



## SECOND ORDER STOCHASTIC DOMINANCE EFFICIENCY ANALYSIS OF BORSA İSTANBUL

DOI: 10.17261/Pressacademia.2015312966

Neslihan Fidan Kececi<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Istanbul University. [neslihan@istanbul.edu.tr](mailto:neslihan@istanbul.edu.tr)

### Keywords

Stochastic dominance, stochastic order, portfolio optimization, efficiency, financial returns.

### JEL Classification

G11, G32, D81

### ABSTRACT

Markowitz mean-variance portfolio theory is one of the most widely used approaches in portfolio selection. Recently another possible approach have been developed showing that efficient portfolios can be found by solving stochastic dominance constrained portfolio optimization problem. In this paper, we consider portfolio optimization problem with Second order Stochastic Dominance (SSD) constraints for Borsa Istanbul Stocks. Our results show that, for Borsa Istanbul, more efficient portfolios can be obtained with SSD constraint than conventional one. Furthermore we present SSD pairwise efficiency of stocks returns at Borsa Istanbul by using second order SD criteria. The results are important in terms of risk measures of an investment return.

## İKİNCİ DERECE STOKASTİK BASKINLIK KRİTERİ İLE BORSA İSTANBUL'DA ETKİNLİK ANALİZİ

### Anahtar Kelimeler

Stokastik Baskınlık, Stokastik Sıra, Portföy Optimizasyonu, Etkinlik, Finansal Getiri.

### JEL Sınıflandırması

G11, G32, D81

### ÖZET

Ortalama-varyans portföy teorisi portföy seçim problemi için kullanılan en yaygın yaklaşımlardan birisidir. Yakın geçmişte, stokastik baskınlık kısıtlı optimizasyon problemi ile etkin portföylerin bulunabileceğini gösteren çalışmalar geliştirilmiştir. Bu çalışmada Borsa İstanbul Hisse senetleri için İkinci Derece Stokastik Baskınlık kısıtlı portföy optimizasyonu problemi dikkate alınmaktadır. Sonuçlarımız Borsa İstanbul için İkinci Derece Stokastik Baskınlık kısıtlı optimizasyon problemi ile geleneksel yöntemlere nazaran daha etkin portföyler bulunabileceğini göstermektedir. Ayrıca Borsa İstanbul'da işlem gören şirketlere ait hisse senedi getirilerinin ikişerli etkinlikleri Stokastik Baskınlık kriteri kullanılarak analiz edilmiştir. Sonuçlar bir yatırım getirisinin riski açısından önem taşımaktadır.

## 1. GİRİŞ

Markowitz'in (1952) ortalama-varyans analizi, yatırım araçları arasından seçim yapılarak, arzulan bir getiri düzeyinde en az riske ya da katlanılabilir bir risk düzeyinde en fazla getiriye sahip portföyün elde edilmesini amaçlayan ve portföy seçiminde sıklıkla kullanılan bir yaklaşımdır (Markowitz, 1952). Ortalama-varyans analizi, finans alanında etkin bir portföy seçim problemi olma özelliğinin yanı sıra, amaç fonksiyonu ve kısıt yapısı itibari ile kısıtlı kaynaklar altında en fazla fayda ya da en az maliyet amaçlı klasik bir optimizasyon problemi olarak da görülebilir.

Normal dağılımın iki parametresi olan portföy getirisinin beklenen değeri ve varyansı portföy performansı için iki sayısal ölçüdür. Bir karar alma problemi olarak portföy seçimi için yatırım araçlarının gerçekleşmiş getirilerinden faydalanılmaktadır. Optimizasyon problemi, gerçekleşmiş bir diğer ifadeyle geçmiş getirilerin dağılımının gelecekte de aynı olacağı varsayımı ile portföy getirisinin ortalama ve varyans parametreleri dikkate alınarak çözülmektedir. Ancak finansal yatırım araçlarının gerçekleşmiş getirilerinin dağılımına bakıldığında normal dağılım varsayımı çoğunlukla sağlanamadığı halde portföy getirisinin riski genellikle normal dağılım parametreleri üzerinden analiz edilmektedir. Dolayısıyla dağılım varsayımının sağlanamadığı durumlarda ortalama-varyans analizi etkisini yitirmektedir.

