

An Examination of Mathematics Teacher Candidates' Definitions and Images of the Fraction Concept

Tuğçe Çınargil^a  Muhammed Özsoy^b  Gülçin Oflaz^c 

^a PhD Student, Sivas Cumhuriyet University, Sivas, Türkiye, tugceuzman@hotmail.com

^b PhD Student, Sivas Cumhuriyet University, Sivas, Türkiye, mhammedozsoy.mu@gmail.com

^c Assist. Prof. Dr., Sivas Cumhuriyet University, Sivas, Türkiye, erengulcin3@hotmail.com

ABSTRACT

This study aims to examine the definitions and images of the concept of fractions held by mathematics teacher candidates. However, the aim has been to reveal the similarities or differences in the definitions and images of fractions held by teacher candidates throughout the different stages of the program. A basic qualitative research design has been used in the study. The study group consists of 155 mathematics teacher candidates studying in the mathematics teaching program of a state university in the Central Anatolia Region for the 2023-2024 academic year, selected using the maximum diversity sampling method. A form consisting of open-ended questions has been used as a data collection tool. Descriptive analysis was used in the analysis of teacher candidates' definitions and images related to the concept of fractions. According to the findings of the study, the explanations provided by teacher candidates regarding the definition of fractions have been categorized under four themes: meanings of fractions, types of fractions, association with rational numbers, and elements of fractions. When examining the drawings of teacher candidates regarding the concept of fractions, it has been observed that images of part-whole, sharing, ratio, set, operator, association, and number line have emerged. Teacher candidates have mostly made definitions using the meanings of fractions, with the part-whole meaning being the most frequently used among them. Additionally, it has been addressed how the definitions and images of the concept of fractions change according to the grade levels of the teacher candidates.

Article Type
Research

Article Background

Received:
03.05.2024
Accepted:
13.09.2024

Keywords

Concept Image, Concept
Definition, Fractions, Teacher
Candidate

To cite this article: Çınargil, T., Özsoy, M. & Oflaz, G. (2024). An examination of mathematics teacher candidates' definitions and images of the fraction concept. *International Journal of Turkish Education Sciences*, 12 (3), 1351-1396. <https://doi.org/10.46778/goputeb.1477734>

Corresponding Author: Gülçin Oflaz, e-mail: erengulcin3@hotmail.com

Introduction

Mathematics is a universal language that has its own characteristics and allows for communication through the use of its concepts. The correct use of concepts is very important in learning this language. The report of the National Council of Mathematics Teachers highlights the importance of understanding mathematical concepts, emphasizing conceptual learning and comprehension (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). New information is related to the student's existing knowledge and experience. It can be said that conceptual learning occurs when the information generated at the end of this process is adapted to other problem situations. (Skemp, 1978). In this context, effective mathematics teaching is closely related to the understanding of mathematical concepts and the operations performed, as well as the understanding of the relationships between concepts and operations. Knowing the role of concepts in mathematics learning and understanding the background of apparent operations forms the foundation of conceptual understanding. (Baykul, 2002). In the realization of conceptual understanding, it plays an important role for teachers to effectively use examples or metaphors related to the qualities of mathematical concepts and to create suitable classroom environments that will facilitate students' construction of knowledge (Akkoç, 2008; Duran & Dökme, 2018; Sanchez et al., 2000).

Tall and Vinner (1981) addressed the processes of understanding, learning, and retrieving a concept through the expressions of concept definition and concept image. The definition of a concept is a collection of words used to clarify a concept and distinguish it from other concepts. It may contain an explanation that belongs to the student's own mental world, as well as an explanation accepted by the authorities in the field. Concept definitions are a fundamental component of the process of learning and teaching mathematics. So much so that mathematical definitions can be considered the first stage of concept formation, capturing the essence of the concept. It also enables us to speak a common language in the execution of proofs and problem solutions, in the formation of mathematical ideas, and in the understanding of the concepts that allow us to communicate them. (Zaslavsky & Shir, 2005). The concept image encompasses all cognitive structures consisting of the images, processes, or symbols that exist in an individual's mind related to a concept. (Tall & Vinner, 1981). Concept images are a dynamic structure that can vary from person to person, as they are formed as a result of students' own experiences. For example, when the square of a number is defined as "multiplying the number by itself," a student who has previously worked with natural numbers may have the generalization that "squaring makes the number larger" (Bingölbali & Monaghan, 2008). While this situation is true for natural numbers, it is not true for every number. A student who practices enough with real numbers can change this generalization and have a broader conceptual image. Therefore, it can be said that conceptual images have a dynamic structure that can change over time and according to experiences (Bingölbali & Monaghan, 2008). Concept images can contain misconceptions due to their structure, which is related to the experiences formed through an individual's own life (Erşen & Karakuş, 2013).

The interaction between concept definition and concept image can occur in two ways. Some mathematical concepts may form images before their definitions. The child may have had experiences with geometric shapes like squares and triangles since preschool and may know the properties of these shapes. Therefore, when he/she arrives in the classroom, he/she has an image related to these concepts. It learns the formal definitions of concepts on this image. However, for abstract concepts such as function, definitions are learnt first and images of the concept are formed

later. (Vinner, 1983). Therefore, the student's concept definition cell related to a concept may be active, as well as the concept image cell. For example, a student can solve a problem related to a function by using only the concept image without employing the definition of the concept. However, for effective teaching to occur, both the definition of the concept and the concept image must be used together (Vinner, 1991).

One of the important topics in mathematics, due to its abstract structure, is fractions, which students need to understand through both the definition of the concept and the mental image of the concept. Fractions are a topic that begins to be taught from the first grade of primary school in relation to other subjects and daily life. Fraction outcomes spiralling from primary school to higher education occupy an important place in the mathematics curriculum. It emerges as an important topic both for its presence at every level of school life and for its relationship with daily life. Fractions used in calculations at different levels are of critical importance for students. Because fraction calculations are closely related to algebraic thinking, decimal representations, percentages, proportional reasoning, and measure (Van de Walle et al., 2004). Understanding fractions and being able to perform operations related to them effectively will enable students to succeed in mathematics, other subjects, and daily life, and will also lay the groundwork for understanding advanced mathematical topics (Alacacı, 2010). For this reason, importance should be given to the teaching of concepts related to fractions, emphasizing the different meanings of fractions and providing contexts in which they can be related to mathematics and other subjects, thereby motivating the students.

Various meanings of the concept of a fraction can be discussed (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2005; Kieren, 1976; Lamon, 2007; Polat, 2023). The expression of some parts taken from a whole that is divided into equal-sized pieces constitutes the part-whole meaning of a fraction. This is the most commonly used and easily understood meaning. In the context of quotient, it refers to the equal distribution of a whole among a certain number of people. This meaning expresses situations of sharing more. In terms of ratio, it refers to the proportion of two parts that come from a whole. In this sense, focus is the ratio of the parts that make up the whole to each other. The ratio reflects the relationality between two magnitudes, thus expressing the comparison of these magnitudes (Behr et al., 1983). In the sense of fraction operator, there is an operation for increasing or decreasing an amount. It can be understood that the operation performed for this purpose is the multiplication of fractions (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2005). The meaning of measure related to quantities such as length, area, and volume, which cannot always be represented by whole numbers, focuses on situations where we cannot answer the question "how much" with whole numbers (Alacacı, 2010). The realization of learning regarding these meanings of fractions is considered a prerequisite for solving problems in this area (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2005). In the literature, there are studies examining the definitions and conceptual images of the fraction concept among primary, secondary, and high school students (Ercan & Aktaş, 2021; Kamacı & Yıldız, 2023; Macit & Altay, 2020; Özçakır Sümen, 2022; Zhang et al., 2015), as well as among teachers and teacher candidates (Akgün et al., 2013; Baştürk, 2016; Çevikbaş & Argün, 2017; Ercan & Aktaş, 2021; Macit & Nacar, 2019; Toptaş et al., 2017). In these studies, it is observed that students' definitions and images of fractions are consistent with the meanings of fractions in the literature.

The term "fraction" is used to indicate the numerator and denominator of any algebraic expression (Niven, 1961). The generalized form of fractions is rational numbers (Alacacı, 2010). For rational numbers, it is generally defined as numbers that can be expressed in the form a/d , where a and d are integers and d is not equal to zero. However, it appears that this definition is insufficient (Niven, 1961). Students are using the concepts of fractions and rational numbers interchangeably (Ercan &

Aktaş, 2021; Macit & Nacar, 2019). Fractions are a complex topic because they require certain prior knowledge and involve calculations based on abstract learning. The complex structure of fractions leads students to make mistakes and misunderstandings (Karaağaç & Köse, 2015; Küçük & Demir, 2009; Pesen, 2008). It is also known that teachers have superficial knowledge of fractions and experience difficulties in teaching this subject (Bergeson, 2000; Lamon, 2007; Osana & Royea, 2011; Van Steenbrugge et al., 2014). It has been stated that the difficulties students face with fractions may be related to teachers' deficiencies in their knowledge of fractions (Van-Steenbrugge et al., 2014). However, it is quite important for teachers to be aware of the ways in which students think and to teach fractions by relating them to other contexts (Pouta et al., 2021).

It is widely accepted that fractions are generally a difficult topic to understand. Fractions exhibit a complex structure in terms of both teaching and learning. Because these numbers can be expressed in different forms, but they all rest on a common conceptual foundation. Fractions stand out as a different class of numbers from integers and natural numbers, as they require the recognition of parts and wholes (Chinnappan & Desplat, 2012). The structure of fractions causes difficulties in their understanding and teaching. To improve mathematics education, teachers need to guide students towards tasks that will challenge them while also supporting them throughout this process. Additionally, it is important for effective teachers to be knowledgeable about the concepts and topics that students often struggle with, to develop strategies to address these difficulties, and to use appropriate methods to correct students' common misconceptions (NCTM, 2000). A teacher's knowledge of the subject, their understanding of how students learn and develop, and the teaching methods they apply are considered the fundamental elements of teacher effectiveness (Hammond & Ball, 1997; Shulman, 1986). In this context, it is considered important to identify the definitions made by teacher candidates regarding mathematical concepts and the images they hold in their minds. Because concept definitions are a fundamental component of the process of learning and teaching mathematics (Zaslavsky & Shir, 2005). This study aims to examine the concept definitions and images of mathematics teacher candidates, who will be the teachers of the future, regarding the concept of fractions. However, the aim has been to determine the fraction definitions and images of teacher candidates studying at different levels of the undergraduate program. In this regard, answers have been sought for the following problems:

1. How do mathematics teacher candidates define fractions?
 1. a. How do mathematics teacher candidates at different levels define fractions?
2. What are the fraction images held by mathematics teacher candidates?
 2. a. What are the fraction images held by mathematics teacher candidates at different levels?

Method

Research Design

In this study, a basic qualitative research design has been adopted. Basic qualitative research involves uncovering the mental structures and experiences that belong to individuals' own worlds, focusing on the exploration of the meanings that individuals assign to concepts and phenomena. (Merriam, 2013). Since the study aims to determine the fraction definitions and images that exist in the minds of teacher candidates, a basic qualitative research design has been utilized.

Participants

The participants of the study consist of 155 mathematics teacher candidates studying in the mathematics teaching program at a state university in the Central Anatolia Region during the 2023-2024 academic year. The participants consist of 66 first-year students, 18 second-year students, 32 third-year students, and 39 fourth-year students. Participants were selected according to the maximum diversity sampling method, which is one of the purposive sampling techniques. Thus, it is aimed for the participants in the research to exhibit maximum diversity according to certain variables and to reach richer findings (Yıldırım & Şimşek, 2008). In this study, teacher candidates from all grade levels were included. Thus, the aim is to determine the focal points in the fraction definitions made by teacher candidates according to the grade level. The forms obtained from teacher candidates have been coded according to class level. Accordingly, first graders are coded as A, second graders as B, third graders as C, and fourth graders as D.

Data Collection Tool

Prior to the research, an ethical approval decision was obtained from the Ethics Review Board of the Faculty of Educational Sciences at Sivas Cumhuriyet University, confirming the study's compliance with ethical standards (decision number 412246, dated March 25, 2024). In the study, a form created by researchers was utilized to determine the definitions and images of the concept of fractions held by teacher candidates. In this form, teacher candidates are asked to define the concept of fractions, create a drawing related to the concept of fractions and explain why they made that drawing, provide examples of fractions, and write down the properties of certain given fractions. Opinions have been obtained from two faculty members who are experts in the field of mathematics education regarding this created tool. As a result of the opinions gathered, it has been decided that it will be sufficient for teacher candidates to define the concept of fractions and to create drawings related to the concept of fractions in determining the definitions and images of the fraction concept. For this reason, the data collection tool consists of these two questions posed to teacher candidates. The questions included in the data collection tool are as follows:

1. What is a fraction? Could you define and explain it?
2. Write or draw the things that come to your mind when you think of "fraction".

Data Analysis

The descriptive analysis technique has been used in the analysis of the obtained data. In thematic analysis, data is first coded, and then the coded data is grouped according to existing themes for interpretation (Yıldırım & Şimşek, 2008). First of all, the forms have been read, and important points have been identified and coded. Later, expressions similar to the definition and image of a fraction have been grouped under the same themes. The created themes have been transferred to the Maxqda program to create models. The definitions and images related to the concept of a fraction have been presented through these models. Accordingly, definitions and images have been analyzed based on the themes provided below.

Table 1

Themes Created Regarding Fraction Definitions and Their Images

Themes related to fraction definitions	
Types of fractions	Proper fraction <u>Improper fraction</u> <u>Mixed fraction</u>
Meanings of fractions	Part-whole Ratio Operator Measure Quotient
Associating with the elements of a fraction	
Associating with rational numbers	
Themes related to fraction images	
Sharing Association	Associating with daily life Association with rational numbers
Ratio Part-whole Set Operator Number line	

In the coding process, the forms belonging to teacher candidates were independently categorized by researchers into themes, and then these themes were compared. The formula for coder reliability suggested by Miles and Huberman (2016) was used to calculate the reliability of the research. The reliability for both questions in the data collection tool has been calculated using the formula $\text{Reliability} = \frac{\text{Agreement}}{\text{Agreement} + \text{Disagreement}}$. Accordingly, the reliability for the first question was found to be 0.86, while for the second question, it was 0.87. A reliability coefficient of 0.80 is considered sufficient for the reliability of the data (Miles ve Huberman, 2016). The differences in the coding have been identified, and a consensus has been reached regarding these differences. Thus, the necessary adjustments have been made, and the final version of the coding has been completed.

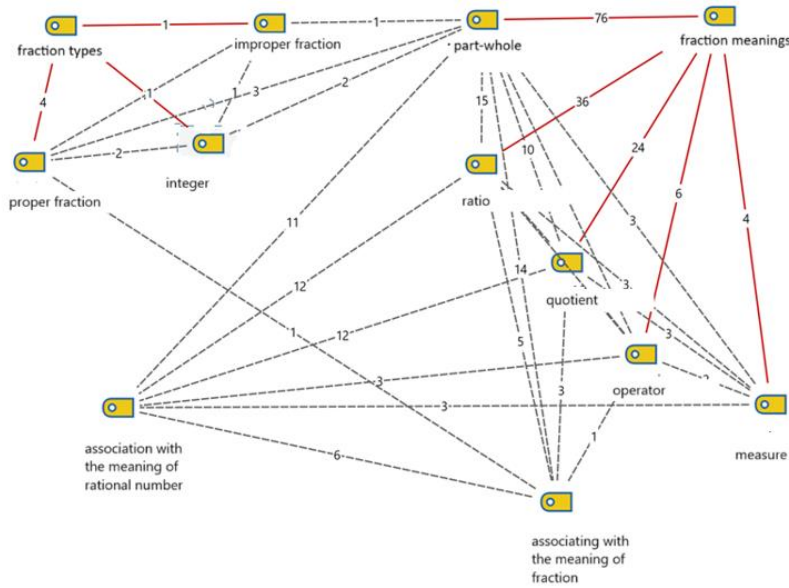
Findings

In this section, the findings are presented supported by models and direct quotations regarding the concept definitions and images that teacher candidates have about the concept of fractions.

