MAKÜFEBED

Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi
The Journal of Graduate School of Natural and Applied Sciences of Mehmet Akif Ersoy University
Volume: 15 Issue: 2 - 2024 | Cilt: 15 Sayı 2 - 2024

Döngüsel Taşıma Sistemi Yan Kısıtlarına Sahip Konteyner Yükleme Problemi için Bir Model Önerisi

A Mathematical Model for Container Loading Problem with Milkrun Transportation Side Constraints

Tevfik ALTINALEV[1*], Alpaslan FIĞLALI[2]

[1] Hava Elektronik Sanayi A.Ş., Komuta-Kontrol ve Savunma Teknolojileri Genel Müdür Yardımcılığı, İstanbul, Türkiye
[2] Kocaeli Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Kocaeli, Türkiye

Article Info

Research Article

DOI: 10.29048/makufebed.1447960

Corresponding Author

Tevfik ALTINALEV

Email: taltinalev@hotmail.com

Article History

Received: 06.03.2024

Revised: 24.06.2024

Accepted: 06.09.2024

Available Online: 26.12.2024

To Cite

Altınalev, T., & Fığlalı, A., (2024). Döngüsel taşıma sistemi yan kısıtlarına sahip konteyner yükleme problemi için bir model önerisi. *The Journal of Graduate School of Natural and Applied Sciences of Mehmet Akif Ersoy University, 15*(2), 81-102. https://doi.org/10.29048/makufebed.1447960

ÖZ: Konteyner Yükleme Problemi, Kesme ve Paketleme Problemleri altında incelenen ve taşımacılıkta yaygın olarak kullanılan problemlerden biridir. Özellikle fazla sayıda yan kısıtlara sahip versiyonları NP-zor problemler kategorisindedir. Bu çalışmada, bir lojistik firmasının yedek parça taşıma problemini çözen özgün bir Konteyner Yükleme Problemi modellenerek çözülmüştür. Ana problemin içermiş olduğu değişken ve kısıt sayısı fazla olduğu için çözüm süresi çok uzamaktadır. Bu nedenle ana problem ikiye bölünerek ardışık olarak çözülmeye çalışılmıştır. Birinci problem, konteynerler içerisine konulacak kutuların ayrımını ve kullanılacak tırların turlarını bulurken, ikinci problem, ayrılan kutuların konteynerlerin içerisine yerleşimini sağlamaktadır. İki problem ardışık olarak çözülürken, birinci problemin çıktısı, ikinci probleme girdi olarak verilmektedir. Daha sonra bulunan sonuç, bütün paketlerin yüklenmesi için gerekli olan konteyner sayısının alt sınırıyla karşılaştırılarak sonuçların performans değerlendirilmesi yapılmıştır. Sentetik olarak oluşturulan orta ölçekli test problemi, iki model ile ardışık olarak çözülmüş ve makul bir sürede çözülebilen, en iyi çözüme çok yakın uygun bir çözüm bulunmuştur.

Anahtar Kelimeler: Araç rotalama problemi, dikdörtgensel konteyner yükleme problemi, kesme ve paketleme problemi, sırt çantası problemi, stok kesme problemi, döngüsel taşıma sistemi

ABSTRACT: Container Loading Problem is one of the common problems encountered in logistics under Cutting and Packing Problem category. Particularly, the versions with more side constraints are considered as Non-Deterministic Polynomial-Time (NP) Hard problem. In this research, an original Container Loading Problem, which finds a solution to the spare-part transportation problem of a company, is modeled and solved. Since the main problem has lots of variables and constraints, the solving time of the problem gets larger. Therefore, the main problem is divided into two parts and tried to be solved sequentially. Whereas the first problem is used for the allocation of the boxes into the containers and the tours of the trucks, the second problem is used for the stowage of the boxes into the used containers. When both problems are solved sequentially, the output of the first problem is provided as the input to the second problem. Finally, the results are benchmarked with the lower bound on the required number of containers. The medium size test problem, built with synthetic data, is solved with the two models sequentially and a feasible near-optimal solution is found in the reasonable time.

Keywords: Vehicle routing problem, rectangular container loading problem, cutting and packing problem, knapsack problem, cutting stock problem, milkrun system

Burdur Mehmet Akif Ersoy University Press
E ISSN: 1309-2243

1. GİRİŞ

Günümüzde tedarik zinciri uygulamalarının, lojistik alanında yaygınlaşmasıyla birlikte, üretici firmalar ile müşterileri arasında, döngüsel taşıma sistemlerine (milkrun) ve konteyner taşımacılığına olan ilgi artmıştır. Lojistik şirketleri, maliyetlerini düşürebilmek ve kaliteli taşımacılık yapabilmek amacıyla araç rotalama ve konteyner yükleme konularına önem vermeye başlamıştır. Bunun sonucunda da son yıllarda literatürde deterministik-olmayan polinomsal-zamanda çözülemeyen zor (NP Hard) problemler kategorisinde olan Araç Rotalama ve Konteyner Yükleme Problemi konusundaki çalışmalara yönelim artmıştır.

Konteyner Yükleme Problemi (KYP), Kesme ve Paketleme Problemleri altında incelenmekte olup, belirli kriterlere göre sınıflandırılabilen çok fazla sayıda tipe sahiptir (Wascher vd., 2007). Modelin tipi ve model içerisinde kullanılan yan kısıtların, karar değişkenlerinin çeşitliliği ve sayısına bağlı olarak problemin zorluk derecesi değişmektedir.

1.1. Problemin Tanımlanması

Bu çalışmada, tedarikçileriyle üretici firma veya üretici firma ile müşterileri arasındaki malzeme akışını düzenlemek amacıyla döngüsel taşıma sistemlerinde kullanılan konteynerlerin rotalanması ve optimum yüklemesi üzerine bir matematiksel model oluşturulmuştur.

Değişik boyutlara sahip, dikdörtgenler prizması şeklinde kutular halinde paketlenen yedek parçalar, tedarikçi kapılarından alınarak tırlar vasıtasıyla müşteri veya talep kapılarına taşınmaktadır. Değişik tip ve boyuttaki paketler hem tedarikçi hem de müşteri tarafında farklı kapılardan alınıp, farklı kapılara bırakılmaktadır. Kapılarda yığılma olmasının engellenmesi için talep ayırmaya izin verilebilir. Paketlerin konteynerlere atanması sırasında paketlerin geometrik olarak konteyner içerisinde bulunmasına ve konteynerin ağırlık olarak alabileceği maksimum yük ve hacim sınırına uyulması gerekmektedir. Bunun yanında, aynı konteynerde olması gereken paket tiplerine veya farklı konteynerde bulunması gereken paket tiplerine yüklemeler sırasında dikkat edilmelidir. Paketlerin konteyner içerisine yerleştirilmesinde de öncelikle paketlerin XY, YZ veya XZ düzlemlerinin en az bir tanesinde üst üste çakışmaması gerekmektedir. Paketlerin ortogonal olarak oryantasyonları her şekilde olabilir. Yani paketlerin üç boyutu (en, boy, yükseklik) yer değiştirebilir. Bu durumda bir paket için altı farklı oryantasyona izin verilmektedir. Ancak paketler ortogonal (konteyner yüzeylerine dik olmalı) olarak yerleştirilmeli, herhangi bir açıyla dönmesine izin verilmemelidir. Bunun yanında dikey kararlılık ve ağırlık dağılım kısıtları da dikkate alınmalıdır. Dikey kararlılık kısıtları ile yerleştirilen paketlerin dikey olarak sağlam bir şekilde durmaları sağlanırken, ağırlık dağılım kısıtları ile paketlerin konteynerin ağırlık merkezine göre dengeli bir şekilde dağılmaları sağlanmaktadır. Amaç fonksiyonu bütün yedek parça paketlerini yerleştirebilecek şekilde minimum sayıda konteyner kullanmak olarak belirlenmiştir.

Bir önceki paragrafta tanımlanan, tedarikçilerle üretici firma arasındaki döngüsel malzeme akışını optimize etmek amacıyla özgün bir KYP tasarlanarak, matematiksel modeli oluşturulmuş ve çözüm yaklaşımları geliştirilmiştir.

Kurulan matematiksel modelin çözülmesi sonucunda, çeşitli tedarikçilerden toplanacak değişik boyutlu paketlerin belirlenen kısıtlar altında konteyner taşıyan tırların rotalanması, taşınacak paketlerin konteynerlere atanması ve paketlerin konteynerler içerisine yerleşim planları çıkarılmaktadır.

1.2. KYP için Yazın Taraması

Bu kısımda, "Konteyner Yükleme Problemi (KYP)'nin çeşitleri, kısıtlamaları ve çözüm yaklaşımları literatürden alınan örneklerle anlatılmıştır. Yapılan taramada, 2012 yılında yayımlanan araştırma makalesi temel alınmıştır (Bortfeldt ve Wascher, 2012).

1.2.1. Tanım ve sınıflandırma

KYP; bir çeşit geometrik atama problemi olarak yorumlanabilir. Daha açık ifadeyle; kargo ya da yük ismi verilen üç boyutlu küçük nesnelerin konteyner adı verilen çoğunlukla dikdörtgen prizması şeklindeki büyük nesnelere atanmasıdır. Atama yapılırken aşağıda verilen iki uygunluk şartı (feasibility conditions) mutlaka sağlanmalıdır:

-Bütün küçük nesneler fiziksel olarak konteynerin içerisinde olmalıdır,
-Konteynerin içerisine yerleştirilen küçük nesneler en az bir düzlemde (XY, XZ veya YZ düzlemi) üst üste çakışmamalıdır.

2007 yılında yapılan sınıflandırmaya (Wascher vd., 2007) göre KYP iki gruba ayrılır:

-Küçük nesnelerin tamamına yer sağlanacak yeterli sayıda konteynerin olduğu,
-Küçük nesnelerin bir kısmına yer sağlandığı sınırlı sayıda konteynerin olduğu problemlerdir.

Birinci grup problemler atama tipine göre girdi minimizasyonu, ikinci grup problemler çıktı maksimizasyonu problemleridir. Birinci grup problemlerde, kullanılan konteyner sayısı minimum yapılmak istenirken, ikinci grup problemlerde yüklenen küçük nesne sayısı veya konteyner hacim faydası maksimum yapılmaya çalışılır.

1.2.2. Konteyner yükleme probleminde kısıtlar

Bu bölümde, KYP'de kullanılan kısıt setleri kategorilere ayrılarak anlatılacaktır: KYP kısıtlamaları sıkı (hard) ve gevşek (soft) olarak da sınıflandırılabilir. Sıkı kısıtlamalar, problemin çözümü olan bir yükleme paterni tarafından mutlaka sağlanmalıdır. Başka bir deyişle sıkı kısıtları sağlamayan bir yükleme paterni uygun bir çözüm olamaz. Gevşek kısıtlarda ise kısıt ihlalleri belirli seviyelerde kabul edilebilir.

1.2.2.1. Ağırlık limiti kısıtlamaları

Literatürde yer alan problemlerin yaklaşık %14'ünde dahil edilen (Gehring ve Bortfeldt, 1997; Terno vd., 2000; Chan vd., 2006; Egeblad vd., 2010; Liu vd., 2011; Nascimento vd., 2021) bir konteynerin belirli ağırlık sınırını aşmadığı sürece küçük nesnelerle yüklenebileceğini ifade eden kısıtlardır. Bu kısıtlar, Doğrusal Sırt Çantası (Linear Knapsack) kısıtı olarak modellenirler. Yüklenen küçük nesnelerin toplam ağırlığının, konteynerin taşıyabileceği toplam ağırlık sınırından fazla olamayacağını ifade eder.

Yüklenen parçaların ağırlıkları toplamı ≤ Konteynerin ağırlık sınırı

1.2.2.2. Ağırlık dağılım kısıtlamaları

Ağırlık Dağılım (Yük Denge) Kısıtlamaları, yük ağırlıklarının konteyner tabanına dengeli bir şekilde dağılımını ifade eden kısıtlardır. Bu sayede hareket esnasında yatay eksende yüklerin kayma riski azaltılmış olur. Ağırlık Dağılım Kısıtlamaları, literatürde mevcut problemlerin yaklaşık %12'sinde kapsanmıştır (Davies ve Bischoff, 1999; Techanitisawad ve Tangwiwatwong, 2004; Deplano vd., 2021).

Ağırlık dengesini sağlayabilmek için yükün ağırlık merkezinin konteyner tabanının geometrik olarak orta noktasına yakın olması ya da geometrik merkezden sapmanın belirli bir mesafeyi geçmemesi gerekmektedir.