Bir diğer alternatif portföy seçim problemi *stokastik baskınlık*la ilgilidir. Stokastik baskınlık kriteri getirilerin dağılımından bağımsızdır. Riskten kaçınma tercihleri üzerine bir kriterdir ve belirsiz iki süreç arasındaki seçim kuralına dayanmaktadır. Portföy problemi üzerine bir dizi uygulamaları yapılmıştır ve özellikle raslantı değişkeninin geldiği dağılımından etkilenmeyen özelliği ile normal dağılımın gözlenemediği, başta portföy seçim problemleri olmak üzere, finans ve ekonomi uygulamalarıyla giderek önemi artmıştır (Whitmore ve Findlay, 1978). Kesikli dağılımlar için yorumlanacak olursa, örneğin bir hisse senedine ait getiri dağılımının belirli bir günün getiri düzeyi ile karşılaştırılarak hisse senedi getirisi için bir performans ortaya koyulmaktadır (Ogryczak ve Ruszczyński, 1999). Dentcheva ve Ruszczyński (2006) çalışmalarında portföy getiri oranı üzerinde stokastik baskınlık kriterini kısıt olarak içeren portföy optimizasyon modelini tanıtmışlardır. Bu model belirli bir amaç fonksiyonu altında aranan portföyün belirli bir eşik değerden daha az olan getirilerin ortalamasının eldeki portföyden ya da pazar endeksinden daha düşük olduğu yeni bir portföy elde etmek üzerine kurulmuştur. Stokastik baskınlık riske düşkün yatırımcının tercihlerini de yansıması nedeniyle anlamlıdır. Ancak son yıllarda ele alınan çalışmalarda uygulanabilirliği ile ilgili zorluklara da değinilmektedir (Fabian ve diğerleri, 2011). Baskınlık kısıtlı portföy problemin çözümü üzerine yapılan çalışmalar mevcuttur ve çalışmamızın ikinci bölümünde kısaca değinilmektedir.

Bu çalışmada ikinci derece stokastik baskınlık kısıtlı optimizasyon probleminin bir uygulaması ele alınmaktadır. İkinci bölümde üzerine yapılmış çalışmalarla birlikte stokastik baskınlık kavramından bahsedilecektir. Ayrıca baskınlık kısıtlı portföy seçim problemi üzerine yapılmış çalışmalar incelenmekte ve çalışmamızda kullanılan problemin ayrıntıları verilmektedir. Üçüncü bölümde uygulamada kullanılan veri seti, problem ve problemin çözümü için kullanılan algoritma tanıtılmaktadır. Borsa İstanbul Ulusal Endeksine dahil

hisse senetlerinin incelendiği bu bölümde, hisse senetlerinin gerçekleşmiş getirilerinin etkinlikleri ikinci derece stokastik baskınlık kriteri ile ikiyeşerli olarak karşılaştırılmaktadır.

Ayrıca endekse dahil hisse senetleri arasından endekse kıyasla daha fazla getiri sağlayacak bir portföy elde edilmeye çalışılmaktadır. Dördüncü ve son bölümde baskınlık kısıtlı portföy probleminin çözümü ile elde edilen etkin sonuçlar incelenmekte ve yorumlanmaktadır.

## 2. LİTERATÜR ÖZETİ

Hanoch ve Levy (1969), özellikle çarpık dağılımlarda, riskliliği yalnızca varyans gibi tek bir dağılım ölçüsü ile tanımlamanın yetersiz kaldığına değinmekte ve dağılımın tamamını dikkate alan ve optimal bir seçim kriteri olan stokastik baskınlığa dikkati çekmektedirler. Stokastik baskınlık portföy seçim problemi için dağılımdan bağımsız olma özelliği taşıyan bir yaklaşımdır. Çıkış noktasını kesin olarak belirlemek zor olsa da, Birinci Derece Stokastik Baskınlık (FSD) ve İkinci Derece Stokastik Baskınlık (SSD) koşullarından ilk kez 1969 yılında Hadar ve Russell (1969) tarafından bahsedilmektedir.<sup>1,2</sup>

İstatistik olarak Stokastik Baskınlık, tercih edilen bir beklentinin birikimli dağılım değerinin hiçbir zaman ikinci tercih olanın birikimli dağılımını aşmaması durumudur. Bu stokastik baskınlık tanımı kısaca birinci dereceden stokastik baskınlık tanımı olarak verilmektedir (Hadar ve Russell, 1969).<sup>3</sup> Birinci ve ikinci dereceden stokastik baskınlık tanımları iki alt başlık halinde verebilir.

