

OLASILIK KURAMININ DOĞUŞU

Yrd. Doç. Dr. Adil Korkmaz
Akdeniz Üniversitesi
İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi



Özet

Tarihsel süreç olasılık kuramının kumardan (şans oyunlarından) doğduğunu göstermektedir. Bununla birlikte, bu köken, söz konusu kuramın gelişmesi doğrultusunda bir hızlandırıcı olduğu gibi, bir engelleyici olarak da işlev görmüştür. Olasılık (**probability**), salt kumarla ilişkili bir kavram olarak kalsaydı, Girolamo Cardano'nun eğilim (**proclivity**) kavramından pek öteye gidemezdi. Tarihsel süreçteki dönüm noktası, olasılık ile bilgedeki belirsizlik arasındaki ilişkinin açıklıkla anlaşıldığı andır. Blaise Pascal'ın olasılık kuramı açısından yaşamsal önemdeki bir başarısı olan bu buluş söz konusu kuramının gelişmesinin önündeki engelleri kaldırmıştır.

Anahtar Kelimeler: Olasılık, tarih, Pascal, kumar, bilginbilim.

The Birth of the Probability Theory

Abstract

The historical process has been pointed out that the probability theory has been born from the gambling (the games of chances). This root, however, plays a role as an accelerator as well as a barrier for the probability theory to develop. The concept of probability could not go beyond Girolamo Cardano's concept of the proclivity if it were stayed a topic in relation only to the games of chances. The turning point in the historical process is the event in which it is clearly understood the relation of probability with uncertainty of knowledge. The discovery, which was the vital success of Blaise Pascal from the perspective of the probability theory, has been put the barriers out of sight for that theory to develop.

Keywords: Probability, history, Pascal, gambling, epistemology.

Olasılık Kuramının Doğuşu

Giriş

Nereye baksam oluşu görüyorum (Herakleitos).

Bu çalışmada kumarın çok eski bir eğlence aracı olduğu, buna karşılık kumardan filizlendiği ileri sürülen olasılık kuramının ancak 17. yüzyılda doğabildiği üzerinde durularak olasılık kuramının doğum zamanı incelenmiş, öncelikle Roannez Çevresine, Blaise Pascal, Pierre de Fermat ve Chevalier de Méré arasındaki ilişkilere ve olasılık kuramının daha eski öncülerine değinilmiştir. Öncüler arasındaki iki önemli kilometre taşından biri Luca de Pacioli, öteki de Girolamo Cardano'dur. Galileo Galilei de, bir kilometre taşı olmamakla birlikte, bir öncü sayılmaktadır. Ardından Gottfried Wilhelm Leibniz'in, bu sürecin bir uzantısı olarak olasılık felsefesine yönelik katkıları dile getirilmiştir. Bütün bu oluşumu doğuran itici güçlere yönelik anlatımların ardından çalışma bir sonuç bölümüyle bitirilmiştir.

Alışıldık söylem, olasılık kuramının kumardan doğmuş olduğu biçimindedir. Pierre-Simon Marquis de Laplace'ın "**Şaşırtıcıdır ki, bugün insan bilgisinin en önemli aracı durumuna gelmiş olan bir bilimin kökleri şans oyunlarına dayanmaktadır**" sözünü aktaran Kasner-Newman (1997:208-228) benzer biçimde şunları da söylemektedir: "**Ölçüyü kaçırmadan söylenecek olursa, çok çekici özellikleri olan, onun yanı sıra çelişkilerle de dolu olan kumarın düşkünleri tamu korkusu olmadan eğlenedursunlar, ilaç, gübre, teknik gibi alanlardaki araştırmaların yapıldığı deneyodaları, başlangıçta fincandaki zarlardan doğmuş olan bir bilimin güvencesi altındadır.**" Bu yaklaşımlarda biri yüceltilen –bilim aracı olarak olasılık kuramı–, öbürü aşağılanan –kumar– iki insansal etkinlik yan yana getirilmektedir. Söz konusu etkinlikler arasındaki bu buluşmanın şaşılacak

ölçüde geç gerçekleşebildiğini anlayabilmek için onların doğuş dönemlerini karşılaştırmak yeter. Kumarın çok eskilere uzandığı bilinmektedir; öyle ki, kazıbilimciler şans oyunlarının başlangıcını ta **astragaluslara** (zarın atalarına) dek geri götürerek eski toplumların kumara nasıl da düşkün olduklarını anlata anlata bitiremezler. Olasılık kuramı ise 17. yüzyılın bir ürünüdür: Gerçi Girolamo Cardano (1501-1576) 16. yüzyılda olasılık ile ilgili hesaplamalar yapmıştır; ancak bunlar bir matematik dalı oluşturmayı başarmaktan çok uzaktır; dolayısıyla 17. yüzyılın ortalarından önce, olasılık sözcüğünün varlığına karşın, olasılık kuramı henüz ortalarda yoktur. O zaman **“Olasılık kuramı kumardan doğduysa neden 17. yüzyılda ortaya çıkıncaya dek bunca yıl beklemek durumunda kaldı?”** diye sormak gerekiyor.

Gerçekten de kumar, salt 17. yüzyılın değil, neredeyse bütün çağların eğlencesi olmuştur; nitekim bugünkü zarların ataları olan, geyik, sığır, köpek gibi hayvanların topuk kemiklerinden yapılan **astragaluslara**, Sumer, Asur, Mısır uygarlıklarına yönelik kazılarda çanak çömlek ölçüsünde bolca raslanmıştır (DAVID, 1955:1-15). Tıpkı Grek ve Roma uygarlıklarında olduğu gibi. Gerçi **astragaluslar** önceleri salt bilicilik (kehanet) amacıyla kullanılmıştır: Nasıl doğada olup biten pek çok olay –gök gürültüleri, yıldırımlar, kuş sürülerinin uçuşları, seller-, tanrıların neyi iyi, neyi kötü bulduklarını anlamak için kullanılmış idiyse, **astragalusların** yere bırakıldıklarındaki durumları da, tıpkı onun gibi, tanrıların neyi isteyip neyi istemediklerini yorumlamakta kullanılmıştır. Üstelik bu yöntem tavukları parçalayıp onların bağırsaklarına bakmak diye betimlenebilecek olan bir başka seçeneğe göre biliciler açısından çok daha temiz ve kolay olsa gerekti. Bütün bunlar dolayısıyla **astragalus** sözcüğü geçtiğinde, kendisine, bilicilik aracı olmak dışında bir anlam verilmeyebilirdi. Ne var ki, kazılarda **astragalusların** yanı başlarında bulunan çentik tahtaları, bunların sonradan kumar amacıyla da kullanılmış olduklarını belgelemektedir (DAVID, 1955:1-15). **Astragalusların** kazılarda çanak çömlek ölçüsünde bol bulunabilmesi de bu yaygın kullanım dolayısıyla olanaklı duruma gelebilmiştir. Bu kitleselleşmiş tutku, anılan uygarlıklarda, ne yazık ki, olasılık kuramının doğmasına yetememiştir.

Başka uygarlıklarda da kumar düşkünlüğüne ilişkin kanıtlar vardır: Hint uygarlığının anıtsal destanı Mahabharata'da varını yoğunu yitirecek ölçüde kumar düşkünlüğü olarak betimlenen Yudiştira, doğu toplumlarındaki kumar düşkünlüğünü simgelemektedir. Yudiştira, bir tavla partisinde, altından ve incilerden yapılmış kolyesine, sonra öteki altınlarına, daha sonra mis kokulu kadın hizmetçilerine, arabalarına ve atlarına oynayıp yitirir; büyük sayılar yasasıyla alay edercesine yitirişlerinin ardı arkası kesilmez; başkentine, topraklarına, ormanlarına oynayıp yitir ve sonunda krallığını da elinden

bırakmak durumunda kalır (CARRIÈRE, 1991:67-83). Olasılık kuramı bu kumar düşkünlüğüne karşın doğu uygarlıklarında da doğamamıştır.

Ionia uygarlıklarında da kumar düşkünlüğünün yaygın olduğu bilinmektedir. Nitekim Aristoteles'in *karanlık* diye nitelendirdiği Herakleitos Ephesos'lulara kızıp Artemis Tapınağına çekildikten sonra çocuklarla aşık oynarken çevresinde toplanan Ephesos'lulara şöyle demiştir (KRANZ, 1984:61): “Ne şaşıyorsunuz, utanmazlar! Yoksa böyle yapmak sizinle birlikte devlet yönetmekten daha iyi değil mi?” Kumarın çocuklardan Herakleitos gibi bir filozofa dek yaygın olmasına karşın, olasılık kuramıyla ilgili en küçük bir belirtiye bile Ephesos uygarlığında raslanamamaktadır.

Greklerin kumar düşkünlüğüne İlyada'da bile tanık olunabilmektedir. Peleus'un, acıyıp oğlu Akhilleus'a at bakıcısı yaptığı kimsesiz kalmış Patroklos, Hektor ile yaptığı çarpışmada öldükten sonra Achilleus'a düşünde görünüp şöyle der (HOMEROS, 1984:488):

...

Ufaktım, bir kaza çıkmıştı elimden,
Öldürmüştüm Amphidamas'ın çocuğunu,
Yapmışım bu deliliği istemeye istemeye,
Öfkeye kapılmışım aşık oynarken.

...