1.2.2.3. Yükleme öncelikleri kısıtlamaları

Bu tarz kısıtlar sadece çıktı maksimizasyonu amaçlı problemlerde kullanılırlar. Konteyner hacmi bütün küçük nesneleri alabilecek kadar büyük olmadığı durumlarda, hangi parçaların yüklenmesi gerektiğine, hangi parçaların geride kalması gerektiğine karar verilmelidir. Bu nedenle her bir parça için yükleme önceliği belirlenebilir. Bu öncelikler ürünlerin teslim zamanı, raf ömürleri vb. şekilde belirlenebilir.

Yükleme öncelikleri kısıtlamaları önemli kısıtlar olarak görülse de konteyner yükleme algoritmalarının tasarımında çok az direkt olarak göz önüne alınmıştır. Bu zamana kadar az sayıda makale bu konuya değinmiştir.

Bir çalışmada sıkı ve gevşek yükleme önceliklerini göz önüne alan bir genetik algoritma önerilmiştir (Bortfeldt ve Gehring, 1999). Bu algoritmada her bir yük için yüksek veya alçak olmak üzere iki öncelik belirlenmiştir. Algoritma önce yüksek öncelikli kargoların yüklenmesi için tasarlanmıştır. Alçak önceliklerin yüklenmesi de amaç fonksiyonu aracılığıyla yapılmıştır.

Diğer bir çalışmada, yeni bir algoritma önerilmemiş olup, amaç fonksiyonu katsayılarını ayarlayarak öncelikleri dahil etmeye çalışılmıştır (Bischoff ve Ratcliff, 1995).

Son olarak, bir lojistik firmasının karşılaştığı gerçek hayat problemi için bir matematiksel model önerilmiş ve bu modelde müşteri öncelikleri ve gereksiz kargo hareketlerini azaltma kısıtlamaları da eklenmiştir (Gajda vd., 2022). Ancak model; çok sayıda yan kısıt içerdiğinden optimum olarak çözülememiş, rassal yapıcı sezgisel bir yöntem ve rahatlatma teknikleri uygulanmıştır.

1.2.2.4. Oryantasyon kısıtlamaları

Dikdörtgenler prizması şeklindeki bir kutunun dikey veya yatay oryantasyonu boyutlarıyla (en, boy ve yükseklik) tanımlanır. Kutunun boyutlarından birisi yükseklik olabilir. Bu nedenle herhangi bir kutunun üç farklı dikey oryantasyonu olabilir. Herhangi bir boyut yükseklik olarak seçildiğinde geri kalan iki boyuttan herhangi birisi yatay oryantasyon olarak seçilebilir. Bu durumda, bir kutunun 3x2=6 adet farklı oryantasyonu olabilir.

Oryantasyon kısıtları genelde bir kutunun dikey oryantasyonunu bir veya iki boyuta kısıtlar. Örneğin uzun, alçak ve dar kutularda, kutunun en küçük yüzey üzerine yerleştirilmesini kısıtlar. Bir kutunun taşıyıcı kuvveti dikey oryantasyonuna bağlıdır. Dikey oryantasyon kısıtları ürünlerin ve paketlemenin hasar görmesini engellemek ve yük dengesini sağlamak için eklenirler.

Dikey oryantasyon kısıtlarına ek olarak, kutuların yatay oryantasyonunu sınırlayan kısıtlamalar da eklenebilir. Oryantasyon kısıtları literatürde en çok kullanılan kısıtlamalardır. Yazılan makalelerin %71'inde oryantasyon kısıtlamaları kullanılmıştır. Yazılan makalelerin bir kısmında yatay ve dikey olarak sadece bir oryantasyona (Morabito ve Arenelas, 1994; Martello vd., 2000; Amossen ve Psinger, 2010; Junqueira vd., 2012), bir kısmında dikeyde bir, yatayda bütün oryantasyonlara (Hemminki vd., 1998; Chien ve Deng, 2004; Fuellerer vd., 2010), bir kısmında da dikey ve yatayda bütün oryantasyonlara (Parreno vd., 2008; He ve Huang, 2011) izin verilmiştir.

1.2.2.5. Yığma kısıtları

Yığma ya da taşıyıcı kısıtlar, kutuların birbirlerinin üzerine nasıl yerleştirilmesi gerektiğini sınırlar. Kutuların sınırlı taşıma kuvvetlerinden ortaya çıkmıştır. Kutunun parçalanmadan önce ne kadar ağırlık veya basınca dayanacağını ifade eden kısıtlardır. Kutuların birbirleri üzerine konmasını engelleyen ve kırılganlığı önlemeye yönelik kısıtlamalardır. Literatürdeki problemlerin %15'inde bağlayıcı kısıt olarak dahil edilmişlerdir (Terno vd., 2000; Junqueira vd., 2012).

1.2.2.6. Tam yükleme kısıtları

Bu kısıtlar fonksiyonel olarak birbirine bağlı kargo setlerinin beraber olarak konteynere yüklenmesini sağlar. Eğer kargo alt kümesinin herhangi bir parçası yüklendiyse diğer parçalar da yüklenmelidir. Eğer kargo setinin bir parçası yüklenmediyse diğer parçalar da yüklenmemelidir. Tam yükleme kısıtları, çıktı maksimizasyonu tipi problemlerde geçerli olup, sıkı kısıtlardır. Bu tarz kısıtlar iki farklı durumda incelenebilir. Birinci durumda, bütün kargo seti aynı sevkiyatta olmalı, ancak aynı konteynerde olmasına gerek yoktur. İkinci durumda ise bütün kargo seti aynı konteynerde olmalıdır.

Tam yükleme kısıtları literatürde nadiren yer almıştır. Bir çalışmada dahil edilmiş olup, yukarıda anlatılan birinci duruma örnek oluşturmaktadır (Eley, 2003).

2023 yılında yapılan bir çalışmada, zor paketleme, talep ayırma ve tam yükleme kısıtlamalarını içeren bir matematiksel model önerilmiştir (Gimenez-Palacios vd., 2023). Ancak sadece çok küçük ölçekli modelleri optimum çözebilmişlerdir. Bütün problemleri çözebilmek için, rahatlatma ve sezgisel yöntemleri birleştiren bir dekompozisyon prosedürü önermişlerdir.

1.2.2.7. Paylaştırma kısıtları

Paylaştırma kısıtları, çoklu konteyner yükleme problemlerinde dahil edilir. İki tip paylaştırma kısıtı vardır: Bağlantı Kısıtları ve Ayırma Kısıtları. Bağlantı Kısıtları (Terno vd., 2000; Liu vd., 2011) durumunda belirli bir kargo seti aynı konteynere yüklenmelidir. Bu durum, aynı varış noktasına giden kargolarda ya da bir müşteri tarafından tek sevkiyatla teslim alınmak istenen kargolarda uygulanmaktadır. Diğer tarafta, Ayırma Kısıtları (Eley, 2003) ise aynı konteynere yüklenmemesi gereken parçalarda uygulanmaktadır. Örneğin parfüm ve yiyecek kargoları aynı konteynerde olmamalıdır.

Paylaşım kısıtları, Birleşik Konteyner Yükleme ve Araç Rotalama Problemlerinde de standart bir kısıt seti olarak kullanılır ve sıkı kısıt olarak kabul edilirler.

1.2.2.8. Yerleştirme kısıtları

Yerleştirme kısıtları parçanın konteynerin içerisindeki yerini kısıtlar. Mutlak veya göreceli olarak ifade edilebilirler.

Bu kısıtlar belirli parçaların konteynerin belirli bir yerine veya alanına yerleştirilmesini sağlar. Örneğin iri ve hacimli parçalar konteyner kapısının yakınına yerleştirilmelidir. Uçucu sıvılar ve patlayıcılar gerektiğinde çabuk ulaşılabilmesi için paletin dış yüzeyine yakın paketlenmelidir.

Bu tarz kısıtlar belirli bir parça kümesinin birbirine yakın veya belirli bir mesafe içerisinde yerleştirilmesini, aynı müşterinin parçalarının birbirine yakın yerleştirilmesini ya da belirli bir grup parçanın birbirine yakın yerleştirilmemesini ifade eder.

Birçok yere dağıtım yapıldığı durumlarda mutlak (Hodgson, 1982) ve göreceli (Terno vd., 2000; Egeblad vd., 2010; Makarem ve Haraty, 2010) yerleştirme kısıtlarının kombinasyonu kullanılabilir. Farklı müşterilere giden ürünler farklı alt kümeleri temsil ederler. Her küme konteynerin içerisinde birbirine yakın yerleştirilirler. Aynı zamanda kümelerin konteyner içerisindeki sıralaması yükleme ve boşaltma sırasındaki gereksiz operasyonları azaltacak şekilde düzenlenebilir. Her bir durakta boşaltılacak parçalar diğer parçaları yeniden düzenlemeye mahal vermeyecek şekilde hazır bulundurulabilir. Bu durum eğer parçalar Last-In-First-Out (LIFO) stratejisine göre yerleştirildiyse mümkün olabilir. Örneğin i parçasının gideceği yer j parçasının gideceği yerden önce ziyaret edilecekse, o zaman j parçası i parçasının üzerine ya da konteyner kapısı ile i parçası arasına yerleştirilmemelidir.

1.2.2.9. Kararlılık (denge) kısıtları

Literatürde yük dengesi, en önemli konulardan biri olarak göze çarpar. Dengesiz yüklemeler kargonun zarar görmesi, yükleme/boşaltma sırasında meydana gelen kazalar ve insan yaralanmaları gibi durumlarla sonuçlanabilir. Görünen önemine rağmen, yük kararlılığı konuları konteyner yükleme makalelerinde direkt olarak ele alınmaz. Yazarlar genelde yüksek konteyner boşluk faydası garanti edildiğinde kararlılığın bunun sonucu olarak sağlanabileceğini düşünüyorlar (Pisinger, 2002; Parreno vd., 2008). Pratikte yük dengesi kalan küçük boşluklara dolgu maddesi doldurularak sağlanabilir. Üç boyutlu palet yüklemede yüklerin düşmesini engellemek için daralan levhalar kullanılabilir (Junqueira vd., 2012).

Yük dengesi, eksenlere göre dikey ve yatay olarak ikiye ayırabilir. Dikey kararlılık yüklerin konteyner tabanına veya birbirlerinin üzerine düşmesini engeller. Alternatif olarak, her kutunun ağırlık merkezi başka bir kutunun üst yüzeyi ya da konteyner tabanı tarafından desteklenmelidir. %100 destek istendiğinde destekleyen alanın dolaylı olarak bağlı olması istenir (Ngoi vd., 1994; Bischoff ve Ratcliff, 1995; Abdou ve Elmasry, 1999; Fanslau ve Bortfeldt, 2010; Goncalves ve Resende, 2012). Az sayıda makalede destekleyen alan tek bir kutudan meydana gelmektedir. Üzerine konan kutunun ise alttaki kutunun iki boyutundan daha küçük olması gerekir. Alternatif olarak destekleyen alan farklı ve bağlı olmayan üste konulduğunda köprü oluşturan parçalardan oluşabilir.

Bazı makalelerde bütün kutuların öz ağırlıklarının aynı olduğu varsayılarak ağırlıkları hacimlerine göre orantılı olmuştur. Bu durumda bütün kutuların ağırlık merkezi çakışmaktadır. Böylece kuvvet ve döndürme momentlerine göre, yazarlar dikey olarak kararlı yük dengesi sağlayacak geometrik merkezlerin yerleri için denge şartlarını formüle edebilmişlerdir.

Yatay kararlılık konteyner hareket ederken içinde bulunan malzemelerin kaymamasını ve yer değiştirmemesini sağlar. Eğer paketlenen malzemeler birbirine ya da konteyner duvarına komşu olarak yerleştirilirse tam yatay kararlılık sağlanmış olur. Üç boyutlu palet yüklemede, paletin yatay kararlılığı çeşitli kutu katmanlarını birbirine bağlayarak ya da kenetleyerek geliştirilebilir.

Yapılan bir çalışmada kenetlenme seviyesini ölçmek için üç kriter belirlemiştir (Carpenter ve Dowsland, 1985).

a) Destekleyici Kriter: Her kutunun tabanı en az iki kutunun üst yüzeyi ile temasta olmalıdır.

b) Taban Temas Kriteri: Her kutunun taban alanının en az belirli bir yüzdesi aşağıdaki tabaka tarafından desteklenmelidir.

c) Giyotin Olmayan Kriter: Yığının içerisinden geçen bağlantı yerinin uzunluğu, yığının maksimum uzunluk veya genişliğinin belirli maksimum yüzdesini geçmemelidir.