### Birinci Derece Stokastik Baskınlık (FSD)

Gerçel değerli bir  $x$  raslantı değişkeni ve onun olasılık dağılımı  $f$  için aşağıdaki koşullar sağlansın.

$$f(x) = P(X \leq x) \quad \forall x \in \mathcal{R} \quad (1)$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(y)dy \quad (2)$$

$f$  ve  $g$  gibi herhangi iki olasılık dağılımı için eğer  $\forall x \in \mathcal{R}$  için  $g(x) \geq f(x)$  sağlanıyorsa " $f$   $g$ 'ye birinci derece stokastik baskındır" denir ve

<sup>1</sup> Uluslararası yazımda Birinci Derece Stokastik Baskınlık ve İkinci Derece Stokastik Baskınlık kavramları sırasıyla FSD (First Order Stochastic Dominance) ve SSD (Second Order Stochastic Dominance) olmak üzere İngilizce kısaltmalarıyla kullanılmaktadır. Bütünlükten kopmamak amacıyla bu çalışmada da aynı kısaltmaların kullanılması uygun görülmüştür.

<sup>2</sup> Bawa (1982) Stokastik baskınlık kavramı üzerine yapılmış ilk çalışmalarla ilgili ayrıntılı bir bibliyografi sunmaktadır.

<sup>3</sup> Üçüncü derece stokastik baskınlık kavramı uygulama olarak esnek olmasa da teorik olarak ortaya konmuştur (Whitmore, 1970; Bawa, 1975). Bu çalışmada değinilmemektedir.

$$f \succcurlyeq_1 g \quad (3)$$

ile gösterilir. Bu tanıma göre,  $f$ 'in beklenen faydası  $g$ 'nin beklenen faydasından küçük değilse  $f$   $g$ 'ye birinci derece stokastik baskındır (Hanoch ve Levy, 1969). FSD kavramı basitçe “*stokastik baskınlık*” olarak da bilinmektedir.

### İkinci Derece Stokastik Baskınlık (SSD)

Eğer  $\forall x \in \mathcal{R}$  için  $G(x) \geq F(x)$  sağlanıyorsa; ya da daha açık yazılacak olursa, eğer

$$\int_{-\infty}^{\eta} f(t)dt \leq \int_{-\infty}^{\eta} g(t)dt, \quad \forall \eta \in \mathcal{R} \quad (4)$$

sağlanıyorsa “ $f$   $g$ 'ye ikinci derece stokastik baskındır” denir ve

$$f \succcurlyeq_2 g \quad (5)$$

ile gösterilir (Hadar and Russel, 1969). Bir raslantı değişkeni olan  $x$ 'in bir eşik değer olarak hedefi olan  $\eta$  için ikinci derece stokastik baskınlık ilişkisi

$$E([\eta - f]_+) \leq E([\eta - g]_+), \quad \forall \eta \in \mathcal{R} \quad (6)$$

olarak tanımlanır, burada  $[\eta - f]_+ = \max(0, \eta - f)$ 'dir (Ogryczak ve Ruszczynski, 1999).

### Kesikli Senaryolarda İkinci Derece Stokastik Baskınlık

Eğer yukarıdaki (6) eşitsizliğinde  $\eta$ 'in sonlu sayıdaki kesikli dağılımların senaryosunu gösterdiğini kabul edersek  $T$  sayıda senaryolu  $X$  ve  $Y$  dağılımları için bu eşitsizlik

$$E([\eta_t - X]_+) \leq E([\eta_t - Y]_+), \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (7)$$

halini almaktadır (Rudolf ve Ruszczynski, 2008). Aynı zamanda optimizasyon probleminde birer kısıt olarak alınan (7) eşitsizliklerinde sırasıyla her bir  $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N$  için  $X$ 'in  $Y$ 'ye ikinci derece stokastik baskın olduğunu ifade eder. Diğer bir ifadeyle  $X$  ve  $Y$ 'nin finansal getirilerin bir dağılımı olduğunu düşünürsek,  $X$ 'in belirlenen bir eşik değerinden daha az olan getirilerinin ortalaması  $Y$ 'ninkinden daha az ise  $X$ 'in  $Y$ 'ye ikinci derece stokastik baskın olduğu söylenir.

