrenci burada da topla böl algoritmasını kullanmaya çalışacaktır. Bu nedenle karşısına iki bilinmeyenli bir denklem çıkar.  $(4+16+18+6+x+y)/6=12$  denklemini çözdüğünde  $x+y=24$  sonucuna ulaşır. "x ve y neler olabilir?" sorusunu sorarım. 1, 21; 4, 20 şeklinde olabilir. Bu örneklerden de görüldüğü gibi öğrencide sayıların ortalamaya olan uzaklığının aynı olduğuna dikkat çekmeye çalışarak denge merkezini açıklarım. Denge merkezini açıkladıktan sonra ilk kısımda sorduğum soruyu tekrar çözmelerini isterim.

Örnekte de görüldüğü üzere, ÖA28 ön-testte Kayra'nın düşünmesini anlamak için onun çözümüne yönelik sorular sormuş, fakat Kayra'nın anlamasını derinleştirmesini sağlayacak şekilde karşılık vermemiştir. Diğer taraftan, son-testte, verilen soruya benzer fakat aritmetik ortalama formülü kullanımının zor olacağı başka bir soru sormayı düşünmüştür. Bu soruda da amacına ulaşamazsa, farklı tarzda bir soru sorarak Yağmur'un aritmetik ortalamasının denge merkezi anlamını anlamasını sağlamaya çalışmıştır. Başka bir deyişle, ÖA28 öğrencinin matematiksel anlayışını bir üst seviyeye taşımayı amaçlamıştır.

Sonuç olarak, 35 öğretmen adayından 30'u (%86) öğrenci düşünüşü odaklı istatistik öğretimi dersine katılmadan önce yetersiz ve sınırlı düzeyde karşılık verirken, 21 öğretmen adayı (%60) karşılık verme becerisini geliştirmiş ve istatistik öğretimi sonunda 26 öğretmen adayı (%74) sağlam düzeyde karşılık vermişlerdir. Başka bir deyişle, 26 öğretmen adayı, öğrencilerin, aritmetik ortalamaya yönelik matematiksel anlayışlarını geliştirmelerini sağlayacak şekilde karşılık vermişlerdir.