1.2.2.10. Karmaşıklık kısıtları

Karmaşıklık Kısıtları, teknolojik ve insan kaynakları yönünden kaynaklanan sınırlamaları yansıtırlar. Sıkı kısıt olarak kabul edilirler.

İlk olarak 1985 yılında, yükleme boşaltma operasyonları sırasında, kargonun Sıkıştırma Kamyonu (Clamp Truck) vasıtasıyla yığın formunda hareket ettirildiği bir durumu incelemiştir (Carpenter ve Dowsland, 1985). Sıkıştırılabilir olması için, yığının en azından birbirine zıt yönde iki mükemmel düz yüzü olmalıdır ve en azından sıkıştırma düzlemine paralel bütün kutu kenarlarının uzunluğunun belirli bir yüzdesi diğer kutularla temas halinde bulunmalıdır (sıkıştırılabilme kriteri).

Yazarlar tarafından sıklıkla göz önünde bulundurulan başka bir Karmaşıklık Kısıtı da Giyotin Kesme kısıtlarıdır. Giyotin patern bir çeşit yükleme paternidir (Girlich ve Tarnowski, 1994; Hifi, 2004). Eğer bir yükleme, konteyner yüzlerine paralel bir şekilde seri olarak yapılan kesimlerden elde ediliyorsa Giyotin patern adını alır. Başka bir ifadeyle, konteyneri herhangi bir yerinden giyotin ile kestiğimizde, paketler zarar görmüyorsa giyotin paterne göre yerleştirilmiştir. Giyotin patern konteyner yüklemede her zaman uygun olmayabilir. Çünkü nakliye işlemi sırasında kararsız olabilirler. Özellikle palet yükleme operasyonlarında kabul edilemezler. Çünkü yükleri güvenli hale getirebilmek için daralan-paketleme ve kavrama gibi ilave operasyonlar gerektirir.

Diğer bir yükleme şekli de robot tarafından paketlenen paternidir. Bu paternde, konteynerin arkasındaki sol köşeden başlayarak parçaları sırayla bir önce yerleştirilen parçanın ya önüne ya sağına ya da üstüne yerleştirerek yüklemeye devam edilir.
2024 yılında yapılan bir çalışmada, robot yükleme sistemi kullanan bir Konteyner Yükleme Problemi modeli önerilmiştir (Jiao vd., 2024). Önerilen modelde, bir KYP modelinde bulunan standart kısıtlara ek olarak, robot yükleme sisteminden dolayı, Palet Süreklilik ve Robot Konum kısıtlamaları eklenmiştir.

1.2.3. Modelleme ve çözüm yaklaşımları

1.2.3.1. Modelleme yaklaşımları

Konteyner Yükleme Problemleri için ilk modelleme yaklaşımı 1987 yılında yapılmıştır (Tsai, 1987). Bu makalede, yazar bir palet üzerine üç boyutta değişik şekil ve boyuttaki kutuların düzenlenmesi için bir model önermiştir. Bu modelde yazar sadece kutuların birbirleri üzerine çakışmaması kısıtlarını göz önüne almıştır.

Daha sonra yapılan bir çalışmada kısıt olmayan üç boyutlu paketleme problemi için bir karmaşık tam sayılı programlama modeli önerilmiştir (Padberg, 2000). 2009 yılında yapılan bir çalışmada, birleşik araç rotalama ve konteyner yükleme problemi için bir karmaşık tam sayılı programlama modeli geliştirilmiştir (Moura ve Oliveira, 2009). Son olarak da 2012 yılında kararlılık, oryantasyon ve yığma kısıtlarını içeren ikili tam sayılı programlama modeli önerilmiştir (Junqueira vd., 2012).

KYP'de, genellikle iki çeşit modelleme yaklaşımı kullanılmıştır. Birinci yaklaşımda, yerleştirilecek küçük nesnelerin sol ön veya sol arka köşesi sürekli karar değişkenleri olarak seçilmiş, nesneler, boyutlarına göre kartezyen koordinat sisteminde konteyner içerisine yerleştirilmiştir (Chen vd., 1995). Üst üste çakışmama ve dikey kararlılık gibi kısıtlamalar yardımcı karar değişkenleri ile sağlanmaya çalışılmıştır. Uzay İndeks Formülasyonu (Space Index Formulation) adı verilen yaklaşımda uzayda nesnelerin yerleşebileceği her nokta ikili karar değişkeni olarak seçilmiş, daha sonra modelin içerisinde küçük nesnelerin boyutlarına ve kısıtlara göre uzayda kapsaması gereken noktalar bulunmaya çalışılmıştır (Junqueira vd., 2012). Bunların içerisinde birinci yaklaşım sürekli değişkenler içerdiği için diğerine göre daha etkindir. Ancak ikinci yaklaşımda da sadece noktaların kaplanıp, kaplanmadığı kontrol edildiği için kısıtların yazımı diğerine göre daha kolaydır. Bizim araştırmamızda karar değişkenleri tanımlamasında birinci yaklaşım kullanılmıştır.

1.2.3.2. Tam ve yaklaşım algoritmaları

Çok boyutlu KYP deterministik olmayan polinomsal zamanda çözülemeyen (NP Hard) kombinatorik problemler sınıfındadır. Çözümleri oldukça zor olduğundan az sayıda tam çözüm algoritması mevcuttur.

Belirli tipteki problemler için dal ve sınır algoritması önerilmiştir (Martello vd., 2000). Bu problemde, sadece sabit oryantasyon kısıtları dahil edilmiştir. Yazarlar en fazla 90 parçalık problemleri çözebilmişlerdir.
2004 yılında belirli tipteki bir problemi çözebilmek için Önce-Derinlik Araması (Depth-First Search) ve Dinamik Programlama algoritması önerilmiştir (Hifi, 2004). Bu problemde, oryantasyon ve giyotin kesme kısıtları dahil edilmiştir. Tipe göre kutu sayısında sınır yoktur. Yazar en fazla 50 parçaya ulaşan 64 problemde performans testleri yapmıştır. Çoğu problem için en iyi çözümü bulmasına rağmen hepsi için bulamamıştır.

2007 yılında, iki seviyeli Ağaç Arama Algoritması önerilmiştir (Fekete vd., 2007). Yaklaşımları uygun yükleme paternlerindeki kutuların göreceli pozisyonlarına ağ teorik yaklaşımla çözmüştür. 150 problemin %70'inden fazlasında en iyi çözümü bulmuşlardır.

Çoklu Konteyner Yükleme Problemlerini çözmek için de matematiksel modeller önerilmiştir (Alonso vd., 2019). Bu matematiksel modellerde, geometrik, ağırlık limiti ve dinamik kararlılık kısıtlamaları dahil edilmiştir. Önerilen modeller problemlerin birçoğunda en iyi çözümü bulmuş, geri kalanında ise en iyiye oldukça yakın çözümler bulmuşlardır.
Yaklaşım algoritmaları en iyi çözümü garanti etmese de belirli bir performansı garanti ederler. İlk olarak bu

metotların çoğu sabit nesne oryantasyonlarını göz önüne almış olsa bile, daha sonraki çalışmalar serbest bir şekilde döndürülebilen parçaları da içermiştir. Bugüne kadar yapılan yaklaşım algoritmaları çalışmalarında oryantasyon kısıtları haricinde diğer kısıtlar dahil edilmemiştir.

2. MATERYAL ve YÖNTEM

Giriş bölümünde tanımı yapılan ve tasarlanan KYP; öncelikle tam algoritmalar kullanılarak optimum olarak çözülmek istenmiştir. Bu nedenle, KYP'nin matematiksel modeli kurulmuştur. Problemin gerçek hayat problemine yakınlığını artırmak maksadıyla, literatürde KYP'nde kullanılan çok sayıda yan kısıt tipi modele eklenmiştir. Bunlar; ağırlık limiti, ağırlık dağılımı, paylaştırma, tüm opsiyonları içeren yatay, dikey oryantasyon ve dikey kararlılık kısıtlamalarıdır. Problemin modelinin kurulmasını basitleştirmek için, problem ikiye bölünmüş ve iki ayrı problem olarak modellenmiştir. Daha sonra iki model ardışık olarak çözülmüştür. Ardışık çözüm yönteminde, önce birinci model çözülmüş, birinci problemin çözümü ikinci modele girdi olarak girilmiştir. Daha sonra ikinci model çözülmüş ve bulunan çözümün en iyi çözüme olan yakınlığı gözlenmiştir.

2.1 Problemin Matematiksel Modeli

Tasarlanan problem modelinin kurulumunu basitleştirmek maksadıyla, ana problem birbirini tamamlayan iki ayrı probleme bölünmüştür. Birinci problemde, küçük nesnelerin ağırlık ve hacim sınırlamalarına dikkat ederek (yerleştirme kısıtları dahil edilmeden) kaç adet konteynere dağılacağı ve bu konteynerleri taşıyan tırların hangi tedarik kapılarından, hangi talep kapılarına uğrayacağı belirlenmiştir. İkinci problemde ise, dikey ve yatay oryantasyon, dikey kararlılık ve ağırlık dağılım kısıtlamalarını da içerecek şekilde konteynerlere dağılan paketlerin, konteynerlerin içerisine nasıl yerleştirileceği bulunmuştur. Birinci problemin sonuçları ikinci probleme veri olarak girilmiş ve iki problem ardışık olarak çözülmüştür. Bu bölümün diğer kısımlarında, önce birinci problemin, daha sonra ikinci problemin matematiksel modelleri verilmiştir.

2.1.1. Birinci problem

Tanımlanan KYP'de; küçük nesnelerin kaç adet konteyner kullanılarak taşınacağını, konteynerleri taşıyan tırların hangi tedarik ve talep kapılarına uğrayacağını ve bu kapılardan hangi tip ve kaç adet küçük nesne alıp, bırakacağını belirleyen bölümü *"Birinci Problem"* olarak tanımlanır. Bu probleme ana problemde tanımlanan ağırlık ve hacim limiti kısıtlamaları, küçük nesnelerin aynı veya farklı konteynerde olma kısıtlamaları (paylaştırma) dahil edilmiştir. Bu problemin amacı, küçük nesnelerin tamamını kapsayacak minimum sayıda konteyner kullanırken, kullanılan araçların da gereksiz kapılara uğramasını azaltmaktır. Sonraki kısımlarda birinci problemde kullanılan indeks kümeleri, parametreler, karar değişkenleri ve matematiksel model verilmiştir.

2.1.1.1. Birinci problemin indeks kümeleri

Birinci problemde kullanılan kümelerin anlamları, indeksleri ve alabileceği değerler Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Birinci problemde kullanılan kümelerin anlamları ve indeksleri

Küme İsmi	Kümenin Anlamı (İndeksi)	Kümenin Alabileceği Değerler
C	Konteynerlerin index kümesi (i)	1..numConts
T	Paket tipi kümesi, (k)	1..numBoxTypes

2.1.1.2. Birinci problemin parametreleri

Birinci problemde kullanılan parametreler ve anlamları Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2. Birinci problemde kullanılan parametreler

Parametre Adı	Parametrenin Anlamı
numConts	Kullanılabilecek maksimum konteyner sayısı
numBoxTypes	Paket tipi sayısı
numOs	Tedarik kapısı sayısı
numDs	Talep kapısı sayısı
numGates	Toplam kapı sayısı
sameCont	[numBoxTypes X numBoxTypes] boyutunda kare matris. Aynı konteynerde olması gereken kutu tiplerini ifade etmek için kullanılır.
diffCont	[numBoxTypes X numBoxTypes] boyutunda kare matris. Farklı konteynerde olması gereken kutu tiplerini ifade etmek için kullanılır.
cL	Konteyner uzunluğu

Tablo 2. Birinci problemde kullanılan parametreler (devam)

Parametre Adı	Parametrenin Anlamı
cW	Konteyner genişliği
cH	Konteyner yüksekliği
cM	Konteynerin taşıyabileceği maksimum ağırlık
tableData	[numBoxTypes X 7] boyutunda matris. Paket tiplerine ait özellikleri göstermek için kullanılır. Her satır bir paket tipine karşılık gelmekte olup, sütunlar sırasıyla paket tipine ait adet, ağırlık, uzunluk, genişlik, yükseklik, tedarik kapısı ve talep kapısı bilgilerini içerir.
demand	[numBoxTypes] boyutunda bir vektör olup, her paket tipinden ne kadar talep olduğunu ifade eder.
massArr	[numBoxTypes] boyutunda bir vektör olup, her paket tipinin ağırlığını ifade eder.