Bu öyküdeki ilgi çekici noktalardan biri de, kumarda yenilince öfkelenen Patroklos'un o gün öldürmek amacıyla kullandığı aracın (belki de bir öküz başının kemikleri) yerine bugünkü silahlardan birinin konulması durumunda, olayın kolayca güncelleştirilebileceğidir. Grekler yalnızca şans oyunlarına düşkün olmakla kalmamışlar, bu konudaki farkındalık düzeylerini de incelterek baht tanrıçaları **Tykhe**'yi kel, kör ve iki ayağı kanatlı olarak betimlemişlerdir. Kendi baht tanrıçalarının adını **Fortuna** olarak değiştirmiş olan Romalılar da kumar düşkünlüğü bakımından Greklerden geri değildir. Üstelik onların kumar düşkünlüğü, tarihsel belgelere daha çok geçmiştir. Bu belgelerden birine göre köpeksi filozof-imparator Marcus Aurelius Antoninus birini bulur bulmaz kumar oynayabilmek için fincancıbaşısını hep yanında gezdirmiş (HACKING, 1975:3). Bir başka belgeye göre ise Claudius sol eline karşı sağ eliyle oynarmış; üstelik onun kumar üzerine bir kitap yazdığı da bilinmektedir (DAVID, 1955:1-15; SAMBURSKY, 1955: 35-48). Kumarbazlara ve kuşkusuz matematikçilere sahip bu toplumlarda şans oyunlarına ilişkin cebirin ilk biçimleriyle karşılaşılabilirliği umulmaktadır; ancak sonuç bir düş kırıklığından öteye geçememektedir. Kumarbazların bol olduğu Grek ve Roma toplumlarında yaşamış matematikçiler arasında Thales, Pythagoras, Euclides, Pappus,

Eudoxus, Apollonius, Arkhimedes, Menelaus gibi ünlüler vardır; oysa bu matematikçilerden kalan çalışmalarda olasılık kuramıyla ilgili tek bir iz ile dahi karşılaşmamaktadır. Bu konuyla ilgili olarak Sambursky şöyle demektedir (GILLIES, 2000:4-5):

Şaşkınlık vericidir ki, şans oyunları, yaygınlığına ve her yerde görülebilirliğine karşın, Roma ve Grek dönemlerinde bilimsel düşünceyi ciddi ölçülerde etkilememiştir. Bu nedenle de olasılık kuramının temel kavramlarına ilişkin herhangi bir değini, o çağlardaki bilim adamlarının çalışmalarında görülememektedir. Rasgele süreçlerdeki düzenliliğin farkında olduğuna ilişkin herhangi bir ize de raslanmamaktadır.

1. Doğum Zamanı

Tarihin kesin çizgilerle ayrılması eğiliminin bir yana bırakılması gerektiği belirtilmektedir (KOYRE, 2000:1-3). Bu uyarı kuşkusuz Yeni Çağın tam 1453'de ya da Yakın Çağın tam 1789'da başladığını söyleyen tarihçilerdir. Benzer bir uyarı olasılık kuramının tarihçilerine de yöneltilebilir. Çünkü onlar da olasılık kuramının 1654 yılından başlayarak ilmik ilmik örülmeye koyulduğunu söylerler. Bugün olasılık kuramının başlangıcı olarak kabul edilen yılda neler olup bittiği enine boyuna bilinmektedir: Chevalier de Méré, oyun yaşamındaki deneyimlerinden türettiği iki soruyu –biri zar sorusu, öbürü de bölüştürme sorusu- Blaise Pascal'a yöneltmiş ve Blaise Pascal da bunları çözmüş, -Gottfried Wilhelm von Leibniz'in sezgilerine göre Paris'in en büyük matematikçisi olarak kabul edilen Gilles Persone de Roberval'in eleştirileriyle karşılaşınca da (HACKING, 1975:125)- yaptıklarından kuşkulandı, bu kuşkuları kafasından atabilmek için de o dönemde Fransa'nın en büyük matematikçisi olarak kabul edilen Toulouse'de yaşayan Pierre de Fermat ile yazışmaya başlamıştır. İşte olasılık kuramı bu yazışmalardan doğmuştur (GILLIES, 2000:3).

1.1. Roannez Çevresi

Bu söylene bütünüyle doğru olmasa bile, bütünüyle de yanlış değildir. Olasılık kuramı Roannez Çevresi diye adlandırılan bir ortamda filizlenmiştir (HACKING, 1975:57). Bu çevredeki ilişkileri düşleyebilmek için birçok mektup bulunmuştur. Salonunu matematikçilerin ve Paris soylularının toplantı yerine dönüştüren Roannez Dükü, bu katkıları dolayısıyla olasılık kuramının ebesi olarak adlandırılabilirdi. Ancak Simoen Denis Poisson (1781-1840), bir dünya adamının sıradan bir Jansenist'e yönelttiği bir soru üzerine olasılık

kuramının başladığını anlatınca yapılacak bir iş kalmadı (HACKING, 1975:57). Böylece Roannez Düküne olasılık kuramı konusundaki söylenceye salt bir çevre oluşturmak gibi bir rol düşmüş oldu. Simoen Denis Poisson'un ünlü tümcesinde geçen dünya adamı Chevalier de Méré, sıradan Jansenist de Blaise Pascal'dır. Bu öyküye Gottfried Wilhelm Leibniz'in (1646-1716) yol açmış olduğu düşünülebilir, çünkü onun «**Olasılık kuramının başlangıcında, karalamaları ve öteki çalışmaları yayınlanmış, bir filozofun ve bir kumarbazın zekasına sahip olan Chevalier de Méré vardır**» biçiminde bir anlatımının olduğu bilinmektedir (HACKING, 1975:57). Bu türden anlatımlar dolayısıyla olasılık kuramı konusunda Chevalier de Méré ve Blaise Pascal odaklı bir söylence ilmik ilmik örülmüştür.

Chevalier de Méré (1607, POITOU-1684, Paris), Roannez Çevresinin en renkli kişilerindendir. Fransa'da bir gömütün başına dikilmiş bir taş üzerinde iç içe girmiş durumdaki "Antoine Gombaud (Gombauld)", "Chevalier de Méré", "Sieur de Baussay" adlarıyla karşılaşan biri, gömüt içinde farklı üç kişinin yattığını düşünerek şöyle diyebilir: Birinci kişi dede, ikinci kişi oğul, üçüncü kişi de torundur. Ancak böyle der demez de yanılmış olur. Çünkü bu üç ad aynı kişisindedir. O kişi yaşam döneminde üç farklı toplumsal statüsüne karşılık gelen adları almıştır ve bu adlar da gömüt taşına öylece yazılmıştır. Gömütte yalnızca tek kişi, Chevalier de Méré yatmaktadır.

Ore (1960:409-419) "Antoine Gombaud, olasılık kuramının başlangıcında kumarın bulunduğunu ve kendisinin de kumar sorularını Blaise Pascal'a yönelterek olasılık kuramını tetikleyen kişi olduğunu öğrenseydi herhalde gömütünde uyuyamayıp bir yandan öbür yana dönerdi" diye yazmaktadır. Bu savın haklı görünmesinin nedeni, Chevalier de Méré'nin yaşamının, Blaise Pascal'a zar ve bölüştürme soruları yöneltmekten başka pek çok uğraşlarla dolu olmasıdır. Ore (1960:409-419) bu konuda şu yorumu getirmektedir:

İlkin o bir yazardır. Yazılarında soylu bir yaşamın törebilimi konusunu işlemiştir. Bu bağlamda onun salt bir yazar değil, bir filozof olduğu da söylenebilir. Gerçi yazıları bugün açısından nükteden yoksun, bilgiçlik dolu, güzel olmaktan uzak diye nitelendirilmekte; ancak gene de eğlenceli bulunmaktadır. Kaldı ki, söz konusu yazıları, ona, 17. yüzyıl Fransız yazınında önemli bir yer de kazandırmışlardır.

İkincisi, onun kendisini kibarlık ve zerafet konularında hep örnek bir kişi olarak düşünmüş olmasıdır. Çalışmalarını içeren kitabın kapağındaki bezekler onun bu özelliğinden kaynaklanıyor gibidir. Kibarlık ve zerafet konularında bildiklerini çevresindeki seçkinlere öğretmekten de pek mutlu olmuştur. Nitekim böyle bir duyguyla Madame de Maintenon'a saatlerce kibarlık ve

zerafet dersleri vermişti. Madame de Maintenon da aldığı bu derslerin yardımıyla Kral XI. Louis'in gözdesi olmayı başarmıştı. Madame de Maintenon'a yaptığı bu yardımlar Chevalier de Méré'nin en çok öğündüğü işler arasında yer almıştır.

Üçüncüsü, o, cana yakınlığı, güzel konuşmayı becerebilmesi, alımlı ve çekici kişiliği ile hızla aranan adam olmuş, XI. Louis'in sarayında önemli kişiler konumuna çabucak yükselmişti. Kırgınlıklarda arabulucu, çatışmalarda akıl hocası durumundaydı.