## **Tartışma ve Sonuç**

Bu çalışmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının aritmetik ortalamaya yönelik mesleki fark etme becerilerinin belirlenmesi ve öğretim deneyi yöntemiyle geliştirilmesidir. Elde edilen bulgular, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının aritmetik ortalamaya yönelik mesleki fark etme becerilerinin öğretim deneyi yöntemi ile geliştiğini göstermektedir. Ön-test sonuçları öğretmen adaylarının öğrenci düşünüşü odaklı istatistik öğretimine katılmadan önce öğrencilerin aritmetik ortalamaya yönelik problemlerdeki çözüm stratejilerini dikkate alma, öğrencilerin matematiksel kavrayışlarını yorumlama ve öğrencilere karşılık verme becerilerinin düşük olduğunu göstermektedir. Daha detaylı açıklamak gerekirse Jacobs ve diğerlerinin (2010) ortaya koyduğu üç bileşen kapsamında öğretmen adaylarının %85'inden fazlasının mesleki fark etme becerisinin düşük ve sınırlı düzeyde olduğu görülmektedir. Yorumlama ve karşılık verme becerisine ilişkin bulgular, öğretmen adayları ve öğretmenlerin belirli bir alanda öğrencilerin matematiksel düşünmelerini fark etme yeterliliklerini incelemeye yönelik yapılan çalışmalarla benzerlik göstermektedir. Örneğin, Dişbudak-Kuru vd. (2022) ortaokul matematik öğretmenlerinin dikkörtgenler prizmasının hacmine ilişkin yetersiz ve sınırlı düzeyde yorumlama ve karşılık verme becerisine sahip olduklarını ifade etmişlerdir. Benzer şekilde, Doğan-Coşkun vd. (2023) öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun kesirlere ilişkin yorumlama ve karşılık verme becerilerinin sınırlı düzeyde olduğunu ifade etmişlerdir. Öte yandan, öğretmen adaylarının aritmetik ortalamaya yönelik problemlerdeki çözüm stratejilerini dikkate alma becerisi alan yazınındaki diğer çalışmaların bulguları ile farklılık göstermektedir. Belirli bir matematik konusunda öğretmen ve öğretmen adaylarının öğrenci düşünüşlerini fark etme becerilerini araştıran çalışmalar dikkate alma becerilerinin yüksek olduğunu (Amador vd., 2016; Callejo ve Zapatera, 2017; Fernandez vd., 2013) ve dikkate alma becerisinin mesleki fark etme becerileri arasında en kolay beceri olduğunu ifade etmişlerdir (LaRochelle, 2018; Sánchez-Matamoros vd., 2019). Başka bir deyişle, mevcut çalışmanın bulguları öğretmen adaylarının, öğrencilerin aritmetik ortalama ile ilgili problemlerin çözümünde geliştirdikleri stratejileri detaylı bir şekilde açıklamakta zorluk çektiğini göstermektedir. Bunun nedeni ise aritmetik ortalama konusuna ilişkin öğretmen adaylarının kavramsal anlayıştan ziyade işlemsel anlayışa sahip olması olabilir. Leavy ve O'Loughlin 2006 yılında yaptıkları çalışmalarında az sayıda öğretmen adayının aritmetik ortalama kavramını kavramsal olarak öğrendiğini, bir kısmının aritmetik ortalamaya yönelik anlayışlarının işlemsel anlayışla sınırlı kaldığını belirtmişlerdir. Benzer şekilde, Gürel (2016) öğretmenler ile yaptığı çalışmada öğretmenlerin aritmetik ortalamayı işlemsel bir süreç olarak anlamlandırdığı ve derslerini de işlemsel öğrenme odaklı yürüttüklerini ifade etmiştir. Öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının bu anlayışları, onların aritmetik ortalamanın denge ve seviyeleri eşitleme anlamlarını içeren öğrenci çözümlerini açıklarken ve yorumlarken zorlanmalarına neden olmuştur. Ayrıca, Gürel'in (2016) de açıkladığı üzere öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının dersleri işlemsel odaklı yürütmeleri kavramsal odaklı öğrenci çözümlerinden sonraki öğretim adımını öğrencinin anlamasını geliştirecek veya desteleyecek nitelikte olmamasına neden olmuş olabilir. Başka bir deyişle, karşılık verme becerisinin de sınırlı düzeyde kalmasının nedeni öğretmen adaylarının aritmetik ortalamaya yönelik işlemsel anlayışlarının olması olabilir. Sonuç olarak, mesleki fark etme becerisinin konuya özgü doğası (Jacobs ve Empson, 2016; Nickerson vd., 2017) ve aritmetik ortalamanın öğretmen ve öğretmen adayları için zor bir konu olması (Gürel, 2016; Jacobbe, 2007) dikkate alındığında, diğer matematik konularına yönelik dikkate alma düzeylerinden farklı olarak, öğretmen adaylarının aritmetik ortalamaya yönelik dikkate alma becerilerinin de yorumlama ve karşılık verme becerisi gibi düşük olması olağandır. Bu bulgu da, alan yazınındaki çalışmaların belirttiği gibi mesleki fark etme becerisinin konuya

özgü bir doğasının olduğu yargısını desteklemektedir. Fakat, bu çalışmaların aksine, öğretmen veya öğretmen adaylarının dikkate alma becerisindeki yeterliliğin konuya bağlı olarak değiştiği söylenebilir.