2.1.1.3. Birinci problemin karar değişkenleri

Birinci problemde tanımlanan karar değişkenlerinin gösterimi ve anlamları Denklem (1)-(5)'te verilmiştir.

$$y_i = \begin{cases} 1, i. \, konteynere \; yükleme \; yapılırsa \\ 0, \qquad\qquad\qquad\qquad diğer \end{cases} \qquad \forall \, i \in C \tag{1}$$

$$legCont_{i,g1,g2} = \begin{cases} 1, i \; konteyneri \; g1 \; tedarik \; kapısından \\ \qquad g2 \; talep \; kapısına \; gidecekse \\ 0, \qquad\qquad\qquad\qquad diğer \end{cases} \qquad \forall \begin{array}{c} i \in C \\ g1 \in \{0..numGates\} \\ g2 \in \{1..(numGates+1)\} \end{array} \tag{2}$$

$$loadBox_{i,g,k}: i \; konteynerine \; g \; tedarik \; kapısından, \; k \; paket \; tipinde, yüklenen \; paket \; sayısı \qquad \forall \begin{array}{c} i \in C \\ k \in T \\ g \in \{1..numOs\} \end{array} \tag{3}$$

$$dropBox_{i,g,k}: i \; konteynerinden, g \; talep \; kapısına \; k \; tipinde \; bırakılan \; paket \; sayısı \qquad \forall \begin{array}{c} i \in C \\ k \in T \\ g \in \{1..numDs\} \end{array} \tag{4}$$

$$pickupBox_{i,g,k} = \begin{cases} 1, i \; konteynerine \; g \; talep \; kapısından \\ \qquad k \; tipinde \; paket \; yüklenirse \\ 0, \qquad\qquad\qquad\qquad diğer \end{cases} \qquad \forall \begin{array}{c} i \in C \\ k \in T \\ g \in \{1..numOs\} \end{array} \tag{5}$$

2.1.1.4. Birinci problemin matematiksel modeli

Birinci problem için kurulan matematiksel modelin, amaç fonksiyonu ve kısıtlamaları aşağıdaki denklemlerde verilmiştir.

$$Min \sum_{i=1}^{numConts} y_i + M \sum_{i=1}^{numConts} \sum_{g1=0}^{(numOs+numDs)} \sum_{g2=1}^{(numOs+numDs+1)} legCont_{i,g1,g2} \tag{6}$$

s.t.

$$y_i = \sum_{g2=1}^{numOs} legCont_{i,0,g2} \qquad \forall \, i \in C \tag{7}$$

$$\sum_{\substack{g0=0\\ g0\neq g1}}^{numOs} legCont_{i,g0,g1} = \sum_{\substack{g2=1\\ g2\neq g1}}^{(numOs+numDs)} legCont_{i,g1,g2} \qquad \forall \begin{matrix} i \in C \\ g1 = 1..numOs \end{matrix} \tag{8}$$

$$\sum_{\substack{g0=1\\ g0\neq g1}}^{(numOs+numDs)} legCont_{i,g0,g1} = \sum_{\substack{g2=(numOs+1)\\ g2\neq g1}}^{(numOs+numDs+1)} legCont_{i,g1,g2} \qquad \forall \begin{matrix} i \in C \\ g1 = (numOs+1).. \\ (numOs+numDs) \end{matrix} \tag{9}$$

$$\sum_{g1=(numOs+1)}^{(numOs+numDs)} legCont_{i,g1,(numOs+numDs+1)} = y_i \qquad \forall\, i \in C \tag{10}$$

$$pickupBox_{i,g2,k} \leq \sum_{\substack{g1=0\\ g1\neq g2}}^{numOs} legCont_{i,g1,g2} \qquad \forall \begin{matrix} i \in C \\ k \in T \\ g2 = 1..numOs \\ origs[k] = g2 \end{matrix} \tag{11}$$

$$legCont_{i,g1,g2} \leq \sum_{\substack{k=1\\ origs[k]=g2}}^{numBoxTypes} pickupBox_{i,g2,k} \qquad \forall \begin{matrix} i \in C \\ g1 = 0..numOs \ \in T \\ g2 = 1..numOs \\ g1 \neq g2 \end{matrix} \tag{12}$$

$$dropBox_{i,g2,k} \leq \sum_{\substack{g1=1\\ origs[k]=g1}}^{numOs} loadBox_{i,g1,k} \qquad \forall \begin{matrix} i \in C \\ k \in T \\ g2 = (numOs+1).. \\ (numOs+numDs) \\ g2 = dests[k] \end{matrix} \tag{13}$$

$$dropBox_{i,g2,k} \leq demand_k \sum_{\substack{g1=1\\ g1\neq g2}}^{(numOs+numDs)} legCont_{i,g1,g2} \qquad \forall \begin{matrix} i \in C \\ k \in T \\ g2 = (numOs+1).. \\ (numOs+numDs) \\ g2 = dests[k] \end{matrix} \tag{14}$$

$$\sum_{\substack{g2=1\\ origs[k]=g2}}^{numOs} loadBox_{i,g2,k} = \sum_{g2=(numOs+1)}^{(numOs+numDs)} dropBox_{i,g2,k} \qquad \forall \begin{matrix} i \in C \\ k \in T \end{matrix} \tag{15}$$

$$\sum_{i=1}^{numConts} dropBox_{i,g2,k} = demand_k \qquad \forall \begin{matrix} k \in T \\ g2 = (numOs+1).. \\ (numOs+numDs) \\ g2 = dests[k] \end{matrix} \tag{16}$$

$$y_{i1} \geq y_{i2} \qquad \forall \begin{matrix} i1 \in C \\ i2 \in C \\ i1 < i2 \end{matrix} \tag{17}$$

$$loadBox_{i,g2,k} \geq pickupBox_{i,g2,k} \qquad \forall \begin{matrix} i \in C \\ k \in T \\ g2 = 1..numOs \\ origs[k] = g2 \end{matrix} \tag{18}$$

$$loadBox_{i,g2,k} \leq demand_k pickupBox_{i,g2,k} \qquad \forall \begin{matrix} i \in C \\ k \in T \\ g2 = 1..numOs \\ origs[k] = g2 \end{matrix} \tag{19}$$

$$\sum_{i=1}^{numConts} \sum_{\substack{g2=1 \\ origs[k]=g2}}^{numOs} loadBox_{i,g2,k} = demand_k \qquad \forall\, k \in T \tag{20}$$

$$\sum_{k=1}^{numBoxTypes} \sum_{\substack{g2=1 \\ origs[k]=g2}}^{numOs} massArr_k loadBox_{i,g2,k} \leq (cM) y_i \qquad \forall\, i \in C \tag{21}$$

$$\sum_{k=1}^{numBoxTypes} \sum_{\substack{g2=1 \\ origs[k]=g2}}^{numOs} (boxL_k)(boxW_k)(boxH_k) loadBox_{i,g2,k} \leq (cL)(cW)(cH) y_i \qquad \forall\, i \in C \tag{22}$$

$$\sum_{\substack{g2=1 \\ origs[k1]=g2}}^{numOs} pickupBox_{i,g2,k1} - \sum_{\substack{g2=1 \\ origs[k2]=g2}}^{numOs} pickupBox_{i,g2,k2} \leq 1 - sameCont_{k1,k2} \qquad \forall \begin{matrix} i \in C \\ k1 \in T \\ k2 \in T \end{matrix} \tag{23}$$

$$\sum_{\substack{g2=1 \\ origs[k1]=g2}}^{numOs} pickupBox_{i,g2,k1} + \sum_{\substack{g2=1 \\ origs[k2]=g2}}^{numOs} pickupBox_{i,g2,k2} \leq 2 - diffCont_{k1,k2} \qquad \forall \begin{matrix} i \in C \\ k1 \in T \\ k2 \in T \end{matrix} \tag{24}$$

$$y_i = 0/1 \qquad \forall\, i \in C \tag{25}$$

$$legCont_{i,g1,g2} = 0/1 \qquad \forall \begin{matrix} i \in C \\ g1 \in \{1..numOs\} \\ g2 \in \{1..numDs\} \end{matrix} \tag{26}$$

$$loadBox_{i,g,k} \geq 0, tamsayi \qquad \forall \begin{matrix} i \in C \\ k \in T \\ g \in \{1..numOs\} \end{matrix} \tag{27}$$

$$dropBox_{i,g,k} \geq 0, tamsayi \qquad \forall \begin{matrix} i \in C \\ k \in T \\ g \in \{1..numDs\} \end{matrix} \tag{28}$$

$$pickupBox_{i,g,k} = 0/1 \qquad \forall \begin{matrix} i \in C \\ k \in T \\ g \in \{1..numOs\} \end{matrix} \tag{29}$$

Problemin amaç fonksiyonu (6) numaralı denklem ile ifade edilmiş olup, iki ayrı terimden meydana gelmektedir. İlk terim, kullanılan konteyner sayısını minimum yapmağı sağlarken, ikinci terim konteynerlerin kapılara yapacağı gereksiz uğramaları azaltmaya yardımcı olur. Öncelikli amacımız konteyner sayısını minimum yapmak olduğu için, amaç fonksiyonunda ikinci terimdeki M katsayısını birden küçük seçmemiz gerekecektir. Böylece, öncelikli amacımızı baskılamayacak şekilde bir yandan da ikincil amaç olan tırların gereksiz kapılara uğramamasını da dengelemiş olacağız. Bu nedenle büyük M parametresini aşağıdaki şekilde seçmek yeterli olacaktır.

$$M = \left\{ \frac{1}{[(nmOs+nmDs+2)(nmOs+nmDs+1)]-1} \right\} \tag{30}$$

Modelin sınırlamalarına baktığımızda, (7) numaralı denklem, garajdan (0 numaralı kapı) çıkarak yükleme yapacak her aracın ilk olarak tedarik kapılarından birisine uğraması gerektiğini ifade eder. (8) Numaralı kısıt, tedarik kapısından ayrılan bir aracın ya başka bir tedarik kapısına ya da talep kapısına gideceğini ifade eder. (9) Numaralı kısıt, talep kapısından ayrılan bir aracın ya başka bir talep kapısına ya da garaja (numGates+1 numaralı kapı) gideceğini ifade eder. (10) Numaralı kısıt, kullanılan her aracın garaja döneceğini ifade eder. (11) Numaralı denklem, sadece kullanımda olan araçların tedarik kapısına gitmesini sağlar. (12) Numaralı kısıt, eğer herhangi bir araç tedarik kapısına uğruyorsa, oradan mutlaka paket yüklemesi gerektiğini, (13) numaralı denklem de eğer herhangi araç talep kapısına uğruyorsa orada paket indirmesi gerektiğini ifade eder. (14) numaralı kısıt ile talep noktasına uğrayan bir aracın, o kapıda en fazla talep kadar paket bırakabileceği ifade edilmiştir. (15) Numaralı kısıt, bir araca yüklenen bütün paketlerin indirilmesi gerektiğini ifade eder. (16) Numaralı denklem, herhangi bir paket tipinden eldeki mevcudun tamamının talep kapılarına indirileceğini ifade eder. (17) Numaralı denklem, araçların sıra ile kullanılmasını ifade eder. (18) Numaralı kısıt, herhangi bir araç seçilirse, o konteynere yükleme yapılabileceğini ifade eder. (19) Numaralı denklemde, herhangi bir konteyner yükleme için seçilirse, seçilen konteynere herhangi bir paket tipinden en fazla elde mevcut adet paket yüklenebileceği ifade edilmiştir. (20) Numaralı kısıt, herhangi bir paket tipinden yüklenmemiş bir parça kalmadığını garanti eder. (21) Numaralı denklem, konteynere yüklenen paketlerin ağırlıkları toplamının, konteynerin ağırlık sınırını geçemeyeceğini ifade eder. (22) Numaralı denklem, konteynere yüklenen paketlerin ağırlıkları hacimleri toplamının, konteynerin toplam hacmini geçemeyeceğini ifade eder. (23) Numaralı kısıt, aynı konteynere yüklenmesi gereken paketleri, (24) numaralı kısıt da farklı konteynere yüklenmesi gereken paketlerin yerleştirilmesini sağlar. (25)-(29) Numaralı denklemler modelin karar değişkenlerini ifade ederler.