### İkinci Dereceden Stokastik Baskınlık Kısıtlı Optimizasyon Problemi

Yukarıda verilen (7) eşitsizliği ile stokastik baskınlık kısıtlı bir optimizasyon problemi oluşturulabilmektedir. Aşağıda (8) problemi kıyas portföyüne ikinci derece stokastik baskın ve minimum maliyet amaçlı yeni bir portföyün elde edilmesini sağlayacak şekilde düzenlenmiştir. Finansal getiriler üzerinden ele alınan bu optimizasyon probleminin amaç fonksiyonu  $f(\mathbf{w})$  her bir yatırım aracına yapılan yatırımlarla katlanılan portföy maliyetini göstermektedir:

$$\min_{\mathbf{w}} f(\mathbf{w}) \quad (8)$$

öyle ki

$$\mathbf{R}_{\mathbf{w}} \succeq_2 \mathbf{Y}$$

$$\mathbf{w} \in W$$

$$W = \{\mathbf{w} \in \mathcal{R}^n: w_k \geq 0, k = 1, 2, \dots, n\}$$

Optimizasyon probleminin çözümünde kıyas portföye ikinci derece stokastik baskın ve en az maliyetli yeni bir portföy bulunması amaçlanmaktadır. Bu nedenle çözümde elde edilen yeni portföyün getiri oranı  $\mathbf{R}(\mathbf{w})$  kıyaslanan portföy  $\mathbf{Y}$ 'ye göre daha tercih edilebilir bir portföydür. Kıyaslanan portföy  $\mathbf{Y}$ , gerçekleşen  $y_j (j = 1, 2, \dots, T)$ 'lerin kesikli dağılımına sahip olduğundan (8)'de verilen optimizasyon problemine ait stokastik baskınlık kısıtı,  $T$  sayıda senaryo için aşağıdaki gibi açık halde yazılırsa (Dentcheva ve Ruszczyński, 2008):

$$E([y_t - \mathbf{R}(\mathbf{w})]_+) \leq E([y_t - \mathbf{Y}]_+), \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (9)$$

olarak elde edilir. Buna göre optimizasyon problemimizi yeniden yazarsak

$$\min_{\mathbf{w}} f(\mathbf{w}) \quad (10)$$

öyle ki

$$E([y_t - \mathbf{R}(\mathbf{w})]_+) \leq E([y_t - \mathbf{Y}]_+), \quad j = 1, 2, \dots, T$$

$$\mathbf{w} \in W$$

$$W = \{\mathbf{w} \in \mathcal{R}^n: w_k \geq 0, k = 1, 2, \dots, n\}$$

ve burada

$t = 1, 2, \dots, T$ : ( $T$  : senaryo sayısı)

$k = 1, 2, \dots, n$ : ( $n$  : yatırım aracı sayısı)

$\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ : Her bir yatırım aracının portföydeki ağırlığı.

$w_k$ : yatırım aracı  $k$ 'ya yapılan yatırımın ağırlığı

$f(\mathbf{w}) = \sum_{k=1}^n c_k w_k$ ,  $i = 1, 2, \dots, T$ ,  $c_k$ : yatırım aracı  $k$ 'ya yatırım yapmanın maliyeti

$\mathbf{R}(\mathbf{w}) = R_1, R_2, \dots, R_T = \sum_{k=1}^n r_{kt} w_k$ ,  $t = 1, 2, \dots, T$ .

(Burada  $\mathbf{R}(\mathbf{w})$  elde edilmek istenen portföyün getiri oranı serisidir)

$\mathbf{Y} = Y_1, Y_2, \dots, Y_T$ , Kıyaslanan portföy,

( $\mathbf{Y}$  gerçekleşen  $y_t (t = 1, 2, \dots, T)$ 'lerin kesikli dağılımına sahiptir.)

$r_{kt}$ : senaryo  $i$  durumunda yatırım aracı  $k$ 'nin getiri oranı

$p_t$ : senaryo  $t$ 'nin gerçekleşme olasılığı<sup>4</sup>

Porter ve diğerleri (1973), çalışmalarında portföy getirilerinin ikiye bölünmüş karşılıklı karşılaştırmalarında stokastik baskınlık kurallarını kullanarak seçim probleminde bir çözüm getirmektedirler. Ogryczak ve Ruszczyński (1999) ise SSD ile etkin portföy seçimi üzerinde durdukları çalışmalarında SSD'nin testi için Getiri-Risk diyagramını kullanmışlardır. Baskınlık kriterini etkin portföy seçimi problemi için kullanan çalışmalar da mevcuttur (Hadar ve Russell, 1971; Porter, Wart, Donald ve Ferguson, 1973; Whitmore ve Findlay, 1978; Ogryczak ve Ruszczyński, 1999; Kuosmanen, 2004; Giorgi, 2005; Giorgi ve Post, 2008). Daha sonraları baskınlık kısıtlı optimizasyon probleminin etkin bir şekilde çözülebileceğini gösteren çalışmalar da geliştirilmiştir (Dentcheva ve Ruszczyński, 2006; Rudolf ve Ruszczyński, 2008; Kopa ve Chovanec, 2008; Fidan, Uryasev ve Kuzmenko, 2011; Fabian, Mitra, Roman ve Zverovich, 2011).