Findings on the Definition of Fractions by Teacher Candidates

The statements made by teacher candidates regarding the definition of fractions have been examined and coded under themes. When examining the themes created according to Figure 1, it has been observed that teacher candidates explain fractions by considering multiple characteristics. It is observed that teacher candidates define fractions by relating them to the types of fractions, the meanings of fractions, rational numbers, and the elements of fractions in their explanations.

Figure 1

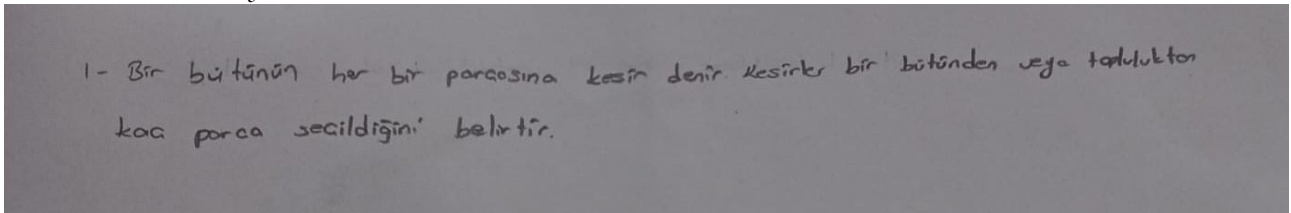
Themes Created Regarding the Definition of Fractions by Teacher Candidates

Teacher candidates mostly made definitions by associating with the meanings of fraction. In the theme of the meanings of fraction, teacher candidates mostly mentioned the meaning of part-whole ($n=76$), while they also mentioned the meaning of ratio ($n=36$), quotient ($n=24$), operator ($n=6$) and measure ($n=4$). It was determined that the teacher candidates who mostly referred to the meaning of part-whole in defining fraction made definitions that would establish a relationship with other meanings of fraction or other themes. Of the 76 participants who mentioned the part-whole meaning, 15 of them also mentioned the ratio meaning, 10 of them mentioned the quotient meaning, 4 of them mentioned the operator meaning and 3 of them mentioned the measure meaning.

Theme: Part-Whole

There are 76 teacher candidates who define the fraction in terms of part-whole meaning. Below are direct quotes from two teacher candidates.

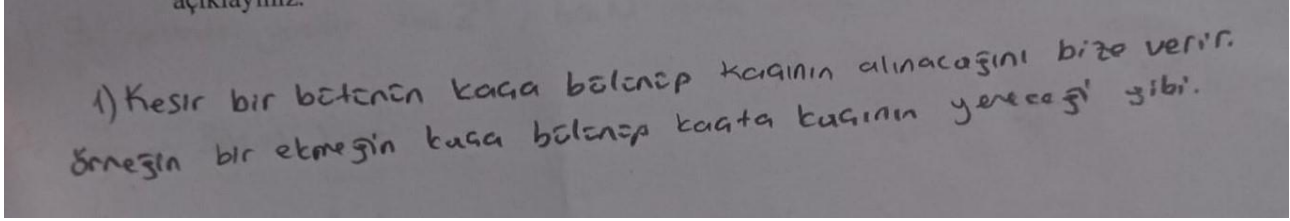
Figure 2

The Answer Given by the Teacher Candidate With Code A25 to the First Question

(Each part of a whole is called a fraction. Fractions indicate how many parts are selected from a whole or collection.)

Figure 3

The answer Given by the Teacher Candidate With Code A61 to the First Question



(Fraction tells us how many parts a whole will be divided into and how many of them will be taken. For example, how many parts a loaf of bread will be divided into and how many of them will be eaten.)

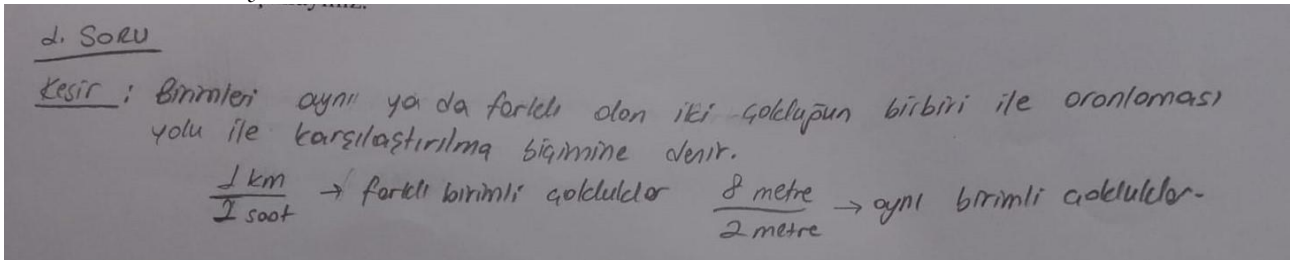
As seen in direct quotes, some teacher candidates have focused on the part-whole meaning of fractions. These teacher candidates stated that each part of the whole is referred to as a fraction and that the fraction will be represented in the form of how many parts it is divided into and how many are taken. Similarly, there are 76 teacher candidates who define the fraction in terms of part-whole meaning.

Theme: Ratio

There are 36 teacher candidates who define fraction in terms of ratio. Below are direct quotes from two teacher candidates.

Figure 4

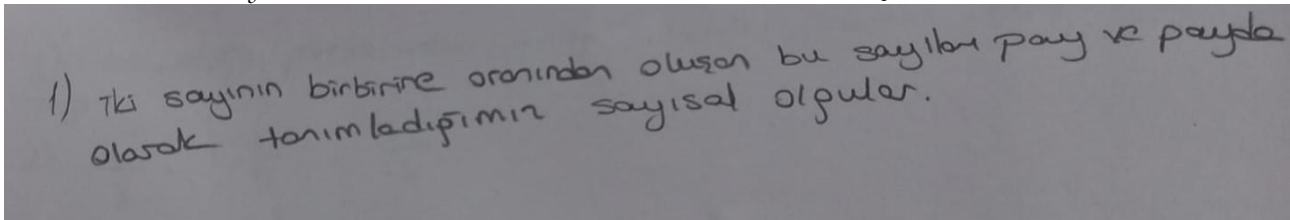
The Answer Given by the Teacher Candidate With Code A9 to the First Question



(Fraction: It is the form of comparison of two quantities with the same or different units by means of proportion. $\frac{1 \text{ km}}{2 \text{ h}}$; quantities with different units, $\frac{8 \text{ m}}{2 \text{ m}}$; quantities with the same unit.)

Figure 5

The Answer Given by the Teacher Candidate With Code B15 to the First Question



(These numbers, which are formed by the ratio of two numbers to each other, are numerical facts that we define as numerator and denominator.)

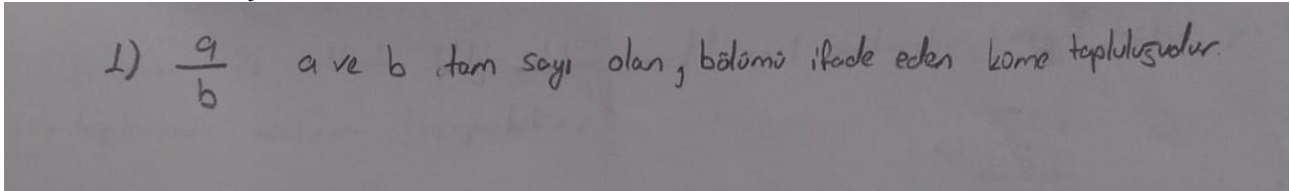
As seen in direct quotes, teacher candidates A9 and B15 have defined the fraction as the ratio of two sets or the ratio of two numbers. Similarly, there are 36 teacher candidates who focus on the meaning of the fraction ratio.

Theme: Quotient

There are 24 teacher candidates who define fractions in terms of quotient. Below are direct quotes from two teacher candidates.

Figure 6

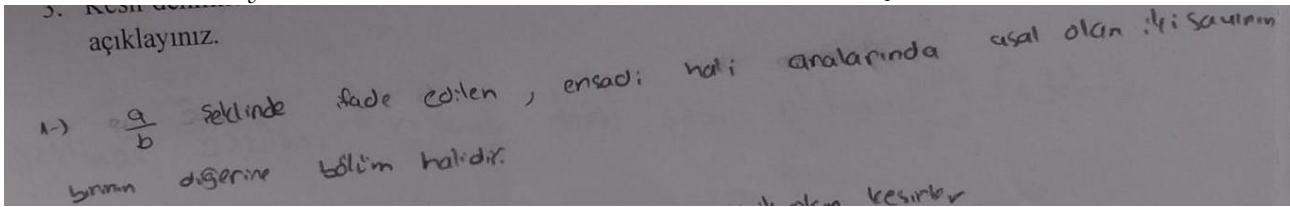
The Answer Given by the Teacher Candidate With Code A37 to the First Question



($\frac{a}{b}$, a collection of sets expressing a quotient where a and b are integers.)

Figure 7

The Answer Given by the Teacher Candidate With Code A41 to the First Question



(Expressed in the simplest form as $\frac{a}{b}$, it is the division of one of two relatively prime numbers by the other.)

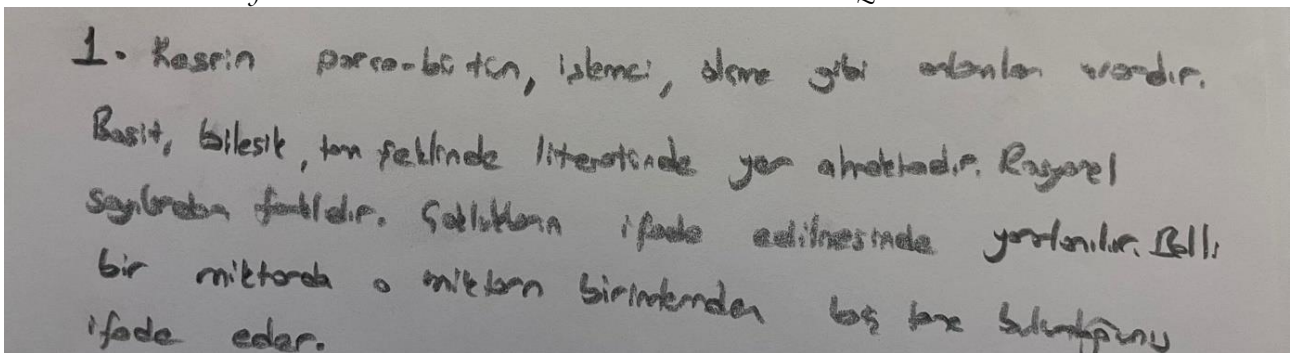
The teacher candidates A37 and A41 expressed the fractions as the quotient of two whole numbers. Candidate teacher with code A37 stated that the numbers a and b must be integers, while candidate teacher with code A41 mentioned that the numbers should be in their simplest form and coprime. Similarly, 24 mathematics teacher candidates have utilized the concept of quotient while defining fractions.

Theme: Measure

There are four teacher candidates who define fraction in terms of measure. Below are direct quotes from two teacher candidates.

Figure 8

The Answer Given by the Teacher Candidate With Code C2 to the First Question



(Fraction has meanings such as part-whole, operator, measurement. It is found in literature as simple, compound, complete. It is different from rational numbers. It is used in expressing quantities. It expresses how many units there are in a certain amount of a quantity.)

C2, one of the teacher candidates, mentioned that fraction has different meanings and then explained

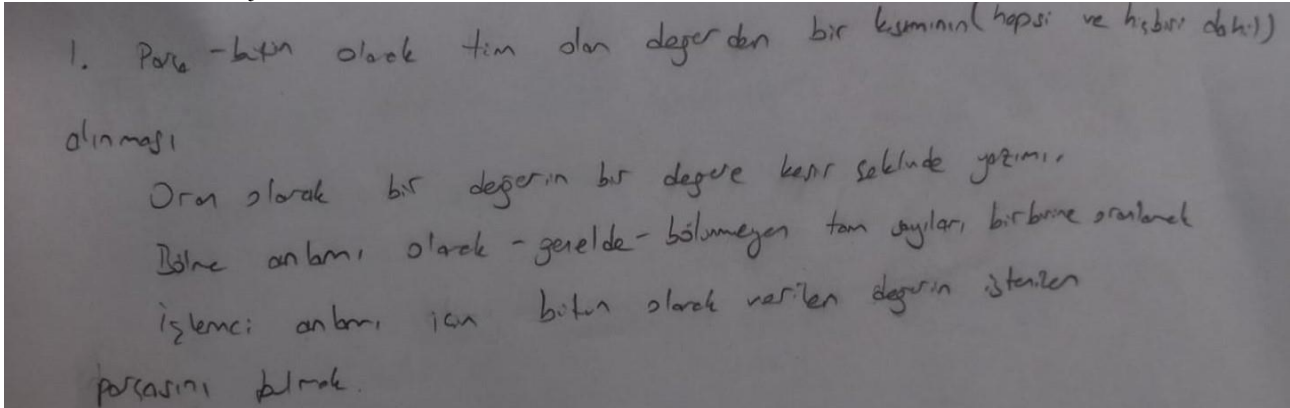
these meanings separately. He defined it by using the meaning of measure of a fraction in terms of expressing how many units there are. Similarly, there are 4 teacher candidates who use the meaning of measure in fractions.

Theme: Operator

There are six teacher candidates who define fraction in terms of operator. Below are direct quotes from a teacher candidate.

Figure 9

The Answer Given by the Teacher Candidate With Code B3 to the First Question



(Part-whole (all or none included) from a whole value. writing a value to another value as a ratio. Division meaning generally comparing integers that are not divisible to each other. Finding the desired part of a given value as a whole for the meaning of an operator.)

As seen in Figure 9, the teacher candidates coded B3 mentioned different meanings of fraction. He gave the definition of fraction as “finding the desired part of the value given as a whole for the operator meaning”. Similarly, six teacher candidates used the operator definition of the fraction.

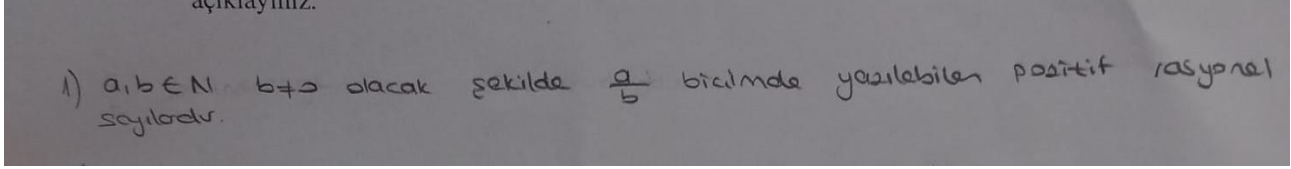
It is observed that teacher candidates, who focus on the meaning of part-whole, define a fraction by expressing the parts of a whole that have been divided. Teacher candidates have mostly defined it by focusing on this understanding. Teacher candidates emphasizing the meaning of the ratio have related these quantities by focusing on the comparison of two numerical values. Considering the response given by candidate B15, it can be observed that the fraction emphasizes both the meaning of ratio and the elements of the fraction (numerator and denominator). It is observed that teacher candidates who refer to the meaning of quotient tend to focus more on sharing, defining it as dividing a whole among a certain number of people. In the measure sense of fraction, teacher candidates made definitions by focusing on the answer to the question ‘how many’. When examining the response of candidate C2, it is evident that this candidate is aware of the different meanings of fractions and has provided a definition taking these meanings into account. It is observed that teacher candidates, who emphasize the meaning of the operator, provide a definition of a fraction by applying a process. When examining Figure 1, it can be seen that the definitions provided by teacher candidates regarding the meanings of fractions are also related to the elements of the fraction (numerator, denominator, fraction bar).

