

## TEK ÖZELLİĞİ TEST EDİLEN ÜRÜNLERİN TEST SÜRECİNDE EKİPMAN SEÇİMİ İÇİN KISIT PROGRAMLAMA TEMELLİ OPTİMİZASYON\*

**Dr. Onur Koyuncu**

Hacettepe Üniversitesi  
İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi



### Öz

Test süreci, özellikle karmaşık ürünler için, işletme kaynaklarının doğru planlanmasını gerektiren önemli bir maliyet bileşenidir. Literatürde hem teknik hem de yönetim içerikli çalışmalarda test süreci ayrıntılı olarak işlenmekte, test karakteristikleri ile çıktı ürün kalitesi arasındaki ilişki ortaya konmakta, fakat optimal test ve tamir ekipmanı seçimi, bir optimizasyon problemi olarak ele alınmamaktadır. Bu çalışmada mükemmel olmayan bir test ve tamir döngüsünün dinamikleri ve ilintili ekipman seçim optimizasyonu problemini çözecek bir kısıt programlama modelinin yapısı açıklanmaktadır. Tamir makineleri için de genellenebilecek bu model, gerçekçi bir maliyet hesabı yaklaşımıyla ideal test ekipmanı seçimi yapılmasına yardım etmektedir.

**Anahtar Sözcükler:** Test tasarımı, ekipman seçimi, optimizasyon, karışık tamsayı programlama, kısıt programlama

*Constraint Programming Based Optimization of Equipment Selection for Testing Process of Products with a Single Attribute Subject to Test*

### Abstract

Testing process is an important cost component, especially for complex products, where companies must carefully plan their resources. Both technical and managerial aspects of the test process, the relationship between test characteristics, and the yield are investigated in detail, but the test and repair equipment selection has not yet been considered as an optimization problem. This paper briefly describes such a process based on an imperfect test – repair loop – and describes a constraint programming approach as a solution method. The model stands for an economic choice of test selection equipment with a realistic cost estimation approach which can also be generalized for repair equipments.

**Keywords:** Test design, equipment selection, optimization, mixed integer programming, constraint programming

---

\* Makale geliş tarihi: 22.04.2014  
Makale kabul tarihi: 27.07.2014

## **Tek Özelliği Test Edilen Ürünlerin Test Sürecinde Ekipman Seçimi İçin Kısıt Programlama Temelli Optimizasyon**

### **Giriş**

Karmaşık ürünlerin test süreçleri, hem mühendislik hem de yönetim bilimleri açısından ele alındığında analizi zor problemler ortaya koymaktadır. Özellikle elektronik ürünlerin (özellikle telekomünikasyon sektöründe kullanılan elektronik kart ve devrelerin) test süreçleri, bu araştırma alanının sıklıkla incelenen bir alt kümesidir. Yaklaşık 50 senedir mühendislerce teknik yanıncelenen bu probleme, yönetim bilimi araştırmacıları da yaklaşık 30 senedir dâhil olmuştur. Bunun temel nedeni, problemin kaçınılmaz bir açılım olarak maliyet içerikli çalışmalara yol açması ve bu bakış açısının hızla yaygınlaşmasıdır.

Test maliyetleri sabit ve değişken maliyetler olarak ikiye ayrılır. Sabit maliyetler belirli bir ürünün tasarımından piyasaya sunulmasına kadar gerçekleşen süreçte sadece bir kez karşılaşılan ve tekrar etmeyen maliyetler (makine yatırımı, yazılım, vb.) olarak tanımlanabilir. Değişken maliyetler ise işgücü, test ve tamir işlemlerinin aldığı süre, test ve tamir makinelerinin performansları ve kapasitelerinden kaynaklanacak maliyetler ve çıktılarından (özellikle hatalı çıktılarından) kaynaklanan maliyetlerden oluşmaktadır. Yıllık toplam olarak ele alındığı zaman, değişken maliyetler ve sabit maliyetler birkaç sene içinde başa baş noktasına ulaşabilecektir.

Test ve tamir makinelerinin verimlilik ve isabetli sonuç verebilme başarımlarının sebep olacağı maliyetler bu çalışmada performans maliyetleri olarak tanımlanmıştır. Test ve tamir cihazlarının hatalı çalışmaları durumunda performans maliyetleri oluşmaktadır. Örneğin bir ürün testi geçemeyip tamir makinesine aktarıldığı zaman, üzerinde bulunan kusur gerçekte düzeltilememişse, aynı testten tekrar başarısız olacağı beklenebilir. Böyle bir durumda da ürün test sisteminde bir turu firmaya hiçbir katma değer sağlamadan atmış ve maliyetleri artırmış olacaktır.

Test makinesi performansında görülecek olası hatalar ise firmanın son kullanım için sevk edeceği nihai ürünlerdeki hata oranlarını etkileyecektir. Test makinesinin onay verdiği fakat gerçekte kusurlu olan bir ürün, en kötü ihtimalle son kullanılacağı yerde fark edilecektir. Böylesi durumlarda ürünün değiştirilmesi, yerinde tamiri, firmaya geri yollanarak firmada tamiri, lojistik ve ulaşım masrafları, firmanın piyasadaki imajının zarar görmesi nedeniyle oluşabilecek satış kayıpları gibi maliyetler oluşabilecektir.

Bu çalışmada teste tabi tek özelliği olan ürünlerin test sürecinde makine seçim problemine odaklanılmaktadır. Problem farklı özellik ve fiyatlara sahip test makineleri arasından kaliteli nihai çıktı oranına en ekonomik şekilde ulaşmayı sağlayacak makine kombinasyonunun seçimidir. Takip eden kısımda problem tanımı ve ilintili literatür araştırması verilecek, ikinci kısımda optimizasyon probleminin matematiksel yapısı açıklanacak, üçüncü kısımda farklı senaryolar karşılaştırılacak, dördüncü kısımda kısıt programlama yaklaşımı tanımlanacak ve son kısımda sayısal örnekler verilecektir.

## 1. Problem Tanımı ve Literatür

Test sürecine dair ilk çalışmalar testlerde hata saptanması ve ilintili olasılık dağılımlarını inceleyen Gluss (1959) ve tamir edilebilirlik ve test planlaması konularına odaklanan Flehinger'in (1965) çalışmalarıdır. Gluss (1959) hata olasılıklarının dağılımlarından hareketle test sürecinin başlangıcından hatanın saptanmasına kadar geçecek sürenin hesaplanmasına yönelik matematiksel hesapları ortaya koyarak alana dair çalışmaların öncüsü olmuştur. Test sürecinin iki amacından birinin hatalı olma eğilimi gösteren parçaları ortaya çıkarmak, diğerinin ise ürün kalitesinin tahmini olduğunu öneren Flehinger (1965) ise test süresini en aza indirecek optimal test planını önermiştir. Takip eden 20 yıl içinde test alanındaki çalışmalar hata saptanması, hata kapsanması, tamir edilebilirlik, test süresi minimizasyonu ve test çizelgeleme ve test stratejisi seçimi çevresinde ve mühendislik yaklaşımı altında gelişmiştir. Test planlama ve test stratejilerinin karşılaştırılma çabası ise nihayetinde maliyet temelli çalışmaların başlamasını sağlamıştır. Maliyet temelli çalışmaların ilk önemli örneğinde Dislis, Dear, Miles, Rau ve Ambler (1988), farklı test stratejilerini maliyet açısından karşılaştırarak doğrudan test maliyetleri üzerine yapılan çalışmalara öncü olmuşlardır. Dislis, Dear, Lau ve Ambler (1989) ise test makinesi yatırımının optimal test stratejisinin temel maliyet bileşenlerinden biri olduğunu ilk kez öne sürmüştür. Gerçekçi maliyet modelleri oluşturmaya çalışan Nachlas, Loney ve Binney (1990), test sürecinin ana maliyetlerini testten, tamirden ve kaçış sonucu müşteriye sevk sonucu oluşan maliyetlerin bir toplamı olarak ele almışlardır. Çalışma