2.1.2. İkinci problem

Bir önceki kısımda tanımlanan birinci problem çözüldükten sonra, küçük nesnelerin tamamını taşıyacak şekilde kaç adet konteynere ihtiyaç duyulduğu ve hangi konteynere hangi nesnelerin yüklenmesi gerektiği bilgisi elde edilmiştir. Bir sonraki aşamada yapılması gereken iş, birinci problemi çözerken dahil edemediğimiz kısıtları da içerecek şekilde küçük nesnelerin konteynerler içerisine nasıl yerleştirildiklerini bulmaktır. Bizim araştırmamızda küçük nesnelerin konteynerlerin içerisine nasıl yerleştirildiğini bulan problem *"İkinci Problem"* olarak adlandırılmıştır. İkinci probleme birinci problemin çözümü, yani hangi nesnelerin hangi konteynerde olduğu ve kaç adet konteyner kullandığı bilgisi girdi olarak verilir. Daha sonra problemin modellenme işlemi, kolaydan zora doğru olacak şekilde yapılmıştır. Öncelikle, sadece uygunluk ve oryantasyon kısıtları modele eklenmiştir. Problem bu haliyle çözüldüğü zaman, modellenen probleme göre uygun, ancak gerçek probleme göre uygun olmayan çözümler elde edildi. Örneğin; ilgili kısıtlar modelde olmadığı için, konteyner içerisine yerleştirilen bazı nesneler havada asılı kaldı. Daha sonra sırasıyla zor olan kısıtlar (dikey kararlılık ve ağırlık dağılım kısıtları) eklendi. Bu haliyle çözülerek gerçek probleme de uygun olan çözümler elde edildi. İkinci problem aslında bir uygunluk problemi (feasibility problem) olup, kukla bir amaç fonksiyonuna sahip sadece kısıtlamaları sağlayan bir çözüm bulmaktadır. Sonraki kısımlarda ikinci problemde kullanılan indeks kümeleri, parametreler, karar değişkenleri ve matematiksel model verilmiştir.

2.1.2.1 İkinci problemin indeks kümeleri

İkinci problemde kullanılan kümelerin anlamları, indeksleri ve alabileceği değerler Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3. İkinci problemin indeks kümeleri

Küme İsmi	Kümenin Anlamı (İndeksi)	Kümenin Alabileceği Değerler
C	Konteynerlerin index kümesi (i)	1..numConts
L	Kutuların sırasını ifade eden küme (j)	1..totalBox
T	Paket tipi kümesi, (k)	1..numBoxTypes
O	Oryantasyon kümesi, (l)	1..numOrios

2.1.2.2. İkinci problemin parametreleri

İkinci problemde kullanılan parametreler ve anlamları Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4. İkinci problemde kullanılan parametreler

Parametre Adı	Parametrenin Anlamı
numConts	Kullanılabilecek maksimum konteyner sayısı
numBoxTypes	Paket tipi sayısı
numOrios	Paketlerin toplam oryantasyon sayısı
totalBox	Toplam kutu sayısı
cL	Konteyner uzunluğu

Tablo 4. İkinci problemde kullanılan parametreler (devam)

Parametre Adı	Parametrenin Anlamı
cW	Konteyner genişliği
cH	Konteyner yüksekliği
cM	Konteynerin taşıyabileceği maksimum ağırlık
tableData	[numBoxTypes X 7] boyutunda matris. Her satır bir paket tipine karşılık gelmekte olup, sütunlar sırasıyla paket tipine ait adet, ağırlık, uzunluk, genişlik, yükseklik, tedarik kapısı ve talep kapısı bilgilerini içerir.
massArr	[numBoxTypes] boyutunda bir vektör olup, her paket tipinin ağırlığını ifade eder.
mass	[totalBox] boyutunda bir vektör olup, her paketin ağırlığını ifade eder.
boxL	[numBoxTypes] [numOrios] boyutunda bir matris olup, her paket tipinin oriyantasyona göre uzunluğunu ifade eder.
boxW	[numBoxTypes] [numOrios] boyutunda bir matris olup, her paket tipinin oriyantasyona göre genişliğini ifade eder.
boxH	[numBoxTypes] [numOrios] boyutunda bir matris olup, her paket tipinin oriyantasyona göre yüksekliğini ifade eder.
boxType	[totalBox] boyutunda bir vektör olup, her paketin tipini ifade eder.
contID	[totalBox] boyutunda bir vektör olup, her paketin içerisinde bulunduğu konteyner numarasını ifade eder.
$\mathbf{mass_{i,j}}$	i konteynerine j. sırada yüklenen paketin ağırlığını ifade eder.

2.1.2.3. İkinci problemin karar değişkenleri

İkinci problemde tanımlanan karar değişkenlerinin gösterimi ve anlamları denklem (31)-(57)'de verilmiştir.

$$boxPacked_{ij} = \begin{cases} 1, j \text{ paketi } i \text{ konteynerine yüklenirse} \\ 0, \quad \text{diğer} \end{cases} \quad \forall\, i \in C, j \in L \tag{31}$$

$$\propto_{i,j,l} = \begin{cases} 1, i \text{ konteynerine } j.\text{sırada konulan kutu } l \text{ oryantasyonunda ise} \\ 0, \quad \text{diğer} \end{cases} \quad \forall\, i \in C,\ j \in L,\ l \in O \tag{32}$$

$$\bar{x}_{i,j1,j2} = \begin{cases} 1, i \text{ konteynerine } j1.\text{ve } j2.\text{sırada konulan kutu } x \text{ ekseninde çakışıyorsa} \\ 0, \quad \text{diğer} \end{cases} \quad \forall\, i \in C,\ j1 \in L, j1 \neq j2,\ j2 \in L \tag{33}$$

$$\bar{y}_{i,j1,j2} = \begin{cases} 1, i \text{ konteynerine } j1.\text{ve } j2.\text{sırada konulan kutu } y \text{ ekseninde çakışıyorsa} \\ 0, \quad \text{diğer} \end{cases} \quad \forall\, i \in C,\ j1 \in L, j1 \neq j2,\ j2 \in L \tag{34}$$

$$\bar{z}_{i,j1,j2} = \begin{cases} 1, i \text{ konteynerine } j1.\text{ve } j2.\text{sırada konulan kutu } z \text{ ekseninde çakışıyorsa} \\ 0, \quad \text{diğer} \end{cases} \quad \forall\, i \in C,\ j1 \in L, j1 \neq j2,\ j2 \in L \tag{35}$$

$$x_{i,j}: i \text{ konteynerine } j.\text{sırada konulan kutunun sol arka köşesinin } x \text{ koordinatı} \quad \forall\, i \in C, j \in L \tag{36}$$

$$y_{i,j}: i \text{ konteynerine } j.\text{sırada konulan kutunun sol arka köşesinin } y \text{ koordinatı} \quad \forall\, i \in C, j \in L \tag{37}$$

$$z_{i,j}: i \text{ konteynerine } j.\text{sırada konulan kutunun sol arka köşesinin } z \text{ koordinatı} \quad \forall\, i \in C, j \in L \tag{38}$$

$bL_{i,j}: i\ konteynerine\ j.sırada\ konulan\ kutunun\ uzunluğu \quad \forall\, i \in C, j \in L \quad (39)$

$bW_{i,j}: i\ konteynerine\ j.sırada\ konulan\ kutunun\ genişliği \quad \forall\, i \in C, j \in L \quad (40)$

$bH_{i,j}: i\ konteynerine\ j.sırada\ konulan\ kutunun\ yüksekliği \quad \forall\, i \in C, j \in L \quad (41)$

$$g_{ij} = \begin{cases} 1, i\ konteynerine\ j.sırada\ yüklenen \\ \quad paket\ zemindeyse\ (z_{ij} = 0) \\ 0, \quad diğer \end{cases} \quad \forall\, i \in C, j \in L \quad (42)$$

$$h_{i,j1,j2} = \begin{cases} 1, i\ konteynerine\ j2.sırada\ yüklenen \\ \quad paket\ j1.sırada \\ \quad yüklenen\ paketi\ destekleyecek \\ \quad uygun\ yüksekliğe \\ \quad sahipse\ (z_{ij1} = z_{ij2} + bH_{ij2}) \\ 0, \quad diğer \end{cases} \quad \begin{matrix} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{matrix} \quad (43)$$

$$o_{i,j1,j2} = \begin{cases} 1, i\ konteynerine\ j1\ ve\ j2.sırada\ yüklenen \\ \quad paketlerin\ XY\ düzlemindeki \\ \quad kesişimleri\ boş\ küme\ değilse \\ 0, \quad diğer \end{cases} \quad \begin{matrix} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{matrix} \quad (44)$$

$$s_{i,j1,j2} = \begin{cases} 1, i\ konteynerine\ j2.sırada\ yüklenen \\ \quad paket\ j1.sırada\ yüklenen\ paketi \\ \quad destekliyorsa \\ 0, \quad diğer \end{cases} \quad \begin{matrix} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{matrix} \quad (45)$$

$$m_{i,j1,j2} = \begin{cases} 1, & Eğer\ z'_{i,j2} \geq z_{i,j1} \\ 0, & Eğer\ z_{i,j1} \geq z'_{i,j2} \end{cases} \quad \begin{matrix} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{matrix} \quad (46)$$

$$\eta^1_{i,j1,j2} = \begin{cases} 1, & Eğer\ \ x_{i,j2} \leq x_{i,j1} \\ 0, & diğer \end{cases} \quad \begin{matrix} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{matrix} \quad (47)$$

$$\eta^2_{i,j1,j2} = \begin{cases} 1, & Eğer\ \ y_{i,j2} \leq y_{i,j1} \\ 0, & diğer \end{cases} \quad \begin{matrix} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{matrix} \quad (48)$$

$$\eta^3_{i,j1,j2} = \begin{cases} 1, & Eğer\ \ x'_{i,j1} \leq x'_{i,j2} \\ 0, & diğer \end{cases} \quad \begin{matrix} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{matrix} \quad (49)$$

$$\eta^4_{i,j1,j2} = \begin{cases} 1, & Eğer\ \ y'_{i,j1} \leq y'_{i,j2} \\ 0, & diğer \end{cases} \quad \begin{matrix} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{matrix} \quad (50)$$

$$\beta_{i,j1,j2}^{k} = \begin{cases} 1, & i.konteynere\ j2.sırada\ yerleştirilen\ paketin\ k.köşesi\ j1.sırada\ yerleştirlen\ paket\ tarafından\ destekleniyorsa \\ 0, & diğer \end{cases} \quad i \in C,\ \forall\, j1 \in L, j2 \in L, j1 \neq j2,\ k \in \{1,2,3,4\} \tag{51}$$

$$v_{i,j1,j2} \geq 0 \quad i \in C,\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2,\ j2 \in L \tag{52}$$

$$xCG_i = i.konteynerin\ ağırlık\ merkezinin\ X\ koordinatı \quad \forall\, i \in C \tag{53}$$

$$yCG_i = i.konteynerin\ ağırlık\ merkezinin\ Y\ koordinatı \quad \forall\, i \in C \tag{54}$$

$$zCG_i = i.konteynerin\ ağırlık\ merkezinin\ Z\ koordinatı \quad \forall\, i \in C \tag{55}$$

$$diffX_i = i.konteynerinin\ ağırlık\ merkezinden\ X\ ekseni\ yönündeki\ sapma \quad \forall\, i \in C \tag{56}$$

$$diffY_i = i.konteynerinin\ ağırlık\ merkezinden\ Y\ ekseni\ yönündeki\ sapma \quad \forall\, i \in C \tag{57}$$

2.1.2.4. İkinci problemin matematiksel modeli

İkinci problem için kurulan matematiksel modelin, amaç fonksiyonu ve kısıtlamaları aşağıdaki denklem (58)-(114) arasında verilmiştir.

$$Min \sum_{i=1}^{numConts} \sum_{j=1}^{totalBox} boxPacked_{i,j} \tag{58}$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^{numConts} boxPacked_{i,j} = 1 \quad \forall\, j \in L \tag{59}$$

$$\sum_{l=1}^{numOrios} \propto_{i,j,l} = boxPacked_{i,j} \quad \forall\, i \in C, j \in L, \tag{60}$$

$$bL_{i,j} = \sum_{l=1}^{numOrios} boxL_{boxType_j,l} \propto_{i,j,l} \quad \forall\, i \in C, j \in L, \tag{61}$$

$$bW_{i,j} = \sum_{l=1}^{numOrios} boxW_{boxType_j,l} \propto_{i,j,l} \quad \forall\, i \in C, j \in L, \tag{62}$$

$$bH_{i,j} = \sum_{l=1}^{numOrios} boxH_{boxType_j,l} \propto_{i,j,l} \quad \forall\, i \in C, j \in L, \tag{63}$$

Fiziksel ve Geometrik Kısıtlar:

$$x_{i,j} + bL_{i,j} \leq (cL) boxPacked_{i,j} \quad \forall\, i \in C, j \in L, \tag{64}$$

$$y_{i,j} + bW_{i,j} \leq (cW)boxPacked_{i,j} \qquad \forall\, i \in C, j \in L, \qquad (65)$$

$$z_{i,j} + bH_{i,j} \leq (cH)boxPacked_{i,j} \qquad \forall\, i \in C, j \in L, \qquad (66)$$