Krala hizmet ettiği dönemlerde, zamanını, Poitou'da bir malikane ile Paris'te saray arasında yarı yarıya bölmüştür. Sıkılmaksızın en çok iki ay kalabildiği Paris'te er ya da geç malikanesini çok özlüyor, fırsat bulur bulmaz da faytonuna atladığı gibi Poitou yolunu tutuyordu. Onun Blaise Pascal ile tanışması da böyle yolculuklardan birinde gerçekleşmiş olsa gerektir. Nitekim o, bir mektubunda Poitou'ya faytonla yaptığı bir yolculuğu anlatmaktadır. 1651 ya da 1652 yılının yazında gerçekleşmiş olan bu yolculuk, onun bir matematikçi ile tanışma olayını da kapsamaktadır. Adı anılmayan bu matematikçinin Blaise Pascal olması olasılığı çok güçlüdür. Chevalier de Méré, belki de her zaman olduğu gibi, Paris'te iki aya yakın bir süre kalmış, sıkıntıdan patlamış, malikanesine gitmek için can havliyle faytonuna binmiştir. Üç gün sürmüş olan bu fayton yolculuğunda ona üç kişi daha eşlik etmiştir: Roannez Dükü, Damien Mitton ve adı anılmayan bir matematikçi... Chevalier de Méré, bu matematikçinin genç olmadığını, dahası yaşlıca olduğunu yazar. Ona göre bu kişinin, çocuklara korkunç görünmek için, yüzlerini kapatarak korkunç görünmeye çalışan kimselere benzemeye çalışması gerekmiyordu. O kendiliğinden korkunç idi. Oysa o sıralarda 1623 doğumlu olan Blaise Pascal 28-29 yaşlarındaydı; ünlü dayanılmaz baş ağrılarıyla kendisini ortaya koyan sürekli hastalığı, onun yaşlıca görünmesine yol açıyordu. Mektuba göre yolculuk boyunca her alandan konuşup ortamı çok eğlenceli bir duruma getirmişlerse de, bu matematikçi, dinlediklerini anlamamış, konuştuğu söylenenleri katıp karıştırmıştır. Bu davranışlarıyla fayton yolcularını kahkahalara boğmuş olan bu kişi, ne tuhaftır ki, bütün matematik sorunlarını çözerek herkesi şaşırtmıştır (ORE, 1960:409-419; HACKING, 1975:57-62).

François Collet, 1848 yılında basılan kitabında adı anılmayan bu matematikçinin Blaise Pascal'dan başkası olmadığını ileri sürmüştür; bu düşünce, bilinen olaylarla uyumaktadır; ne var ki, Fortunat Strowsky, 1930 tarihli kitabında, adı anılmayan bu matematikçinin René Descartes olduğu düşüncesini ortaya atmıştır; çünkü René Descartes salt çığır açan bir filozof değil, çığır açan bir matematikçidir de; dolayısıyla Fortunat Strowsky'nin savı irdelenmeye değer nitelikte görülmüştür (HACKING, 1975:58). René Descartes bu yolculuğun gerçekleştiği tarihten çok önce, 1650 yılında ölmüş olduğundan,

Hacking, Fortunat Strowsky'nin kesin yanıldığını ileri sürmekte, ancak François Collet'i çürütüp çürütemeyeceği konusunda kararsız kalarak **“Acaba o haklı mıydı?”** diye sormaktadır. Bu soruyu olumsuz yanıtlamak için bir kanıt yoktur. Dolayısıyla bu yolculuk, Blaise Pascal ile Chevalier de Méré arasında başlayan arkadaşlığın başlangıcı olarak değerlendirilebilir. Bu arkadaşlık iğnelemelerle doludur. Çünkü Chevalier de Méré, yazılarına bakılacak olursa, matematikçileri küçümsemektedir (ORE, 1960:409-419). Blaise Pascal'ın da bu küçümsemeden nasiplendiği düşünülebilir. Ona göre matematikçiler birçok dil bilip de onlarla bir diyeceği olmayanlardır ya da bütün tarihi ezbere anlatmakla birlikte gerçekte neyin olup bittiğini anlayamayanlardır. Bu tutum, olasılık kuramının yaratılması sürecinde onun kendi öneminin bir yana bırakılmasından kaynaklanmış bir saldırganlık olabilir; çünkü Chevalier de Méré, bir mektubunda Blaise Pascal'a şöyle çıkmaktadır Ore, 1960:409-419:

...

Monsieur, bana düşünebildiğinizin en yükseği ölçüsünde borçlusunuz. Biliyorsunuz, ben, matematikte sıkça raslanmayan yöntemler geliştirdim, buluşlarım Avrupa'nın en iyi matematikçilerini şaşırttı. Monsieur, siz benim buluşlarım üzerine yazmışsınız, Monsieur Huygens ve Monsieur Fermat da onlara hayranlık duymuşlar.

...

Bu mektuba göre olasılık kuramını Chevalier de Méré kendisi bulmuş oluyor. Gottfried Wilhelm von Leibniz bu mektubun havasına çok güldüğünü belirtirken (HACKING, 1975:61), bu mektubu okuyanlardan biri de şöyle alay etmişti: **“Chevalier de Méré, Madame de Maintenon'a kırıtmayı öğretmekle kalmadı, Blaise Pascal'a da matematiği öğretti”** (ORE, 1960:409-419). Bu arkadaşlık sürecinde Blaise Pascal, kumar sorularını yanıtlamada Chevalier de Méré'ye danışmanlık yaparken yeni bir matematik dalının yaratılmasına aracılık etmiştir. Danışmanlıktan tek elde ettiği bu değildir. Chevalier de Méré'nin yazınsal anlatım biçimi üzerindeki düşüncelerinden de çok yararlanmış, ondan esinlenerek geliştirdiği biçim aracılığıyla, bir Jansenist olarak Cizvitlere karşı savunma yazıları (apologet'ler) kaleme almıştır.

Cizvitlik, 1521 yılında Pempelune kuşatmasında yaralanan ve ölümden dönen, sağlığına kavuşur kavuşmaz da kendisini dine adayan Sanctus Ignacio de Loyola'nın (1491-1556) 1539 yılında kurmuş olduğu İsa Birliği adlı bir tarikattir (PRIGENT-SIMONI, 1982:120). Sanctus Ignacio de Loyola, Protestanların görüşlerini yadsıyarak dünyada Tanrısal erki elinde tutanlara boyun eğmenin doğruluğunu savunmuş, altı arkadaşını bu konuda inandırmayı

başarmış, 15 Ağustos 1534'de Montmort'un gömütlük olarak kullanılan karanlık bir odasında hep birlikte (7 kişi) Tanrı'ya ve Kiliseye bağlı kalacaklarına and içmişlerdir (Tarikat 1773'te papa XIV. Clement'in buyruğuyla kapatılmıştır). Blaise Pascal'ın Cizvitliğe karşı çıkması, Cizvitliğin günah konusundaki öğretisinden kaynaklanmaktadır. İnsan istemine öncelik veren bu öğretilerde günahkar olmak ya da olmamak, insanın istedikleri ve yaptıkları ile ilgili olarak değerlendirilmektedir. Bütün bunlar ise Sanctus Aurelius Augustinus'un (354-430) **"İnsan doğuştan günahkardır, ölüm bu günahkarlığın cezasıdır, ancak Tanrı'nın yüce iyiliği (inayeti) ile kurtuluş olanaklıdır"** inançları doğrultusunda doğuştan gelen günahkarlık savını benimseyen Cornelius Jansenius (1585-1638)'un görüşleriyle uyuşmuyordu (GÖKBERK, 2002:245; WEBER, 1991:226). İşte Blaise Pascal, Cornelius Jansenius'un öğretisi doğrultusunda yazılar kaleme alırken geliştirdiği biçemi Chevalier de Méré'den kapmıştır (ORE, 1960:409-419). Bu nedenle de kendisini ona hep borçlu olarak görmüştür. Chevalier de Méré'nin Blaise Pascal ile olan ilişkilerinde baskın nitelikte oluşu da bu gönül borcundan kaynaklanıyor olsa gerektir.

Blaise Pascal, babasının öldüğü günden "ateş basan gece" diye nitelendirdiği 12 Kasım 1654 akşamına dek o çağın gözde eğlencesi olarak bir çok kez kumar oynadıktan sonra Port Royal manastırına çekilip kendisini dine adanmıştır. Port Royal manastırı, Jansenistlerin önde gelenlerinin toplanıp öğretilerini Port Royal Mantığı adlı yayınlarında savundukları bir yerdi. Kız kardeşi Jacqueline, Blaise Pascal'ın manastır öncesindeki yaşamını kumarla içli dışlı olduğu için çürüme, düşme, bozulma olarak değerlendirerek onun adına kaygılanmıştır (ORE, 1960:409-419). Blaise Pascal neyse ki aşırı bir kumar tutkusuna hiç kapılmamış, bu oyunlara büyük bir olasılıkla Roannez çevresindeki arkadaşlarına -başta Chevalier de Méré'ye- eşlik etmek için katılmıştır. Çığır açan kumar sorularıyla da bu dönemde karşılaşmıştır.

Blaise Pascal, Port Royal'e çekildikten sonra Roannez Dükü onu geri getirmek için çabalamış ise de başarılı olamamıştı. Roannez Dükünün amacı Blaise Pascal'ın bir matematikçi olarak alkışlanmasıydı. Oysa Blaise Pascal belki de kumar oynadığı günlerden kalma yoğun suçluluk duygularının etkisi altında **La Pensées**'i yazmaktaydı. Bu kitabında Blaise Pascal kumarbazın ruhunu incelemeyi dener (ORE, 1960:409-419):

Kumarbaz... Amacı ne? Yarın arkadaşlarına başkalarından daha iyi oynadığı konusunda öğünmek. Böyle bir adam her gün kumar oynayarak yaşamının can sıkıcılığından kurtulmaya çalışır. Bütün gün boyunca kazanacağı parayı gün doğunca ona verseniz bu onu mutlu etmeye yetmeyecektir. Onun amacı, kazanç değil, kumarın kendisidir. Ne var ki,

kazanç bir yana itilir de ortaya bir para konulmazsa oyunun bütün çekiciliği de yitip yok olacak, o, oynamak için içinde en küçük bir istek bile duymayacaktır. Dolayısıyla onun aradığı, salt eğlence de değildir. Onun tutkusu oyun ile kazancın birleşik durumudur ve bu tutku olmaksızın oynamayı sıkıcı bulacak, oynarsa da çabucak tükenecektir.