Son-test sonuçları incelendiğinde, öğrenci düşüncüsü odaklı istatistik öğretimi ile öğretmen adaylarının, dikkate alma, yorumlama ve karşılık verme becerilerini önemli derecede geliştirdikleri görülmektedir. Başka bir deyişle, ders kapsamında uygulanan öğretim deneyinde öğretmen adaylarının yaklaşık %60'ının fark etme becerileri gelişmiştir. Alan yazınındaki mesleki fark etme becerisi ile ilgili yapılan çalışmaların bulguları da öğretmen adaylarının fark etme becerilerinin ders imcesi, video analiz oturumları gibi çeşitli uygulamalar ile geliştiğini göstermektedir (Amador ve Carter, 2018; Girit-Yıldız vd., 2023; Güner ve Akyüz, 2020; Warshauer vd., 2021). Benzer şekilde, öğretim deneyi uygulamalarının da öğretmen adaylarının mesleki fark etme becerilerini geliştirdiği görülmektedir. Başka bir deyişle, amaca yönelik planlanan ve sistemli bir şekilde yürütülen matematik eğitimi dersleri ile de öğretmen adaylarının fark etme becerilerinin geliştirilebileceği söylenebilir. Öğretmen eğitimi programları, bilgiye dayalı matematik eğitimi dersleri ve uygulamalı okul etkinlikleri ile öğretmen adaylarının mesleki fark etme becerilerini geliştirmek için etkili bir mesleki gelişim platformudur (Star & Strickland, 2008; Star vd., 2011; Tekin-Sitrava vd., 2022). Bu çalışma, birçok çalışmanın aksine (Cooper, 2002; Sorto, 2004), öğretmen adaylarının öğretmen eğitimi programları ile etkili istatistik öğretimi için gerekli öğretim bilgisine sahip olabileceğini göstermektedir.

Bulgular doğrultusunda, öğretmen adaylarının öğrenci düşüncüsü odaklı istatistik öğretimi ile aritmetik ortalamaya yönelik mesleki fark etme becerinin önemli derecede geliştiği görülmektedir. Başka bir deyişle, öğretim deneyi sürecinin öğretmen eğitimi programlarındaki alan eğitimi derslerinde uygulanmasıyla öğretmen adaylarının fark etme becerisinin geliştirilebileceği sonucuna varılabilir. Her ne kadar öğretim deneyi uygulamasının öğretmen adaylarının fark etme becerisini geliştirdiği sonucuna varılmış olsa da bu çalışma aritmetik ortalama ile sınırlandırılmıştır. Buradan hareketle, farklı öğrenme alanlarında öğretmen adaylarının mesleki fark etme becerilerini geliştirmek için matematik eğitimi derslerinde (sayıların öğretimi, cebir öğretimi gibi) öğretim deneyi uygulaması yapılabilir. Ayrıca, bu çalışma fark etme becerisini geliştirme ile sınırlandırılmıştır. Gelecek çalışmalarda, öğretim deneyi uygulaması ile öğretmen adaylarının farklı yeterlikleri (öğretmen bilgisi gibi) de geliştirebilir. Bunlara ek olarak, matematik öğretiminin öğrenci düşüncüsü üzerine inşa edilmesi etkili matematik öğretimi için anahtar bir rol oynamaktadır (Carpenter vd., 1989). Bu nedenle, matematik eğitimi derslerinin öğrenci düşüncüsü odaklı olarak tasarlanması öğretmen adaylarının daha yetkin birer öğretmen olması için önemlidir.

**Etik Kurul İzin Bilgisi:** Bu araştırma, Kırıkkale Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırmaları Etik Kurulu 20/02/23 tarihli 158713 sayılı kararı ile alınan izinle yürütülmüştür.