Üst Üste Çakışmama Kısıtları:

$$\bar{x}_{i,j1,j2} + \bar{x}_{i,j2,j1} \leq boxPacked_{i,j1} \qquad i \in C;\ \forall\ j1, j2 \in L;\ j1 < j2 \qquad (67)$$

$$\bar{y}_{i,j1,j2} + \bar{y}_{i,j2,j1} \leq boxPacked_{i,j1} \qquad i \in C;\ \forall\ j1, j2 \in L;\ j1 < j2 \qquad (68)$$

$$\bar{z}_{i,j1,j2} + \bar{z}_{i,j2,j1} \leq boxPacked_{i,j1} \qquad i \in C;\ \forall\ j1, j2 \in L;\ j1 < j2 \qquad (69)$$

$$\bar{x}_{i,j1,j2} + \bar{x}_{i,j2,j1} + \bar{y}_{i,j1,j2} + \bar{y}_{i,j2,j1} + \bar{z}_{i,j1,j2} + \bar{z}_{i,j2,j1} \geq boxPacked_{i,j1} + boxPacked_{i,j2} - 1 \qquad i \in C;\ \forall\ j1, j2 \in L;\ j1 < j2 \qquad (70)$$

$$x_{i,j1} + bL_{i,j1} \leq x_{i,j2} + cL * (1 - \bar{x}_{i,j1,j2}) \qquad i \in C;\ \forall\ j1, j2 \in L;\ j1 \neq j2 \qquad (71)$$

$$y_{i,j1} + bW_{i,j1} \leq y_{i,j2} + cW * (1 - \bar{y}_{i,j1,j2}) \qquad i \in C;\ \forall\ j1, j2 \in L;\ j1 \neq j2 \qquad (72)$$

$$z_{i,j1} + bH_{i,j1} \leq z_{i,j2} + cH * (1 - \bar{z}_{i,j1,j2}) \qquad i \in C;\ \forall\ j1, j2 \in L;\ j1 \neq j2 \qquad (73)$$

Dikey Kararlılık Kısıtları:

$$\sum_{l=1}^{4} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{totalBox} \beta_{i,j,k}^{l} \geq 3 * (1 - g_{ij}) \qquad \forall\, i \in C, j \in L \qquad (74)$$

$$z_{i,j} \leq cH * (1 - g_{ij}) \qquad \forall\, i \in C, j \in L \qquad (75)$$

$$z_{i,j2} + bh_{i,j2} - z_{i,j1} \leq v_{i,j1,j2} \qquad \begin{matrix} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{matrix} \qquad (76)$$

$$z_{i,j1} - bh_{i,j2} - z_{i,j2} \leq v_{i,j1,j2} \qquad \begin{matrix} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{matrix} \qquad (77)$$

$$v_{i,j1,j2} \leq z_{i,j2} + bh_{i,j2} - z_{i,j1} + 2 * cH(1 - m_{i,j1,j2}) \qquad \begin{matrix} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{matrix} \qquad (78)$$

$$v_{i,j1,j2} \leq z_{i,j1} - bh_{i,j2} - z_{i,j2} + 2 * cH * m_{i,j1,j2} \qquad \begin{matrix} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{matrix} \qquad (79)$$

$$h_{i,j1,j2} \leq v_{i,j1,j2} \qquad \begin{matrix} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{matrix} \qquad (80)$$

$$v_{i,j1,j2} \leq cH * h_{i,j1,j2} \qquad \begin{matrix} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{matrix} \qquad (81)$$

$$o_{i,j1,j2} \leq \bar{x}_{i,j1,j2} + \bar{x}_{i,j2,j1} + \bar{y}_{i,j1,j2} + \bar{y}_{i,j2,j1} \qquad \begin{matrix} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{matrix} \qquad (82)$$

$$\bar{x}_{i,j1,j2} + \bar{x}_{i,j2,j1} + \bar{y}_{i,j1,j2} + \bar{y}_{i,j2,j1} \leq 2 * o_{i,j1,j2} \qquad \begin{matrix} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{matrix} \qquad (83)$$

$$(1 - s_{i,j1,j2}) \leq h_{i,j1,j2} + o_{i,j1,j2} \qquad \begin{matrix} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{matrix} \qquad (84)$$

$$h_{i,j1,j2} + o_{i,j1,j2} \leq 2 * (1 - s_{i,j1,j2}) \qquad \begin{matrix} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{matrix} \qquad (85)$$

$$boxPacked_{i,j1} - boxPacked_{i,j2} \leq (1 - s_{i,j1,j2}) \qquad \begin{matrix} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{matrix} \qquad (86)$$

$$boxPacked_{i,j2} - boxPacked_{i,j1} \leq (1 - s_{i,j1,j2}) \qquad \begin{matrix} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{matrix} \qquad (87)$$

$$\beta^{k}_{i,j1,j2} \leq s_{i,j1,j2} \qquad \begin{gathered} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j2 \in L, \\ j1 \neq j2 \\ k\ \{1,2,3,4\} \end{gathered} \qquad (88)$$

$$\eta^{1}_{i,j1,j2} + \eta^{2}_{i,j1,j2} \leq 2 * (1 - \beta^{1}_{i,j1,j2}) \qquad \begin{gathered} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{gathered} \qquad (89)$$

$$\eta^{2}_{i,j1,j2} + \eta^{3}_{i,j1,j2} \leq 2 * (1 - \beta^{2}_{i,j1,j2}) \qquad \begin{gathered} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{gathered} \qquad (90)$$

$$\eta^{3}_{i,j1,j2} + \eta^{4}_{i,j1,j2} \leq 2 * (1 - \beta^{3}_{i,j1,j2}) \qquad \begin{gathered} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{gathered} \qquad (91)$$

$$\eta^{4}_{i,j1,j2} + \eta^{1}_{i,j1,j2} \leq 2 * (1 - \beta^{4}_{i,j1,j2}) \qquad \begin{gathered} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{gathered} \qquad (92)$$

$$x_{i,j2} \leq x_{i,j1} + cL * \eta^{1}_{i,j1,j2} \qquad \begin{gathered} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{gathered} \qquad (93)$$

$$y_{i,j2} \leq y_{i,j1} + cW * \eta^{2}_{i,j1,j2} \qquad \begin{gathered} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{gathered} \qquad (94)$$

$$x_{i,j1} + bL_{i,j1} \leq x_{i,j2} + bL_{i,j2} + cL * \eta^{3}_{i,j1,j2} \qquad \begin{gathered} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{gathered} \qquad (95)$$

$$y_{i,j1} + bW_{i,j1} \leq y_{i,j2} + bW_{i,j2} + cW * \eta^{4}_{i,j1,j2} \qquad \begin{gathered} i \in C \\ \forall\, j1 \in L, j1 \neq j2 \\ j2 \in L \end{gathered} \qquad (96)$$

Ağırlık Dağılım Kısıtları:

$$xCG_i = \frac{1}{\sum_{\substack{j=1 \\ contId(j)=i}}^{totalBox} mass_{i,j}} \left(\sum_{\substack{j=1 \\ contId(j)=i}}^{totalBox} mass_{i,j} * x_{i,j} + 0.5 * mass_{i,j} * bL_{i,j} \right) \qquad \forall\, i \in C \qquad (97)$$

$$yCG_i = \frac{1}{\sum_{\substack{j=1 \\ contId(j)=i}}^{totalBox} mass_{i,j}} \left(\sum_{\substack{j=1 \\ contId(j)=i}}^{totalBox} mass_{i,j} * y_{i,j} + 0.5 * mass_{i,j} * bW_{i,j} \right) \qquad \forall\, i \in C \qquad (98)$$

$$zCG_i = \frac{1}{\sum_{\substack{j=1\\ contId(j)=i}}^{totalBox} mass_{i,j}} \left(\sum_{\substack{j=1\\ contId(j)=i}}^{totalBox} mass_{i,j} * z_{i,j} + 0.5 * mass_{i,j} * bH_{i,j} \right) \quad \forall\, i \in C \quad (99)$$

$$xCG_i - 0.5 * cL \leq diffX_i \quad \forall\, i \in C \quad (100)$$

$$0.5 * cL - xCG_i \leq diffX_i \quad \forall\, i \in C \quad (101)$$

$$yCG_i - 0.5 * cW \leq diffY_i \quad \forall\, i \in C \quad (102)$$

$$0.5 * cW - yCG_i \leq diffY_i \quad \forall\, i \in C \quad (103)$$

$$boxPacked_{i,j} = 0/1 \quad \forall\, i \in C, j \in L \quad (104)$$

$$\propto_{i,j,l} = 0/1 \quad \forall\, i \in C, j \in L, l \in O \quad (105)$$

$$\bar{x}_{i,j1,j2} = 0/1 \quad \forall\, i \in C,\ j1, j2 \in L,\ j1 \neq j2 \quad (106)$$

$$\bar{y}_{i,j1,j2} = 0/1 \quad \forall\, i \in C,\ j1, j2 \in L, j1 \neq j2 \quad (107)$$

$$\bar{z}_{i,j1,j2} = 0/1 \quad \forall\, i \in C,\ j1, j2 \in L,\ j1 \neq j2 \quad (108)$$

$$x_{i,j} \geq 0 \quad \forall\, i \in C, j \in L \quad (109)$$

$$y_{i,j} \geq 0 \quad \forall\, i \in C, j \in L \quad (110)$$

$$z_{i,j} \geq 0 \quad \forall\, i \in C, j \in L \quad (111)$$

$$bL_{i,j} \geq 0 \quad \forall\, i \in C, j \in L \quad (112)$$

$$bW_{i,j} \geq 0 \quad \forall\, i \in C, j \in L \quad (113)$$

$$bH_{i,j} \geq 0 \quad \forall\, i \in C, j \in L \quad (114)$$

(58) Numaralı denklem, modelin amaç fonksiyonu olup, konteynerlerin içerisine yerleştirilecek kutu sayısının toplamını minimum yapar. Ancak amaç fonksiyonu değeri, birinci problem sonucunda hesaplandığı için, model sadece kısıtları sağlayan bir çözüm bulmayı hedefler.

(59) Numaralı kısıt her paketin mutlaka bir konteynere yerleştirilmesi gerektiğini ifade eder. (60) Numaralı denklem, herhangi bir kutunun tek bir oryantasyonda konteynere yerleştirilmesini sağlar. (61)-(63) Numaralı denklemler, kutunun konteynere yerleştirildiği oryantasyona göre uzunluk, genişlik ve yüksekliklerinin hesaplanmasını sağlar. (64)-(66) Numaralı kısıtlar kutuların geometrik olarak konteyner sınırları içerisinde kalmasını sağlar. (67)-(69) ve (70)-(73) numaralı kısıtlamalar aynı konteynere konan kutuların koordinatlarının üç eksenden herhangi birinde birbirleri üzerine çakışmamalarını sağlar. (74) No'lu kısıt, herhangi bir paketin dikey olarak kararlı olabilmesi için taban alanının en az üç köşesinin hemen altındaki kutunun üst yüzeyi tarafından desteklenmesi gerektiğini ifade eder. Paketlerin tabana dayalı olup, olmadığını ifade eden g_i değişkeni bir değerini aldığında, i paketi konteynerin tabanı tarafından destekleneceğinden (74) numaralı denklem etkisiz hale gelir. Ancak, g_i değişkeni sıfır değerini aldığında i kutusu konteyner tabanı değil de başka bir kutu tarafından destekleneceğinden (74) numaralı kısıt etkin hale gelecek ve sağ tarafı üç değerini alacaktır. Böylece i kutusunun tabanının en az üç köşesinin alttaki kutunun üst yüzeyinin içerisinde bulunması sağlanacaktır. (75) No'lu kısıt, paketin tabana dayalı olduğunu ifade eder. (76)-(81) No'lu denklemler, aynı konteyner içerisine yerleştirilen iki kutunun dikey

eksendeki konumlarının belirlenmesinde kullanılır. (82)-(85) No'lu kısıtlar, birbirini destekleyecek iki kutunun XY düzleminde çakışıp çakışmadığını ve birbirlerini destekleyebilmek için yüksekliklerinin uygun olup olmadığını kontrol eder. (86) ve (87) No'lu denklemler, iki kutunun birbirini destekleyebilmesi için aynı konteynere yerleştirilmesi gerektiğini ifade eder. (88) No'lu kısıt, desteklenen kutunun tabanının herhangi bir köşesi, ancak o kutu diğer kutu tarafından destekleniyorsa bir değerini alabilir. Herhangi bir kutunun tabanının üç köşesi desteklendiğinde, yani en az üç tane beta değişkeni bir değerini aldığında, (89)-(92) no'lu denklemlerdeki yardımcı değişkenler sıfır değerini alacak ve böylece (93)-(96) no'lu kısıtlar nedeniyle desteklenen kutunun X ve Y koordinatları destekleyen kutunun X ve Y koordinatlarının sınırları içerisinde kalacaktır.