Ore (1960:409-419), Blaise Pascal'ın bu yazısında kumarbazın ruhunu inceleme görüntüsü altında aslında Chevalier de Méré'nin ruhunu incelediğini söylemektedir. Ancak olaya bir başka açıdan da bakılabilir. Blaise Pascal, 1651-1654 arasında zaman zaman kumar oynadığına göre onun bu yazısında bir ölçüde kendi ruhunu incelediği de söylenebilir. Yazısının çok etkili olmuş olması da belki de buradan kaynaklanmaktadır.

Chevalier de Méré, kumara bulaşmış olduğu günlerde birbirlerine yakın olasılıklardaki seçeneklere oynadığında kendisini kimi kez şanslı, kimi kez de şanssız bulmaktaydı. O, tek bir zarı üst üste dört kez attığında şaş (6) atma şansının atmama şansından daha büyük olduğunu denemeleriyle anlamıştı. Örneğin 4 atışta şaş getirmemesine oynadığında kazanıyordu. Ancak çift zarı üst üste 24 kez attığında düşüş (6-6) atma şansının atmama şansından büyük olmadığını seziyor, ancak bunun niye böyle olduğunu anlayıp açıklamada zorlanıyordu. Ona göre $4/6=24/36$ olduğundan her iki durumda da şanslı olması gerekiyordu; ancak durum hiç de öyle değildi. Bu durum, onu, matematikte bir bozukluk olduğu düşüncesine getiriyordu. Ve derken sorunun çözümü için Blaise Pascal'a danıştı.

Blaise Pascal matematikte bir bozukluk olmadığını anlatmaya çalışmış, sorunu çözerek bunu göstermişti: Düzgün tek zarla atış denemesinde bir kez olsun şaş atabilmek için gerekli deneme sayısı n olsun. n sayıda denemede şaş atmama olasılığı $(5/6)^n$, en az bir tane şaş atma olasılığı ise $1-(5/6)^n$ dir. Aranılan sayı, $1-(5/6)^n > (5/6)^n$ bağıntısını gerçekleştiren n sayısıdır. $n=1, 2, 3$ için bu bağıntı gerçekleşmezken $n=4, 5, 6, \dots$ için gerçekleştiği için söz konusu bağıntıyı gerçekleyen en küçük n sayısı 4 olmaktadır. Çift zarla yapılacak denemede n sayısı da şöyle bulunur: Düzgün çift zarla n atışta hiç düşüş atamama olasılığı $(35/36)^n$; en az bir tane düşüş atabilme olasılığı ise $1-(35/36)^n$ dir. En az bir düşüş atma olasılığının atamama olasılığından daha yüksek olabilmesi için $1-(35/36)^n > (35/36)^n$ olacak biçimde bir n sayısı bulmak gerekmektedir. Söz konusu eşitsizlik $n=1, 2, 3, \dots, 24$ için gerçekleşmezken, $n=25, 26, 27, \dots$ için gerçekleştiği için bir çift zarı en az 25 kez atmak gerekir ki, düşüş atabilme olasılığı atamama olasılığından daha yüksek olsun. Böylece Blaise Pascal, Chevalier de Méré'nin matematikte bir bozukluk olduğu düşüncesini çürütmüş oluyordu. Bu olaydan sonra da Pierre de Fermat'a yazdığı mektupta Chevalier de Méré için "Çok yetenekli bir kişi, ancak

matematikçi değil. Bu da, bildiğiniz gibi, büyük bir kusur. Matematikte bir yanlışlık bulunduğunu sanıyor” diye yazmıştır (ORE, 1960:409-419).

Chevalier de Méré'nin Blaise Pascal'a danıştığı ikinci soru şöyleydi (ORE, 1960:409-419):

Bir oyuncu 2, öteki oyuncu 1 oyun daha kazanacak olursa ödülü de kazanmış olacaktır. Oyun bir kaza sonucu yarıda kesilmektedir. Ödülü nasıl paylaşmalıydılar?

Blaise Pascal en çok iki oyun sonra ödülün sahibini bulacağını anlar. Bu iki oyun oynanmış olsaydı, şu sonuçlar ortaya çıkardı: (1. oyuncu kazanır, 1. oyuncu kazanır), (1. oyuncu kazanır, 2. oyuncu kazanır), (2. oyuncu kazanır, 1. oyuncu kazanır), (2. oyuncu kazanır, 2. oyuncu kazanır). İlk üç durumda ödül birinci oyuncunun olur, son durumda ise ikinci oyuncunun. Kazanma şansları arasındaki oran 3:1'dir. Blaise Pascal yarıda kesilen oyunda ödülün dörde bölünmesi ve üç parçayı birinci, bir parçayı da ikinci oyuncunun alması gerektiğini belirtmiştir.

1.2. Öncüler

1654 yılı olasılık kuramının başlangıcı olarak değerlendirilse de bu yılının daha önceki dönemde yapılmış çalışmalarla desteklenmiş bir yıl olduğunu da belirtmek gerekir. Blaise Pascal, 1654'te daha önce hiç işlenmemiş değil, üzerinde az çok çalışılmış bir konuya eğilmiştir. Luca de Pacioli'nin, Girolamo Cardano'nun, Galileo Galilei'nin çalışmaları, Blaise Pascal'ın az çok zengin bir kalıt üzerine oturduğunu belgelemektedir.

Bu kalıtın ilk kilometre taşı Rahip Luca de Pacioli (Pacioli) (Luca di Borgo) (1445, POITOU-1514, Paris)'dir. Venedik'te bir süreliğine zengin tüccarların çocuklarına öğretmenlik yapan Luca de Pacioli, Muhammed Bin Musa el-Harezmi'nin 1460'lı yıllarda Latince'ye çevrilen **El-Kitab'ul Muhtasar Fi'l Hesab'il Ceb'r ve'l Mukabele** adlı yapıtının hazırladığı ilk cebircidir (COOKE, 1997:306-307). İtalya'da ticaret aritmetiğinin yıldızının parladığı bir dönemde -1494'de- basılan Luca de Pacioli'nin başyapıtı **Summa**'da 10'a bölme işleminin gösteriminden ($101/10=10.1$ gibi) çift kayıtlı defter tutmaya dek pek çok yenilik bulunmaktadır. Luca de Pacioli'nin olasılık kuramına giden yolda ilk kilometre taşı olarak değerlendirilmesi, onun başyapıtında bölüştürme sorularına bolca yere vermiş olmasından kaynaklanmaktadır. Chevalier de Méré'nin Blaise Pascal'a yönelttiği bölüştürme sorusu bu soruların bir benzeriydi. Chevalier de Méré, belki de kendi bulmuş olduğu değil, eğitimi sırasında şurada ya da burada karşılaşmış

olduğu bir bölüştürme sorusunu Blaise Pascal'a yöneltmiştir (HACKING, 1975:58-62).

Leonardo Fibonacci'nin 1202 tarihli **Liber Abaci** (Hesap Kitabı) adlı yapıtında benzer nitelikte bir soru ile karşılaşmadığı gibi bir Fransız olan Chuquet'in matematikçiler üzerinde az çok etkili olan ve **Triparty** adını alan çalışmasında da herhangi bir bölüştürme sorusu bulunmamaktadır (COOKE, 1997:289-290 ve 305-306). 1380 tarihli bir betiği kaynak gösteren Ore (1960:409-419), bölüştürme sorularının eskiliğine parmak basmış ise de, bu tür soruları Avrupa matematiğine kazandıran kişinin Luca de Pacioli olduğu konusunda bir görüş birliği bulunmaktadır. O da bu soruyu büyük bir olasılıkla Araplardan öğrenmiş, sonra da **Summa**'ya koymuştur. Gerçekten de **Summa**'da sürüyle bölüştürme sorusu bulunmaktadır. Bunlardan ikisi şöyledir (ORE, 1960:409-419):

i) Bir takım 60 sayı kazandığında ödülü de kazanmaktadır. Her vuruş 10 sayı, ödül de 10 birim paradır. Takımlardan biri 20, öteki 50 sayı kazanmışken bir kaza sonucunda oyun yarıda kesilmekte ve oyuncular ödülü paylaşmak istemektedirler. Bunu nasıl yapmalıdırlar?

ii) Üç oyuncudan ilk altı sayıyı kazanan ödülü de kazanmaktadır. Ödül 10 birim paradır. Birincinin 4, ikincinin 3, üçüncünün 2 sayısı varken oyuncular oynamayı bırakıp ödülü paylaşmak istemektedirler. Bunu nasıl yapmalıdırlar?