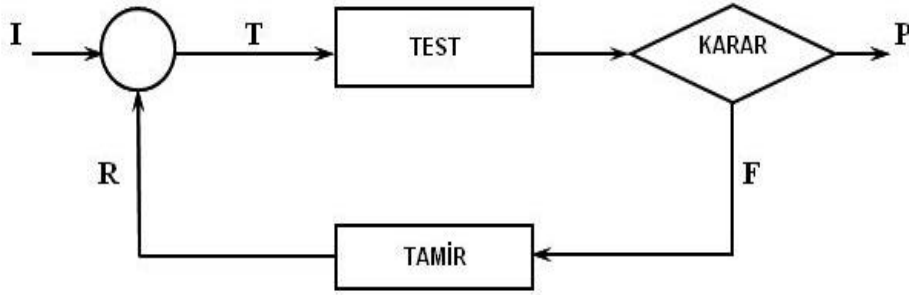
mükemmel test süreci için optimal test stratejisini önermekte ve bu çalışmada olduğu gibi mükemmel olmayan test süreçleri için de sezgisel çözümler uygulamaktadır. Dick, Trischler, Dislis ve Ambler (1994), potansiyel olarak incelenebilecek çok sayıda değişkenin her birinin aynı öneme sahip olmadığını savunmuş ve geliştirdikleri duyarlılık analizi yaklaşımlarıyla, üretim hacmi, üretim maliyeti, hata kapsanması gibi faktörleri içeren beş parametreyi incelemenin yeterli olacağını göstermişlerdir. Bununla birlikte, Volkerink, Khoche, Kamas, Rivoir ve Kerkhoff (2001), ekonomik bir test süreci için hangi mali kaynakların ne şekilde kullanılması gerektiği bilgisinin endüstri tarafından hala net olarak bilinmediğini öne sürmektedir.

Bu çalışmayla ilintili yakın tarihli çalışmalarda, test maliyetlerini açıklamak amacıyla test döngüleri ortaya konmuş ve ayrıntılı hesaplamalar yapılmıştır. Örneğin Goyal ve Mosher (2006), basit bir test döngüsü üzerinden test süresi ve çıktı oranlarına bağlı maliyet hesapları yapmıştır. Önerdikleri kesin hesaplar Şekil 1'de gösterilen test döngüsü ve bu döngünün çeşitlemelerini temel alan Goyal ve Mosher (2006), test maliyetlerinin azaltılması için ilk test turunda elde edilecek verimin en üst seviyeye çekilmesi gerektiğini savunmuşlardır. Rossi, Tarım, Hnich ve Prestwich (2006), yine benzer döngülerle çok özellikli ve etkileşimli (bir test ya da tamir işleminin farklı özellikleri de etkilemesi) test süreçlerinde ürünün hata olasılığını tahmin eden bir model geliştirmişlerdir. Bu model tek özellikli ürünlerin test sürecinde aktif kullanılsa da makine seçim probleminin etkileşimli test sürecinde çözülmesinde (Koyuncu, 2007) hayati rol oynamaktadır. Fisher ve ark. (2007a ve 2007b), aynı döngülerle maliyet için kesin hesap yöntemleri oluşturmuş ve sistemi kontrol edecek bir yazılım önermiştir. Özellikle ilk çalışmada (Fisher ve ark. 2007a) ağ modeli olarak tanımlanabilecek her türlü test süreci için saat bazında test, tamir ve nakliye maliyetleri ve çıktı miktarlarına dair kesin hesaplar ortaya konmuştur. Wilson ve ark. (2007) ve Wilson ve Goyal (2012), yine aynı yapıdaki testler için parametre tahmini yöntemlerine odaklanmışlardır. Bayesgil bir yaklaşımla hesapladıkları ilk test turu verimi, tamir sonrası çıktı miktarları ve tutarlılık adına her teste özel gerçekleştirilen benzetim değerleri adet bazında yüksek hatalar verse de çıktı oranları olarak ele alındığında oldukça tutarlı değerler sergilemiştir.

Anılan bu çalışmaların hemen hepsi maliyeti optimizasyondan izole şekilde hesaplamaya ya da maliyet hesaplarında kullanılacak hata olasılığı parametrelerini tahmin etmeye yöneliktir. Ekipman seçimi problemi tüm bu yaklaşımların doğal bir sonucu olup literatürde doğrudan ele alınmamıştır. Ekipman seçimine yönelik çalışmalar alternatif bileşmelerin maliyet karşılaştırması ya da sadece bir çalışmada gözlemlendiği üzere eldeki makinelerin yapılacak testlere dağıtımını (Fisher ve ark. 2007a) içermektedir.

Test tasarımı ve hesaplamalarında kullanılan temel kavramların kolayca açıklanabilmesi için bu çalışmalarda da görülen olası en basit test akışı örnek olarak kullanılacaktır. Şekil 1’de basit test akışı grafik olarak görülmekte ve grafiğin açıklaması bulunmaktadır. Bu kısımda tanımlanan yapı ve olasılıklar bu paragrafta anılan çalışmaların çoğunda bu şekliyle tanımlanmış olup, notasyon Wilson ve ark. (2007) tarafından kullanılan notasyon ile aynıdır.

Şekil 1. Temel Test Akışı



Girdi ürünler stok noktası gibi çalışan (I, *Input*) ilk düğüme gelmektedir. Daha sonra test makinesine giden ürünler (T, *Test*), testi geçen (P, *Pass*) ve geçemeyen ürünler (F, *Fail*) olarak iki yola ayrılmaktadır. Tamir gören ürünler (R, *Repair*) tekrar ilk düğüme giderek stoğa eklenmekte ve yeniden test edilmektedir. Bu döngü, test stratejisine bağlı olarak belirli sayıda ya da belirli bir çıktı oranına ulaşılan dek tekrarlanabilir. Böyle bir test döngüsünde akış miktarlarını belirleyen, girdi ürünlerin kalite yapısı ve test ile tamir makinelerinin özellikleridir.

Girdilerin özellikleri iki temel değişkenle incelenebilir. Bunlar girdilerin test edilecek özelliklerinin sayısı ve her özellik için girdi kitlesindeki başarılı üretim oranı olarak görülmektedir. Girdilerin test edilecek özellikleri *f* (*feature*), nihai ürünün test edilecek özelliklerinin sayısını gösterir. Bu özellikler bağımsız ya da etkileşimli olarak test edilebilir. Bu çalışma bağımsız test durumunu ele almaktadır. Girdi kitlesindeki başarılı üretim oranı ise teste giren ürünün teste tabi özelliğinin düzgün çalışıyor olma olasılığına denk gelmektedir. Düzgün çalışan özelliklerin sayısı ya da olasılıkları için *G* (*Good*), bozuk özelliklerin sayısı ya da olasılıkları için ise *B* (*Bad*) işaretçileri kullanılacaktır.

Test ve tamir makinelerinin performansları da test akışını belirleyecek etkenlerden biridir ve bilindiği varsayılr. Bu çalışmada test ve tamir sürecinin mükemmel olmadığı varsayılmaktadır. Hatasız bir ürünün testi geçmemesi

hatalı reddetme durumuna (istatistiksel bir ifadeyle birinci tip hataya), hatalı bir ürünün testi geçmesi ise hatalı kabul durumuna (ikinci tip hata) örnek olarak verilebilir.

Gösterim olarak, test ve tamir makinelerine ait bu olasılıklar Wilson ve ark. (2007) tarafından kullanılan notasyona denk olarak  $\alpha$  ve  $\beta$  sembolü ile verilecektir. Bahsedilen olasılıkların tanımları şunlardır:

- $\alpha_{TP}$ : “TP - *True Pass*”, yani hatasız ürünün testi geçme olasılığı (doğru karar),  
 $\alpha_{FF}$ : “FF - *False Fail*”, yani hatasız ürünün testi geçmemesi olasılığı (I. Tip Hata),  
 $\alpha_{TF}$ : “TF - *True Fail*”, yani hatalı ürünün testi geçmemesi olasılığı (doğru karar),  
 $\alpha_{FP}$ : “FP - *False Pass*”, yani hatalı ürünün testi geçme olasılığı (II. Tip Hata).

Kusursuz bir ürün bu yapıya göre ya doğru bir karar ile kabul edilecek ya da yanlış bir karar ile ret edilecektir ve üçüncü bir alternatif senaryo bulunmamaktadır. Benzer durum hatalı ürünler için de geçerlidir. Bu durumda herhangi bir test makinesi için olasılık değerleri kullanılan şu formüller geçerlidir:

$$\alpha_{TP} + \alpha_{FF} = 1$$

$$\alpha_{TF} + \alpha_{FP} = 1$$

Test makineleri ile ilgili yukarıdaki performans formüllerine denk benzer formüller tamir makineleri için de geçerlidir (Wilson ve ark. 2007).