### 3. BORSA İSTANBUL'DA HİSSE SENEDİ GETİRİLERİ İÇİN ETKİNLİK ANALİZİ

Çalışmada BORSA İstanbul'da işlem gören ve BIST Ulusal 30 (XU030) Endeks'e dahil 30 şirket arasından fiyat bilgisi son on yılda sürekliliğe sahip 21 şirketin hisse senedi incelenmiştir. Buna göre 2 Ocak 2004 ve 31 Aralık 2014 tarihleri arasında gerçekleşmiş söz konusu 21 şirketin hisse senedine ait günlük fiyat bilgileri kullanılarak 2765 adet getiri hesaplanmıştır<sup>5</sup>.  $P_t$  bir hisse senedinin  $t$ . gününe ilişkin fiyat bilgisini göstermek üzere  $k$ . hisse senedine ait günlük getiriler ( $r_{kt}$ ) aşağıda verilen sürekli bileşik getiri formülü kullanılarak hesaplanmıştır (Tsay, 2010, p.2-6):

$$r_{kt} = \frac{P_t}{P_{t-1}} \quad (11)$$

<sup>4</sup> Bu çalışmadan tüm senaryoların eşit olasılıklı ( $p = 1/T$ ) olduğu varsayılmaktadır.

<sup>5</sup> Kapanış fiyatları FINNET Elektronik Yayıncılık Data İletişim San.Tic.Ltd.Şti. ile işbirlikleri bulunan İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi SERPAB Lab. üzerinden sağlanmıştır.

Çalışmada etkin bir portföy elde etmek için kullanılacak kıyas portföy BIST Ulusal 30 Endeks (XU030) kapanış değerlerinden yine (11)'de verilen logaritmik formül ile elde edilen getirileridir. Endeks getirilerine ait tanımsal istatistikler Tablo 1'de verilmektedir.

**Tablo 1: XU030 getirilerine ilişkin tanımsal istatistikler**

Aritmetik Ortalama	Standart Sapma	Maksimum	Minimum
0.00062	0.01899	0.12725	-0.10902

Etkinlik analizinde ele alınan hisse senetlerine ait kodlar ve getirilerine ilişkin tanımsal istatistikler Tablo 2'de verilmektedir.

**Tablo 2 Hisse senedi getirilerine ilişkin tanımsal istatistikler**

Hisse Senedi Kodları	Aritmetik Ortalama	Standart Sapma	Maksimum	Minimum
AKBNK	0.00057	0.02644	0.18953	-0.12084
ARCLK	0.00050	0.02453	0.17663	-0.10771
DOHOL	0.00011	0.02778	0.15635	-0.22314
ENKAI	0.00064	0.02293	0.16034	-0.13005
EREGL	0.00091	0.02375	0.14434	-0.12049
FROTO	0.00089	0.02469	0.14493	-0.16487
GARAN	0.00087	0.02691	0.15906	-0.17022
ISCTR	0.00057	0.02548	0.16034	-0.11241
KCHOL	0.00059	0.02340	0.15985	-0.12588
KRDMD	0.00130	0.02872	0.20527	-0.16034
MGROS	0.00072	0.02476	0.19981	-0.20494
OTKAR	0.00134	0.02467	0.16956	-0.21190
PETKM	0.00045	0.02260	0.17646	-0.13119
SAHOL	0.00045	0.02475	0.14499	-0.12878
SISE	0.00075	0.02347	0.11980	-0.12783
TCELL	0.00063	0.02274	0.11886	-0.14930
THYAO	0.00085	0.02467	0.13492	-0.20203
TOASO	0.00080	0.02733	0.13353	-0.19594
TUPRS	0.00093	0.02309	0.15066	-0.16430
ULKER	0.00090	0.02409	0.18054	-0.13802
YKBNK	0.00059	0.02625	0.14364	-0.16068

### İkişerli Etkinlik Karşılaştırması için İkinci Derece Stokastik Baskınlık

Bir hisse senedi getiri serisinin bir diğer hisse senedi getiri serisine göre ikinci derece stokastik baskınlığı aşağıdaki (12) eşitsizliğinde verilmektedir.

$$E\left([r_{jt} - r_{it}]_{+}\right) \leq E\left([r_{jt} - r_{jt}]_{+}\right), \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (12)$$

Bu çalışmada analize alınan hisse senedi getirilerinin birbirlerine göre stokastik baskınlıkları yani etkinlik karşılaştırmaları yukarıda verilen (12) eşitsizliği ile incelenmektedir.