Luca de Pacioli'nin doğru olarak çözemediği bu sorular öncülerinden ikincisi olan Girolamo Cardano'nun ve onun çağdaşlarının üzerinde durduğu sorular olmuştur. Yenidendoğuş döneminin çok yönlü adamı olan Girolamo Cardano (1501, PAVIA-1576, Roma) dişliler üzerinde bir buluş yapmış, bu nedenle fizikçilerce tanınmıştır; hekimlikte özel yöntemler geliştirmiş, bu nedenle tıpçılarca tanınmıştır; üçüncü ve dördüncü basamaktan denklemlerin köklerinin nasıl bulunabileceğini **Ars Magna** (Büyük Sanat) adlı dergide yayınlamış; bu nedenle matematikçilerce tanınmıştır (SENA, 1974:353-356). Kendi doğumunu evrenin unutulmaz büyük olaylarından biri olarak dile getirerek büyükleme, bir yandan «başka türlü davranıldığında ayaklanacağı gerekçesiyle halkın baskıyla yönetilmesi gerektiğini», bir başka yandan da «yalnızca bütün insanların değil, bütün canlıların eşit olduğunu» söyleyen, dinlerin doğuşlarını ve yükselişlerini yıldızların devinimleriyle açıklayan, çağdaşlarıncı sevmeyen ve çağdaşlarını da sevmeyen (SENA, 1974:353-356) Girolamo Cardano, Luca de Pacioli'nin **Summa** adlı yapıtında karşılaştığı bölüştürme sorularının çözümleri konusunda "**Bunların yanlışlığını bir çocuk bile anlar**" demiştir (ORE, 1960:409-419). Onun rakibi olarak değerlendirilen

Niccolo Tartaglia da soruyu doğru yanıtlayamamış (HACKING, 1975:51), bölüştürme sorusunun bir matematik değil, bir hukuk sorusu olduğunu belirttikten sonra şöyle demiştir (ORE, 1960:409-419):

Birileri şakacıktan sorular yöneltiyor ki, tartışmalar doğsun ve kendileri de kişilerin birbirlerini yemelerini oturup izlesinler. Bu tür sorular üzerine ne denli az konuşulursa o denli iyi olur.

Ancak Girolamo Cardano, Niccolo Tartaglia'dan farklı olarak konuyu olasılık kavramı kapsamında değerlendirmiştir. Kumar üzerine yararlı bilgiler el kitabı olarak tasarladığı **Liber de Ludo Aleae** (Şans Oyunları Kitabı) adlı yapıtında bu konudaki görüşlerini ortaya koymuştur: Blaise Pascal'ın ölümünden sonraki yıl olan 1663'den önce basılmamış bu kitapta şu sorularla karşılaşmaktadır (WELLS, 2000:151):

İki zar atıldığında en az bir tane 4, 5, 6 atma eğilimi nedir?

Bir çift zar üst üste üç kez atıldığında hepsinde de 4, 5, 6 atma eğilimi nedir?

Üç zar atıldığında en az bir tane 6 atma eğilimi nedir?

Bu sorulardaki temel sözcük olan "eğilim:proclivity" "olasılık:probability" olarak anlaşılabilir; çünkü Girolamo Cardano, eğilim sözcüğünü, olasılık anlamında kullanmıştır. O, olasılık kavramını felsefesal bir temele oturtmayı da denemiş, bu amaçla Aristoteles'den ödünç aldığı bir kavramı kullanmıştır. Bu kavram **potentia** kavramıdır. Aristoteles (1996:210) **Metafizik**'in dördüncü kitabında "varlık olmak bakımından varlık" konusunu işlerken iki kavramı, **dynamis** ve **energeia** kavramlarını kullanır. Burada **dynamis**, bir varlığın bir başka varlık olabilme gücü (**potentia**, **possibilitas**) anlamına gelmektedir. Örneğin bir tohumun bir ağacı içinde sakladığından söz etmek, Aristoteles'in **potentia** kavramının bir uygulaması olmaktan başka bir anlam taşımamaktadır. **Potentia**'nın ete kemiğe bürünmesi ise **energeia** kavramıyla anlatılmaktadır. Aristoteles'in bu yaklaşımına göre, ağaç, tohumun içinde **potentia** olarak vardır, tohum, toprağa düştükten sonra, suda çözünen mineraller ve güneş ışığı aracılığıyla ağaca dönüşür, böylece daha önceki dönemde bir **potentia** olarak varolan ağaç, ete kemiğe büründükten sonra artık bir **energeia** olarak varolmaya başlar. Girolamo Cardano, bir varlıkta çok sayıda **potentia** olduğunda her bir **potentianın** düzeyini olasılık diye adlandırır. Bir zarda tek değil, 1, 2, 3, 4, 5, 6 gelme gibi birçok **potentia** olduğuna göre, her bir **potentianın** düzeyi olasılık adını alacaktır. Girolamo Cardano bu düşüncesini açıklarken, olasılık değil, eğilim sözcüğünü kullanmıştır. Ancak onun eğilim sözcüğünü kullandığı her yerde bugünkü anlamda olasılık demek istediği açıkça belli olur. O, rasgelelikteki düzeni görerek büyük sayılar yasasını da sezmiştir (SHEYNNIN, 1968:282). Burada bütün bu başarılarına

karşın olasılık kuramı tarihinin neden Girolamo Cardano ile başlatılmadığı sorulabilir. Bu sorunun yanıtı çok açıktır. Girolamo Cardano'nun çalışması, çağdaşları üzerinde olsun, sonra gelenler üzerinde olsun pek etkili olmamış, bir yol başlatamamıştır. Bunun nedeni de **Liber de Ludo Aleae**'nin bir kumar kitabı olmanın ötesine geçememiş olmasıdır. Bu kitabın beşinci bölümünde Girolamo Cardano şöyle yazmaktadır (HALD, 1990:38):

Niçin kumarla ilgilendim? Kumar bir bütün olarak şeytanca bir iş olsa bile, çok sayıda kişinin bu işten geri kalmadığı dikkate alındığında, o, şeytanca işler arasında en doğal olanıdır. Bu nedenle yaradılış hastalıkları konusunda kafa yoran bir hekim gibi kumar üzerinde de düşünmek gerekir.

Blaise Pascal'ın ve Pierre de Fermat'ın yeni bir matematik türü yarattıkları dilden dile dolaşırken (ORE, 1960:409-419), yıllarca bir kenarda köşede kalmış olan **Liber de Ludo Aleae**, 1663 yılında esen rüzgarın etkisiyle basılmıştır (HACKING, 1975:54; HALD, 1990:37). Blaise Pascal ve Pierre de Fermat, yalnızca yeni bir matematik türü yaratmakla kalmamışlar, bir yol da başlatmışlardı. Hollanda'dan Christiaan Huygens ve Almanya'dan Gottfried Wilhelm von Leibniz bu yeni matematik türünü öğrenmek için çabalıyorlardı. Nitekim bu çabaların bir sonucu olarak 1657 yılında çalışmasını **On Reasoning in Games of Chance** (Şans Oyunlarının Mantığı) başlığıyla yayınlayan Christiaan Huygens olasılık kuramının matematik temelini işleyen ilk kitabı yazmıştır. Gottfried Wilhelm von Leibniz ise konuya felsefesal bir derinlik kazandırmıştır. Jacop Bernoulli'nin **Ars Conjectandi** (Kestirim Sanatı) ve Abraham de Moivre'nin **Doctrine of Chance** (Şansın Öğretisi) ve Pierre-Simon Marquis de Laplace'ın **Analytic Theory of Probabilities** (Olasılıkların Çözümlemeseli Kuramı) adlı çalışmalarını besleyen bütün bu süreç Gerolimo Cardano'nun **Liber de Ludo Aleae** adlı çalışmasından değil, Blaise Pascal ve Pierre de Fermat yazışmalarından doğmuştu. Girolamo Cardano, -onca yenilikçiliğine karşın- bir yol başlatıcısı değil, yalnızca bir öncü olabilmıştır.

Blaise Pascal'ın daha yakın zamanlara ilişkin bir başka öncüsü de Galileo Galilei'dir (1564-1642). Galileo Galilei, Blaise Pascal'ın Chevalier de Méré'den gelen bir soru ile karşılaşması örneğindeki gibi, adı sanı bilinmeyen bir kumarbazın yönelttiği bir soru ile karşılaşmıştır (HACKING, 1975:52):

Üç zar atıldığında üste gelen sayıların toplamının 10 ya da 11 gelmesi mi, yoksa 9 ya da 12 gelmesi mi daha çok olasıdır?

Üç zar atıldığına göre $6 \times 6 \times 6 = 216$ eşolasılıklı durum vardır. Bunlardan 27'sinde 10, 25'inde 9 gelir. Benzer biçimde 27'sinde 12, 25'inde 11 gelir. Bu duruma göre üç zar toplamının 10 ya da 12 gelmesi, 9 ya da 10 gelmesinden daha çok olasıdır. Ölümünden sonra incelenen yazıları arasında bulunan

metinlere göre Galileo Galilei bu soruyu doğru olarak çözmüştür. Blaise Pascal'ın da bu yazıları okumuş olabileceği düşünülebilir.

1.3. Anlamsal Oluşum

Blaise Pascal'ın ve Pierre de Fermat'ın başlatmış oldukları yolda yürüyen ünlülerden biri de Gottfried Wilhelm Leibniz'dir. Gottfried Wilhelm Leibniz, kendi anlatımına göre (HACKING, 1975:58), gerçi Paris'te yaşamaya başladığı sıralarda henüz yeni ölmüş olan Blaise Pascal ile tanışmamıştır; ancak onun kardeşiyle, yeğenleriyle, kızının oğluyla ve Roannez Düküyle tanışmış ve onlarla çok sık görüşmüştür. Roannez Dükünden bile daha çok. Bu da nedensiz değildir. Çünkü Gottfried Wilhelm Leibniz, Blaise Pascal'ın Avrupa'da büyük heyecan yaratan toplama-çıkarma makinesini inceleyip toplama-çıkarma-çarpma-bölme-karekök alma makinası yapmıştır (EVES, 1964:262-264). Bu arada Blaise Pascal'ın olasılık kuramıyla ilgili yayınlanmamış karalamalarını ailesinden alıp incelemiş, "**Pascal, Huygens ve Ötekiler**" adlı olasılık çalışmasını yapmıştır. Olasılık kuramını, Euclides geometrisinde olduğu gibi, yalın sonuç çıkarma bilimi olarak belit demeti üstünde kurmayı düşünen ilk kişi de olmuştur (HACKING, 1975:57); ancak bu düşüncenin gerçekleşmesi 1933 yılında Andrei Nikolaevich Kolmogorov'a (25 Nisan 1903-20 Ekim 1987) dek beklemiştir (BOYER-MERZBACH, 1989:703).