Out of the teacher candidates, 47 have defined fractions by relating them to rational numbers. It is also observed that teacher candidates who relate definitions to rational numbers also make connections with the meanings of fractions. In the definitions of fractions, 12 teacher candidates

associated rational numbers with ratio, 12 with quotient, 11 with part-whole relationship, 3 with operator and measure meanings, and 6 with the elements of fraction. Definitions of fractions associated with rational numbers have been presented through direct quotations.

Figure 10

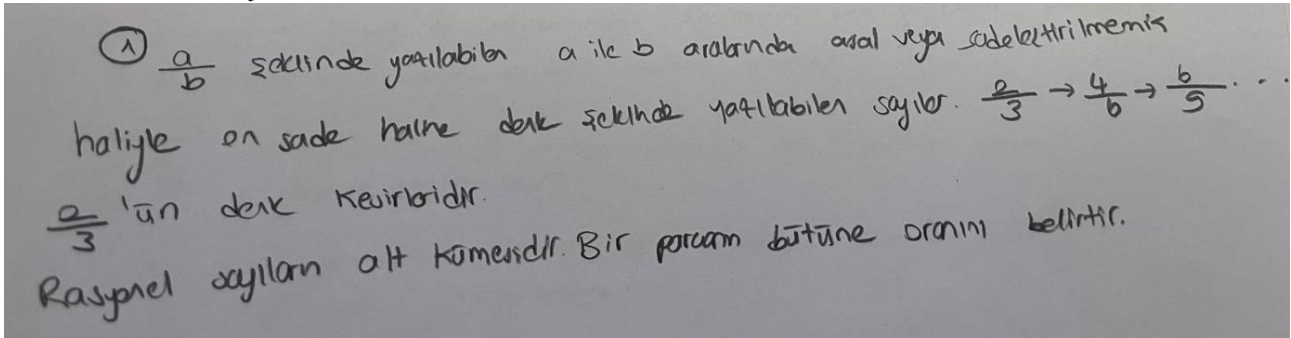
The Answer Given by the Teacher Candidate With Code A39 to the First Question



(The positive rational numbers that can be written in the form $\frac{a}{b}$, so that $a, b \in N, b > 0$)

Figure 11

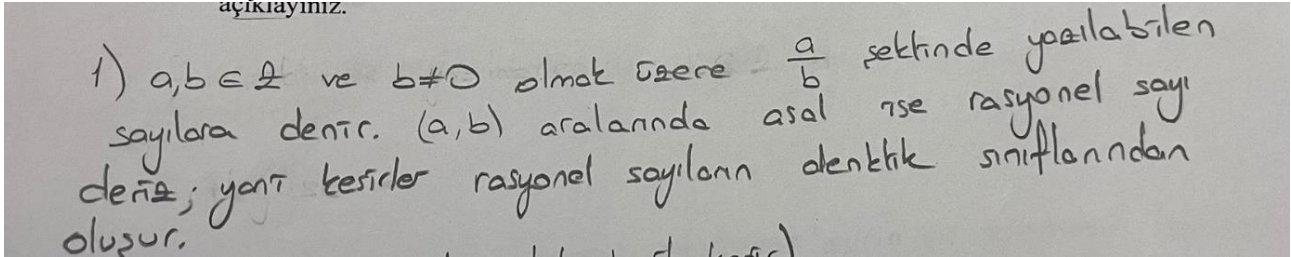
The Answer Given by the Teacher Candidate With Code D24 to the First Question



(A number that can be written as a/b , where a and b can be written in such a way that a is prime between them or in its simplest form. $2/3=4/6=6/9...$ are equivalent fractions of $2/3$. It is a subset of rational numbers. It indicates the ratio of a part to the whole.)

Figure 12

The Answer Given by the Teacher Candidate With The Code D21 to the First Question



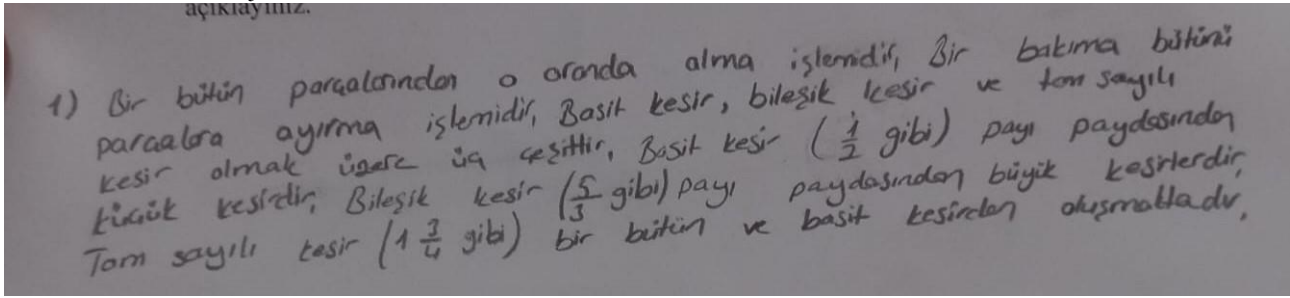
(A number that can be written as a/b with $a, b \in Z$ and $b \neq 0$ is called a rational number if (a, b) are prime between them. In other words, fractions consist of equivalence classes of rational numbers.)

When the given definitions are examined, it can actually be seen that a definition of rational numbers is being made. Considering the definition provided by candidate teacher A39, it can be said that they actually see the fraction as a rational number. It can be observed that the teacher candidates D21 and D24 have elaborated on their definitions and related fractions to rational numbers.

When examining the definitions of fractions, it has been observed that four teacher candidates used proper fractions, two used mixed numbers, and one used improper fractions. Below is a direct quotation of a definition provided by one of the teacher candidates regarding the types of fractions.

Figure 13

The Answer Given by the Teacher Candidate With Code A13 to the First Question



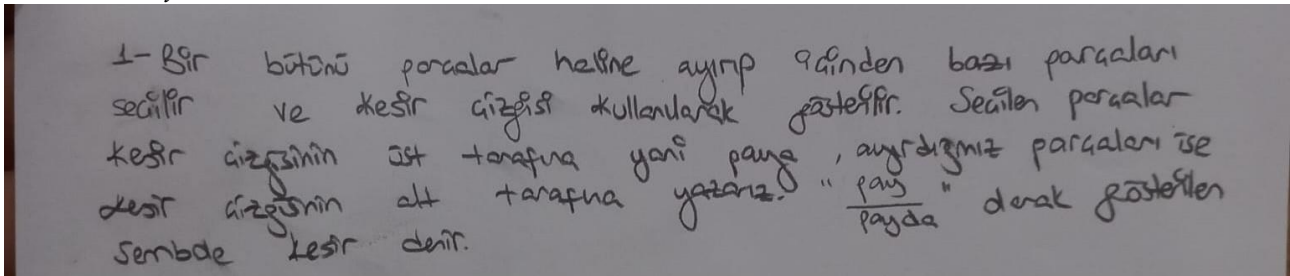
(It is the process of taking parts of a whole in that proportion. In a way, it is the process of dividing the whole into parts. There are three types: simple fraction, compound fraction and integer fraction. A simple fraction (such as $1/2$) is a fraction whose numerator is smaller than its denominator. A compound fraction (such as $5/3$) is a fraction whose numerator is greater than its denominator. An integer fraction (such as $1 \frac{3}{4}$) consists of a whole and a simple fraction.)

When the definition of A13, one of the teacher candidates, is analysed, it is seen that he made a definition by associating both the part-whole meaning of fraction and fraction types. It can be seen here that the teacher candidate emphasizes the types of fractions in order to be more explanatory.

While defining a fraction, 30 teacher candidates emphasized the elements of the fraction. Below are the definitions made by two teacher candidates using the elements of a fraction, presented through direct quotations.

Figure 14

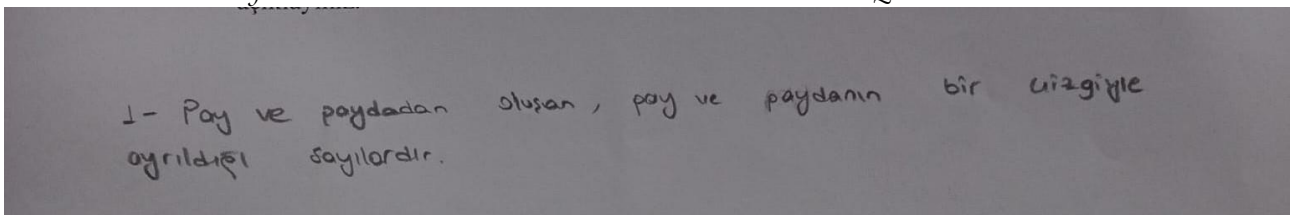
The Answer of the Teacher Candidate With Code A18 to the First Question



(A whole is divided into parts, some parts are selected and shown using a fraction line. The selected parts are written on the upper side of the fraction line, i.e. the numerator, and the separated parts are written on the lower side of the fraction line. The symbol shown as "numerator/denominator" is called a fraction.)

Figure 15

The Answer Given by the Teacher Candidate With Code A33 to the First Question



(Numbers consisting of numerator and denominator, where the numerator and denominator are separated by a fraction line.)

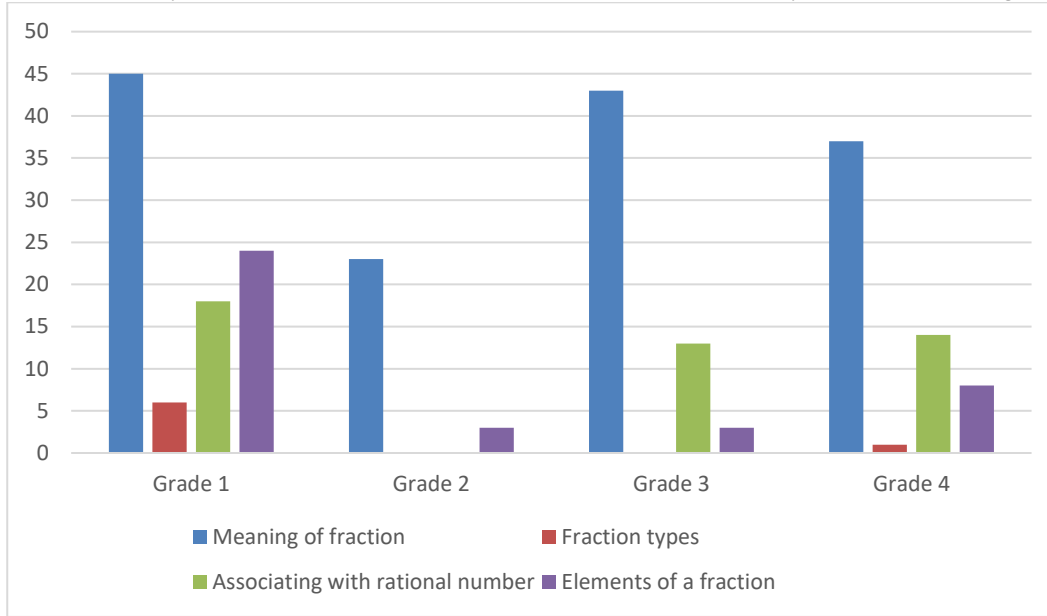
When the definitions are examined, it can be seen that A18 has made a definition taking into account

the part-whole meaning as well. He has also expressed the fraction as a representation or symbol. Similarly, the teacher candidate with the code A33 is also expressed as a number in a special representation form of a fraction.

The themes related to the fraction definitions made by teacher candidates, taking into account the grade levels they are in, are presented in Table 1.

Graph 1

Distribution of Themes related to Teacher Candidates' Fraction Definitions according to Grade Levels



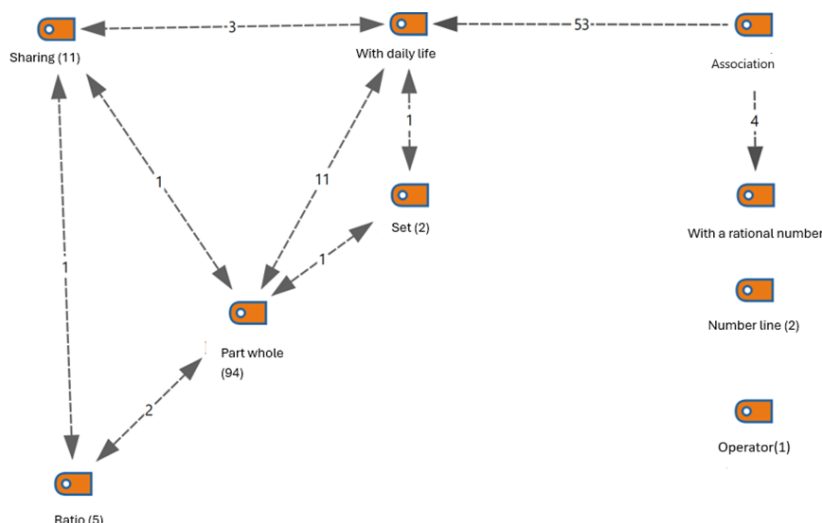
When examining the distribution of themes related to fraction definitions according to grade levels, it is observed that teacher candidates at all levels focus primarily on the meanings of fractions when defining them. Secondly, it has been determined that teacher candidates for the 1st and 2nd grades focus on the elements of fractions, while those for the 3rd and 4th grades concentrate on establishing a relationship with rational numbers. It has been determined that the themes of the meanings of fractions and the elements of fractions are present at every grade level. It is observed that teacher candidates in the second and third grades do not address the types of fractions, while those in the first and fourth grades touch on them very little. It is observed that teacher candidates who relate definitions to the elements of a fraction are mostly at the first-grade level, while there is very little mention of this in other grade levels. It has also been observed that teacher candidates in the second grade do not make associations with rational numbers when defining fractions.

Findings on Teacher Candidates' Fraction Image

In order to determine the image of teacher candidates related to the concept of fractions, they were asked to make drawings. When asked to make a drawing related to the concept of fractions, some teacher candidates made one drawing, while others made two drawings. In the case that they make two drawings, the teacher candidates' fraction images have been evaluated on different themes. Drawings related to the concept of fractions have been interpreted to create certain themes.