- $\beta_{GG}$ : “GG - *Good to Good*”, yani sağlam ürünün tamirden sağlam çıkma olasılığı,  
 $\beta_{GB}$ : “GB - *Good to Bad*”, yani sağlam ürünün tamirden bozuk çıkma olasılığı,  
 $\beta_{BG}$ : “BG - *Bad to Good*”, yani bozuk ürünün tamirden sağlam çıkma olasılığı,  
 $\beta_{BB}$ : “BB - *Bad to Bad*”, yani bozuk ürünün tamirden bozuk çıkma olasılığı,

Test makinelerinde görülen eşitliğin bir benzeri olan tamir makineleri denklemleri ise şu şekilde gerçekleşecektir:

$$\beta_{GG} + \beta_{GB} = 1$$

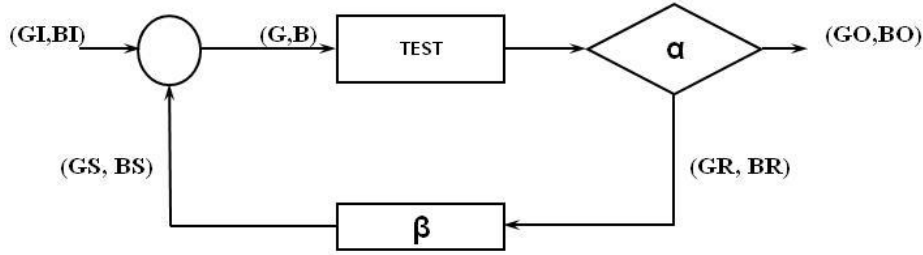
$$\beta_{BB} + \beta_{BG} = 1$$

Bu durumda Şekil 1'deki ağ modelinin matematiksel ifadesi şöyle tanımlanır:

$GO = \alpha_{TP} * G$	Sağlam çıktıların denklemi
$BO = \alpha_{FP} * B$	Bozuk çıktıların denklemi
$GR = \alpha_{FF} * G$	Tamire giden sağlam ürünlerin denklemi
$BR = \alpha_{TF} * B$	Tamire giden bozuk ürünlerin denklemi
$GS = \beta_{BG} * BR + \beta_{GG} * GR$	Tamirden çıkan sağlam ürünlerin denklemi
$BS = \beta_{BB} * BR + \beta_{GB} * GR$	Tamirden çıkan bozuk ürünlerin denklemi
$G = GS + GI$	Teste giren toplam sağlam ürünlerin denklemi
$B = BS + BI$	Teste giren toplam bozuk ürünlerin denklemi

Bu ifadeler aynı zamanda test akışı parametrelerini hesaplamakta kullanılacak matematiksel bir modelin, bir doğrusal denklemler kümesinin bileşenleri olarak da görülebilecektir. Matematiksel modelin grafik gösterimi aşağıdaki gibidir:

Şekil 2. Temel Test Akışı Karar Değişkenleri



Şekil 2'de GI ve BI değişkenleri teste giren hatasız ve hatalı ürün kitlesini tanımlar. GO ve BO değişkenleri testi geçen hatasız ve hatalı ürünleri, GR ve BR testi geçemeyerek tamire aktarılan ürünleri, GS ve BS ise tamirden çıkıp bir sonraki test döngüsüne aktarılan ürünleri ifade eder.

Dinamik bir yapı için, aşağıda verilen denklem seti, t indeksi tekrar edilecek test sayısı gösterecek şekilde, her t için hesaplanır ise, tekrarlamalı olarak aynı problemi herhangi bir t değeri için çözecektir. Sadece tek bir özelliğin test edildiği akılda tutulursa, aşağıdaki denklem setinin aynı zamanda her farklı t değeri için farklı  $\alpha$  ve  $\beta$  değerlerine izin verdiği görülmektedir. Böylece, aynı özelliğin art arda n farklı makinelerde, tekrarlamalı olarak teste girmesi durumunda elde edilecek kusursuz çıktı olasılığının değerini bulmak için kullanılabilir.

$$GS_t = \beta_{BG,t} * BR_t + \beta_{GG,t} * GR_t$$

$$BS_t = \beta_{BB,t} * BR_t + \beta_{GB,t} * GR_t$$

$$G_t = GS_t + GI_t$$

$$B_t = BS_t + BI_t$$

$$GR_t = \alpha_{FF,t} * G_t$$

$$BR_t = \alpha_{TF,t} * B_t$$

$$GO_t = \alpha_{TP,t} * G_t$$

$$BO_t = \alpha_{FP,t} * B_t$$

$$\forall t \in (1..n)$$

Çalışmanın temel konusu olan yöneylem araştırması perspektifine geçmeden önce bu temel kavramların bilinmesi ve temel matematiksel hesapların anlaşılması önemlidir. Mevcut aşamada artık optimizasyon imkanı bulunmaktadır. Böyle bir yapıda farklı makinelerin farklı sonuçlar vereceği ortadadır. Performansları ile ilintili olarak makinelerin fiyatlarının da değişeceği göz önüne alınırsa, son ürünlerin kalitesi ile makine yatırımı arasında bir değiş tokuş fırsatı gözlenmektedir. Takip eden kısımlarda optimizasyon modelleri verilecektir.

## 2. Tek Özellikli Test için Ekipman Optimizasyonu

Örnekte firma, tek özelliği test edilecek ürünü için iki test makinesi arasında seçim yapacaktır. Kullanılacak tamir makinesi sabittir. Tamir makinesi kusurlu ürünleri %90 olasılıkla düzeltebilmekte ve kusursuz ürünleri



de %10 olasılıkla bozmaktadır. Alternatif test makinelerinin bir tanesi, kusurlu ürünleri de kusursuz ürünleri de %70 olasılıkla, diğeri ise her iki işlemi %90 olasılıkla doğru olarak saptayabilmektedir. Problemde çıktılar için minimum kusursuz ürün seviyesi ve makine kapasiteleri göz ardı edilecektir. Böylece maliyet bilgileri ile oynayarak ideal test makinesi seçiminin nasıl değişeceği incelenebilecektir. Modelin minimize edilecek amaç fonksiyonu:

$$VcR*(GS[1]+BS[1]) + Fc*BI[1] + \sum_i VcT_i*(GT_i[1]+BT_i[1]) + \sum_i FcT_i*use[t_i,1]$$

Amaç fonksiyonu, değişken tamir maliyetleri (VcR maliyet parametresi ve GS ile BS tamir gören ürün sayısı), test tekrarı maliyetleri (Fc), değişken test maliyetleri (VcT maliyet parametresi ve GT ile BT tüm test döngülerinde teste giren toplam ürün sayısı) ve makine yatırım maliyetleri (FcT) toplamından oluşur. Modelin kısıtları ise şu şekildedir:

$$GI[0] = 50$$

$$BI[0] = 50$$

$$GI[t] = \alpha_{TP,T1}[t] * GT_1[t] + \alpha_{TP,T2}[t]*GT_2[t]$$

$$GS[t] + GI[t-1] = GT_1[t] + GT_2[t]$$

$$GR[t] = \alpha_{FF,T1}[t] * GT_1[t] + \alpha_{FF,T2}[t] * GT_2[t]$$

$$GS[t] = \beta_{GG} * GR[t] + \beta_{BG} * BR[t]$$

$$BI[t] = \alpha_{FP,T1}[t] * BT_1[t] + \alpha_{FP,T2}[t]*BT_2[t]$$

$$BS[t] + BI[t-1] = BT_1[t] + BT_2[t]$$

$$BR[t] = \alpha_{TF,T1}[t] * BT_1[t] + \alpha_{TF,T2}[t] * BT_2[t]$$

$$BS[t] = \beta_{GB} * GR[t] + \beta_{BB} * BR[t]$$

İlk iki kısıt, girdilerin hata yapısını gösterir. Takip eden iki kısıt seti, sırasıyla kusursuz (G) ve kusurlu (B) ürünlerin akışlarını gösterir. Girdiler (GI-BI), iki test makinesine girecek, girdi ve tamir edilenlerin toplamı test edilenlerin toplamına eşit olacak (ilk GS-BS kısıtları), testten geçemeyenler

tamire gidecek (GR-BR) ve tamire giren ürünler işlem görecektir (ikinci GS-BS kısıtları). Sonraki kısıtlar ise optimizasyon açısından gerekli kısıtlardır.

$$GI[t] + BI[t] = GI[t-1] + BI[t-1]$$

$$GT_i[t] + BT_i[t] \leq \text{cap}_{T_i} * \text{use}[T_i, t], \forall i \in (1, 2)$$

$$\sum_i \text{use}[T_i, t] = 1$$

Son grubun ilk kısıtı, girdi ve çıktılarının sayısını eşitlemektedir. Hemen sonraki kısıt, iki test makinesinin kapasitelerini sınırlandırmakta ve mevcut kapasitelerine dayanarak kaçır test makinesi kullanılması gerektiğini saptamaktadır. Eldeki problemde makine kapasiteleri çok yüksek tutulmuş olduğundan, bu kısıt herhangi bir sonuç değişikliği sağlamamakta ve “use” değişkeni (kaç makine kullanılacağı), doğal olarak 0-1 değişken haline gelmektedir. Son kısıt da sistemi iki test makinesinden birini seçmeye zorlamaktadır.