Gottfried Wilhelm Leibniz'i olasılık kuramının iki yönüyle yoğun olarak ilişkilendirmek olanaklıdır. Birincisi olasılık kavramının tanımıdır. Olasılık kavramı geleneksel kuramda **eşolasılık** kavramına dayanmaktadır. Bu yardımcı kavram -eşolasılık-, en başta kumar oyuncularında sezgisel olarak vardır. Kurucular da hiç anlamamış olmakla birlikte bu kavramı kullanarak olasılık hesaplarını yapmışlardır. Ancak söz konusu kavramın temel bir kavram durumuna getirilmesinden Pierre-Simon Marquis de Laplace sorumlu tutulmaktadır (PLATO, 1994:164). Pierre-Simon Marquis de Laplace, olasılık kavramını, eş ölçüde olabilir durumlar arasında ilgilenilen olayı gerçekleştiren durumların oranı biçiminde tanımlamıştı (HACKING, 1991:122). Bu, Gottfried Wilhelm Leibniz'in ta 1678'de **De Incerti Aestimatione** adlı çalışmasında yaptığı tanımu çağrıştırmaktadır (HACKING, 1975:125):

Probabilitas est gradus possibilitas (Olasılık olabilirlik düzeyidir).

Pierre-Simon Marquis de Laplace'a ilişkin olasılık tanımı daha etkili olmuştur; öyle ki, bu tanım uzun yıllar dinçliğini korumuştur ve şimdi bile ayaktadır. Gerçi zaman içinde biraz hırpalanmış, dahası ağır ölçülere yaralanmıştır; ancak henüz ölmemiştir. Hacking (1975:122), olasılık kavramının eşolasılık sözcüğünü içeren bu tanımındaki kısır döngüye gönderme

yaparak “Böyle tuhaf bir tanımın nasıl olup da bunca yıl yaşayabildiğine şaşmamak elde değildir” demektedir. Kimi yazarlar eşolasılık kavramını süsleyerek bir başka kılıkta sunmuşlardır. “Daha çok olabilirlik bakımından karşıt nedenin olmaması” gibi. Oysa daha çok olabilirlik bakımından karşıt bir nedenin olmaması, eşolabilirlik ve dolayısıyla da eşolasılık demektir. Olasılık kavramındaki kısır döngüyü aşmak için bu konu üzerinde çalışıp da işin içinden çıkamayanlar sonunda eşolasılık kavramını savunmak durumunda kalmışlardır.

İkincisi, Gottfried Wilhelm Leibniz, bir formül ya da bir teorem gibi hiçbir biçimsel katkıda bulunmuş olmamakla birlikte, çok daha önemli bir iş olarak olasılık kuramının felsefesini yapmıştır. Öyle ki, olasılık kuramının tümdengelimle karşılaştırılabilir nitelikte bir çıkarım yöntemi olacağı konusunu vurgulamıştır. Bu, olasılık kuramını yaratanların Alice’den ne denli farklı olduğu konusunda önemli bir göstergedir. Lewis Carroll, Alice’nin amaçsızlığını şöyle anlatmaktadır (KASNER-NEWMAN, 1997:309):

Kız, Alice, yumuşacık bir sesle:

“Söyler misin lütfen, bu kavşakta hangi yolu seçmem gerekiyor?” diye sordu.

Kedi yanıtladı:

“Bu, nereye gitmek istediğine bağlı.”

Alice:

“Gitmek istediğim belli bir yer yok.”

Kedi:

“Öyleyse tutacağın belli bir yol da yok demektir.”

Alice:

“Canım, bir yere varayım yeter.”

Kedi:

“Bir yol tutarsan nasıl olsa bir yere varırsın.”

Alice nereye gideceğini bilmemekteyse de olasılık kuramı ta başından beri belli bir amacın ardına düşmüş görünmektedir. Bu kuramın en derindeki amacı, bilgi için bir kanıt sağlamaktır. Olasılık kuramının doğum döneminde bile dillendirilen bu amaç Jacques (Jacob, Jack) Bernoulli’de artık açık açık anlatılmıştır. Nitekim o bir dostuna yazdığı bir mektupta bu amacı şöyle sergilemiştir: “Olasılık kuramı kestirim sanatının bir aracıdır.” Başlığı “kestirim sanatı” anlamına gelen *Ars Conjectandi* adlı kitabı da bu düşüncesiyle uygunluk içindedir.

2. İtici Güçler

Olasılık kuramı, şurada ya da burada değil, aydınlanma sürecini yaşayan Avrupa'da, onun Yenidendoğuş diye adlandırılan bir döneminde filizlenmiştir. Bu filizlenmede şu ya da bu ölçüde rol oynayan kişiler hep Avrupalıdır: Luca Pacioli, Gerolimo Cardano, Blaise Pascal, Pierre de Fermat, Christiaan Huygens, Gottfried Wilhelm on Leibniz, Jacques ve Daniel Bernoulli, Abraham de Moire, Thomas Bayes, Pierre-Simon de Laplace gibi... Acaba Yenidendoğuş sürecinin hangi özelliği, bu kişileri olasılık konusu üzerinde düşünmeye sürüklemiştir?

Needham (1983:5) "Nasıl oldu da Avrupa'da matematikselleştirilmiş bir doğabilim oluşabildi? Neden Çin'de böyle bir durum oluşamadı?" diye sormaktadır. Yanıtını da şöyle vermektedir: "Birinci soru yeterince zor iken ikincisi daha da zordur." İki kesime ilişkin düşünüş farkları üzerinde durulmaktadır. Bu ayrımı vurgulamak için Heisenberg (1968:24-25) şu öyküyü anlatmaktadır.

Dsi Gung, Han ırmağının kuzeyine düşen bölgeden geçerken bahçesinde çalışan yaşlı bir adam gördü. Adam su yolları kazmıştı. Kuyuya iniyor, kollarında su dolu bir kapla çıkıp suyu arklara boşaltıyordu. Bütün gücünü bu işe vermekle birlikte pek az bir sonuç elde edebiliyordu.

Dsi Gung dedi ki: "Günde yüz ark sulamak için bir başka yol var. İnsan az çabayla çok iş başarabilir. Bu yoldan yararlanmak istemez misin?"

Bahçıvan doğruldu, ona baktı, sonra: "E, neymiş bakalım o yol?" diye sordu.

Dsi Gung dedi ki: "Arkası ağır, önü hafif kaldıraç alırsın. Bol bol su çekebilirsin onunla. Buna zincirli kuyu derler."

Öfkesi başına vurdu adamın. Sonra gülerek şöyle dedi: "Efendim derdi ki, makinaları kullanan kimse her işini makine gibi yapar. Her işini makine gibi yapan adamın makine gibi yüreği olur. Göğsünde makineden bir yürek taşıyan kimse temizliğini yitirir. Temizliğini yitiren insansa düşüncelerinde kararsız olur. Düşünce kararsızlığı da doğru ve gerçek ile uyuzmaz. Senin dediklerini bilmiyor değilim. Ancak utanırım kullanmaktan."

Doğu ile Batı arasında yukarıdaki örnekte görüldüğü türden bir düşünüş farkının her dönemde geçerli olduğu kuşkuludur. Dolayısıyla neden Avrupa'da matematikselleştirilmiş bir doğabilimin ve bu arada olasılık kuramının oluştuğu

sorusunun yanıtı burada değildir. Yanıt, Avrupa Yenidendoğu'sunun ayrıntılarından. Avrupa Yenidendoğu, insanın ve yaşamın öncelikli duruma geldiği bir düşünme biçimidir. İnsanın ve yaşamın öncelikli duruma gelmesi, Hıristiyan okulculuğunun (*scholasticism*) dayattığı önceliklerin ve onunla birlikte yetkecilğin bir yana bırakılmasıdır. Sanctus Augustinus'tan beri, gerçeğin aranması değil, açıklanması amaç olmuştur. Gerçeğin aranması amaç değildi, çünkü gerçek bulunmuştu. Bu, Baba-Oğul-Ruh gerçeği idi. Hıristiyan okulculuğuna göre şimdi yapılması gereken, bulunmuş olan bu gerçeği daha anlaşılır ve açıklanabilir kılmaktan başka bir iş değildi. Aristotelesci ve Platoncu yetkelerin yaptığı da buydu. Ancak Yenidendoğuş döneminde yetkelere bakarak gerçeği anlamaya çalışma yaklaşımının bir yana atılmasına tanık olunmaktadır. Bu türden birçok örnek arasında rahip Cusa'lı Nicholas (1401-1464) çok etkili olmuştur. Çünkü Cusa'lı Nicholas, *Idiota*'da kötü kitapların okunmasının bir yana bırakılmasını, iyi kitapların okunmaya başlanmasını öneriyordu (HACKING, 1975:41). Burada kötü kitaplar, birer yetke olup çıkmış olanların kendi parmaklarıyla yazdığı kitaplar, iyi kitaplar ise Tanrı'nın kendi parmaklarıyla yazdığı kitaplar -doğa- anlamına gelmektedir. Bu, genel olarak bilme ve doğa karşısında özgür olma diye tanımlanabilecek bir amacın karşı konulmaz bir biçimde kendisini ortaya koyduğu bir süreçten bir örnek idi. İşte olasılık kuramının temelinde bu zihinsel devrim bir altyapı ögesi olarak durmaktadır.