### Optimizasyon problemi

Optimizasyon probleminde BIST Ulusal 30 Endeks (XU030) kıyas portföy olarak ele alınmakta ve endeks kapsamındaki şirketler arasından problemin çözümü ile endeks getirilerine ikinci derece stokastik baskın olan yeni bir portföy elde edilmeye çalışılmaktadır. Problemde açığa satışa izin verilmemektedir. Buna göre portföyün ortalama getiri oranının maksimize edilmesiyle optimizasyon problemi;

$$\max_w E(\mathbf{R}(w))$$

öyle ki, ikinci derece stokastik baskınlık kısıtları

$$E([y_t - \mathbf{R}(w)]_{+}) \leq E([y_t - Y]_{+}), \quad t = 1, 2, \dots, s - 1$$

ve ağırlıklara ilişkin kısıtlarla

(13)

$$W = \{w \in \mathcal{R}^{21} : \sum_{k=1}^{21} w_k = 1, \quad w_k \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, 21\}$$

$$\mathbf{R}(w) = \sum_{k=1}^{21} r_{kt} w_k, \quad t = 1, 2, \dots, 2765$$

olacak şekildedir. (13)'de verilen optimizasyon probleminin çözüm aşamaları için Fidan, Uryasev ve Kuzmenko (2010)'a ait çalışmada oluşturulan algoritma kullanılmaktadır. Çalışmada MATLAB ve PortfolioSafeguard (PSG) paket programlarından entegre olarak yararlanılmaktadır.<sup>6,7</sup>

## 4. AMPİRİK BULGULAR

21 Hisse senedinin geçmiş 2765 güne dair getirilerinin karşılıklı etkinlikleri kıyaslandığında Tablo 3'te verilen sonuçlar elde edilmektedir. Tablo 3'e göre örneğin EREGL kodlu hisse senedi getirileri DOHOL, GARAN, TOASO ve YKBNK kodlu hisse senetlerinin getirilerinden daha etkindir. Diğer bir deyişle, EREGL kodlu hisse senedi getirilerinin belirli bir eşik değerden daha fazla olacak muhtemel kayıpların ortalaması söz konusu dört hisse senedi getirilerinin belirli bir eşik değerden daha fazla olacak muhtemel kayıplarının ortalamasından daha azdır. Bu etkinlik ilgili tarih aralığındaki her bir gün için geçerlidir.

<sup>6</sup> PSG optimizasyon amaçlı bir karar-destek aracı olan ve ticari bir paket programdır. Ayrıntılarına [www.aorda.com](http://www.aorda.com) adresinden erişilebilmektedir.

<sup>7</sup> Yazarın adı geçen kaynağı basım aşamasındadır. Çözüm aşamalarının ayrıntıları için yazarla iletişime geçilebilir.



**Tablo 2: Hisse Senedi Getirilerinin İkişerli Karşılaştırmalarla Birbirlerine Göre Etkinlik Durumları**

No	Kod	Baskınlık	No	Kod	Baskınlık
1	AKBNK	-	12	OTKAR	3
2	ARCLK	3	13	PETKM	3
3	DOHOL	-	14	SAHOL	3
4	ENKAI	3.21	15	SISE	3.21
5	EREGL	3,7,18,21	16	TCELL	3.21
6	FROTO	3.18	17	THYAO	3
7	GARAN	-	18	TOASO	-
8	ISCTR	3	19	TUPRS	3,6,7,17,18
9	KCHOL	3	20	ULKER	3.11
10	KRDMD	3	21	YKBNK	3
11	MGROS	-			

Çalışmada (13)'te verilen optimizasyon probleminin sonuçları Markowitz'in ortalama-varyans portföy seçim probleminin çözümü ile karşılaştırılmaktadır<sup>8</sup>. Buna göre kıyas portföy olarak alınan BIST Ulusal 30 Endeksi ile birlikte üç farklı portföye ait ortalama getiri ve risk değerleri Tablo 4'te verilmektedir. Tablodan görüldüğü gibi baskınlık kısıtlı problem ile elde edilen portföyün riski kıyas portföyün (XU030) riskinden ve aynı getiri oranı hedeflenerek Markowitz'in ortalama-varyans yaklaşımına göre elde edilen portföyün riskinden daha düşüktür. Yani baskınlık kısıtlı bir problem ile daha etkin bir portföy elde edilebilmektedir.