Yukarıdaki model t indisine (test sayısı) bağlı olarak her kısıt için çoğalabilir. Bu özelliği, modelin 2 ya da daha fazla test için de kullanılabilir olmasını sağlamaktadır. Aynı zamanda bu özellik testin her tekrarı için (her t için) farklı  $\alpha$  ya da  $\beta$  parametreleri kullanımına imkan verecektir. Bu özellik de belirli bir öğrenme eğrisinin ve olası daha gerçekçi senaryoların modellenebilmesine olanak sağlamaktadır. Model, temel test akışına dayanarak test makinesi tercihi yapabilmektedir. Benzer bir tercih tamir makineleri için de yapılabilir. Farklı problemler için bulunan sonuçlar Tablo 1’de sergilenmektedir.

**Tablo 1.** Temel Test Optimizasyon Problemi Girdileri ve Sonuçları

Değişkenler	Senaryo 1	Senaryo 2	Senaryo 3	Senaryo 4a	Senaryo 4b
$\alpha_{TP,T1}$	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
$\alpha_{TF,T1}$	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
$\alpha_{TP,T2}$	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9
$\alpha_{TF,T2}$	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9
$\beta_{BG}$	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9
$\beta_{GG}$	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
VcT1	100	100	100	100	100

VcT2	100	200	100	100	100
VcR	100	100	100	100	100
Fc- Hatalı Ürün Maliyeti	1,000	1,000	1,000	8,400	4,600
FcT1	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000
FcT2	100,000	100,000	200,000	200,000	200,000
Girdi Miktarı (G-B)	50 – 50	50 – 50	50 – 50	50 – 50	0 – 100
Z – Amaç Fonksiyonu	127,804	142,424	142,424	269,317	283,000
Makine Seçimi	T2	T1	T1	T2	T2
Test Edilen	104.9-56.1	118.2-57.6	118.2-57.6	104.9-56.1	98.8-111
Tamir Edilen	10.5-50.5	35.5-40.3	35.5-40.3	10.5-50.5	9.9-99.9
Ürün Oranı	%94.39	%82.73	%82.73	%94.39	%88.9

Tablo 1, temel problem hakkında önemli denge noktalarını göstermektedir. İlk senaryoya bakıldığında, makine fiyatları (FcT) ve değişken maliyetler (VcT) her iki makine için de aynı olduğu durumda, hem doğru kabul hem de doğru ret oranları yüksek olan ikinci makine tercih edilmiştir. Fakat ikinci senaryoda görüldüğü gibi, daha yüksek performansa sahip ikinci makine, değişken faaliyet maliyeti iki katına çıktığında artık ekonomik seçim olmaktan uzaklaşmaktadır. Daha düşük performansa sahip ilk makine amaç fonksiyonu yani toplam maliyeti yükseltecek şekilde seçilmekte, bu esnada kusursuz ürün oranı %94.39'dan %82.73'e düşmektedir. Üçüncü senaryoda değişken maliyetler eşit tutulmuş, bu sefer ikinci makinenin fiyatı yani sabit maliyeti iki katına çıkartılmıştır. Bu fiyat farkı, değişken maliyetlerdeki ve çıktılardaki kusurlu ürün masrafı farkını dengeleyememiş ve tekrar ilk makine tercih edilmiştir. İlk makinenin girdileri aynı olduğu ve sadece ikinci makinenin masrafının artması sonucu ekonomik seçim olmaktan çıkması nedeniyle toplam maliyet değişmemiştir. Dördüncü senaryonun ilk kısmı, diğer girdilerin seçimi nasıl etkileyebileceğini göstermektedir. Testi geçen hatalı ürün başına oluşan maliyet 1000 birimden 8400'e çıktığı zaman, ikinci makine, iki kat yüksek fiyata (100,000 birim fark) sahip olmasına rağmen, ilk makinenin yol açtığı yüksek hatalı çıktı oranı (yaklaşık %17.3) nedeniyle en ekonomik çözüm haline gelmektedir. Burada toplam maliyetin yaklaşık iki katına çıktığı da gözlenmektedir. Senaryonun ikinci kısmında ise 4600 birimlik kusurlu nihai ürün maliyeti, yaklaşık bir sınır olmaktadır. 4500 ile 4600 değerleri arasında makine tercihi değişmektedir. Son senaryoda girdiler değiştirilmiş ve sisteme giren tüm ürünlerin bozuk olduğu varsayılmıştır. Böyle bir durumda yüksek maliyetine rağmen ikinci makine seçilmiş ve 283,000 birim toplam maliyet ve

%88.9 başarımlı oranı yakalanmıştır. Kusurlu ürün başına maliyet 4500 olduğu takdirde ise 280,530 birim toplam maliyet ve %66.8 başarımlı oranı söz konusu olmaktadır. Böyle bir durumda bile yaklaşık %1'lik maliyet farkına katlanarak başarımlı oranını %22.1 artırmak firma için daha arzu edilesi bir yol olarak görünmektedir.

### 3. Farklı Senaryolar

Bir önceki kısımdaki problem, ayrı olarak çözülmüş iki test akışı probleminin karşılaştırması gibi görünmektedir. Problemi biraz daha karmaşıklaştırmak amacıyla aşağıdaki kısıtların eklenmesi durumunda model, makine seçerken çıktı kalitesi ve makine sayısı belirlenmesi gibi ölçütleri de dikkate alacaktır.

$$\sum_i use[i, t] \leq nm$$
$$GI[nbt] \geq (GI[0]+BI[0])*y$$

İlk kısıt toplam kullanılan makine sayısı için bir üst sınır oluşturmaktadır. Sonraki kısıt ise testten çıkan ürünlerin içindeki kusursuz ürün oranını belirli bir oranın üzerinde tutmak üzere yazılmıştır. Burada karşılaşılan  $y$  değişkeni, istenen çıktı oranını göstermektedir ve ürün oranı (*yield*) ile eş anlamlı olarak kullanılmaktadır. Tek bir makinenin tercih edilmesi ve tüm makinelerin aynı tip olması istendiği takdirde, modelin bu özelliği zorlaması için aşağıdaki kısıtların eklenmesi gerekecektir.

$$use[T_i, t] \leq nT_i * M, \forall i \in (1, 2)$$
$$\sum_i nT_i = 1$$

Bu kısıtlar yaygın kullanılan tam sayı programlama kısıtları olup,  $M$  yeterince büyük bir sayıyı göstermektedir. Tüm yeni kısıtlar kullanılarak problem tekrar çözüldüğünde bulunan sonuçların bir kısmı Tablo 2'de görülmektedir.  $\alpha_{TP,T1} = 0.85$ ,  $\alpha_{TF,T1} = 0.95$ ,  $\alpha_{TP,T2} = 0.95$ ,  $\alpha_{TF,T2} = 0.85$