Figure 16

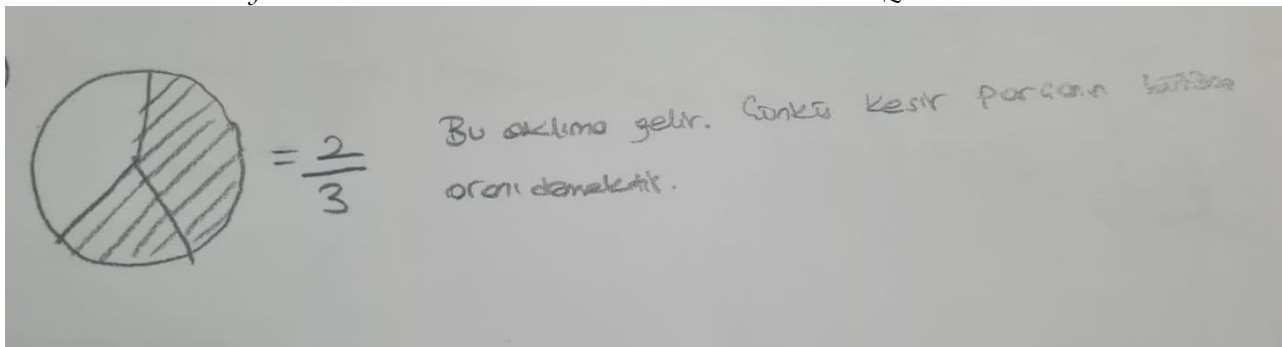
Themes related to Teacher Candidates' Images of the Concept of Fractions



As seen in Figure 16, it is observed that the images of teacher candidates regarding the concept of fractions consist of themes such as sharing, association, part-whole, set, ratio, number line, and operator. While analyzing the data, the explanations provided by the teacher candidates alongside their drawings were also taken into account, and images of the concept of fractions were identified by examining how they interpreted the shapes. Ninety-four of the teacher candidates made explanations related to the part-whole meaning of fractions through models. Below, the drawings related to the part-whole images of two teacher candidates are presented through direct quotations.

Figure 17

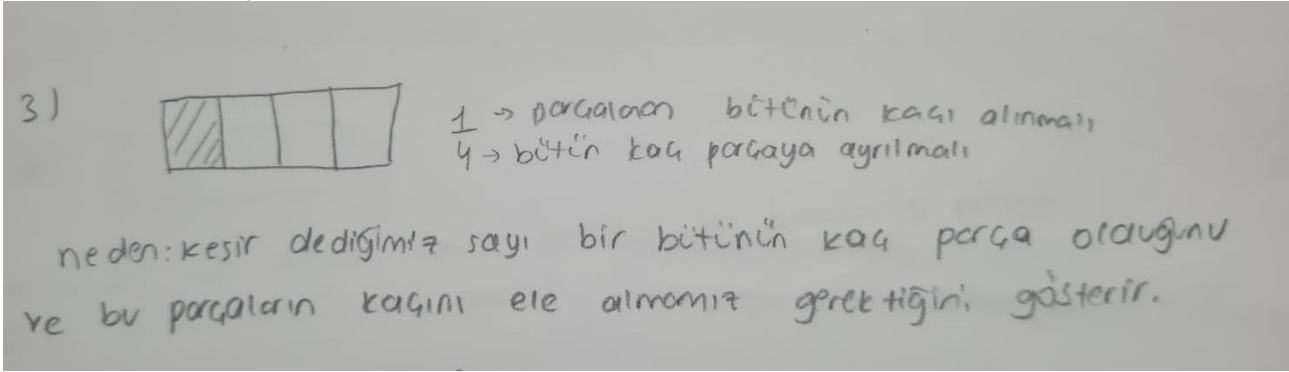
The Answer Given by the Teacher Candidate With Code A36 to the Third Question



(This comes to mind because a fraction is the ratio of the part to the whole.)

Figure 18

The Answer Given by the Teacher Candidate With Code A54 to the Third Question



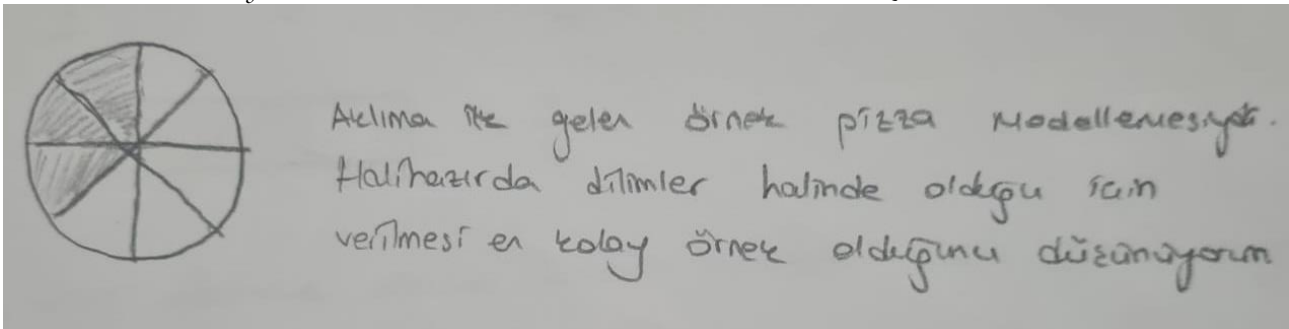
$\frac{1}{4}$; 1 indicates how many parts of the whole are taken, and 4 indicates how many parts the whole is divided into. The number we call a fraction shows how many parts a whole has and how many of these parts we need to handle.)

When the drawings made by teacher candidates are examined, it is observed that they predominantly have a part-whole image in parallel with their definitions of fractions. When the drawings are examined, it can be seen that the teacher candidates created their drawings using fraction definitions. It is observed that candidate teacher A36 not only made a drawing emphasizing the part-whole relationship with a circular (pie) fraction set but also provided an explanation that takes into account the meaning of ratio. However, when examining the areas that the teacher candidate has divided within the circle, it is observed that these areas are not equal to each other. Therefore, it can be said that the model drawn is not an accurate representation of the concept of fractions. It is observed that candidate teacher A54 uses a quadrilateral area model by drawing attention to the parts of a whole.

It is seen that 57 of the teacher candidates' fraction images are included in the theme of association. It has been found that teacher candidates who provide more examples related to daily life tend to draw shapes like cakes and pizzas. Below, the drawings related to the images of two teacher candidates associating with daily life are presented through direct quotations.

Figure 19

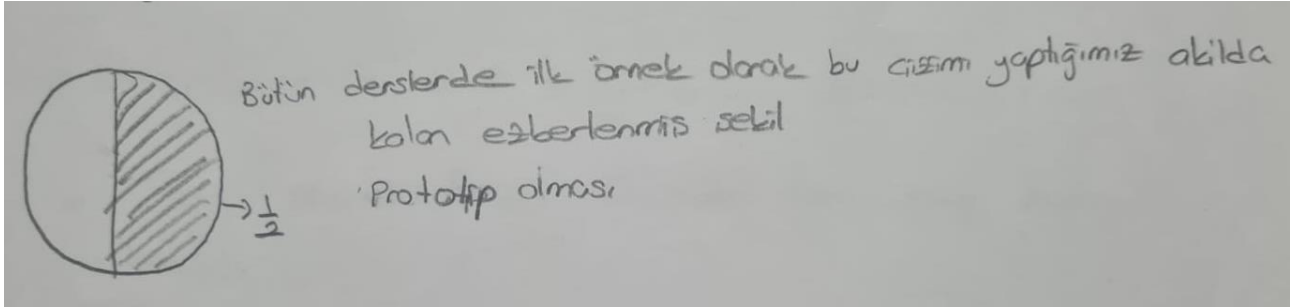
The Answer Given by the Teacher Candidate With Code A44 to the Third Question



(The first example that came to my mind was pizza modeling. I think it is the easiest example because there are ready-made slices.)

Figure 20

The Answer Given by the Teacher Candidate With Code B10 to the Third Question



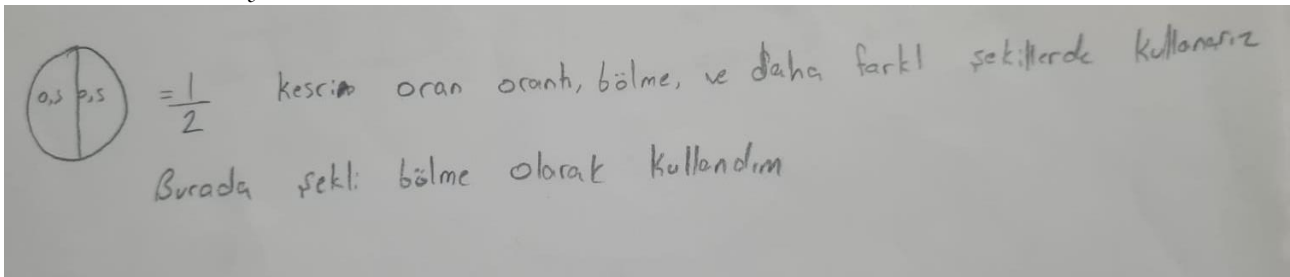
(The shape that sticks in the mind because we make this drawing as the first example in all lessons. It's prototype.)

It can be seen that A44 has modeled the concept of fractions in relation to daily life using pizza. The teacher candidate stated that the reason they drew this shape was because the first example they encountered regarding the concept of fractions was a drawing they made. The other reasons on this topic are "In the 2nd grade of primary school, it was the first shape my teacher drew on the board while explaining the topic." "Since a fraction is an abstract concept, a concrete example from daily life comes to my mind to simplify it." "It is in the form of."

In light of the drawings made regarding the concept of fractions, it has been observed that 11 teacher candidates have images related to sharing, 5 to ratios, 2 to number lines, 2 to sets, and 1 to operator. While examining the images related to the concept of fractions, it was observed that there are teacher candidates with multiple images. While having an image associated with daily life, 11 of the teacher candidates have a part-whole image, 3 have a sharing image, and 1 has a set image. Both teacher candidates have images of both part-whole and ratio. Below, the drawings of two teacher candidates related to the theme of sharing are presented through direct quotations.

Figure 21

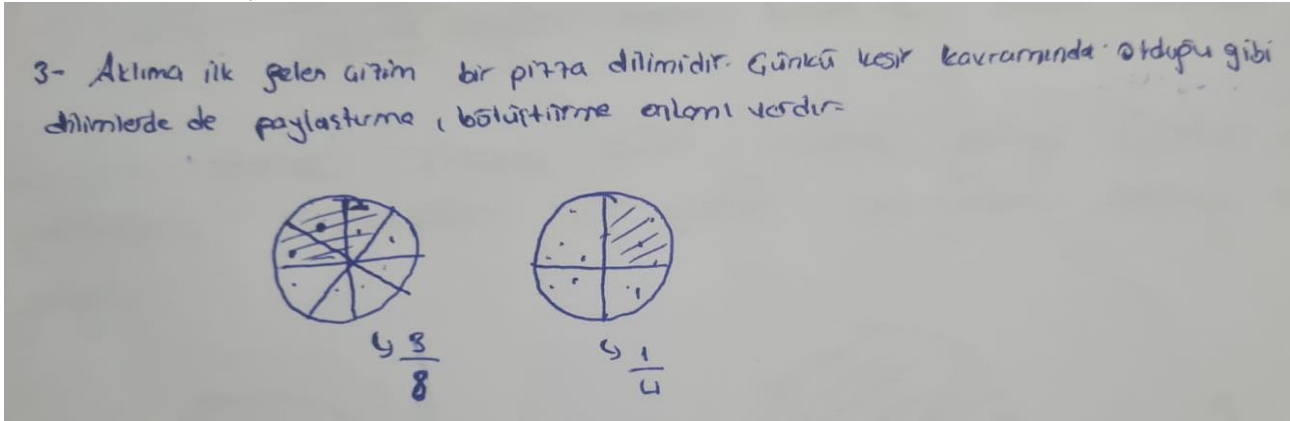
The Answer Given by the Teacher Candidate With Code A7 to the Third Question



(We use fractions in proportion, division and more. Here, I used it as division.)

Figure 22

The Answer Given by the Teacher Candidate With Code A17 to the Third Question



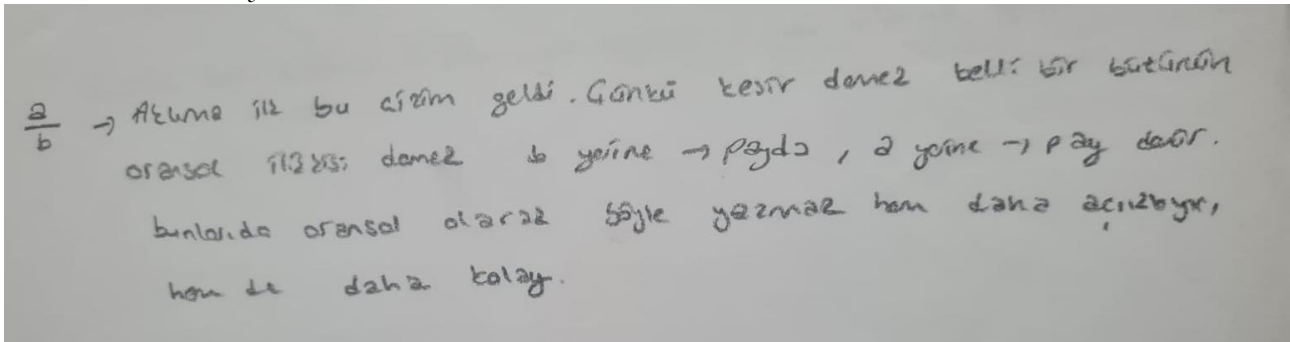
(The first drawing that comes to mind is a slice of pizza. Because, as in the concept of fraction, slices also have the meaning of sharing, dividing.)

Teacher candidates A7 and A17 made similar drawings about fraction and mentioned that fraction has meanings such as sharing and division.

When the drawings of teacher candidates were examined, it was observed that 5 candidates had a ratio image. A drawing belonging to one of these teacher candidates is presented below.

Figure 23

The Answer Given by the Teacher Candidate With Code A60 to the Third Question



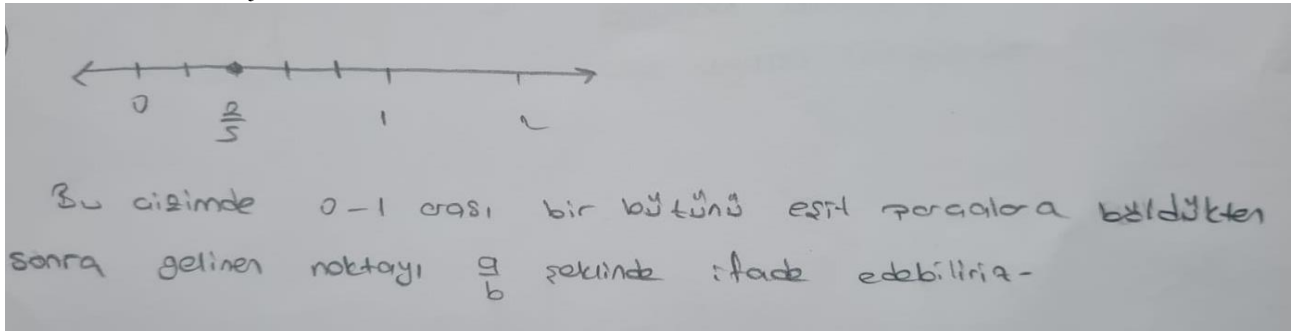
(This is the first thing that came to my mind. Because a fraction means the proportional relationship of a certain whole. b-> denominator, a-> numerator. Writing them proportionally like this is both more explanatory and easier.)

When examining Figure 23, the teacher candidate coded A60 stated that the first drawing that came to mind regarding fractions was to write it in the form a/b. Later, he stated that he explained this expression in the form of the ratio of the numerator to the denominator.

When the drawings of teacher candidates were examined, it was observed that 2 teacher candidates had an image of a number line. A drawing belonging to one of these teacher candidates is presented below.