**Tablo 3: Portföylerin Ortalama Getiri ve Riskleri**

	XU030	Baskınlık Kısıtlı Portföy	Ortalama-Varyans
<b>Ortalama Getiri</b>	0.00062	0.00094	0.00094
<b>Risk (Varyans)</b>	0.000361	0.000247	0.000299

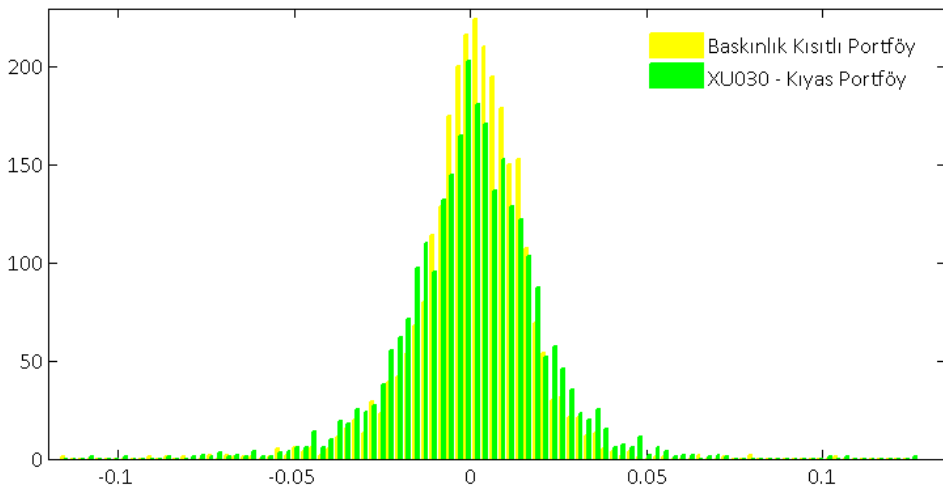
Baskınlık kısıtlı problem ve ortalama-varyans probleminin çözümü ile seçilen hisse senedi kodları ve bu hisse senetlerine ait ağırlıklar Tablo 5'te verilmektedir.

<sup>8</sup> Markowitz'in ortalama-varyans analizi için Elton, Gruber, Brown ve Goetzmann (2007) ve Markowitz, Todd ve Sharpe (2000)'den faydalanılabilir.

**Tablo 4: SSD ve Markowitz Modellerine Göre Elde Edilen Portföylerdeki Hisse Senetleri ve Bu Hisse Senetlerine İlişkin Ağırlıklar**

SSD	Ağırlıklar	Markowitz	Ağırlıklar
ENKAI	0.14128	EREGL	0.20920
EREGL	0.09300	FROTO	0.06242
FROTO	0.09132	GARAN	0.05948
KRDMD	0.05677	ISCTR	0.02221
MGROS	0.08101	KCHOL	0.02437
OTKAR	0.18759	KRDMD	0.11270
TCELL	0.05706	MGROS	0.04058
THYAO	0.06557	OTKAR	0.11803
TUPRS	0.11062	PETKM	0.00674
ULKER	0.11578	SAHOL	0.00794
		SISE	0.04431
		TCELL	0.02997
		THYAO	0.05752
		TOASO	0.05039
		TUPRS	0.06718
		ULKER	0.06264
		YKBNK	0.02433

Aşağıda Şekil 1’de, endeks getirisi ile elde edilen portföyün 2765 güne ilişkin getirilerine ait histogram verilmektedir. Şekil 1’e bakıldığında baskınlık kısıtlı portföyün kıyas portföyden daha yüksek getirileri olan bir dağılıma sahip olduğunu görmek mümkündür.