**Tablo 2.** İkinci Problemin Sonuçları

Değişkenler	Senaryo 1	Senaryo 2	Senaryo 3	Senaryo 4	Senaryo 5	Senaryo 6
$\alpha_{TP,T1}$	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85
$\alpha_{TE,T1}$	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95
$\alpha_{TP,T2}$	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90
$\alpha_{TE,T2}$	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90
VcT <sub>1</sub>	100	100	100	100	100	100
VcT <sub>2</sub>	100	100	100	100	100	100
FcT <sub>1</sub>	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000
FcT <sub>2</sub>	100,000	100,000	100,000	99,800	99,800	99,800
CapT <sub>1</sub>	50	50	50	50	50	50
CapT <sub>2</sub>	50	100	100	50	50	50
Y	%90	%90	%95	%90	%90	%90
Girdi Miktarı	50 – 50	50 – 50	50 – 50	50 – 50	100 – 0	0 – 100
Z	427,142	227,804	427,142	427,004	311,960	540,292
Makine Adedi	T1 4	T2 2	T1 4	T2 4	T2 3	T1 5
Ürün Oranı	%97.14	%94.39	%97.14	%94.39	%99.87	%94.38

Tablo 2, fiyat ve kapasite eşitliği durumunda modelin daha yüksek performansa sahip olan makineyi seçtiğini göstermektedir. Fakat ikinci senaryoda görülmektedir ki, ilk makinenin kapasitesi iki katına artırıldığında, model ürün kalitesinden %3 civarında ödün vererek maliyeti yarıya indirmekte ve ikinci makineyi tercih etmektedir. Fakat pek çok sektörde rastlanabileceği üzere maliyet – kalite değiş tokuşu için belirli sınırlar bulunabilmektedir. Üçüncü senaryoda, ikinci senaryo üzerine %95’lik çıktı oranı da eklendiğinde, maliyetin tekrar iki katına çıktığı ve daha düşük kapasiteli (yani göreceli olarak diğer makinenin iki katı pahalı) olmasına rağmen çıktı kalitesini tutturabilmek adına ilk makinenin seçildiği görülür.

Dördüncü senaryo, kapasite ve değişken maliyet dengesi durumunda yaklaşık makine fiyatına bağlı tercihin hangi noktada oluştuğunu göstermektedir. Gerçek değer 99834.5 birimlik bir bedelde gerçekleşmektedir. T<sub>2</sub> makinesinin bu bedel altında satılması durumunda, tercih hep T<sub>2</sub> makinesi olacaktır. Fakat bu diğer şartların aynı kalmasına bağlıdır. Beşinci senaryoda görüldüğü gibi teste giren tüm ürünler kusursuz ise, T<sub>2</sub> makinesinden 4 yerine 3 adet kullanılarak, 311,960 gibi en düşük maliyetle %99.87 verimle en yüksek çıktı oranı elde edilmektedir. Burada %0.13’lük kusursuz ürün kaybı, test ve

tamir makinelerinin mükemmel olmamasından kaynaklanmaktadır. Son senaryo ise göstermektedir ki, teste giren tüm ürünlerin kötü olması durumunda makine performansı ön plana çıkmakta ve  $T_1$  makinesi avantajlı olmadığı bilinen fiyat ve kapasitesine rağmen tercih nedeni olmaktadır. Bu makineden 5 adet kullanılmak suretiyle nihai ürün için saptanan %90'lık başarı oranı ancak sağlanabilmekte ve bu esnada gözlenen en yüksek maliyet olan 540,292 ve gözlenen en düşük başarı oranı olan %94.38 değerleri elde edilmektedir.

Matematiksel olarak incelendiğinde tek bir varsayımın kaldırılması, karışık tamsayı programlama temelli modellerin bu problemleri çözmesini hatalı bir yöntem haline getirmektedir. Örnek durum olarak makinelerden yalnızca birinin tercih edilmesi durumunun geçerli olmadığı kabul edilsin. Bu problemin modellenmesi için bir önceki kısımda belirtilen tek makine seçimi kısıtına ek olarak, takip eden ve modele sonradan eklenen son üç kısıt da modelden çıkarılmalıdır. Böylece model artık tek bir makine yerine her iki makineden de uygun olduğu kadar seçme şansına sahip olacaktır.

Yukarıda çözülen optimizasyon problemini, aynı makine performans parametreleri (alfa ve beta değerleri), aynı değişken maliyetler (100), aynı sabit maliyetler (100,000), aynı kapasiteler (50), aynı girdi dağılımı (GI=50 ve BI=50) ve %90 minimum başarı oranı ile yeniden tanımlayıp ismine de alternatif durum problemi dediği varsayalım. Alternatif durum problemi çözüldüğünde bulunan sonuçlar aşağıdaki tabloda görülebilir.

**Tablo 3.** Alternatif Durum Problemi Çözümü

Optimal amaç fonksiyonu değeri : 425811.6883	
use[ $T_1,1$ ] = 2	use[ $T_2,1$ ] = 2
GI[1] = 97.1753	BI[1] = 2.8247
GT <sub>1</sub> [1] = 8.4416	BT <sub>1</sub> [1] = 56.4935
GT <sub>2</sub> [1] = 100.0000	BT <sub>2</sub> [1] = 0.0000
GR[1] = 11.2662	BR[1] = 53.6688
GS[1] = 58.4416	BS[1] = 6.4935

Sonuçlara bakıldığında modelin her iki makineden de kullanmayı tercih ettiği görülmektedir. Sonuçların en ilgi çekici yanı, modelin elindeki bilgileri istismar etmesidir. Açık göstergesi ise her iki test makinesinde test edilen miktarlardır. Bu değerler incelendiğinde görülmektedir ki ilk makine kusurluları yakalama konusunda ikincisinden daha başarılıdır ve sonuçlardan da görülmektedir ki neredeyse tüm kötü ürünler bu makinede test edilmiştir.

Aynı şekilde kusursuz ürünleri test etmede başarılı olan ikinci makine ise kusursuz ürünlerin tümünü test etmiş, ilk makinede kusursuz hiçbir ürün test edilmemiştir. Bu da göstermektedir ki, model formülasyon olarak doğru görünse de karışık tamsayı programlama metodunun yapısından kaynaklanan hatalar içerir. Bu sorun kısıt programlama kullanılarak ortadan kaldırılabilir.

#### 4. Kısıt Programlama Modeli

Gözlenen iyi ve kötü ürünlerin test makinelerine dağıtımını rastsallığın ortadan kalkması sorunudur. Rastsallık prensibi, denk olasılıklar öngördüğü için, herhangi bir ürünün herhangi bir makineye gitmesi olasılığı tüm ürünler ve tüm makineler arasında eşit olmalıdır. Girdilerin kusur oranı, her makineye gelen ürün grubu için aynı kalmalıdır.

Akışları orantılı dağıtmak için modele eklenmesi gereken yeni kısıtlar bulunmaktadır. Bu kısıtların temel prensibi şu şekildedir: Eğer bir test makinesi, çözüm kümesinde yer alacaksa (denklemden  $\Rightarrow$  işaretiyle gösterilmiştir), bu makineye girecek olan ürünlerin sağlam – bozuk ürün dağılımı, bu makineye ürün yollayan stok noktasındaki ürün dağılımına yakın olmalıdır. Daha önceki kısımlarda incelenen problem üzerinden örnekleme yapılarak bu kısıtın matematiksel ifadesi aşağıdaki gibidir. Önceki kısımda ifade edildiği gibi,  $use[i,t]$  değişkeni, “t” sıralı testte “i” test makinesinden kaç adet kullanılacağını,  $GT_i[t]$  değişkeni de “t” sıralı test esnasında  $T_i$  makinesinde test edilen kusursuz ürünlerin adedini (örneklerde tamsayı olarak belirtilen hata oranını) göstermektedir.

$$use[T_i,t] > 0 \Rightarrow \frac{(GI[t-1]-\varepsilon)}{(GI[t-1]+BI[t-1])} \leq \frac{GT_i[t]}{(GT_i[t]+BT_i[t])} \leq \frac{(GI[t-1]+\varepsilon)}{(GI[t-1]+BI[t-1])}, \quad \forall i \in (1,2)$$

Bu kısıt,  $T_i$  makinesinin kullanılması durumunda bu makinede test edilen ürünlerin içindeki kusursuz ürün oranı için alt ve üst sınır oluşturmaktadır. Kısıtlardaki  $\varepsilon$  terimi, küçük bir hata payını gösterir. Kısıt programlama yöntemi sadece tamsayı değişken kullandığı için kısıtlar 100 ile çarpılmalıdır. Örneğin girdi kitlesinin  $[50,50]$  dağıldığı ve  $\varepsilon = 5$  olarak atandığı varsayılırsa elde edilecek kısıtlar her  $i$  için şu şekilde olacaktır:

$$use[T_i,t] > 0 \Rightarrow 100 * \frac{(GI[t-1]-\varepsilon)}{(GI[t-1]+BI[t-1])} \leq 100 * \frac{GT_i[t]}{(GT_i[t]+BT_i[t])} \leq 100 * \frac{(GI[t-1]+\varepsilon)}{(GI[t-1]+BI[t-1])}$$