Figure 24

The Answer Given by the Teacher Candidate With Code A29 to the Third Question



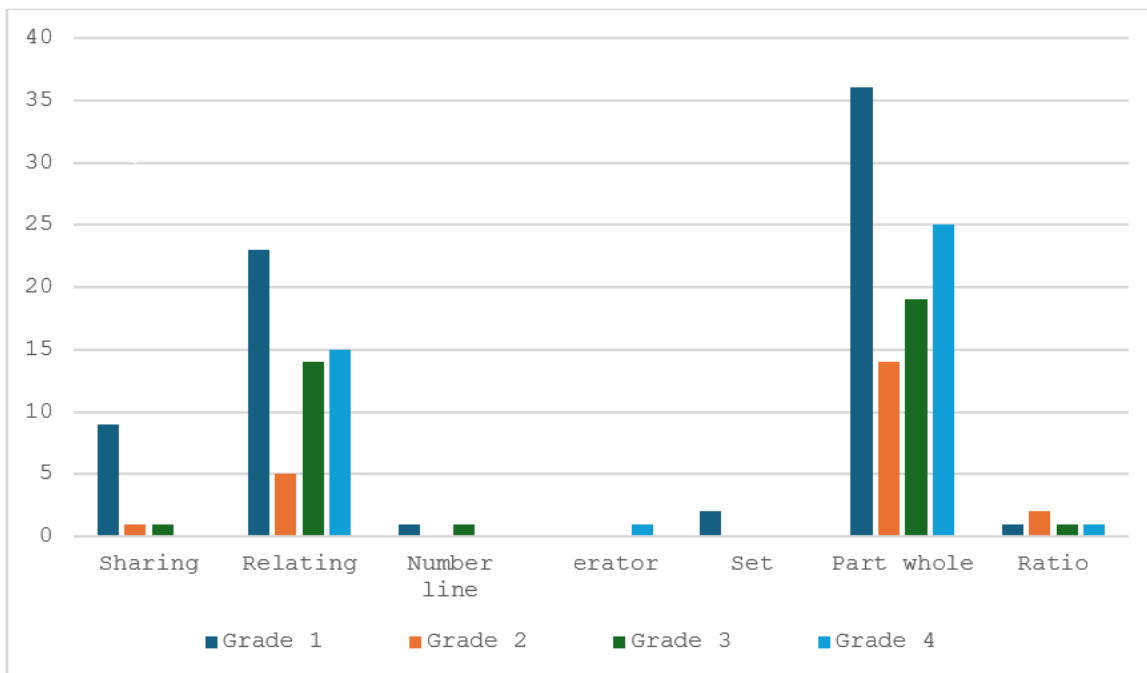
(In this drawing, we can express the point reached after dividing a whole between 0-1 into equal parts as a/b .)

When Figure 24 is examined, it can be seen that the teacher candidate A29 clarified the concept of fractions by drawing a number line. This teacher candidate has divided the interval between two integers into five equal parts and has marked a fraction corresponding to any of these equal parts on the number line.

It is observed that the fraction image of candidate teacher A7 is more closely associated with the meanings of the fraction. This teacher candidate has created a drawing emphasizing both the meaning of ratio and the meaning of sharing. A17 has illustrated the meaning of fractions in relation to everyday life. It is seen that A60, one of the teacher candidates, associated the fraction image with both rational number and the meaning of ratio. The A29 has modeled the concept of fraction with the image of part-whole on the number line.

Graph 2

The Distribution of Teacher Candidates' Images of Fraction Definitions According to Their Grade Levels



When looking at the distribution of themes related to fraction images according to grade levels, it is observed that teacher candidates at all levels predominantly focus on the part-whole (94) theme of

fraction images. In the minds of teacher candidates at all grade levels, the image of part and whole is most prevalent. The second most common image in the minds of teacher candidates is the theme of association (57), which relates fractions to daily life or rational numbers. In the theme of association, there are the most first-grade teacher candidates (23), while there are the least second-grade teacher candidates (5). When examining the fraction drawings, it was found that two teacher candidates in the 1st grade and two teacher candidates in the 2nd grade made associations with rational numbers, while teacher candidates in other grades did not associate fractions with rational numbers. When the drawings were examined, it was observed that 11 of the teacher candidates had a sharing image related to fractions. Nine teacher candidates in the 1st grade and one teacher candidate in the 2nd and 3rd grades have created drawings related to sharing images of fractions. In addition, among the teacher candidates in the 1st grade, 1 has a number line image, 2 have a set image, and 1 has a ratio image. Among the teacher candidates in the 2nd grade, 2 have an image of ratios; among the teacher candidates in the 3rd grade, 1 has a number line and 1 has an image of ratios; among the teacher candidates in the 4th grade, 1 has an operator and 1 has an image of ratios.

Discussion, Conclusion, and Recommendations

This study aims to reveal the definitions and images of fractions held by teacher candidates. According to the results obtained, it has been determined that teacher candidates create definitions by considering many characteristics of fractions. In these definitions, teacher candidates have mostly referred to the meanings of fraction as part-whole, ratio, quotient, operator, and measure. Teacher candidates have defined them by also relating them to rational numbers, types of fractions, and their elements. It can also be seen that the given fraction definitions can exist in multiple themes.

It has been observed that teacher candidates provided explanations regarding the definition of fractions, the types of fractions, their meanings, and related them to rational numbers and the elements of fractions. When examining the fraction definitions made by teacher candidates, it is observed that each of the meanings of fractions found in the literature is represented. Teacher candidates have mostly made definitions using the meanings of fractions, with the part-whole meaning being the most frequently used among them. The fact that students first encounter the concept of fractions through the part-whole relationship may influence these results (Behr et al., 1992; Haser & Ubuz, 2002; Macit & Altay, 2020). However, the fact that the first intuitive experiences related to fractions, starting from the first grade of primary school, are based on examples of fair sharing can play a crucial role in reinforcing the part-whole understanding of fractions (Siemon et al., 2015). The meaning of part-whole is also fundamental for learning other meanings (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2005). Additionally, the part-whole meaning is more often preferred by teachers and is frequently encountered in textbooks (Van de Walle et al., 2004). When teaching the topic of fractions, it can be beneficial to focus not only on the meanings of part-whole or quotient, but also on the meanings of operator, measure, and ratio, as well as the relationships between these concepts. This approach can aid in the development of conceptual understanding regarding fractions (Moseley, 2005). Therefore, it is essential for classroom teachers to provide explanations using different types of representations to establish a foundation for a better understanding of the concept of fractions. Additionally, it is necessary for textbooks that are easily accessible to students to include more contexts that encompass the other meanings of fractions, enriching the representations of fractions with models.

It has been observed that a large portion of teacher candidates define the concept of a fraction by relating it to rational numbers. Accordingly, teacher candidates have actually provided the

definition of rational numbers while defining the concept of fractions. Similarly, Macit and Nacar (2019) have revealed that mathematics education students provide a definition of rational numbers when defining fractions. This situation can be interpreted as teacher candidates viewing the concepts of fractions and rational numbers as the same concepts. Similarly, Çevikbaş and Argün (2017) reached the conclusion that mathematics teacher candidates identified the concept of fractions with the concept of rational numbers. When teaching rational numbers, an instruction that provides different representations alongside the representation of rational numbers as fractions can prevent misunderstandings of this concept. In this sense, presenting students with different contexts that include decimal representations or repeating decimals can prevent a limited understanding that treats the concepts of fractions and rational numbers as the same (Ercan & Aktaş, 2021).

When examining the definitions of fractions, the definitions made in relation to the elements of the fraction stand out. These definitions reveal that teacher candidates believe that all expressions written in the form of a/b , which are expressed using numerator, denominator, and fraction bar, are fractions. In these definitions, since the number sets to which a and b belong are not taken into account, it can be interpreted that the definition of a fraction is not fully understood. These results parallel studies showing that students perceive the numerator and denominator in a fraction as separate values, but fail to recognize that these numbers are related (Braithwaite & Siegler, 2018; Moyo & Machaba, 2021). It has been observed that teacher candidates develop an instrumental understanding, rather than a relational understanding of fractions, as defined by Skemp (1978) as 'unjustified rules'. When examining the statements regarding definitions, it has been observed that teacher candidates use the concepts of fractions and rational numbers interchangeably. Similarly, it has been stated that high school students and teachers do not fully understand the definitions of fractions and rational numbers, often using these concepts interchangeably based on their similarities, and are unable to establish the relationships between the concepts (Ercan & Aktaş, 2021). It is suggested that the understanding of these concepts be based on the foundations of the construction of rational numbers, equivalent fractions, and the coprimality of two numbers in mathematics education undergraduate programs. In this way, the development of conceptual and procedural knowledge may be possible (Ercan & Aktaş, 2021).

Fractions are one of the difficult concepts to understand in mathematics due to their abstract nature (Dickson et al., 1993; Lortie-Forgues et al., 2015). Before gaining information about fractions, students who first encounter natural numbers often incorrectly apply the principles of natural numbers to the abstract structure of fractions (Dyson et al., 2020). This situation, defined as 'whole number bias' by Ni and Zhou (2005), causes students to experience certain difficulties in learning fractions. To overcome this difficulty, models, which are one of the visual representations often used in the concretization of fractions an abstract and challenging concept that students encounter first (Behr et al., 1983; Siebert & Gaskin, 2006) are commonly employed (Gözel, 2020). In the results of the research, students generally expressed that the drawing that first came to their minds was better understood when related to daily life. In order for learning to be more permanent, students need to use mathematical concepts in other contexts as well as relate them to everyday life (NCTM, 2000). Since teacher candidates often use the part-whole relationship when defining fractions, the area/region model has become the most preferred fraction model when they engage in modeling. The number line, set, and operator model have been used in a limited number. It has been noted in the literature that teachers prioritize using the area model in teaching fractions (Can, 2019; Doğan, 2018; Özçakır Sümen, 2022; Şen, 2021; Yılmaz-Baba, 2016), that their knowledge and use of fraction modeling are insufficient (Akgün et al., 2013; Toptaş et al., 2017), and that the modeling examples

are limited to those found in textbooks (Bayazit et al., 2011). Teacher candidates have drawn shapes like cakes and pizzas, providing examples from daily life, and they have stated that they believe this is important for the concretization of abstract concepts.

When examining the definitions of fractions according to grade levels, it has been observed that teacher candidates at all levels predominantly use the part-whole meaning of fractions. It was later determined that the candidates for first and second grade teachers made explanations related to the elements of fractions, while the candidates for third and fourth grade teachers made explanations related to rational numbers. The fact that the most commonly encountered definitions at all grade levels relate to the meanings of fractions may stem from the frequent encounters with these concepts from the very moment the concept of fractions is first learned. As the grade level increases, it is also observed that the emphasis on the types of fractions and the elements of fractions in definitions decreases. When the definitions made by teacher candidates regarding the concept of fractions are evaluated holistically, it has been concluded that their undergraduate education did not lead to deeper reasoning about the concept or an evaluation of the concept from different perspectives. This situation is thought-provoking in terms of the quality of the undergraduate education they received. Similarly, Van Steenbrugge et al. (2014), in their study conducted with teacher candidates, found that the year of teacher education did not have a significant effect on teacher candidates' methodological and conceptual knowledge and their ability to explain the rationale or conceptual meaning of an operation. In the undergraduate programme of teacher education, the teaching of fractions is addressed in Mathematics Teaching Methods courses. Since fractions are considered to be a difficult subject to learn and teach, the concept of fraction should be discussed in detail in the related courses and teacher candidates should be enabled to reason. Therefore, it is suggested that teacher candidates should be provided with the knowledge that they can teach effectively and the elements that constitute mathematical knowledge for teaching should be given importance (Van Steenbrugge et al., 2014).

When examining the drawings of teacher candidates related to the concept of fractions, it has been observed that images of part-whole, sharing, ratio, set, operator, association, and number line have emerged. It has been observed that teacher candidates have more images related to parts-whole and associations. They have expressed the part-whole images with fraction set models, while the association images are more represented with examples from daily life, such as cakes and pizzas. Özçakır Sümen (2022) revealed that fourth-grade students predominantly have images related to part-whole and sharing regarding the concept of fractions, while they do not utilize the meanings of operator and measure at all. Macit & Altay (2020) reached similar results for sixth-grade students, Baştürk (2016) for prospective classroom teachers, Ercan and Aktaş (2021) for mathematics teachers. This situation can be interpreted as the concept of fractions being taught using the first and most commonly used model, which tends to remain in the minds of primary school students to university students, leading to that image being used more frequently. It is concerning that future teachers who are pursuing their undergraduate education have a limited understanding of the concept of fractions. In this sense, engaging in reasoning about concepts in their undergraduate education can facilitate the development of their procedural and conceptual knowledge. It may be suggested to investigate the instructional explanations of teacher candidates regarding the difficulties students face in understanding the concept of fractions for future studies. The instructional explanations of teacher candidates regarding student difficulties can be addressed alongside their own conceptual definitions and evaluated in a holistic manner. Since the foundation of students' knowledge on the topic of fractions is established in primary school, the concept definitions and images of teacher

candidates studying classroom teaching can be examined in detail. Comparative studies can be conducted with students of primary school teaching and mathematics teaching.

Ethics Committee Approval: As a result of the decision of Sivas Cumhuriyet University Educational Sciences Research Proposal Ethics Evaluation Board dated 25.03.2024 and numbered 412246, it was decided that the research was appropriate in terms of scientific research ethics principles.

Author Contributions: The contribution rate of the first author to the study is 35%, the contribution rate of the second author is 35%, and the contribution rate of the third author is 30%. All researchers took part in every process from the planning stage of the research to its reporting.

Conflict of Interest: The authors declare that there is no potential conflict of interest in the conduct of this study.

Matematik Öğretmen Adaylarının Kesir Kavramına İlişkin Tanımlarının ve İmajlarının İncelenmesi

Tuğçe Çınargil^a  Muhammed Özsoy^b  Gülçin Oflaz^c 

^a Doktora Öğrencisi, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi, Sivas, Türkiye, tugceuzman@hotmail.com

^b Doktora Öğrencisi, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi, Sivas, Türkiye, muhammedozsoy.mu@gmail.com

^c Dr. Öğr. Üyesi, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi, Sivas, Türkiye, erengulcin3@hotmail.com

ÖZET

Bu çalışmada matematik öğretmen adaylarının kesir kavramına ilişkin tanımlarının ve imajlarının incelenmesi amaçlanmıştır. Bununla birlikte programın farklı kademeleri boyunca öğretmen adaylarına ait kesir tanımı ve imajlarının benzer ya da farklı yönlerinin ortaya çıkarılması hedeflenmiştir. Çalışmada temel nitel araştırma deseni kullanılmıştır. Çalışma grubunu 2023-2024 eğitim-öğretim yılında İç Anadolu Bölgesi'ndeki bir devlet üniversitesinin matematik öğretmenliği programında öğrenim gören ve maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemiyle seçilmiş 155 matematik öğretmen adayı oluşturmaktadır. Veri toplama aracı olarak açık uçlu sorulardan oluşan bir form kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının kesir kavramına ilişkin tanım ve imajlarının analizinde betimsel analiz kullanılmıştır. Çalışmanın bulgularına göre öğretmen adaylarının kesir tanımına ilişkin yaptıkları açıklamalar kesrin anlamları, kesir çeşitleri, rasyonel sayı ile ilişkilendirme ve kesrin elemanları olmak üzere dört tema altında toplanmıştır. Öğretmen adaylarının kesir kavramına ilişkin çizimleri incelendiğinde ise parça-bütün, paylaşma, oran, küme, işlemci, ilişkilendirme ve sayı doğrusu imajlarının olduğu gözlenmiştir. Öğretmen adayları en çok kesrin anlamlarını kullanarak tanımlamalar yapmış, bunların içinde de en çok parça-bütün anlamını kullanmışlardır. Ayrıca öğretmen adaylarının bulunduğu sınıf seviyelerine göre kesir kavramına ilişkin tanımlarının ve imajlarının nasıl değiştiğine de yer verilmiştir.