**Yazar Çıkar Çatışması Bilgisi:** Bu çalışmada çıkar çatışması yoktur ve finansman desteği alınmamıştır.

**Yazar Katkısı:** Yazarlar makaleye eşit katkı sağlamış olduklarını beyan ederler.

### Kaynakça

- Amador, J. M., Carter, I., & Hudson, R. A. (2016). Analyzing preservice mathematics teachers' professional noticing. *Action in Teacher Education*, 38(4), 371- 383.
- Amador, J. M., & Carter, I. S. (2018). Audible conversational affordances and constraints of verbalizing professional noticing during prospective teacher lesson study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21, 5-34.
- Anantharajan, M. (2020). Teacher noticing of mathematical thinking in young children's representations of counting. *Journal for Research in Mathematics Education*, 51(3), 268-300.
- Aydın, Ş. (2020). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin merkezi eğilim ölçülerine yönelik istatistiksel düşüncülerinin incelenmesi* (Tez No. 644516). [Yüksek lisans tezi, Hacettepe Üniversitesi]. Yüksek Öğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Bastian, A., Kaiser, G., Meyer, D., Schwarz, B., & König, J. (2022). Teacher noticing and its growth toward expertise: An expert–novice comparison with pre-service and in-service secondary mathematics teachers. *Educational Studies in Mathematics*, 110(2), 205-232.
- Birgin, O., & Eryılmaz, E. (2022). Türkiye’de Matematik Eğitimi Alanında Öğretmenin Fark Etmesi Konusunda Yapılan Çalışmaların Sistematik İncelenmesi. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 9(3), 184-203.
- Birinci, M. (2018). *Bir ortaokul matematik öğretmenin mesleki gelişiminden yansımalar: Kesir öğretiminde fark etme becerisinin işe koşulması* [Yayımlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü]. Yüksek Öğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Blömeke, S., Gustafsson, J.-E., & Shavelson, R. (2015). Beyond dichotomies: Competence viewed as a continuum. *Zeitschrift für Psychologie*, 223(1), 3–13. <https://doi.org/10.1027/2151-2604/a000194>
- Bütüner, S. Ö. (2020). Türkiye’de okutulan ortaokul matematik ders kitaplarının aritmetik ortalama kavramına ilişkin öğrencilere sunduğu öğrenme fırsatları. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 11(1), 157-187.
- Callejo, M. L., & Zapatera, A. (2017). Prospective primary teachers' noticing of students' understanding of pattern generalization. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(4), 309-333.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L., Chiang, C. P., & Loeff, M. (1989). Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: An experimental study. *American Educational Research Journal*, 26(4), 499-531.
- Cobb, P., Confrey, J., DiSessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.
- Confrey, J., & Lachance, A. (2000). Transformative teaching experiments through conjecture-driven research design. In A. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 231–265). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Cooper, S. (2009). Preservice teachers' analysis of children's work to make instructional decisions. *School Science and Mathematics*, 109(6), 355-362.
- Doğan-Coşkun, Tekin-Sitrava, R., & Işıksal-Bostan, M. (2023). Pre-service elementary teachers' noticing expertise of students' mathematical thinking: The case of fractions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 54(6), 982-999.

- Czarnocha, B., & Maj, B. (2008). A teaching experiment. In B. Czarnocha (Ed.), *Handbook of mathematics teaching research -a tool for teachers- researchers* (pp. 47–58). Poland: University of Reszów.
- Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2013). Primary school teacher's noticing of students' mathematical thinking in problem solving. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1), 441–468.
- Dick, L. K. (2017). Investigating the relationship between professional noticing and specialized content knowledge. In E. Schack, M. Fisher, & J. Wilhelm (Eds.), *Teacher noticing: Bridging and broadening perspectives, contexts, and frameworks* (pp. 339-358). Springer.
- Dişbudak-Kuru, Ö., Ucuzoğlu, A. N., Işıksal-Bostan, M., Yemen-Karpuzcu, S., & Tekin-Sitrava, R. (2022). Ortaokul matematik öğretmenlerinin mesleki fark etme becerileri: dikdörtgenler prizmasının hacmine ilişkin problem durumu. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(2), 154-174.
- Dreher, A., & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88, 89-114.
- Enisoğlu, D. (2014). *Yedinci sınıf öğrencilerinin sütun grafiği gösteriminde verilen aritmetik ortalama, ortanca ve tepe değer kavramları ile ilgili problemleri çözerken kullandıkları olası çözüm stratejileri, yaptıkları hatalar ve yanlış yorumlamaları* (Tez No: 381685) [Yüksek lisans tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi]. Yüksek Öğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2013). Primary school teacher's noticing of students' mathematical thinking in problem solving. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1), 441-468.
- Gal, I. (1995). Statistical tools and statistical literacy: The case of the average. *Teaching Statistics*, 17(3), 97-99.
- Girit-Yildiz, D., Osmanoglu, A., & Gundogdu Alayli, F. (2023). Providing a video-case-based professional development environment for prospective mathematics teachers to notice students' misconceptions in measurement. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 26(2), 179-209.
- González, G., & Vargas, G. E. (2020). Teacher noticing and reasoning about student thinking in classrooms as a result of participating in a combined professional development intervention. *Mathematics Teacher Education and Development*, 22(1), 5-32
- Groth, R.E. (2009). Characteristics of teachers' conversations about teaching mean, median, and mode. *Teaching and Teacher Education*, 25, 707-716.
- Güner, P., & Akyüz, D. (2017). Ders imecesi (lesson study) mesleki gelişim modeli: Öğretmen adaylarının fark etme becerilerinin incelenmesi. *İlköğretim Online*, 16(2), 428-452.
- Güner, P., & Akyüz, D. (2020). Noticing student mathematical thinking within the context of lesson study. *Journal of Teacher Education*, 71(5), 568–583. <https://doi.org/10.1177/0022487119892964>
- Gürbüz, S. ve Şahin, F. (2018). *Sosyal bilimlerde araştırma yöntemleri* (5. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Gürel, R. (2016). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin merkezi eğilim ve yayılım ölçülerine ilişkin öğretim bilgilerinin incelenmesi*. (Tez No: 443569). [Yüksek lisans tezi, Hacettepe Üniversitesi]. Yüksek Öğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Gürsoy, P. (2019). *Bir matematik öğretmenin cebir öğretim sürecinden yansımalar: Fark etme becerisi*. [Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü]. Yüksek Öğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.