Böylece kısıtların sayısal ifadesi ve tam değerleri aşağıdaki gibi olacaktır.

$$use[T_i, t] > 0 \Rightarrow 45 \leq 100 * \frac{GT_i[t]}{(GT_i[t] + BT_i[t])} \leq 55$$

Yukarıdaki örnekte 45 ve 55 değerleri sadece örnek amaçlı verilmiştir. Bu değerler normalde karar değişkenidir ve probleme bağlıdır. Kısıtların bu son haline buradan itibaren “tam sayılaştırılmış kısıtlar” denecektir. Kısıttaki mantık gerektirmesine, sağ taraftaki doğrusal olmayan yapı da eklendiğinde kısıt programlama kullanmanın gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Bu kısıtlar hemen hiçbir değişikliğe uğramadan kısıt programlama kısıtları olarak yazılarak, bir önceki kısımda verilen karışık tamsayı programlama tabanlı optimizasyon modeline eklenebilecektir. Problemin tanımlandığı kısıt programlama modeli aşağıda görülmektedir.

Minimize

$$VcR * (GS[1] + BS[1]) + Fc * BI[1] + \sum_i VcT_i * (GT_i[1] + BT_i[1]) + \sum_i FcT_i * use[t_i, 1]$$

Subject to

$$GI[0] = 80$$

$$BI[0] = 20$$

$$GI[t] = \alpha_{TP, T1}[t] * GT_1[t] + \alpha_{TP, T2}[t] * GT_2[t]$$

$$GS[t] + GI[t-1] = GT_1[t] + GT_2[t]$$

$$GR[t] = \alpha_{FF, T1}[t] * GT_1[t] + \alpha_{FF, T2}[t] * GT_2[t]$$

$$GS[t] = \beta_{GG} * GR[t] + \beta_{BG} * BR[t]$$

$$BI[t] = \alpha_{FP, T1}[t] * BT_1[t] + \alpha_{FP, T2}[t] * BT_2[t]$$

$$BS[t] + BI[t-1] = BT_1[t] + BT_2[t]$$

$$BR[t] = \alpha_{TF, T1}[t] * BT_1[t] + \alpha_{TF, T2}[t] * BT_2[t]$$

$$BS[t] = \beta_{GB} * GR[t] + \beta_{BB} * BR[t]$$

$$GI[t] + BI[t] = GI[t-1] + BI[t-1]$$



$$GT_i[t] + BT_i[t] \leq \text{cap}_{T_i} * \text{use}[T_i, t], \forall i \in (1, 2)$$

$$\sum_i \text{use}[i, t] \leq nm$$

$$GI[nbt] \geq (GI[0] + BI[0]) * y$$

$$\text{use}[T_i, t] > 0 \Rightarrow 100 * \frac{(GI[t-1] - 3)}{(GI[t-1] + BI[t-1])} \leq 100 * \frac{GT_i[t]}{(GT_i[t] + BT_i[t])} \leq 100 * \frac{(GI[t-1] + 3)}{(GI[t-1] + BI[t-1])}$$

$$\forall i \in (1, 2)$$

Burada önemli birkaç nokta bulunmaktadır. Öncelikle örnekte kullanılan ebatta bir problem için  $\varepsilon$  terimi 3'ten küçük değerler aldığı takdirde problem çözümsüz kalmaktadır. Ayrıca en önemli noktalardan biri de tam sayılaştırılmış kısıtlara sahip problemin çözülebilmesi için makine performansları ve girdi kütlesinin dağılımı arasında da bir ilişki bulunmaktadır. Örneğin mevcut problemdeki makineler kullanıldığı takdirde girdiler içindeki kusursuz ürün oranı için hesaplanan alt sınır %79 olarak hesaplanmıştır.

## 5. Kısıt Programlama Örnekleri

Problemin, karışık tam sayı programlama modeli ile karşılaştırmalı sonuçları aşağıdaki tabloda görülmektedir. İlk tablo akış orantılama kısıtlarının ilk halinin kullanıldığı kısıt programlama modelini içermektedir ve girdileri önceki bölümde kullanılan karışık tam sayı programlama modeli ile aynıdır. İkinci tabloda ise tam sayılaştırılmış akış orantılama kısıtları kullanılmaktadır. Bu problemde girdi kitle dağılımı [80,20] olarak değiştirilmiş ve  $\varepsilon = 3$  olarak kullanılmıştır. Girdi kitle dağılımı karışık tam sayı programlama modelinde de değiştirilmiştir.

**Tablo 4.** Karışık Tamsayı – Kısıt Programlama Karşılaştırmalı Çözümler 1

KTP	KP	Cebirsel Çözüm
Z = 425811.6883	Z = 427000.0000	
Use[T <sub>1</sub> ,1] = 2 use[T <sub>2</sub> ,1] = 2	use[T <sub>1</sub> ,1] = 3 use[T <sub>2</sub> ,1] = 1	use[T <sub>1</sub> ,1] = 3 use[T <sub>2</sub> ,1] = 1
GI[0] = 50.0000 BI[0] = 50.0000	GI[0] = 50 BI[0] = 50	GI[0] = 50 BI[0] = 50

GI[1] = 97.1753 BI[1] = 2.8247	GI[1] = 97 BI[1] = 3	GI[1] = 96.3 BI[1] = 3.7
GT <sub>1</sub> [1] = 8.4416 BT <sub>1</sub> [1] = 56.4935	GT <sub>1</sub> [1] = 94 BT <sub>1</sub> [1] = 54	GT <sub>1</sub> [1] = 83.9 BT <sub>1</sub> [1] = 42.7
GT <sub>2</sub> [1] = 100.0000 BT <sub>2</sub> [1] = 0.0000	GT <sub>2</sub> [1] = 19 BT <sub>2</sub> [1] = 3	GT <sub>2</sub> [1] = 27.5 BT <sub>2</sub> [1] = 14.6
GR[1] = 11.2662 BR[1] = 53.6688	GR[1] = 16.0000 BR[1] = 54.0000	GR[1] = 15.1 BR[1] = 53.6
GS[1] = 58.4416 BS[1] = 6.4935	GS[1] = 63.0000 BS[1] = 7.0000	GS[1] = 61.8 BS[1] = 6.9

**Tablo 5.** Karışık Tamsayı – Kısıt Programlama Karşılaştırmalı Çözümler 2

KTP	KP	Cebirsel Çözüm
Z = 317922.0779	Z = 488000.0000	
use[T <sub>1</sub> ,1] = 1 use[T <sub>2</sub> ,1] = 2	use[T <sub>1</sub> ,1] = 1 use[T <sub>2</sub> ,1] = 2	use[T <sub>1</sub> ,1] = 1 use[T <sub>2</sub> ,1] = 2
GI[0] = 80.0000 BI[0] = 20.0000	GI[0] = 80 BI[0] = 20	GI[0] = 80 BI[0] = 20
GI[1] = 98.8312 BI[1] = 1.1688	GI[1] = 98 BI[1] = 2	GI[1] = 97.97 BI[1] = 2.03
GT <sub>1</sub> [1] = 10.3896 BT <sub>1</sub> [1] = 23.3766	GT <sub>1</sub> [1] = 30.8 BT <sub>1</sub> [1] = 6.8	GT <sub>1</sub> [1] = 36.3 BT <sub>1</sub> [1] = 7.6
GT <sub>2</sub> [1] = 100.0000 BT <sub>2</sub> [1] = 0.0000	GT <sub>2</sub> [1] = 79.8 BT <sub>2</sub> [1] = 16.6	GT <sub>2</sub> [1] = 73.5 BT <sub>2</sub> [1] = 15.5
GR[1] = 11.5584 BR[1] = 22.2078	GR[1] = 12.60000 BR[1] = 21.40000	GR[1] = 12.74 BR[1] = 21.22
GS[1] = 30.3896 BS[1] = 3.3766	GS[1] = 30.60000 BS[1] = 3.40000	GS[1] = 30.3 BS[1] = 3.3

Tablo 4'te ilk göze çarpan, kısıt programlama modelinin daha sıkı kısıtlar önermesinin etkisiyle maliyetin biraz artmış olmasıdır. Tablo 5'te ise kısıt programlama modeli maliyetinin %53.5 oranında fazla olduğu görülmektedir. Bu sonuç karışık tamsayı modelinden elde edilen ve uygulanması mümkün olmayan bir planın ne kadar cazip görünebileceğini ve aynı anda oluşabilecek zararı ortaya koymaktadır.