MAKALE BİLGİSİ

Makale Türü
Araştırma

Makale Geçmişi
Gönderim tarihi:
03.05.2024
Kabul tarihi:
13.09.2024

Anahtar Kelimeler
Kavram İmajı, Kavram Tanımı, Kesirler, Öğretmen Adayı

Atıf Bilgisi: Çınargil, T., Özsoy, M., ve Oflaz, G. (2024). Matematik öğretmen adaylarının kesir kavramına ilişkin tanımlarının ve imajlarının incelenmesi. *Uluslararası Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 12 (3), 1351-1396. <https://doi.org/10.46778/goputeb.1477734>

Sorumlu yazar: Gülçin Oflaz, e-posta: erengulcin3@hotmail.com

Giriş

Matematik, kendine ait özellikleri olan ve kavramları kullanarak iletişim kurulmasını sağlayan evrensel bir dildir. Bu dilin öğreniminde kavramların doğru kullanılması oldukça önemlidir. Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi'nin raporunda matematiksel kavramların anlaşılmasına dikkat çekilmiş, kavramsal öğrenme ve anlamaya vurgu yapılmıştır (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Yeni bilgi, öğrencinin mevcut bilgisi ve deneyimiyle ilişkilendirilmektedir. Bu süreç sonunda oluşan bilgi, başka problem durumlarına uyarlandığında kavramsal öğrenmenin gerçekleştiği söylenebilir (Skemp, 1978). Bu bağlamda etkili bir matematik öğretimi matematiksel kavramların ve yapılan işlemlerin anlaşılmasıyla, kavramlar ile işlemler arasındaki ilişkilerin anlaşılmasıyla yakından bağlantılıdır. Matematik öğreniminde kavramların rolünü bilme ve görünürdeki işlemlerin arka planını anlama kavramsal anlamının temelini oluşturur (Baykul, 2002). Kavramsal anlamının gerçekleşebilmesinde ise öğretmenlerin matematiksel kavramların nitelikleriyle ilişkili örnek veya metaforları etkili şekilde kullanabilmesi ve öğrencilerin bilgiyi yapılandırmasına zemin hazırlayacak uygun sınıf ortamlarını oluşturabilmesi önemli rol oynar (Akkoç, 2008; Duran & Dökme, 2018; Sanchez ve diğerleri, 2000).

Tall ve Vinner (1981) bir kavramın anlaşılması, öğrenilmesi ve geri getirilmesi süreçlerini kavram tanımı ve kavram imajı ifadeleri ile ele almıştır. Kavram tanımı, bir kavrama açıklık getirilmesinde ve diğer kavramlardan ayrılmasında kullanılan kelimeler topluluğudur. Öğrencinin kendi zihin dünyasına ait bir açıklama olabileceği gibi alanın otoritelerince kabul gören bir açıklamayı da içerebilir. Kavram tanımları matematik öğrenme ve öğretme sürecinin temel bir bileşenidir. Öyle ki matematiksel tanımlar, kavramın özünü yakalayarak kavram oluşmasının ilk aşaması olarak değerlendirilebilir. Ayrıca ispat ve problem çözümlerinin yürütülmesine, matematiksel fikirlerin oluşmasına ve matematiksel iletişim dilinin gelişmesine katkı sağlamaktadır (Zaslavsky ve Shir, 2005). Kavram imajı ise bir kavrama ilişkin bireyin zihninde var olan resim, işlem veya sembollerden oluşan tüm bilişsel yapıyı kapsamaktadır (Tall ve Vinner, 1981). Kavram imajları öğrencilerin kendi deneyimleri sonucunda oluştuğu için kişiden kişiye değişebilen dinamik bir yapıdır. Örneğin; bir sayının karesi "sayıyı kendisiyle çarpmak" olarak tanımlandığında, daha önce doğal sayılar üzerinde çalışmış bir öğrenci "kare, sayıyı daha büyük yapar" genellemesine sahip olabilir (Bingölbali ve Monaghan, 2008). Bu durum doğal sayılar için doğru olmakla birlikte her sayı için doğru değildir. Reel sayılarla ilgili de yeterince pratik yapan bir öğrenci, bu genellemesini değiştirebilir ve daha geniş bir kavram imajına sahip olabilir. Dolayısıyla kavram imajlarının zamanla ve geçirilen deneyimlere göre değişebilen dinamik bir yapı olduğu söylenebilir (Bingölbali ve Monaghan, 2008). Kavram imajları bireyin kendi yaşantısı yoluyla oluşturulan deneyimlerle ilişkili yapısından dolayı içerisinde kavram yanlışlarını da barındırabilir (Erşen ve Karakuş, 2013).

Kavram tanımı ve kavram imajının etkileşimi iki şekilde gerçekleşebilir. Bazı matematiksel kavramların tanımlarından önce imajları oluşabilir. Çocuk okul öncesinden itibaren kare, üçgen gibi geometrik şekillerle deneyimler geçirmiş ve bu şekillerin özelliklerini biliyor olabilir. Dolayısıyla sınıf ortamına geldiğinde bu kavramlarla ilgili bir imaja sahiptir. Bu imajın üzerine kavramların formel tanımlarını öğrenir. Ancak fonksiyon, cisim gibi soyut kavramlar için öncelikle tanımlar öğrenilir ve kavrama ilişkin imajlar sonradan oluşturulur (Vinner, 1983). Bununla birlikte öğrencinin bir kavrama ilişkin kavram tanımı hücreci aktif olabileceği gibi kavram imajı hücreci de aktif halde olabilir. Örneğin; öğrenci fonksiyona ilişkin bir soruda kavram tanımını kullanmadan sadece kavram imajını kullanarak bu soruya çözüm getirebilir. Ancak etkili bir öğretimin olması için hem kavram tanımı hem de kavram imajının birlikte kullanılması gerekir (Vinner, 1991).

Soyut yapısından dolayı hem kavram tanımı hem de kavram imajı hücrelerinin birlikte aktif olmasının gerekli görüldüğü matematiğin önemli konularından biri kesirlerdir. Kesirler, diğer konularla ve günlük yaşamla ilişkisi bakımından ilkökul birinci sınıftan itibaren öğretimine başlanan bir konudur. İlkokuldan yükseköğrenime kadar sarmal biçimde genişleyen kesir kazanımları matematik müfredatında önemli bir yer tutar. Hem okul hayatının her seviyesinde bulunması hem de günlük hayatla ilişkisi bakımından önemli bir konu olarak karşımıza çıkar. Matematiğin diğer öğrenme alanlarındaki hesaplamaların temelini oluşturan kesirler, öğrenciler için kritik öneme sahiptir. Çünkü kesirler ondalık gösterimler, yüzdeler, ölçme gibi birtakım hesaplamalarda kullanılmasının yanında cebirsel düşünme ve orantısal akıl yürütme becerilerinin gelişmesinde de etkin rol oynar (Van de Walle ve diğerleri, 2004). Kesirlerin anlaşılması ve kesirlerle ilgili işlemlerin etkin bir şekilde yapılabilmesi, öğrencilerin matematikte, diğer derslerde ve günlük hayatta başarılı olmalarını sağlayacak ileri matematik konularını anlamaları için de temel oluşturur (Alacacı, 2010). Bu nedenle kesirlerle ilgili kavramların öğretimine önem verilmeli, kesirlerin farklı anlamları üzerinde durularak matematikle ve diğer derslerle ilişkilendirme yapılabilecek bağlamlar sunulmalı ve bu yolla öğrenciler motive edilmelidirler.

Kesir kavramının çeşitli anlamlarından bahsedilebilir (Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2005; Kieren, 1976; Lamon, 2007; Polat, 2023). Eşit büyüklükte parçalara ayrılan bir bütünün parçalarından bazılarının alınarak ifade edilmesi, kesrin parça-bütün anlamını oluşturmaktadır. En sık kullanılan ve en kolay anlaşılabilir anlamı budur. Kesrin bölüm anlamında bir bütünün belli sayıda kişiye eşit paylaşılması söz konusudur. Bu anlam, daha çok paylaşma durumlarını ifade etmektedir. Kesrin oran anlamında ise bir bütünden gelen iki parçanın birbirine oranı söz konusudur. Bu anlamda odak, bütünü oluşturan parçaların birbirine oranıdır. Oran, iki büyüklük arasındaki ilişkiselliği yansıttığından dolayı bu büyüklüklerin karşılaştırılmasını ifade etmektedir (Behr ve diğerleri, 1983). Kesrin işlemci anlamında bir miktarın büyütülmesi ya da küçültülmesi için işlem yapma söz konusudur. Bu amaçla yapılan işlemin kesirlerin çarpımı olduğu anlaşılabilir (Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2005). Her zaman tam sayılarla temsil edilemeyen uzunluk, alan, hacim gibi ölçüm miktarları ile ilgili olan ölçme anlamı, “ne kadar” sorusuna tam sayılarla cevap veremediğimiz durumlara odaklanmaktadır (Alacacı, 2010). Kesirlerin bu anlamlarına ilişkin bir öğrenmenin gerçekleşmesi, bu konudaki problemlerin çözümü için bir ön koşul olarak kabul edilir (Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2005). Alanyazında ilkökul, ortaokul ve lise öğrencilerinin (Ercan ve Aktaş, 2021; Kamacı ve Yıldız, 2023; Macit ve Altay, 2020; Özçakır-Sümen, 2022; Zhang ve diğerleri, 2015), öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının (Akgün ve diğerleri, 2013; Baştürk, 2016; Çevikbaş ve Argün, 2017; Ercan ve Aktaş, 2021; Macit ve Nacar, 2019; Toptaş ve diğerleri, 2017) kesir kavramına ilişkin tanımlarının ve kavram imajlarının incelendiği çalışmalar bulunmaktadır. Bu çalışmalarda öğrencilerin kesirlere ait tanımlarının ve imajlarının literatürle paralel bir şekilde kesrin anlamları ile uyumlu olduğu görülmektedir.

Kesir kelimesi herhangi bir cebirsel ifadenin pay ve paydasını belirtmek için kullanılmaktadır (Niven, 1961). Kesirlerin genelleştirilmiş hali rasyonel sayılardır (Alacacı, 2010). Rasyonel sayılar için ise genellikle a ve d birer tamsayı ve d , sıfırdan farklı olmak üzere $\frac{a}{d}$ şeklinde yazılabilen sayılar tanımı verilmektedir. Ancak bu tanımlamanın yetersiz olduğu görülmektedir (Niven, 1961). Zira öğrenciler kesir ve rasyonel sayı kavramlarını birbiri yerine kullanmaktadırlar (Ercan & Aktaş, 2021; Macit ve Nacar, 2019). Kesirler, birtakım önbilgiler gerektirmesi ve soyut öğrenmelere dayalı hesaplamalar içermesi nedeniyle karmaşık bir konudur. Kesirlerin bu karmaşık yapısı öğrencileri hata ve yanılgılara sürüklemektedir (Karaağaç ve Köse, 2015; Küçük ve Demir, 2009; Pesen, 2008). Ayrıca öğretmenlerin de kesirlerle ilgili yüzeysel bilgilere sahip oldukları ve bu konunun

öğretiminde zorluklar yaşadıkları bilinmektedir (Bergeson, 2000; Lamon, 2007; Osana ve Royea, 2011; Van Steenbrugge ve diğerleri, 2014). Öğrencilerin kesirler konusunda yaşadıkları zorlukların öğretmenlerin kesir bilgilerindeki eksikliklerle ilişkili olabileceği belirtilmiştir (Van Steenbrugge ve diğerleri, 2014). Oysa öğretmenlerin öğrencilerin düşünce şekilleri hakkında bilgi sahibi olmaları ve kesirleri diğer bağlamlarla ilişkilendirerek öğretmesi oldukça önemlidir (Pouta ve diğerleri, 2021).

Kesirlerin genel olarak anlaşılması zor bir konu olduğu yaygın olarak kabul edilmektedir. Kesirler, hem öğretim hem de öğrenim açısından karmaşık bir yapı sergilemektedir. Çünkü bu sayılar farklı biçimlerde ifade edilebilir ancak hepsi ortak bir kavramsal temele dayanır. Kesirler, parçalar ile bütünlerin tanınmasını gerektirdiğinden, tam sayılar ve doğal sayılardan farklı bir sayı sınıfı olarak öne çıkar (Chinnappan ve Desplat, 2012). Kesirlerin bu yapısı, anlaşılmasında ve öğretiminde zorluklar yaşanmasına neden olmaktadır. Matematiksel becerilerin geliştirilmesi için öğretmenlerin, öğrencileri zorlanacakları görevlere yönlendirmeleri aynı zamanda bu süreçte onları desteklemeleri gerekmektedir. Ayrıca, etkili öğretmenlerin, öğrencilerin sıklıkla zorlandıkları kavramlar ve konular hakkında bilgi sahibi olmaları, bu zorlukları giderecek stratejiler geliştirmeleri ve öğrencilerin yaygın yanlış anlamalarını düzeltmek için uygun yöntemleri kullanmaları önemlidir (NCTM, 2000). Bir öğretmenin konuya dair bilgi birikimi, öğrencinin nasıl öğrendiği ve gelişimi üzerine olan anlayışı, uyguladığı öğretim yöntemleri, öğretmen etkinliğinin temel unsurları olarak kabul edilmektedir (Hammond ve Ball, 1997; Shulman, 1986). Bu bağlamda öğretmen adaylarının matematik kavramları hakkında yaptıkları tanımlarının ve zihinlerinde yer alan imajların belirlenmesinin önemli olduğu düşünülmektedir. Zira kavram tanımları matematik öğrenme ve öğretme sürecinin oldukça temel bir bileşenidir (Zaslavsky ve Shir, 2005). Yapılan bu çalışmada geleceğin öğretmeni olacak olan matematik öğretmen adaylarının kesir kavramına ilişkin kavram tanımlarının ve imajlarının incelenmesi amaçlanmıştır. Bununla birlikte lisans programının farklı kademelerinde öğrenim gören öğretmen adaylarının kesir tanımlarının ve imajlarının belirlenmesi hedeflenmiştir. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki problemlere yanıt aranmıştır:

1. Matematik öğretmen adayları kesirleri nasıl tanımlamaktadırlar?
 1. a. Farklı kademelerdeki matematik öğretmen adayları kesirleri nasıl tanımlamaktadırlar?
2. Matematik öğretmen adaylarının sahip oldukları kesir imajları nelerdir?
 2. a. Farklı kademelerdeki matematik öğretmen adaylarının sahip oldukları kesir imajları nelerdir?

Yöntem

Araştırma Deseni

Bu çalışmada temel nitel araştırma deseni benimsenmiştir. Temel nitel araştırmalar bireylerin kendi dünyasına ait zihin yapılarını ve deneyimlerini ortaya çıkaran, bireylerin kavram ve olgulara yükledikleri anlamların keşfedilmesiyle ilgilenen araştırmalardır (Merriam, 2013). Çalışmada öğretmen adaylarının zihinlerinde var olan kesir tanımları ve imajlarının belirlenmesi amaçlandığından temel nitel araştırma deseni kullanılmıştır.