**Şekil 1: Kıyas portföy ve Baskınlık Kısıtlı Portföye İlişkin Histogramlar**

## 5. SONUÇ

Markowitz'in ortalama-varyans analizi portföy seçim problemlerinde özellikle çarpık dağılımlar söz konusu ise yetersiz kalmaktadır. Yatırım kararı için finansal getirilerin ortalama getiri ve risk tahmininde varsayımları sağlanmadığı halde özel olasılık dağılımlarına ait parametrelerin kullanılmasıyla güvenilir sonuçlar elde edilmesi mümkün olamamaktadır. Portföy getiri dağılımının tamamını dikkate alan stokastik baskınlık kavramı ise dağılım varsayımından bağımsız bir yaklaşım sağlamaktadır. Çalışmada ikinci dereceden stokastik baskınlık (SSD) kısıtlı portföy seçim problemi çözülerek elde edilen portföyün geleneksel yöntemle elde edilen portföyden daha düşük riskli olduğu görülmektedir. Ayrıca yeni portföy kıyas portföy olarak ele alınan BIST Ulusal 30 endeks getirilerine göre daha yüksek getiriye sahip olduğu gibi bu getirilere ait risk de kıyas portföyüne oranla daha düşüktür. İkişerli hisse senedi getirilerinin karşılaştırmalarına bakıldığında diğer hisse senedi getirilerine göre etkinliği olan senetlerinin portföyde yer alması ve hiç bir hisse senedi getirisi üzerine etkinliği olmayan senetlerin portföyde yer almaması da sonuçların anlamlılığı açısından tutarlıdır.

## KAYNAKLAR

- Bawa, V. S. (1975). Optimal rules for ordering uncertain prospects. *Journal of Financial Economics*, 2(1), 95-121.
- Bawa, V. S. (1982). Research Bibliography—Stochastic Dominance: A Research Bibliography. *Management Science*, 28(6), 698-712.
- De Giorgi, E. (2005). Reward-risk portfolio selection and stochastic dominance. *Journal of Banking & Finance*, 29(4), 895-926.
- De Giorgi, E. ve Post, T. (2008). Second-order stochastic dominance, reward-risk portfolio selection, and the CAPM. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 43(02), 525-546.
- Dentcheva, D. ve Ruszczyński, A. (2006). Portfolio optimization with stochastic dominance constraints. *Journal of Banking & Finance*, 30(2), 433-451.
- Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., & Goetzmann, W. N. (2007). *Modern portfolio theory and investment analysis*. John Wiley & Sons.
- Fábián, C. I., Mitra, G., Roman, D. ve Zverovich, V. (2011). An enhanced model for portfolio choice with SSD criteria: a constructive approach. *Quantitative Finance*, 11(10), 1525-1534.
- Fábián, C. I., Mitra, G., Roman, D., Zverovich, V., Vajnai, T., Csizmás, E., & Papp, O. 2011. "Portfolio choice models based on second-order stochastic dominance measures: an overview and a computational study". *Stochastic Optimization Methods in Finance and Energy* (pp. 441-469). Springer New York.
- Fidan N., Uryasev S. ve Kuzmenko V., (2010). Second Order Stochastic Dominance Portfolio Optimization: Practical Experience (Invited Paper), 7th Conference on Computational Management Science (CMS2010), AVUSTURYA, 28-30 Temmuz 2010.
- Hadar, J. ve Russell, W. R. (1969). Rules for ordering uncertain prospects. *The American Economic Review*, 25-34.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1), 77-91.
- Hadar, J. ve Russell, W. R. (1971). Stochastic dominance and diversification. *Journal of Economic Theory*, 3(3), 288-305.
- Hanoch, G. ve Levy, H. (1969). *The efficiency analysis of choices involving risk*. The Review of Economic Studies, 36(3), pp.335-346.

Markowitz, H. M., Todd, G. P. ve Sharpe, W. F. (2000). *Mean-variance analysis in portfolio choice and capital markets* (Vol. 66). John Wiley & Sons.

Kuosmanen, T. (2004). Efficient diversification according to stochastic dominance criteria. *Management Science*, 50(10), 1390-1406.

Kopa, M. ve Chovanec, P. (2008). A second-order stochastic dominance portfolio efficiency measure. *Kybernetika*, 44(2), 243-258.

Ogryczak, W., & Ruszczyński, A. (1999). From stochastic dominance to mean-risk models: Semideviations as risk measures. *European Journal of Operational Research*, 116(1), 33-50.

Porter, R. B., Wart, J. R. ve Ferguson, D. L. (1973). Efficient algorithms for conducting stochastic dominance tests on large numbers of portfolios. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 8(01), 71-81.

Rudolf, G. ve Ruszczyński, A. (2008). Optimization problems with second order stochastic dominance constraints: duality, compact formulations, and cut generation methods. *SIAM Journal on Optimization*, 19(3), 1326-1343.

Whitmore, G. A. (1970). Third-degree stochastic dominance. *The American Economic Review*, 457-459.

Whitmore, G. A., & Findlay, M. C. (Eds.). (1978). *Stochastic dominance: an approach to decision-making under risk*. Lexington Books.

Tsay, R. S. (2010). *Analysis of financial time series* (Vol. 543). John Wiley & Sons.