Tablo 4’te kısıt programlama modelinin optimal çözümünde  $T_1$  makinesinden 3 adet ve  $T_2$  makinesinden 1 adet bulunduğu görülmektedir. Tablo 5’te bulunan gerçekçi çözümün makine seçimi karışık tam sayı programlama modelinin optimal çözümü ile aynıdır. Girdi kitlesi dağılımlarındaki radikal fark, tamir ve tekrar test değişkenlerini ciddi olarak etkilediğinden bu değerlerin yorumlanması çok önem arz etmemektedir.

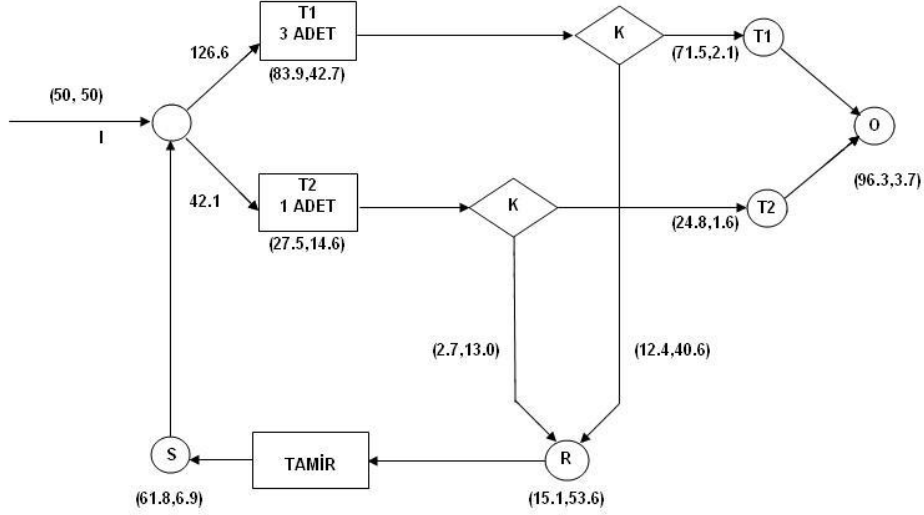
Kısıt programlama modelinden asıl beklenen konuda ise değerler gerçeğe oldukça yaklaşmaktadır. Tablo 4’te karışık tamsayı yaklaşımıyla modellemeden kaynaklanan hatayla yanlış sonuçlar gözlenen  $T_2$  makinesinin, artık sadece iyi ürünlerin tümü yerine, dengeli bir hatalı ürün oranıyla çalıştığı dikkat çekmektedir. Aynı durum  $T_1$  makinesi için de geçerlidir. Kısıt programlama modelinde oluşan şartlardan dolayı tamire gönderilen ürün miktarı artmış, çıktılarının kalitesi konusunda ise iki model yaklaşık aynı sonuçları vermiştir. Bu açıdan bakınca akış orantısı kısıtları kullanan kısıt programlama modelinin çok daha etkili olduğu açıkça ortadadır.

Tablo 5’te kısıt programlama modeli, girdi dağılımının çok yakınında oranlarla çalışan makineler seçmiştir. Böylece kısıt programlama yaklaşımının rastsallığın ihlali sorununu çözdüğü öne sürülebilir. Tamir sürecindeki değerler hem kısıt hem de tam sayı programlama modellerinde birbirlerinin neredeyse aynıları olarak oluşmaktadır. Kusursuz ürün oranı ise %98 civarında gerçekleşmektedir.

Şekil 2, ilk problemin cebirsel çözümünü göstererek, tablodaki değerlerin hangi noktalarda görüldüğü konusunda referans olmaktadır. Grafik, bir ağ modeli ile oluşan ürün trafiğini göstermektedir. Yukarıdan aşağı doğru her turda gerçekleşen kusursuz ve kusurlu ürünlerin toplam miktarları parantezler içinde verilmekte ve o noktada oluşan toplam ürün trafiğini göstermektedir.

Tablo 4’te tamire giren değerlere bakılırsa, cebirsel çözümde yaklaşık (15.1, 53.6) ürünün tamire girdiği fark edilecektir. Kısıt programlama çözümünde bu değer (16, 54), karışık tam sayı çözümünde ise (11, 54) olarak bulunmuştur. Tamirden çıkan ürünler için cebirsel çözümde yaklaşık (62, 7), kısıt programlama çözümünde (63, 7) ve karışık tam sayı çözümünde (58.5, 6.5) bulunmuştur. Tablo 5’te ise her üç sonucun birbirine çok yakın tamir akışlarına sahip olduğu açıktır. Özellikle kısıt programlama ve cebirsel çözüm arasındaki fark neredeyse yok denecek kadar azdır.

Şekil 2. Temel Kısıt Programlama Problemi için Cebirsel Kesin Çözüm



Kusursuz ve kusurlu ürünlerin makinelere dağılımında, ağır akış orantılama kısıtlarına sahip ikinci modelde kullanılan makinelerin, ciddi bir şekilde %81.9 ve %82.7 kusursuz ürün oranları ile çalışmakta oldukları görülecektir. Bu sonuç neredeyse mükemmel rastsallığa işaret etmektedir. İlk kısıt programlama çözümünde sorun olasılığı görünen nokta iki makinede test edilen kusursuz ürün oranlarındaki farklılıktır. Bahsedilen durum sadece ilk problemin çözümü için geçerlidir. Karışık tam sayı çözümünde sırasıyla %12.9 ve %100 çıkan kusursuz ürün test edilme oranlarına rastlanmaktadır.

Kısıt programlama çözümünde ilk test makinesinde 94 kusursuz, 54 kusurlu toplam 148 ürün test etmektedir. Karşılaşılan oran ise %63.5 kusursuz ürün şeklindedir. İkinci makinede ise bu oran (19, 3) değerlerinden dolayı %86'ya yükselmiştir. Cebirsel çözüme bakıldığında ilk makinede (83.9, 42.7), ikinci makinede ise (27.5, 14.6) ürün test edildiği görülmektedir. Bu iki makinede test edilen kusursuz ürün oranı sırasıyla %66.3 ve %65.3 olarak görülmektedir. Bu iki değer hem birbirlerine, hem de kısıt programlamada kullanılan 3 adet  $T_1$  makinesine oldukça yakındır. O zaman kısıt programlamada kullanılan  $T_2$  makinesinde neden bu kadar farklı bir değer ortaya çıkmıştır? Model iyi ürünleri bu makineye göndererek bilgileri karışık tam sayı programlama modeli gibi istismar mı etmektedir? Bu soruların cevabı olumsuz olacaktır. Nedenini görebilmek için ise her iki çözüm yönteminde makinelerin kapasite kullanım oranlarına bakmak gereklidir. Problemlerin kapasite kullanım oranları Tablo 6 ve 7'de verilmiştir..