(97)-(99) No'lu kısıtlar, konteynere yüklenen paketlere göre konteynerin ağırlık merkezinin X, Y ve Z koordinatlarını hesaplar. (100)-(103) No'lu kısıtlar, konteynerin ağırlık merkezinden X ve Y ekseni yönündeki sapmaların üst sınırını belirler.

(104)-(114) numaralı denklemler de modelin karar değişkenlerini ifade etmektedir.

3. BULGULAR ve TARTIŞMA

Kurulan modellerin doğruluk ve geçerliğini kontrol edebilmek için, en az bir uygun çözümü olduğu bilinen sentetik orta ölçekli bir test problemi oluşturulmuştur. Test problemi daha sonra ardışık olarak çözülmeye çalışılmıştır. Bulunan çözüm, yüklenecek bütün paketlerin toplam hacim ve ağırlıkları göz önüne alınarak (115)-(117) no'lu denklemlere göre hesaplanan konteyner sayısındaki alt sınır (CLB) ile karşılaştırılmıştır.

Toplam Hacime Göre Konteyner Sayısındaki Alt Sınır
$$CLB_{Vol} = \left\lceil \frac{\sum_{k=1}^{T} numBox_k (bL_k * bW_k * bH_k)}{cL * cW * cH} \right\rceil \tag{115}$$

Toplam Ağırlığa Göre Konteyner Sayısındaki Alt Sınır
$$CLB_{Wgt} = \left\lceil \frac{\sum_{k=1}^{T} numBox_k * bM_k}{cM} \right\rceil \tag{116}$$

Konteyner Sayısındaki Alt Sınır
$$CLB = \max\,(CLB_{Vol}, CLB_{Wgt}) \tag{117}$$

Ayrıca, iki problem arasındaki veri geçişini kolaylaştırmaya yönelik formatlar geliştirilmiş ve veri geçişi otomatize edilmiştir. Bunun yanında ikinci problem çözümünde elde edilen konteyner yerleşimlerini görebilmek için R dilinde küçük bir uygulama yazılmış ve geliştirilmiştir.

Problemleri çözmek için IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 12.7.1.0 konteyner yerleşimlerinin görselleştirilmesi için R Studio kullanılmıştır.

Bu bölümün sonraki kısımlarında, çözüm için oluşturulan veri seti, birinci ve ikinci problemlerin çözümleri sunulmuştur.

3.1. Problem Çözümleri için Oluşturulan Test Veri Seti

Test için oluşturulan veri seti elemanları birimden bağımsız olarak belirlenmiştir. Taşıma için kullanılacak konteyner boyutları sabit olup; uzunluk, genişlik ve yükseklik için boyutlar sırasıyla 48, 40 ve 30 olarak belirlenmiştir. Bir konteynerin ağırlık olarak taşıyabileceği maksimum yük kapasitesi 80 olarak belirlenmiştir.

Konteynerlere yüklenecek toplam 43 adet, 6 değişik boyutta paket tipi belirlenmiştir. Paketler 4 tedarik kapısından toplanıp, 3 talep kapısına dağıtılacaktır. 1 ve 4 numaralı paketler farklı konteynere yüklenecek; 1, 2 ve 4, 6 numaralı paketler aynı konteynerde olacaktır. Paketlerin tipleri, sayıları, boyutları, ağırlıkları, tedarik ve talep kapısı bilgileri Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5. Paket özellikleri

Paket Tipi	Paket Sayısı	Ağırlık	Uzunluk	Genişlik	Yükseklik	Tedarik Kapısı	Talep Kapısı
1	5	25	40	24	15	2	6
2	7	15	24	20	10	3	6
3	10	10	20	12	5	1	6
4	5	20	24	40	10	2	5
5	6	18	20	24	15	4	7
6	10	10	12	20	5	3	5

3.2. Birinci Problemin Çözümü

Oluşturulan veri seti için, Birinci Problem, IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 12.7.1.0 ile modellenerek çözülmüş ve en iyi çözüm 8,08 sn.de bulunmuştur. En iyi çözüm için amaç fonksiyonu değeri 9,493 olarak bulunmuş, çözümde dokuz adet konteyner kullanılarak bütün paketler yerleştirilmiştir. Sadece toplam hacim ve ağırlık kısıtlamaları göz önüne alınarak bulunan konteyner sayısı alt sınırı (CLB) sekiz olarak bulunmuştur. Bu durumda bulduğumuz çözüm en iyiye oldukça yakındır. Çözümde aynı konteyner ve farklı konteynerde olma kısıtları ve konteynerlerin ağırlık ve hacim limiti kısıtlamalarına dikkat edilmiştir. Boyutlarının büyük olması nedeniyle 1 ve 2 numaralı paketlerin hepsi aynı konteynere yüklenememiştir. Ancak, aynı konteynerde olma kısıtlaması göz önüne alınmıştır. Bulunan en iyi çözümde 9 adet konteyner kullanılmıştır. Kullanılan konteynerlere yerleştirilen paket tipleri, sayıları, konteynerin toplam ağırlığı ve turları Tablo 6'da verilmiştir.

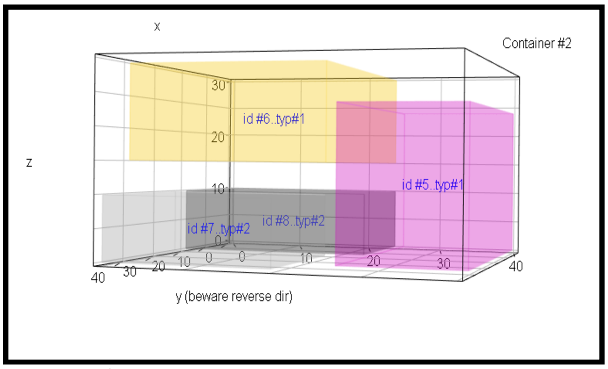
Tablo 6. En iyi çözümde kullanılan konteynerlerin içerikleri ve turları

Konteyner No	Konteynerde Bulunan Paketler	Toplam Ağırlık	Konteyner Turu
1	2 adet 1 No'lu kırmızı paket 2 adet 2 No'lu yeşil paket	80	0-2-3-6-8
2	2 adet 1 No'lu kırmızı paket 2 adet 2 No'lu yeşil paket	80	0-3-2-6-8
3	4 adet 5 No'lu mor paket	72	0-4-7-8
4	1 adet 1 No'lu kırmızı paket 3 adet 2 No'lu yeşil paket	70	0-2-3-6-8
5	3 adet 4 No'lu turuncu paket 2 adet 6 No'lu sarı paket	80	0-3-2-5-8
6	1 adet 4 No'lu turuncu paket 2 adet 6 No'lu sarı paket 2 adet 3 No'lu mavi paket	60	0-1-3-2-6-5-8
7	8 adet 3 No'lu mavi paket	80	0-1-6-8
8	2 adet 5 No'lu mor paket	36	0-4-7-8
9	1 adet 4 No'lu turuncu paket 6 adet 6 No'lu sarı paket	80	0-3-2-5-8

3.3. İkinci Problemin Çözümü

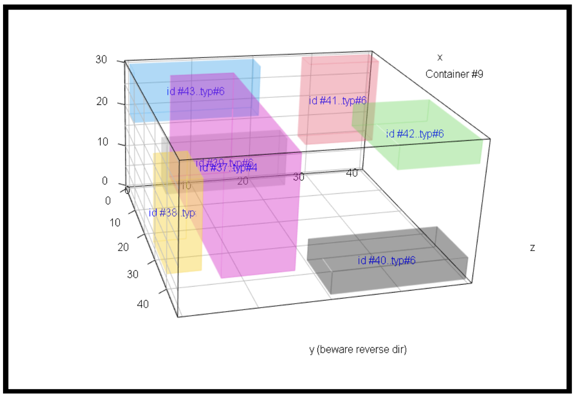
Birinci problem çözüldükten sonra, problemin çözümündeki kaç adet konteyner kullanıldığı ve paketlerin hangi konteynerlerin içerisinde olduğu bilgisi, formatlı bir metin dosyası ile ikinci probleme veri olarak girilmiştir. Daha sonra ikinci problemin sadece oryantasyon, geometrik ve üst üste çakışmama kısıtlamalarını içeren bölümü IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 12.7.1.0 ile modellenerek çözülmüş ve en iyi çözüm 0,19 saniyede bulunmuştur. Bulunan en iyi çözümde, dikey kararlılık ve ağırlık dağılım kısıtlamaları olmadığı için, bazı paketler konteynerin içerisinde havada asılı kalmışlardır. Örneğin, R Studio programında yazılan uygulama ile görselleştirilen iki numaralı konteyner yerleşiminde sarı ile gösterilen birinci tip paketlerden bir tanesinin havada asılı kaldığı Şekil 1'de gösterilmiştir.

Aynı çözümde, havada asılı kalan kutuların durumu dokuz numaralı konteynerin yerleşiminde daha açık görülmektedir. Dokuz numaralı konteyner yerleşiminin görseli Şekil 2'de verilmiştir.



Şekil 1. İki numaralı konteyner yerleşiminin gösterimi

Daha sonra ikinci probleme Ağırlık Dağılım ve Dikey Kararlılık kısıtları eklenerek çözülmüştür. Bu durumda ikinci problemin çözümü 2,06 dakika sürmüştür. Bulunan çözümde Dikey Kararlılık ve Ağırlık Dağılım kısıtları sağlanmasına rağmen amaç fonksiyonumuz kukla olduğu yani gerçekte amaç fonksiyonu olmadığı için paketler havada asılı kalmıştır. Amaç fonksiyonunu, denklem (118) ile verilen, konteynerlerin ağırlık merkezlerinin Z koordinatlarını minimum yapmak olarak seçtiğimizde ise beklenildiği şekilde paketler konteyner tabanına yakın ve havada asılı kalmadan yerleşmiştir.



Şekil 2. Dokuz numaralı konteyner yerleşiminin gösterimi

Son tasarımda en iyi çözümü bulmak 4,52 dakika sürmüş ve amaç fonksiyonu değeri 60,744 olarak bulunmuştur. En iyi çözümde paketlerin yerleştirildikleri konteynerler, paketlerin koordinatları ve boyutlarının gösterildiği excel sayfası Şekil 3'te gösterilmiştir.

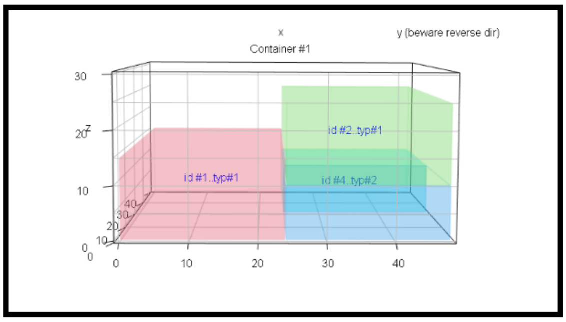
$$Min \sum_{i=1}^{numConts} zCG_i \tag{118}$$

En iyi çözümde, dokuz adet konteynerin yerleşimlerinden örnek olarak seçilen üç adet konteyner yerleşimi Şekil 4-6'da verilmiştir.