Bir başka altyapı ögesi de rasgele gibi görünen olaylardaki doğasal zorunluluğa yönelik farkındalık düzeyindeki yükseliş idi. Tanrı'nın kendi parmaklarıyla yazdığı kitabı okumaya çalışanların ilk fark ettikleri, olup bitecek olanların olup bitmiş olanlara bağlılığıydı ki, bu olgu doğasal zorunluluk adını almıştı. Eski yaklaşımın merkezinde ise Tanrısal zorunluluk kavramı bulunuyordu. Babanın oluru olmaksızın bir yaprağın bile yere düşmeyeceğini söyleyen İsa (MATTA, 1995:25), bu yaklaşımın doruk noktalarından biriydi. Olup bitenleri ve olup bitecekleri tanrısal istemin bir uzantısı olarak görme biçimindeki bu yaklaşıma Anadolu'nun çok eski uygarlıklarında da raslanmaktadır. Eski Efes (Ephesos) halkı bir örnektir. Lydia Kralı Kroisos, dünyanın yedi harikası arasındaki Artemis Tapınağını yapanların zenginliklerinden pay alabilmek için Efes üzerine yürümüştü, bunu haber alan Efes halkı, Artemis Tapınağından kentlerine yaklaşık 1.2 km uzunluğunda bir halat bağlayarak tanrıçanın koruyucu gücüne sığınmış ise de bu softaca yöntem hiçbir işe yaramamış, Kral Kroisos, Artemis Tapınağına dokunmazken, Efes halkını bu tapınağın güneyindeki düzlüklere sürmüştü (BEAN, 200:141). Bunun gibi olgularda "işe yarayan tanrısal zorunluluğu" ortaya çıkartabilmek için Tanrı'yı ayartma eğiliminin baskın olduğu görülmektedir. Yenidendoğuş döneminde zorunluluk anlayışı biçim değiştirerek gökten yere indi. Ancak

doğasal zorunluluk, Yenidendoğuş döneminde **ilk kez olarak değil, ikinci kez olarak** bulunmuştur. Çünkü bu konudaki farkındalık oldukça eskidir; öyle ki kökleri ta Herakleitos'a dek geri gitmektedir. Herakleitos bu zorunluluğu şöyle anlatmaktadır (MİLLİYET, 1991:87):

Evren bir sazın telleri gibidir, saz çalarken telleri bir çeker, bir bırakırız, çekmeyle bırakmanın birleşmesinden uyum doğar. Evren bir kargaşa olmayıp bir düzendir. Görünen kargaşada kendine özgü bir düzen vardır. Her varlık bu düzenden kaynaklanan bir zorunluluğa bağlıdır. Gökteki güneş bile kendi sınırlarının dışına çıkamaz. Her canlıyı besine yaklaştıran bir zorunluluk vardır. Zorunluluk evreni yöneten değişmez yasadır.

Doğasal zorunluluk bir gerçek olduğuna göre evrendeki rasgelelikler enine boyuna bilinmeyen zorunluluklardan başka bir anlama gelmezdi. Bu yaklaşım sonucunda rasgeleliğin bir ölçüsü durumundaki olasılık da bilgi eksikliğiyle bire bir ilişkili duruma geldi. Nitekim Pierre-Simon Marquis de Laplace, bütün olup bitenleri bilebilecek durumda olan “**dev akıl**”ın (*Laplace's demon*) bütün olup bitecekleri de bilebileceğini ileri sürerek olasılık diye bir gerçekliğin varolmadığını söylemiştir (GILLIES, 2000:3-4).

Bir başka altyapı ögesi olarak gene söz konusu zihinsel devrimin aşılama çalıştığı hoşgörü üzerinde durulmaktadır. Hasofer (1960:316-321), eski İsrail'de ölümle cezalandırılan kumarın Batı ülkelerinde böylesine ağır bir ceza ile yüzleştirilmediğini belirtmekte, olasılık kuramının doğuşunda Batı ülkelerindeki bu hoşgörünün önemini belirtmektedir. Kumar oyunlarına yönelik horgörünün, olasılık kuramının doğmasının önündeki en büyük engellerden biri olduğu açıktır. Bu horgörüye bütün zamanlarda olduğu gibi, Avrupa Yenidendoğuşu döneminde de raslamak olanaklıdır. Çok eski örneklerden birini Kolophon'lu Ksenophanes sunmaktadır. Kolophon'lu Ksenophanes, elleri olsaydı atların, öküzlerin, arslanların kendi biçimlerinde tanrı resimleri çizeceğini, Habeşlilerin tanrılarının basık burunlu ve kara, Trakyalıların tanrılarının da gök gözlü ve kızıl saçlı oldukları yolundaki sözleriyle bilinir. Onun hakkında anlatılan bir öykü ise kumara nasıl horgörüyle bakıldığını sergilemektedir: Bir gün Hermione'li Lasos kendisiyle zar oynamak istemeyen Kolophon'lu Ksenophanes'i korkaklıkla suçlamıştır; o ise bu suçlamayı kabul etmiş, pis işlerde pek çekingen, pek korkak, pek yüreksiz olduğunu söylemiştir (KRANZ, 1984:51). Platon'un da kumar oynayan bir öğrencisini, yitirdiği para için değil de, yitirdiği zaman için azarladığı bilinmektedir. Bu horgörünün Yenidendoğuş döneminde yok edilip onun yerine hoşgörünün konulmuş olduğu savı kuşkuludur. Kumarbazların ölümle cezalandırılmamaları, kumarın Batı ülkelerinde hoşgörülü olduğu anlamına gelmez. Girolamo Cardano'nun bir kumar

kitabı olarak yazdığı **Liber de Ludo Aleae** adlı yapıtının ilgi görmeyip bir yol başlatamaması, kumara yönelik hoşgörüsüzlüğün sürdüğü konusunda bir belirti olarak değerlendirilebilir. Ayrıca kumarbazlar kralı diye nitelendirilmekle birlikte, Chevalier de Méré'nin de dünyada kumardan başka bir güzellik görmeyenleri nasıl aşağıladığı bilinmektedir: Yazılarında kumar oyunlarını küçümsediği konusunda belirtiler vardır. Damien Mitton'a, kırsal alanların güzelliklerini överken, kumar düşkünleri için çok üzüldüğünü dile getirmiş, dünyada şanstın başka bir güzellik görmeyenleri, alımlı yosmalarla düşüp kalkmaktan başka bir yaşam biçimi bilmeyenlere benzetmiştir. Blaise Pascal'ın da kumara sıcak bakmadığı bilinmektedir. Gençliğinde bir süre kumar oynadıktan sonra suçluluk duygusuyla manastıra çekildiğine ve bir olasılık kuramı oluşturmaktan dinsel ve ahlaksal görüşleri nedeniyle kaçındığına bakılacak olursa, onun da tıpkı Kolophonlu Ksenophanes gibi kumarı pis işlerden biri olarak gördüğü sezilebilir. O, kumarbazın ruhunu incelediği yazısında da bu özelliğini bir kez daha ortaya koymuştur.

Ancak Blaise Pascal dönüm noktası sayılabilecek bir iş yapmıştır: Olasılık kavramını kumardan uzaklaştırarak bilginin belirsizliğiyle ilişkilendirmiştir. Bu ilişki, Blaise Pascal öncesinde pek anlaşılmış değildir. İlk kez Blaise Pascal, Tanrı'nın varlığı-yokluğu konusunu olasılık kavramına dayalı olarak sorgulamış, böylece bilginin belirsizliği konusunda bir ölçü olma işlevini olasılık kavramına kazandırmıştır. Bu, "Pascal'ın Bahsi" diye anlandırılan bir deneme yazısında yapılmıştır (ORE, 1960:109-119):

Tanrı vardır ya da yoktur. Sonsuz bir kargaşa bizi ayırıyor. [Birilerimiz Tanrı vardır diyor, birilerimiz de Tanrı yoktur.] Bir oyun oynamıyor, tıpkı yazı tura gibi, bu sonsuz uzaklığın sonunda, bir karar vermenin gerektiği yerde. Biz hangi yanda duracağız? Ne üzerine oynamak istersin? Birini ya da ötekini seçebilirsin. Düşünerek bir sonuç elde edilemez. Us herhangi bir seçimi savunamaz. Bundan ötürü kimseyi suçlama, bir seçim yapanlar arasından. Çünkü seçtikleri konusunda bilgileri yok.