**Tablo 6.** Test Makinelerinin Kapasite Kullanım Oranları (Problem 1)

Çözüm	Birim Kapasite	Toplam Kapasite	Toplam Kullanılan	Kapasite Kullanımı
T <sub>1</sub> KTP	50	100	64.94	%64.9
T <sub>2</sub> KTP	50	100	100.0	%100
T <sub>1</sub> KP	50	150	148	%98.7
T <sub>2</sub> KP	50	50	22	%44
T <sub>1</sub> CÇ	50	150	126.6	%84.4
T <sub>2</sub> CÇ	50	50	42.1	%84.2

**Tablo 7.** Test Makinelerinin Kapasite Kullanım Oranları (Problem 2)

Çözüm	Birim Kapasite	Toplam Kapasite	Toplam Kullanılan	Kapasite Kullanımı
T <sub>1</sub> KTP	50	50	33.77	%67.5
T <sub>2</sub> KTP	50	100	100.0	%100
T <sub>1</sub> KP	50	50	37.6	%75.2
T <sub>2</sub> KP	50	100	96.4	%96.4
T <sub>1</sub> CÇ	50	50	43.9	%87.8
T <sub>2</sub> CÇ	50	100	89.0	%89

Cebirsel hesaplamalarda herhangi bir optimizasyon kaygısı güdülmeden, kısıt programlama çözümünde elde edilen makine tercihleri kullanarak, hem makine kapasiteleri, hem de kusurlu – kusursuz ürün açısından orantılı bir şekilde dağıtım yapılmıştır. Böyle bir durumda her iki makine tipinde yer alan makinelere denk görevler düşmesi gerekmektedir. Cebirsel hesaplarda görülen kusurlu – kusursuz ürün oranında (ilk problem için %66.3 ve %65.3 ve ikinci problem için %82.5 ve %82.6) ve yukarıdaki tabloda görülen hesaplanmış kapasite kullanım oranlarında (ilk problem için %84.4 ve %84.2 ve ikinci problem için %87.8 ve %89) rastlanan yakınlığa bakılarak da bu durum teyit edilebilecektir. Cebirsel çözüm haricinde böyle bir eşit kapasite kullanımı söz konusu değildir. Ancak ağır kısıtlı ikinci çözüm tablosunda görülen kısıt programlama çözümü makul sayılabilecek düzeyler göstermektedir (iki makine için sırasıyla %75.2 ve %96.4).

Bu durumun nedeni cebirsel hesaplamada optimizasyon kaygısı güdülmemesi ve diğer iki yöntemde durumun tam tersi olmasıdır. Bu nedenle

karişik tam sayı programlama modeli elindeki bilgileri istismar etmektedir. Kısıt programlama çözümü ilk problemde sorun gibi görünen ikinci makinedeki %86'lık oranı açıklar. Her iki makinede yapılan toplam 170 test faaliyetinin 148'i  $T_1$  tipindeki 3 makinede gerçekleştirilmiştir.  $T_2$  makinesi ise kalan son 22 test işlemini yapmaktadır. Bu durumda model zaten öncelikli olarak  $T_1$  makinelerini tercih etmekte ve %98.7 kapasite ile çalıştırmaktadır. Diğer makine ise sadece kalan işleri yapmaktadır.  $T_1$ 'lerde kusursuz ürün test edilme oranı, cebirsel çözümden sadece %2.8 sapma göstermektedir. İkinci kısıt programlama modelinde ise böyle bir durum söz konusu değildir. Zira test makinelerine giden ürünlerin içinde rastlanacak kusurlu kusursuz oranının korunmasını zorlayan ağır kısıt, makine verimliliğinin göz ardı edilerek rastsallığın ön planda tutulmasına odaklanmaktadır.

### **Sonuç**

Bu çalışmada tek özellikli bir ürünün testinde kullanılan basit bir test döngüsü altında performans hesapları ve ekipman optimizasyonu için karişik tamsayı programlama modeli ve bu modelin hatalarını ortadan kaldırma amaçlı geliştirilen kısıt programlama modeli geliştirilmiştir. Görülmektedir ki karişik tamsayı programlama modeli bilgiyi istismar etmekte ve ürünleri test makinelerine rastsal olarak dağıtmayarak gerçekçi olmayan stratejiler önermektedir. Bu sorun temel olarak test makinelerine aktarılan hatalı ve hatasız ürün oranlarının girdi kitlesi ve makineler arasında korunmaması şeklinde tanımlanabilir. Kısıt programlama modeli ise bu durumu ortadan kaldırarak gerçekçi stratejiler önermekte ve doğru maliyetleri ortaya koymaktadır. Örneklerden yola çıkılarak, her iki kısıt programlama modelinin de durumsal olarak gerçekçi olduğu söylenebilir. Makine tiplerinden birinin diğerine göre daha tercih edilir olduğu bilgisi mevcut ise, rasyonel bir firma şüphesiz o makinenin verimini artırmaya yönelecektir. Böyle bir bilgi ya da tercihin bulunmaması durumunda ise kısıt programlama modeli neredeyse mutlak rastsallığa müsaade eden yapısı ile gerçeği düzgün yansıtan bir karar aracı haline gelecektir. Bütün bu bilgiler ışığında açıkça görülmektedir ki kısıt programlama modelleri tarafsız çalışan, elindeki bilgileri istismar etmeyen sonuçlar vermektedir. Kısıt programlama ile geliştirilen modeller, matematiksel güvenilirliği ile birlikte tamir ekipmanları ve farklı test sıralamaları için genellenebilir bir yapı ortaya koymaktadır. Bu sayede sonuçları cebirsel çözümlerle tutarlıdır ve (cebirsel sonuç ile sınama imkanı vermeyecek) daha büyük problemler söz konusu olduğunda da güvenilir bir şekilde makine seçimlerini yapabilecektir. Bu problemin çok özellikli bağımsız testler ve çok özellikli etkileşimli testler için genişletilmesi de söz konusu olabilir. Fakat özellikle ikinci durum için oluşturulacak modellerin oldukça karmaşık olması

gerektiği ortadadır. Bunun nedeni her aşamadaki olasılık dağılım yapılarının, sadece ilgili özellik tarafından değil, başka özelliklerin gördükleri işlemlere bağlı olarak da değişim gösterecek olmasıdır.

## Kaynakça

- Dick, John H., Erwin Trischler, Chryssa Dislis ve Anthony Peter Ambler (1994), Sensitivity Analysis in Economic Based Test Strategy Planning. *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications (JETTA)*, 5, 239 – 252.
- Dislis, Chryssa, Ian D. Dear, S. C. Lau, J. R. Miles ve Anthony Peter Ambler (1988), Hierarchical Test Strategy Planning Based on Cost Evaluation. *IEE Colloquium on Computer Aided Test and Diagnosis*, 7/1 – 7/8.
- Dislis, Chryssa, Ian D. Dear, J. R. Miles, S. C. Lau ve Anthony Peter Ambler (1989). Cost Analysis of Test Method Environments. *Proceedings of International Test Conference*, 875 – 883.
- Fisher, Eric, Steve Fortune, Marty Gladstein, Suresh Goyal, William B. Lyons, James Mosher ve Gordon Wilfong (2007a), Economic Modeling of Global Test Strategy I: Mathematical Models. *Bell Labs Technical Journal*, 12, 1, 161 – 173.
- Fisher, Eric, Steve Fortune, Marty Gladstein, Suresh Goyal, William B. Lyons, James Mosher ve Gordon Wilfong (2007a b), Economic Modeling of Global Test Strategy II: Software System and Examples. *Bell Labs Technical Journal*, 12, 1, 175 – 186.
- Fleahinger, Betty J. (1965), Product Test Planning for Repairable Systems. *Technometrics*, 7, 4, 485 – 494.
- Gluss, Brian (1959), An Optimum Policy for Detecting a Fault in a Complex System. *Operations Research*, 7, 4, 468 – 477.
- Goyal, Suresh ve James H. Mosher (2006), An Improved Test Process Model for Cost Reduction. *Bell Labs Technical Journal*, 11, 1, 173 – 190.
- Nachlas, Joel A., Susan R. Loney ve Blair A. Binney (1990), Diagnostic – Strategy Selection for Series Systems. *IEEE Transactions on Reliability*, 39, 3, 273 – 280.
- Rossi, Roberto, Sahap Armagan Tarım, Brahim Hnich ve Steve Prestwich (2006), Multi-Component Testing in Telecommunications. *Proceedings of the European Conference on Operational Research EURO XXI*.
- Volkerink, Eric H., Ajay Khoche, Linda A. Kamas, Jochen Rivoir ve Hans G. Kerkhoff (2001), Tackling Test Trade – Offs from Design, Manufacturing to Market Using Economic Modeling. *Proceedings of the IEEE International Test Conference*, 1098 – 1107.
- Wilson, Simon, Ben Flood, Suresh Goyal, Jim Mosher, Susan Bergin, Joseph O'Brien ve Robert Kennedy (2007), Parameter Estimation for a Model With Both Imperfect Test and Repair. *Proceedings of 25th IEEE VLSI Symposium (VTS'07)*.
- Wilson, Simon ve Suresh Goyal (2012), Estimating Production Test Properties from Test Measurement Data. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, 28, 542 – 557.