- Hino, K., Stylianides, G. J., Eilerts, K., Lajoie, C., & Pugalee, D. (2017). Topic study group no. 47: Pre-service mathematics education of primary teachers. In G. Kaiser (Ed.), *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education, ICME-13 Monographs* (pp. 593–597). [https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3\\_74](https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3_74)
- Hoth, J., Kaiser, G., Busse, A., Doehrmann, M., Koenig, J., & Blömeke, S. (2017). Professional competences of teachers for fostering creativity and supporting high-achieving students. *ZDM*, 49, 107-120.
- Ivars, P., Fernández, C., & Llinares, S. (2020). A learning trajectory as a scaffold for pre-service teachers' noticing of students' mathematical understanding. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18, 529-548.
- Jacobbe, T. (2007). *Elementary school teachers' understanding of essential topics in statistics and the influence of assessment instruments and a reform curriculum upon their understanding* [Unpublished doctoral dissertation]. Clemson University.
- Jacobs, V. R., & Empson, S. B. (2016). Responding to children's mathematical thinking in the moment: An emerging framework of teaching moves. *ZDM*, 48(1–2), 185–197.
- Jacobs, V. R., Lamb, L. L. C., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169–202.
- Kaiser, G., Busse, A., Hoth, J., König, J. & Blömeke, S. (2015). About the complexities of video-based assessments: Theoretical and methodological approaches to overcoming shortcomings of research on teachers' competence. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(2), 369–387.
- Konold, C., & Pollatsek, A. (2002). Data analysis as the search for signals in noisy processes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(4), 259-289.
- Lampert, M. (2001). *Teaching problems and the problems of teaching*. New Haven, CT: Yale University Press.
- LaRochelle, R. M. (2018). *Secondary teachers' professional noticing of students' mathematical thinking*. [Unpublished doctoral dissertation]. UC San Diego, California, USA.
- LaRochelle, R., Nickerson, S. D., Lamb, L. C., Hawthorne, C., Philipp, R. A., & Ross, D. L. (2019). Secondary practising teachers' professional noticing of students' thinking about pattern generalisation. *Mathematics Teacher Education and Development*, 21(1), 4-27.
- Leavy, A., & O'Loughlin, N. (2006). Preservice teachers understanding of the mean: Moving beyond the arithmetic average. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 53-90.
- Makar, K. (2014). Young children's explorations of average through informal inferential reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 86, 61-78.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative Data Analysis: An Expanded Source Book*. Sage Publications.
- Nickerson, S. D., Lamb, L., & LaRochelle, R. (2017). Challenges in measuring secondary mathematics teachers' professional noticing of students' mathematical thinking. In E. Schack, M. Fisher, & J. Wilhelm (Eds.), *Teacher noticing: Bridging and broadening perspectives, contexts, and frameworks* (pp. 381–398). Springer.
- Sánchez-Matamoros, G., Fernández, C., & Llinares, S. (2019). Relationships among prospective secondary mathematics teachers' skills of attending, interpreting and responding to students' understanding. *Educational Studies in Mathematics*, 100(1), 83-99.
- Santagata, R., König, J., Scheiner, T., Nguyen, H., Adleff, A. K., Yang, X., & Kaiser, G. (2021). Mathematics teacher learning to notice: A systematic review of studies of video-based programs. *ZDM–Mathematics Education*, 53(1), 119-134.