Katılımcılar

Çalışmanın katılımcılarını 2023-2024 eğitim-öğretim yılında İç Anadolu Bölgesi'ndeki bir devlet üniversitesinin matematik öğretmenliği programında öğrenim gören 155 matematik öğretmen

adayı oluşturmaktadır. Katılımcıların 66'sı birinci sınıf, 18'i ikinci sınıf, 32'si üçüncü sınıf ve 39'u dördüncü sınıf öğrencilerinden oluşmaktadır. Katılımcılar amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemine göre seçilmiştir. Böylelikle araştırmaya katılanların belirli bazı değişkenlere göre maksimum çeşitlilik göstermesi ve daha zengin bulgulara ulaşılması hedeflenmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu çalışmada tüm sınıf seviyelerinden öğretmen adayları çalışmaya dâhil edilmiştir. Böylece öğretmen adaylarının yaptıkları kesir tanımlarında ve kesir imajlarında sınıf seviyesine göre odaklanılan noktaların belirlenmesi amaçlanmıştır. Öğretmen adaylarından elde edilen formlar sınıf seviyesine göre kodlanmıştır. Buna göre birinci sınıflar için A, ikinci sınıflar için B, üçüncü sınıflar için C, dördüncü sınıflar için D şeklinde kodlanmıştır.

Veri Toplama Aracı

Araştırma öncesinde Sivas Cumhuriyet Üniversitesi Eğitim Bilimleri Araştırma Önerisi Etik Değerlendirme Kurulu'ndan araştırmanın etik açıdan uygun olduğuna dair karar alınmıştır (25.03.2024 tarih ve 412246 sayılı karar). Çalışmada öğretmen adaylarının kesir kavramına ilişkin tanımlarının ve imajlarının belirlenmesinde araştırmacılar tarafından oluşturulan bir formdan yararlanılmıştır. Bu formda öğretmen adaylarının kesir kavramını tanımlamaları, kesir kavramına ilişkin bir çizim yaparak neden bu çizimi yaptıklarını açıklamaları, kesir örneği vermeleri ve verilen bazı kesirlerin özelliklerini yazmaları istenmiştir. Oluşturulan bu araçla ilgili olarak matematik eğitimi alanında uzman iki öğretim üyesinden görüş alınmıştır. Alınan görüşler neticesinde kesir kavramına ilişkin tanımların ve imajların belirlenmesinde öğretmen adaylarının kesir kavramını tanımlamaları ve kesir kavramına ilişkin çizim yapmalarının yeterli olacağına karar verilmiştir. Bu nedenle veri toplama aracı öğretmen adaylarına sorulan bu iki sorudan oluşmaktadır. Veri toplama aracında yer alan sorular şunlardır;

1. Kesir nedir? Tanımlayıp açıklayınız?
2. Kesir denilince aklınıza gelen şeyleri çiziniz, yazınız.

Verilerin Analizi

Elde edilen verilerin analizinde betimsel analiz tekniği kullanılmıştır. Betimsel analizde ilk olarak veriler kodlanır ve sonra kodlanan veriler var olan temalara göre bir araya getirilerek yorumlanır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Öncelikle formlar okunarak önemli noktalar belirlenmiş ve kodlanmıştır. Daha sonra kesir tanımına ve imajına ilişkin benzer olan ifadeler aynı temalar altında birleştirilmiştir. Oluşturulan temalar Maxqda programına aktararak modeller oluşturulmuştur. Kesir kavramına ilişkin tanım ve imajlar, bu modeller vasıtasıyla ortaya konmuştur. Buna göre tanımlar ve imajlar, aşağıda verilen temalara göre analiz edilmiştir.

Tablo1

Kesir Tanımları ve İmajlarına İlişkin Oluşturulan Temalar

Kesir tanımlarına ilişkin temalar	
Kesir çeşitleri	Bileşik Basit Tam sayılı Parça-bütün Oran İşlemci Ölçme Bölme
Kesrin anlamları	
Kesrin elemanları ile ilişkilendirme Rasyonel sayı ile ilişkilendirme	
Kesir imajlarına ilişkin temalar	
Paylaşma İlişkilendirme	Günlük hayatla ilişkilendirme Rasyonel sayı ile ilişkilendirme
Oran Parça-bütün Küme İşlemci Sayı doğrusu	

Kodlama işleminde öğretmen adaylarına ait formlar araştırmacılar tarafından bağımsız olarak temalarına ayırmış ve daha sonra bu temalar karşılaştırılmıştır. Araştırmanın güvenilirliğinin hesaplanması için Miles ve Huberman'ın (2016) önerdiği kodlayıcı güvenilirliği formülü kullanılmıştır. Veri toplama aracında bulunan her iki soru için Güvenirlik = Görüş Birliği/ Görüş Birliği+Görüş Ayrılığı formülü kullanılarak güvenirlilik hesaplanmıştır. Buna göre ilk soru için güvenirlilik 0,86, ikinci soru için ise 0,87 olarak bulunmuştur. Güvenirlilik katsayısının 0,80 olması, verilerin güvenilirliği için yeterli kabul edilmektedir (Miles ve Huberman, 2016). Yapılan kodlamalardaki farklılıklar belirlenerek bu farklılıklar konusunda fikir birliğine gidilmiştir. Böylelikle gerekli düzenlemeler yapılarak kodlamaya son hali verilmiştir.

Bulgular

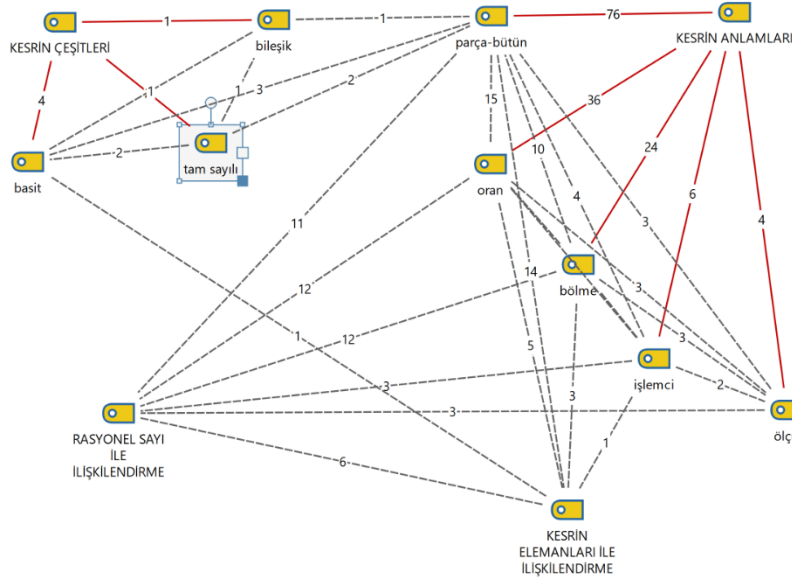
Bu bölümde bulgular, öğretmen adaylarının kesir kavramına ilişkin sahip oldukları kavram tanımına ve imajlarına ilişkin modellerle ve doğrudan alıntılarla desteklenerek sunulmuştur.

Öğretmen Adaylarının Kesir Tanımına Ait Bulgular

Öğretmen adaylarının kesir tanımına ilişkin yaptıkları açıklamalar incelenmiş ve temalar altında kodlanmıştır. Şekil 1'e göre oluşturulan temalar incelendiğinde öğretmen adaylarının kesirleri tanımlamada birden fazla özelliği göz önünde bulundurarak açıklama yaptıkları gözlenmiştir. Öğretmen adaylarının kesir tanımına ilişkin yaptıkları açıklamalarda kesrin çeşitleri, kesrin anlamları, rasyonel sayı ile ve kesrin elemanları ile ilişkilendirerek tanım yaptıkları görülmektedir.

Şekil 1

Öğretmen Adaylarının Kesir Tanımı ile ilgili Oluşturulan Temalar



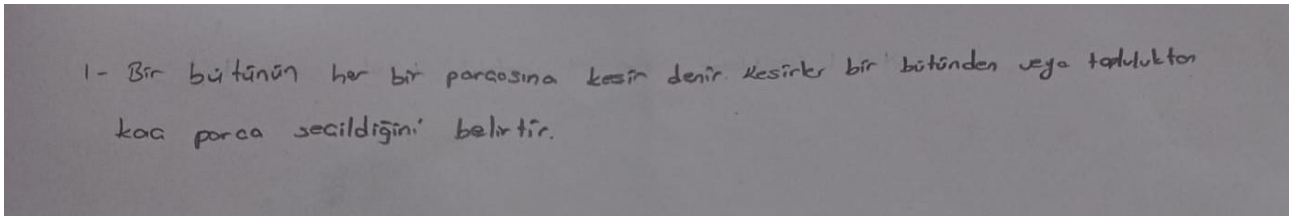
Öğretmen adayları en çok kesrin anlamları ile ilişkilendirerek tanım yapmışlardır. Kesrin anlamları temasında parça-bütün anlamına daha çok öğretmen adayı değinirken ($n=76$), oran anlamına ($n=36$), bölme anlamına ($n=24$), işlemci anlamına ($n=6$) ve ölçme anlamına ($n=4$) da değinmişlerdir. Kesri tanımlamada çoğunlukla parça-bütün anlamına değinen öğretmen adaylarının kesrin diğer anlamları ya da diğer temalarla da ilişki kuracak tanımlar yaptıkları belirlenmiştir. Parça-bütün anlamına değinen 76 kişinin 15'i oran anlamına, 10'u bölme anlamına, 4'ü işlemci ve 3'ü ölçme anlamına da değinmiştir.

Tema: Parça-Bütün

Kesri parça-bütün anlamıyla tanımlayan 76 öğretmen adayı vardır. Aşağıda iki öğretmen adayına ait doğrudan alıntılara yer verilmektedir.

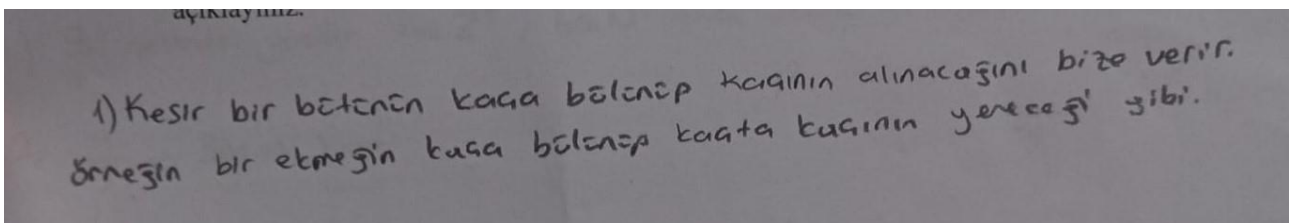
Şekil 2

A25 Kodlu Öğretmen Adayının Birinci Soruya Verdiği Cevap



Şekil 3

A61 Kodlu Öğretmen Adayının Birinci Soruya Verdiği Cevap



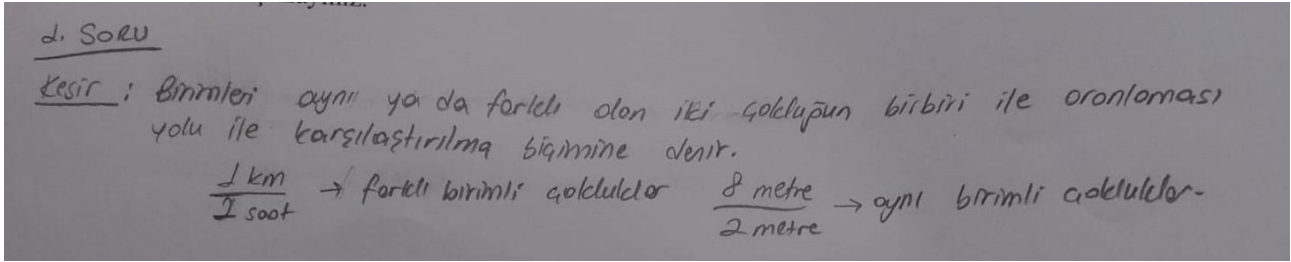
Doğrudan alıntılarda görüldüğü gibi bazı öğretmen adayları kesrin parça-bütün anlamına odaklanmışlardır. Bu öğretmen adayları bütünün her bir parçasına kesir denildiğini ve kesrin kaç bölünüp kaçının alınacağını kesir şeklinde gösterileceğini ifade etmişlerdir. Benzer şekilde kesri parça-bütün anlamıyla tanımlayan 76 öğretmen adayı vardır.

Tema: Oran

Kesri oran anlamıyla tanımlayan 36 öğretmen adayı vardır. Aşağıda iki öğretmen adayına ait doğrudan alıntılara yer verilmektedir.

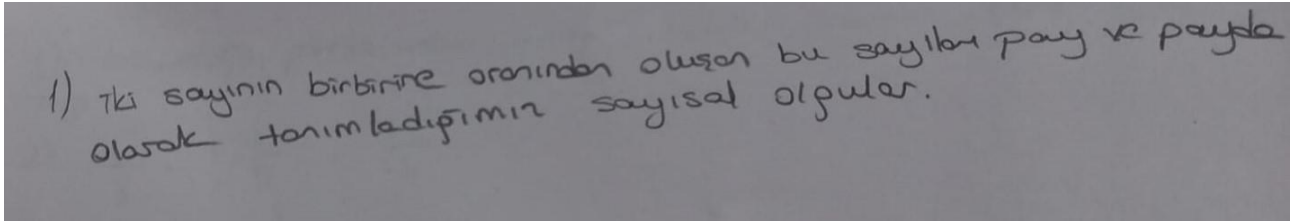
Şekil 4

A9 Kodlu Öğretmen Adayının Birinci Soruya Verdiği Cevap



Şekil 5

B15 Kodlu Öğretmen Adayının Birinci Soruya Verdiği Cevap



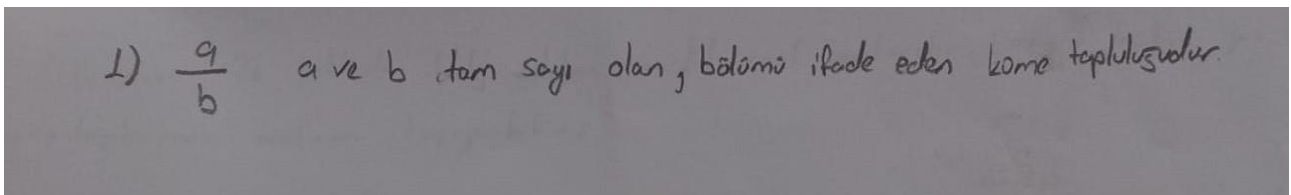
Doğrudan alıntılarda görüldüğü gibi öğretmen adaylarından A9 ve B15 kesri, iki çokluğun birbirine oranlanması ya da iki sayının birbirine oranı şeklinde tanımlamışlardır. Benzer şekilde kesrin oran anlamına odaklanan 36 öğretmen adayı vardır.

Tema: Bölme

Kesri bölme anlamıyla tanımlayan 24 öğretmen adayı vardır. Aşağıda iki öğretmen adayına ait doğrudan alıntılara yer verilmektedir.