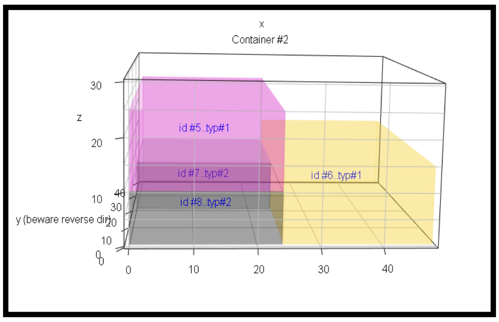
1	Box	Cont	Box Type	x	y	z	bl	bw	bh
2	1	1	1	0	0	0	24	40	15
3	2	1	1	24	0	10	24	40	15
4	3	1	2	24	20	0	24	20	10
5	4	1	2	24	0	0	24	20	10
6	5	2	1	0	0	10	24	40	15
7	6	2	1	24	0	0	24	40	15
8	7	2	2	0	0	0	24	20	10
9	8	2	2	0	20	0	24	20	10
10	9	3	5	24	20	0	24	20	15
11	10	3	5	0	0	0	24	20	15
12	11	3	5	0	20	0	24	20	15
13	12	3	5	24	0	0	24	20	15
14	13	4	1	0	0	0	24	40	15
15	14	4	2	24	0	0	24	10	20
16	15	4	2	24	30	0	24	10	20
17	16	4	2	24	10	0	24	20	10
18	17	5	4	24	0	0	24	40	10
19	18	5	4	24	0	10	24	40	10
20	19	5	4	0	0	5	24	40	10
21	20	5	6	0	0	0	12	20	5
22	21	5	6	0	20	0	12	20	5
23	22	6	3	12	20	0	12	20	5
24	23	6	3	12	0	0	12	20	5
25	24	6	4	24	0	0	24	40	10
26	25	6	6	0	20	0	12	20	5
27	26	6	6	0	0	0	12	20	5
28	27	7	3	36	0	0	12	20	5
29	28	7	3	36	20	0	12	20	5
30	29	7	3	24	0	0	12	20	5
31	30	7	3	24	20	0	12	20	5
32	31	7	3	12	20	0	12	20	5
33	32	7	3	12	0	0	12	20	5
34	33	7	3	0	0	0	12	20	5
35	34	7	3	0	20	0	12	20	5
36	35	8	5	0	0	0	20	24	15
37	36	8	5	20	0	0	20	24	15
38	37	9	4	12	0	0	24	40	10
39	38	9	6	36	20	0	12	20	5
40	39	9	6	36	20	5	12	20	5
41	40	9	6	36	0	0	12	20	5
42	41	9	6	0	20	0	12	20	5
43	42	9	6	0	0	5	12	20	5
44	43	9	6	0	0	0	12	20	5

Sayfa2

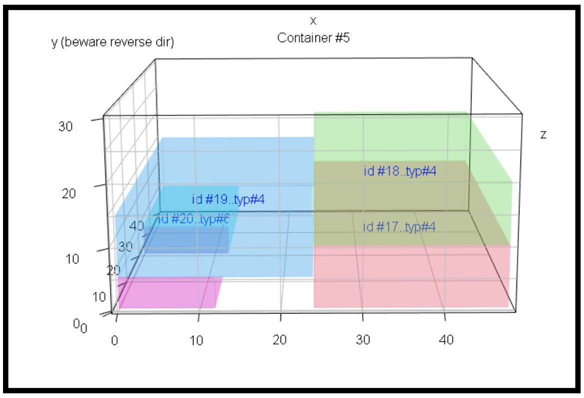
Şekil 3. İkinci problemin en iyi çözümü



Şekil 4. Birinci konteynerin içinin yerleşimi



Şekil 5. ikinci konteynerin içinin yerleşimi



Şekil 6. Beşinci konteynerin içinin yerleşimi

4. SONUÇLAR

Bu çalışmada, tedarikçileriyle üretici firma veya üretici firma ile müşterileri arasındaki malzeme akışını düzenlemek amacıyla oluşturulan döngüsel taşıma sistemlerinde kullanılan konteynerlerin en iyi şekilde rotalama ve yüklemesinin belirlendiği özgün bir matematiksel model önerilmiştir. Bu model, literatürde Kesme ve Paketleme Problemleri altında incelenen Konteyner Yükleme Problemi olarak sınıflandırılmıştır. Bu tip problemlerde, modele eklenen yan kısıt tipi ne kadar fazlaysa, gerçek hayat problemlerine o kadar yakın sonuçlar elde edilmektedir. Ancak modeldeki yan kısıt tipi çoğaldıkça, modelin boyutu büyümekte çözümün bulunması uzamaktadır.

Bizim önerdiğimiz çözüm yönteminde, problemi gerçek hayat problemine yaklaştırmak amacıyla çok sayıda yan kısıt tipi modele eklenmiştir. Problemi basitleştirmek ve çözüm süresini makul bir zamanda tutabilmek için, model ikiye bölünmüş ve ardışık iki model olarak çözülmüştür.
İki modelli problemin çözüm yönteminin doğruluğunu ve geçerliliğini kontrol edebilmek amacıyla, en az bir uygun çözümü olduğu bilinen bir test problemi oluşturulmuş. Model ve yöntem test verisi ile denenmiştir. Problem boyutu orta ölçekli olmasına rağmen model oldukça kısa bir sürede en iyi çözüme oldukça yakın bir çözüme ulaşabilmiştir.

Geleceğe yönelik olarak, bir Rassal Veri Üreteç programı yazılarak model ve çözüm yöntemi daha fazla ölçekteki veri setleriyle denenecek ve elde edilen sonuçlar konteyner sayısının alt sınırıyla karşılaştırılacaktır. Bunun yanında, iki modelin bağlantı kısıtları ile birleştirilmesiyle elde edilen bütünsel modelin çözüm performansını artırmaya yönelik sezgisel, meta-sezgisel veya mat-sezgisel yöntemler üzerinde çalışılacaktır.

Yazar Katkıları

Tevfik ALTINALEV: (a) Fikir, (b) Çalışma Tasarısı, Yöntemi, (c) Literatür Taraması, (f) Veri Toplama, İşleme, (g) Analiz, Yorum, (h) Metin Yazma

Alpaslan FIĞLALI: (a) Fikir, (c) Literatür Taraması, (d) Danışmanlık, (e) Malzeme, Kaynak Sağlama, (g) Analiz, Yorum, (ı) Eleştirel İnceleme

Etik Beyanı

Bu çalışmada, "Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi" kapsamında uyulması gerekli tüm kurallara uyulduğunu, bahsi geçen yönergenin "Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler" başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbirinin gerçekleştirilmediğini taahhüt ederiz.

Çıkar Çatışması

Yazarlar çıkar çatışması bildirmemişlerdir.

KAYNAKLAR

Abdou, G., & Elmasry, M. (1999). 3D random stacking of weakly heterogeneous palletization problems. *International Journal of Production Research, 37*, 1505-1524.

Alonso, M. T., Alvarez-Valdes, R., Iori, M., & Parreno, F. (2019). Mathematical models for multi-container loading problems with practical constraints. *Computers & Industrial Engineering, 127*, 722-733.

Amossen, R. R., & Pisinger, D. (2010). Multi-dimensional bin packing problems with guillotine constraints. *Computers & Operations Research, 37*, 1999-2006.

Bischoff, E., & Ratcliff, M. S. W. (1995). Issues in the development of approaches to container loading. *Omega, 23*, 377-390.

Bortfeldt, A., & Gehring, H. (1999). Two metaheuristics for strip packing problems. In D. K. Despotis & C. Zopounidis (Eds.), *Proceedings of the 5th International Conference of the Decision Science Institute* (pp. 1153-1156).

Bortfeldt, A., & Wascher, G. (2012). Container loading problems – A state-of-the-art review (Working Paper Series No. 7/2012).

Carpenter, H., & Dowsland, W. B. (1985). Practical considerations of the pallet loading problem. *Journal of the Operational Research Society, 36*, 486-497.

Chan, F. T. S., Bhagwat, R., Kumar, N., Tiwari, M. K., & Lam, P. (2006). Development of a decision support system for air-cargo pallets loading problem. *Expert Systems with Applications, 31*, 472-485.

Chen, C., Lee, S., & Chen, Q. (1995). An analytical model for the container loading problem. *European Journal of Operational Research, 80*(1), 68-76.

Chien, C., & Deng, J. (2004). A container packing support system for determining and visualising container packing patterns. *Decision Support Systems, 37*, 23-34.

Davies, A., & Bischoff, E. E. (1999). Weight distribution considerations in container loading. *European Journal of Operational Research, 114*, 509-527.

Deplano, I., Lersteau, C., & Nguyen, T. T. (2021). A mixed-integer model for the multiple heterogeneous knapsack problem with realistic container loading constraints and bins' priority. *International Transactions in Operational Research, 28*, 3244-3275.

Egeblad, J., Garavelli, C., Lisi, L., & Pisinger, D. (2010). Heuristics for container loading of furniture. *European Journal of Operational Research, 200*, 881-892.

Eley, M. (2003). A bottleneck assignment approach to the multiple container loading problem. *OR Spectrum, 25*, 45-60.

Fanslau, T., & Bortfeldt, A. (2010). A tree-search algorithm for solving the container loading problem. *INFORMS Journal on Computing, 22*, 222-235.

Fekete, S. P., Schepers, J., & van der Veen, J. C. (2007). An exact algorithm for higher-dimensional orthogonal packing. *Operations Research, 55*, 569-587.

Fuellerer, G., Doerner, K., Hartl, R. F., & Iori, M. (2010). Metaheuristics for vehicle routing problems with three-dimensional loading constraints. *European Journal of Operational Research, 201*, 751-759.

Gajda, M., Trivella, A., Mansini, R., & Pisinger, D. (2022). An optimization approach for a complex real-life container loading problem. *Omega, 107*, 102559. https://doi.org/10.1016/j.omega.2021.102559

Gehring, H., & Bortfeldt, A. (1997). A genetic algorithm for solving the container loading problem. *International Transactions in Operational Research, 4*, 401-418.

Gimenez-Palacios, I., Alonso, M. T., Alvarez-Valdes, R., & Parreno, F. (2023). Multicontainer loading problems with multidrop and split delivery conditions. *Computers & Industrial Engineering, 175*, 108844. https://doi.org/10.1016/j.cie.2022.108844

Girlich, E., & Tarnowski, A. G. (1994). Zur Effektivität von Gradientenverfahren für Zuschnittprobleme. *OR Spectrum, 16*, 211-221.

Goncalves, J. F., & Resende, M. G. C. (2012). A parallel multi-population biased random key genetic algorithm for a container loading problem. *Computers & Operations Research, 39*, 179-190.

He, K., & Huang, W. (2011). An efficient placement heuristic for three-dimensional rectangular packing. *Computers & Operations Research, 38*, 227-233.

Hemminki, J., Leipala, T., & Nevalainen, O. (1998). On-line packing with boxes of different size. *International Journal of Production Research, 36*, 2225-2245.

Hifi, M. (2004). Exact algorithms for unconstrained three-dimensional cutting problems: A comparative study. *Computers & Operations Research, 31*, 657-674.

Hodgson, T. J. (1982). A combined approach to the pallet loading problem. *IIE Transactions, 14*, 175-182.

Junqueira, L., Morabito, R., & Yamashita, D. S. (2012). Three-dimensional container loading models with cargo stability and load bearing constraints. *Computers & Operations Research, 39*, 74-85.

Jiao, G., Huang, M., Song, Y., Li, H., & Wang, X. (2024). Container loading problem based on robotic loader system: An optimization approach. *Expert Systems with Applications, 236*, 121222. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.121222

Liu, J., Yue, Y., Dong, Z., Maple, C., & Keech, M. (2011). A novel hybrid tabu search approach the container loading. *Computers & Operations Research, 38*, 797-807.

Makarem, O. C., & Haraty, R. A. (2010). Smart container loading. *Journal of Computational Methods in Science and Engineering, 10*, 231-245.

Martello, S., Pisinger, D., & Vigo, D. (2000). The three-dimensional bin packing problem. *Operations Research, 48*, 256-267.

Morabito, R., & Arenelas, M. (1994). An AND/OR-graph approach to the container loading problem. *International Transactions in Operational Research, 1*, 59-73.

Moura, A., & Oliveira, J. F. (2009). An integrated approach to the vehicle routing and container loading problems. *OR Spectrum, 31*, 775-800.

Nascimento, O. X., Queiroz, T. A., & Junqueira, L. (2021). Practical constraints in the container loading problem: Comprehensive formulations and exact algorithms. *Computers & Operations Research, 128*, 105-186.

Ngoi, B. K. A., Tay, M. L., & Chua, E. S. (1994). Applying spatial representation techniques to the container packing problem. *International Journal of Production Research, 32*, 111-123.

Padberg, M. (2000). Packing small boxes into a big box. *Mathematical Methods of Operations Research, 52*, 1-21.

Parreno, F., Alvarez-Valdes, R., Tamarit, J. M., & Oliveira, J. F. (2008). A maximal-space algorithm for the container loading problem. *INFORMS Journal on Computing, 20*, 412-422.

Pisinger, D. (2002). Heuristics for the container loading problem. *European Journal of Operational Research, 141*, 382-392.

Techanitisawad, A., & Tangwiwatwong, P. (2004). A GA-based heuristic for interrelated container selection loading problems. *Industrial Engineering and Management Systems, 3*, 22-37.

Terno, J., Scheithauer, G., Sommerweiss, U., & Riehme, J. (2000). An efficient approach for the multi-pallet loading problem. *European Journal of Operational Research, 123*, 372-381.

Tsai, D. M. (1987). *Modelling and analysis of three-dimensional robotic palletizing systems for mixed carton sizes* [Doctoral dissertation]. Iowa State University.

Wascher, G., Hausner, H., & Schuman, H. (2007). An improved topology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research, 183*, 1109-1130.