- Scheiner, T. (2021). Towards a more comprehensive model of teacher noticing. *ZDM, 53*(1), 85-94.
- Sherin, M. G., Jacobs, V., & Philipp, R. (Eds.). (2011). *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes*. Routledge.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14.
- Sorto, M. A. (2004). *Prospective middle school teachers' knowledge about data analysis and its application to teaching*. [Unpublished doctoral dissertation]. Michigan State University, USA.
- Star J. R., Lynch K. H., Perova N. (2011). Using video to improve mathematics' teachers' abilities to attend to classroom features: A replication study. In Sherin M. G., Jacobs V. R., Philipp R. A. (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 117-133). New York, NY: Routledge.
- Star, J. R., & Strickland, S. K. (2008). Learning to observe: Using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal of Mathematics Teacher Education, 11*(2), 107-125.
- Steffe, L. P., & Thomson, P. (2000). Teaching experiments methodology: Underlying principles and essential characteristics. *Research Design in Mathematics and Science Education, Hillsdale, Nj: Laurence Erlbaum*.
- Şermetoğlu, H., & Baki, M. (2019). Investigation of the Rate and Ratio's Teaching Process in the Context of a Mathematics Teacher's Noticing. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT), 10*(2), 394-425.
- Tekin-Sitrava, R., Kaiser, G., & Işıksal-Bostan, M. (2022). Development of prospective teachers' noticing skills within initial teacher education. *International Journal of Science and Mathematics Education, 20*(7), 1611-1634.
- Toluk-Uçar, Z., & Akdoğan, E. N. (2009). 6-8. sınıf öğrencilerinin ortalama kavramına yüklediği anlamlar. *İlköğretim Online, 8*(2), 391-400.
- Ulusoy, F., & Çakıroğlu, E. (2021). Exploring prospective teachers' noticing of students' understanding through micro-case videos. *Journal of Mathematics Teacher Education, 24*, 253-282.
- Van, de, Walle, J., Karp, K., & Bay-Williams, J. (2015). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (9th ed.). Essex, UK: Pearson Education
- Van Es, E. A. (2011). A framework for learning to notice student thinking. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, & R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 134-151). Routledge.
- van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education, 10*(4), 571-596.
- van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2021). Expanding on prior conceptualizations of teacher noticing. *ZDM, 53*, 17-27.
- Warshauer, H. K., Starkey, C., Herrera, C. A., & Smith, S. (2021). Developing prospective teachers' noticing and notions of productive struggle with video analysis in a mathematics content course. *Journal of Mathematics Teacher Education, 24*, 89-121.
- Yılmaz, H. K., & Özdemir-Baki, G. (2023). Bir ortaokul matematik öğretmeninin fark etme becerisinin alan ölçme öğretimine yansımaları. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi, 55*(1), 95-118.



## **Extended Summary**

### **Introduction**

In recent years, the researchers have emphasized that teacher noticing skill is one of the important teacher competencies (Kaiser et al., 2015) and there has been an increasing interest in teacher noticing skills in the field of mathematics education. First, van Es et al. (2011) stated that the noticing skill covers two main processes: taking into account certain activities in the teaching environment and interpreting events in an teaching environment. Also, Jacobs et al. (2010), within the framework of Professional Noticing of Children's Mathematical Thinking, discussed three interrelated dimensions. Attending to students' strategies is defined as the teacher's explanations about what the details of his strategies were (Jacobs et al., 2010). Interpreting students' understanding covers the teacher's ability to mathematically interpret how a student understands the topic. Finally, the third dimension is considered as teachers' decisions the next teaching step based on students' understanding. Since the study aims to investigate prospective teachers' noticing skills within the context of students' thinking, the study is grounded on the theoretical framework of Professional Noticing of Children's Mathematical Thinking.