Pascal'ın bahsinde olasılık kavramının kumardan uzaklaştırıldığına ve bilginin belirsizliğini yansıtan bir gösterge olarak kullanıldığına tanık olunmaktadır. Böylece o andan sonra, özellikle de on dokuzuncu ve yirminci yüzyılda, geleneksel olasılık kuramı ile bilgi arasındaki ilişki derinlemesine incelenebilmiştir. Ve böylece Pierre-Simon Marquis de Laplace'ın sözü doğrulanmış, köklerini şans oyunlarına bulan bir bilim, gerçekten de insan bilgisinin en önemli aracı durumuna gelmiştir. Bu, olasılık kuramının tümevarım yöntemiyle bütünleşmesiyle gerçekleşmiştir. Francis Bacon "Tümevarım yapana kanat takmamalı, kurşun bağlamalıdır" derken, tümevarım yönteminin ne ölçüde tehlikeli olabileceğini anlatmıştır (tersini

söyleseydi, atılganlığı kötülemesiyle (BACON, 1986:75-77) çelişmiş olurdu). Karl Popper (1998:286) ise kuramların tümevarımla doğrulanamazlığı konusu üzerinde dururken Francis Bacon'dan uzaklaşmadığını ortaya koymuştur. Ona göre tikel sonlu bir kanıtın evrensel bir genelleştirmeyi gerektirme olasılığı sıfırdır. Evrensel yasalar her denemede bir kez daha doğrulanır; ancak doğruluk olasılığı artmaksızın... Dolayısıyla bir sav denenerek her gün daha çok doğrulansa bile daha olasılıklı kılınmaz. Ancak tümevarım bir yana bırakılacak olursa yeni bir bilgi yaratmak tehlikeli ölçüde darboğaza girer. Bu konuda tümdengelim yöntemi de yardım edemez. Çünkü tümdengelmisel yöntem, Immanuel Kant'ın diliyle söylenecek olursa çözümlemesel bilgi sunmaktan öteye gidemez. Bu yöntem, us yoluyla türetilemez nitelikte yepyeni bilgiler üretme konusunda hiçbir işe yaramaz ve genel için geçerli olanın tekil için de geçerli olduğunu söylemekle yetinir. Olasılık kuramı, gözlemsel verilere dayalı olarak yaratılacak bilginin doğruluk olasılığını denetlemeyi olanaklı kılmış, böylece us yoluyla türetilemez nitelikte yeni bilgi yaratma konusundaki tek yöntemin tehlikelerini azaltma olanağı sunmuştur.

Öte yandan Pascal'ın bahsinde olasılık kavramının Janus yüzlülük diye adlandırılan (HACKING, 1975:12) iki boyutluluğuna da raslanmaktadır. Janus, Romalıların kapıları bekleyen tanrısıdır. Roma paraları üzerinde, bir yüzü kapıdan girenlere, öteki yüzü de çıkanlara bakarken resimlenmiş olan bu tanrı, başlangıcın da tanrısı sayılmaktadır. Yılın başlangıç ayı olan **January** sözcüğü de onun adından gelmektedir. Olasılık kavramının Janus yüzlü oluşu, bu kavramın bir yandan görelî sıklığı, öte yandan da belirsizlik karşısındaki bir inancın gücünü simgeliyor oluşu anlamına gelmektedir. **"1/2 olasılıkla yazı ya da tura gelir"** denildiğinde, olasılık, görelî sıklığı yansıtmış olur ve o zaman Janus'un bir yüzü olarak **nesnel olasılık** adını alır. **"1/2 olasılıkla Tanrı vardır ya da yoktur"** sözü ise bir görelî sıklığı değil, belirsiz bir durum karşısında edinilen bir inancın gücüyle ilgilidir. Böyle bir olguyu anlatan olasılık **öznel olasılık** diye adlandırılır ki, bu da Janus'un öteki yüzüdür. Pascal'ın bahsinde olasılık kavramının bu iki yüzlülüğü farkında olunarak yada olunmayarak aynı anda kullanılmış olmaktadır ki, 19. ve 20. yüzyılda olasılık kuramıyla ilgilenenler bu konuda bir ayırım yaparak iki ayrı yolu başlatacaktır.

Sonuç

İlk kez Blaise Pascal'da, olasılık kavramı, kumarda başarı elde etmekten çok, bilgideki belirsizliği yansıtmakta kullanılabilir bir gösterge olarak algılanmaktadır. Onun eski algılanma biçiminin farklı olduğu açıktır: Girolamo Cardano, olasılığı kumarla ilgili bir kavram olarak algılamış, yaradılış hastalıklarıyla ilgilenen bir hekime benzer bir biçimde söz konusu kavrama ilgi

göstermiştir. Pascal'ın bahsinde kendisini gösteren bu algı değişikliği, olasılık kuramı konusunda çalışmayı özendirici bir nokta olmuştur. Burada dile getirilmek istenen de bu algı değişikliğinin (belki de algı devriminin) tarihsel bir dönüm noktası olarak nitelendirilebileceğidir. Bu dönüm noktasından sonra olasılık kuramı, kumarcıların hizmetinde bir bilim olmaktan uzaklaşarak gerçeği araştırmada kullanılabilir bir yöntem durumuna gelmiştir. Bütün bunlar göz önüne alındığında, olasılık kuramının neden olasılık üzerine bir kitap yazmış ve büyük sayılar yasasını anlamış olan Gerolimo Cardano ile değil de, bu konuda bir kitap yazmaktan dinsel ve ahlaksal nedenlerle kaçınmış olan, ancak benzersiz bir farkındalık düzeyine ulaşmış olan Blaise Pascal ile başlatıldığını anlamak kolaylaşmaktadır. Gottfried Wilhelm von Leibniz, Blaise Pascal'daki bu farklılığı sezdiği içindir ki, olasılık kuramının kumardan çok, tündengeline bir seçenek oluşturan yalın bir sonuç çıkarım bilimi olduğu konusunda ilk direten kişi olmuştur. Süreç içerisinde yaygınlaşan ve güçlenen bu algı değişikliği, olasılık kuramına çektiği çalışanlarla ve onların ürünleriyle önemli aşamaların geçilmesine olanak sağlamış, böylece Pierre-Simon Marquis de Laplace'ın da belirttiği gibi, kökleri şans oyunlarına dayanan ve büyük birikimler elde eden bir yöntemi, bugün insan bilgisinin en önemli aracı durumuna getirmiştir.

Kaynakça

- ARISTOTELES (1996), *Metafizik* (İstanbul: Sosyal Yayınlar) (Çev.: Ahmet Arslan).
- BACON, F. (1986), *Denemeler* (İstanbul: İnkılap Kitabevi) (Çev.: Akşit Göktürk).
- BEAN, G. E. (2001), *Eski Çağda Ege Bölgesi* (İstanbul: Arion Yayınevi) (Çev.: İnci Delemen).
- BOYER, C. B./MERZBACH, U. C. (1989), *A History of Mathematics* (New York: John Wiley and Sons).
- CARRIÈRE, J. C. (1991), *Mahabharata* (İstanbul: Can Yayınları) (Çev.: Nazım Aslan)
- COOKE, R. (1997), *The History of Mathematics* (New York: John Wiley and Sons).
- DAVID, F. N. (1955), "Dicing and Gaming (A Note on the History of Probability)," *Biometrika*, Vol. 42:1-15.
- EVES, H. (1964), *An Introduction to the History of Mathematics*, (New York: Holt, Rinehart and Winston).
- GILLIES, D. (2000), *Philosophical Theories of Probability* (London: Routledge).
- GÖKBERK, M. (2002), *Felsefe Tarihi* (İstanbul: Remzi Kitabevi).
- HACKING, I. (1975), *The Emergence of Probability* (Cambridge: Cambridge University Press).
- HALD, A. (1990), *A History of Probability and Statistics and Their Applications before 1750* (New York: John Wiley and Sons).
- HASOFER, A. M. (1967), "Random Mechanism in Talmudic Literature," *Biometrika*, Vol. 54: 316-321.
- HEISENBERG, W. (1968), *Çağdaş Fizikte Doğa* (İstanbul: Çan Yayınları) (Çev.: Vedat Günyol-Orhan Duru).
- HOMEROS (2002), *Ilyada* (İstanbul: Can Yayınları) (Çev.: Azra Erhat-A. Kadir)
- KASNER, E./ NEWMAN, J. (1997), *Mathematics and the Imagination* (New York: Penguin Books).
- KRANZ, W. (1984), *Antik Felsefe* (İstanbul: Sosyal Yayınlar) (Çev.: Suad Y. Baydur).
- MATTA (1995), *İncil* (İstanbul: Yeni Yaşam Yayınları).
- MİLLİYET (1991), *Bilim ve Teknoloji Ansiklopedisi* (İstanbul: Milliyet Tesisleri).
- NEEDHAM, J. (1983), *Doğunun Bilgisi, Batının Bilimi* (Ankara: MAB) (Der.: A.N. Acar; H.Ü. Nalbantoğlu, A. Akçay, M. Yılmazzer) b
- ORE, O. (1960), "Pascal and the Invention of Probability Theory," *American Mathematical Monthly*, Vol. 67, No 5: 409-419.
- PLATO, J. V. (1994), *Creating Modern Probability* (Cambridge: Cambridge University Press).
- POPPER, K. (1998), *Bilimsel Araştırmanın Mantığı* (İstanbul: YPY Kazım Taşkent Klasik Yapıtlar Dizisi) (Çev.: İlnur Aka-İbrahim Turan).
- PRIGENT, S./SIMONI, G. (1982), *Kim Kimdir* (İstanbul: Baskan Yayınları) (Çev.: Mehmet Arseven).
- SAMBURSKY, S. (1956), "On the Possible and Probable in Ancient Greece," *Osiris*, Vol. 12:35-48.
- SENA, C. (1974), *Filozoflar Ansiklopedisi* (İstanbul: Remzi Kitabevi).
- SHEYNIN, O. B. (1968), "A Note on the Early History of the Law of Large Numbers," *Biometrika*, Vol. 45: 282.
- WEBER, A. (1991), *Felsefe Tarihi* (İstanbul: Sosyal Yayınları) (Çev.: H. Vehbi Eralp)
- WELLS, D. (2000), *Matematiğin Gizli Dünyası* (İstanbul: Mavi Ada Yayınları) (Çev.: Selçuk Alsan).