The mean is one of the core subjects of statistics, but students have operational understanding rather than conceptual understanding (Groth, 2009). Therefore, students tend to solve questions related to the mean with the algorithm without considering the meaning of the balance point and equalization of levels (Aydın, 2020). One of the most important reasons for this is that teachers tend to use algorithms in their classroom teaching, and focusing more on procedural knowledge (Gürel, 2016). In this context, Jacobs and Empson (2016) emphasized that it is very important for teachers to attend to the details in students' solutions, interpret their understanding of mathematical concepts, and determine the next teaching actions accordingly for students to conceptually understand the subjects. Especially considering that prospective teachers will play an active role in mathematics teaching in the future, they need to be supported in learning to recognize students' mathematical thinking before starting their profession (Van Es, 2011). From this perspective, it is thought that conducting studies investigating prospective teachers' noticing skills of students' mathematical thinking about the mean will contribute to the mathematics education literature, and improving these skills of prospective teachers will contribute to students' learning about the mean in a conceptual way. Based on this, the aim of this study is to develop the prospective teachers' professional noticing skills through the teaching experiment method in the context of mean.

### **Method**

To achieve the purpose of the study, the teaching experiment method, lasting 3 weeks (9 lesson hours), was applied with the participation of 35 prospective teachers studying at a state university. The data were collected through pre-test, post-test, semi-structured interviews and diaries were used. The pre-test and post-test included a problem about the mean and 3 student solutions to this problem.

During the teaching experiment process, the meanings of the mean were discussed through the research studies, and the students' strategies in which include different meanings of the mean were discussed. Also, the prospective teachers posed problems involving different meanings of the mean and wrote possible students' strategies. The data obtained from the pre-test and post-test were analyzed according to the theoretical framework of " Professional Noticing of Children's Mathematical Thinking ".

## **Findings**

Before participating in the teaching experiment process, the attending skill of 30 out of 35 prospective teachers (86%) was lack and limited. Based on the findings of post-test, it could be seen that 21 (60%) prospective teachers improved their attending skill from lack and limited to robust. More than half of the 35 pre-service teachers developed their interpretation skills after participating in teaching experiment process. As a result, 23 of 35 preservice teachers (66%) commented on students' understanding by providing robust evidence.

While 30 out of 35 prospective teachers (86%) responded at a lack and a limited level before attending to teaching experiment process, 21 pre-service teachers (60%) improved their responding skills and provided robust evidence while responding

## **Discussion and Conclusion**

The findings show that prospective teachers' professional noticing skills related to the mean improved with the teaching experiment method. The findings of pre-test regarding the ability to interpret and responding are similar to studies conducted to examine the competence of prospective teachers and teachers in noticing students' mathematical thinking in a specific field. On the other hand, prospective teachers' attending skills related to the mean differs from the findings of other studies in the literature. Studies investigating the ability of teachers and pre-service teachers to notice student thinking on a particular mathematics subject show that their attending skills are at robust level (Amador et al., 2016), and attending skill is the easiest skill among professional noticing skills (Sánchez-Matamoros et al., 2019). The reason for this contradiction might be that prospective teachers have an operational understanding rather than a conceptual understanding of the mean. These understandings of teachers or prospective teachers caused them to have difficulty in explaining and interpreting student solutions that included the meaning of mean, balance and equalization of levels.

When the post-test results are examined, it is seen that prospective teachers significantly improved their attending, interpretation and responding skills with teaching experiment method. The findings of previous studies show that prospective teachers' noticing skills improve with various implementations such as lesson study and video analysis sessions (Amador and Carter, 2018; Warshauer et al., 2021). Similarly, teaching experiment practices appear to improve prospective teachers' professional noticing skills. In other words, it can be said that the noticing skills of prospective teachers can be improved with mathematics education lessons that are purposefully planned and systematically carried out. Teacher training programs are an effective professional development platform to improve the professional noticing skills of prospective teachers with knowledge-based mathematics education courses and applied school activities (Tekin-Sitrava et al., 2022). Teaching experiments can be implemented in mathematics education to improve the professional noticing skills of prospective teachers in different learning areas and to develop their different competencies.