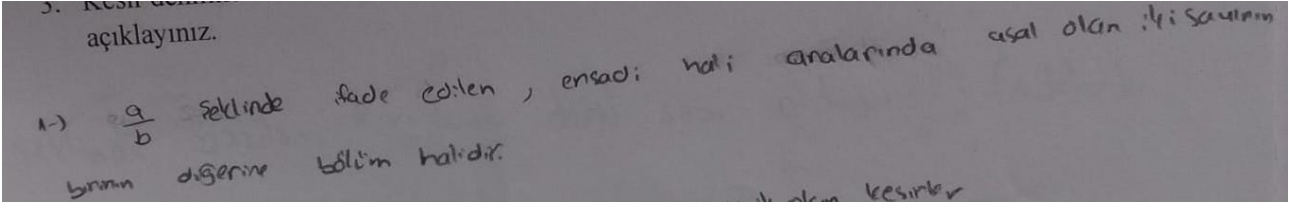
Şekil 6

A37 Kodlu Öğretmen Adayının Birinci Soruya Verdiği Cevap



Şekil 7

A41 Kodlu Öğretmen Adayının Birinci Soruya Verdiği Cevap



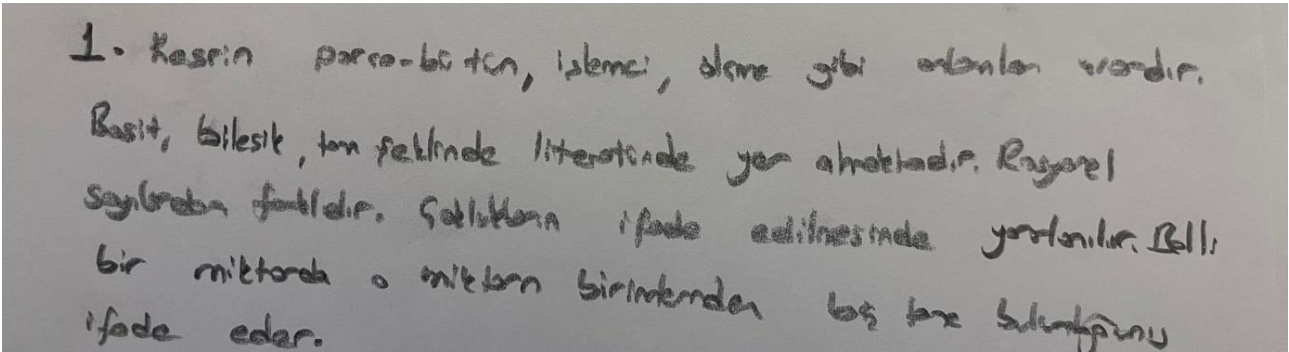
Öğretmen adaylarından A37 ve A41 kesri, iki tam sayının birbirine bölümü şeklinde ifade etmişlerdir. A37 kodlu öğretmen adayı a ve b sayılarının tam sayı olması gerektiğini belirtirken, A41 kodlu öğretmen adayı sayıların en sade hali ve aralarında asal olması gerektiğine değinmiştir. Benzer şekilde 24 matematik öğretmen adayı kesri tanımlarken bölme anlamından yararlanmışlardır.

Tema: Ölçme

Kesri ölçme anlamıyla tanımlayan 4 öğretmen adayı vardır. Aşağıda iki öğretmen adayına ait doğrudan alıntılara yer verilmektedir.

Şekil 8

C2 Kodlu Öğretmen Adayının Birinci Soruya Verdiği Cevap



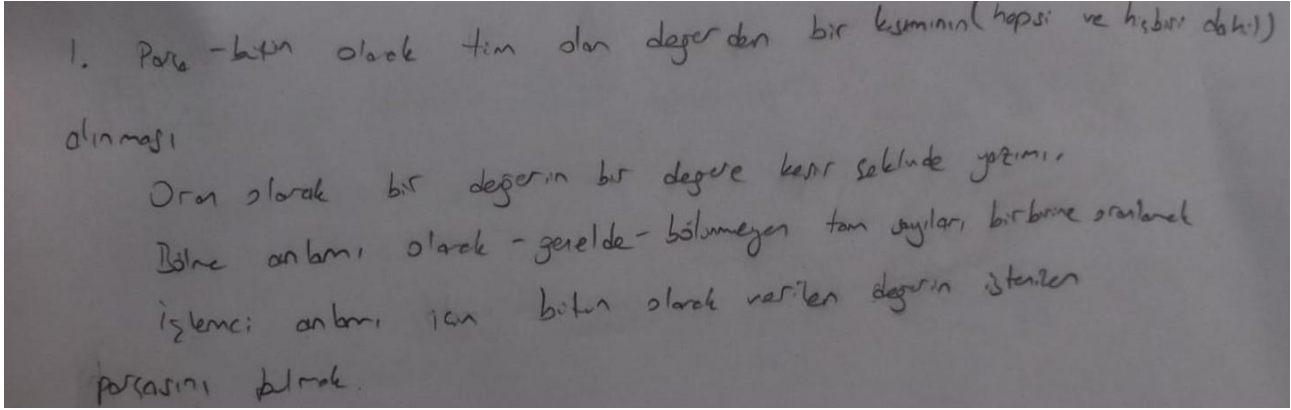
Öğretmen adaylarından C2 kesrin farklı anlamlarının olduğuna değinmiş, daha sonra da bu anlamları ayrı ayrı açıklamıştır. Birimlerin kaç tane olduğunu ifade etmesi şeklinde kesrin ölçme anlamını kullanarak tanım yapmıştır. Benzer şekilde kesrin ölçme anlamını kullanan 4 öğretmen adayı vardır.

Tema: İşlemci

Kesri parça-bütün anlamıyla tanımlayan 6 öğretmen adayı vardır. Aşağıda bir öğretmen adayına ait doğrudan alıntılara yer verilmektedir.

Şekil 9

B3 Kodlu Öğretmen Adayının Birinci Soruya Verdiği Cevap



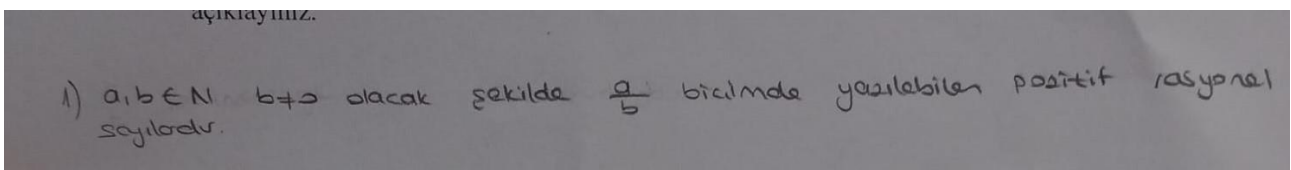
Şekil 9'da görüldüğü gibi B3 kodlu öğretmen adayı kesrin farklı anlamlarından bahsetmiştir. Kesrin "işlemci anlamı için bütün olarak verilen değer istenilen parçasını bulmak" şeklinde tanıma yer vermiştir. Benzer şekilde 6 öğretmen adayı da kesrin işlemci tanımını kullanmıştır.

Parça-bütün anlamına yoğunlaşan öğretmen adaylarının parçalarına ayrılan bir bütünü, alınan parçaları ifade ederek kesri tanımladıkları görülmüştür. Öğretmen adayları en çok bu anlama yoğunlaşarak tanım yapmışlardır. Kesrin oran anlamına vurgu yapan öğretmen adayları iki sayısal büyüklüğün birbiri ile karşılaştırılmasını odağa alarak bu büyüklükleri ilişkilendirmişlerdir. Öğretmen adaylarından B15'in verdiği cevap dikkate alındığında kesrin hem oran anlamına hem de kesrin elemanlarına (pay ve payda) vurgu yaptığı görülebilir. Bölme anlamına değinen öğretmen adaylarının daha çok paylaşmaya yoğunlaştığı, bir bütünü belli sayıda kişiye bölerek tanım verdikleri görülmektedir. Kesrin ölçme anlamında ise öğretmen adayları "kaç tane" sorusunun cevabına odaklanarak tanım yapmışlardır. Öğretmen adaylarından C2'nin cevabı incelendiğinde bu öğretmen adayının kesrin farklı anlamlarını biliyor olduğu, bu anlamları dikkate alarak bir tanım yaptığı görülmektedir. İşlemci anlamına vurgu yapan öğretmen adaylarının ise bir işlem uygulayarak kesir tanımı verdikleri görülmektedir. Şekil 1 incelendiğinde kesrin anlamlarına değinen öğretmen adaylarının tanımlarını, kesrin elemanları (pay, payda, kesir çizgisi) ile ilişkilendirerek verdikleri de görülmektedir.

Öğretmen adaylarından 47'si kesirleri rasyonel sayı ile ilişkilendirerek bir tanım vermişlerdir. Tanımlarını rasyonel sayı ile ilişkilendiren öğretmen adaylarının ayrıca kesrin anlamları ile ilişkilendirme yaptıkları da görülmektedir. Kesir tanımlarında rasyonel sayı ile ilişki kuran öğretmen adaylarının 12'si oran, 12'si bölme ve 11'i parça-bütün, 3'ü işlemci ve ölçme anlamı ile ayrıca 6'sı ise kesrin elemanları ile ilişkilendirmiştir. Rasyonel sayı ile ilişkilendirerek yapılan kesir tanımları direkt alıntılar yoluyla sunulmuştur.

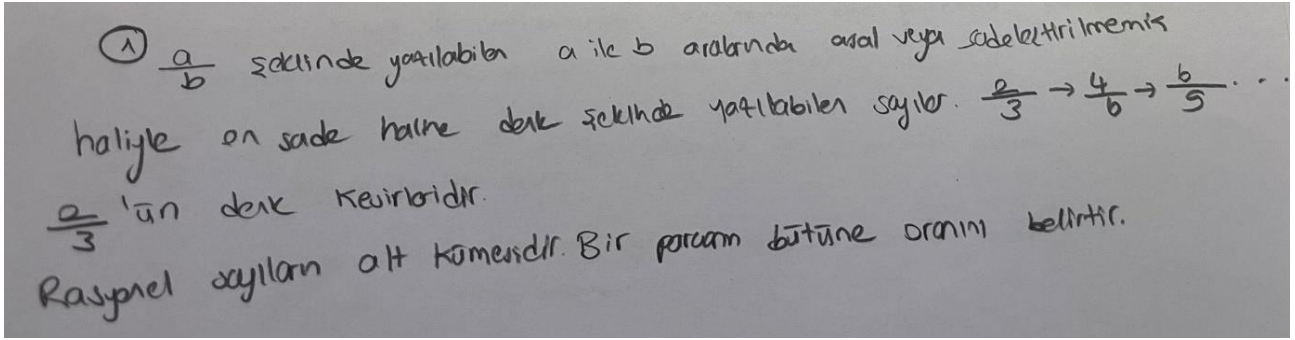
Şekil 10

A39 Kodlu Öğretmen Adayının Birinci Soruya Verdiği Cevap



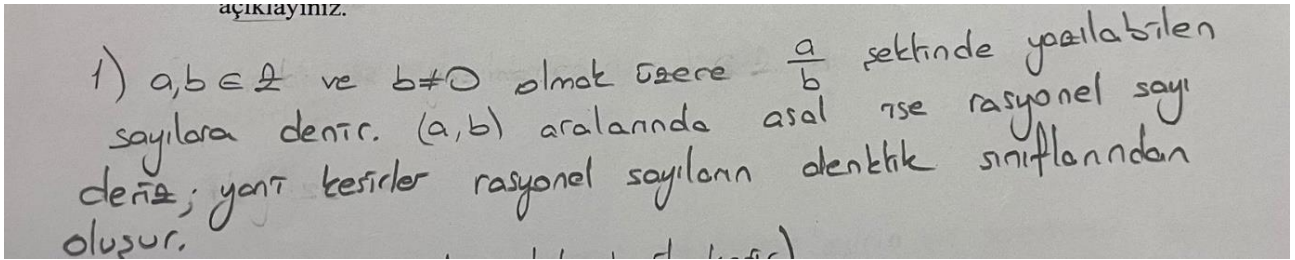
Şekil 11

D24 Kodlu Öğretmen Adayının Birinci Soruya Verdiği Cevap



Şekil 12

D21 Kodlu Öğretmen Adayının Birinci Soruya Verdiği Cevap

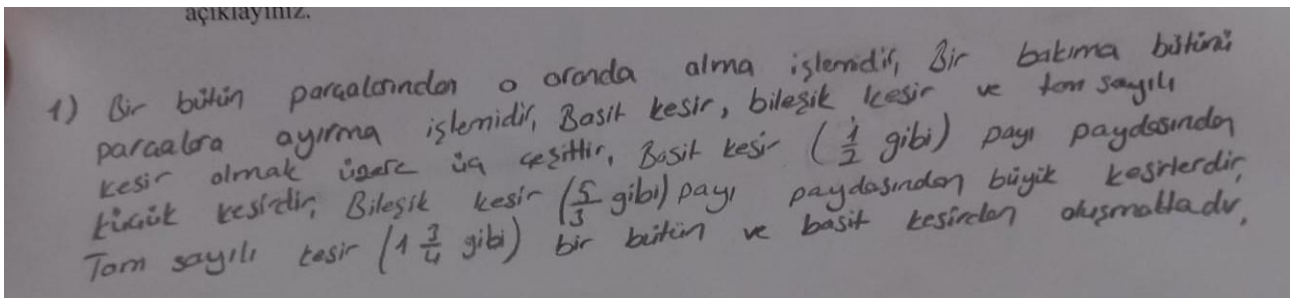


Verilen tanımlar incelendiğinde aslında rasyonel sayı tanımı yapıldığı görülmektedir. Öğretmen adaylarından A39'un verdiği tanım dikkate alındığında kesri aslında bir rasyonel sayı olarak gördüğü söylenebilir. Öğretmen adaylarından D21 ve D24'ün yaptıkları tanımları daha detaylandırdıkları ve kesirleri rasyonel sayılar ile ilişkilendirdikleri görülmektedir.

Kesir tanımları incelendiğinde öğretmen adaylarının 4'ü basit, 2'si tam sayılı ve 1'i bileşik kesir olmak üzere üç kesir çeşidini kullandıkları gözlenmiştir. Aşağıda bir öğretmen adayının kesir çeşitlerine ilişkin verdiği kesir tanımı direkt alıntı yoluyla sunulmuştur.

Şekil 13

A13 Kodlu Öğretmen Adayının Birinci Soruya Verdiği Cevap



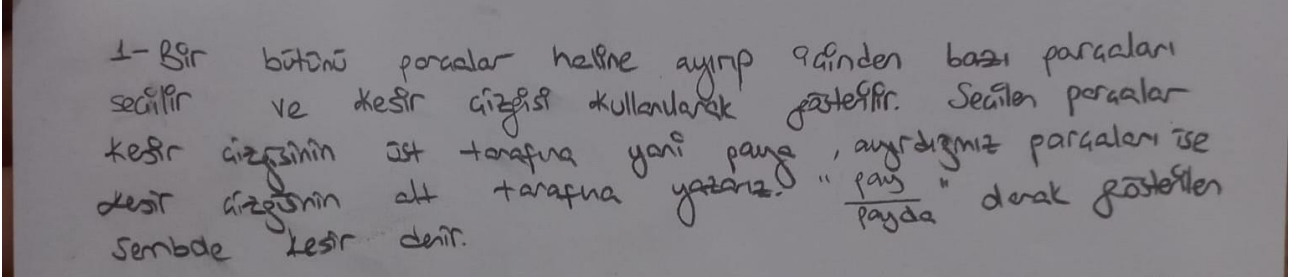
Öğretmen adaylarından A13'ün tanımı incelendiğinde hem kesrin parça-bütün anlamı ile hem de kesir çeşitleri ile ilişkilendirerek tanım yaptığı görülmektedir. Burada öğretmen adayının daha açıklayıcı olmak adına kesrin çeşitlerine vurgu yaptığı görülebilir.

Kesir tanımı yaparken 30 öğretmen adayı kesrin elemanlarına vurgu yapmıştır. Aşağıda iki öğretmen adayının kesrin elemanlarını kullanarak yaptıkları tanımlar direkt alıntılar yoluyla

sunulmuştur.

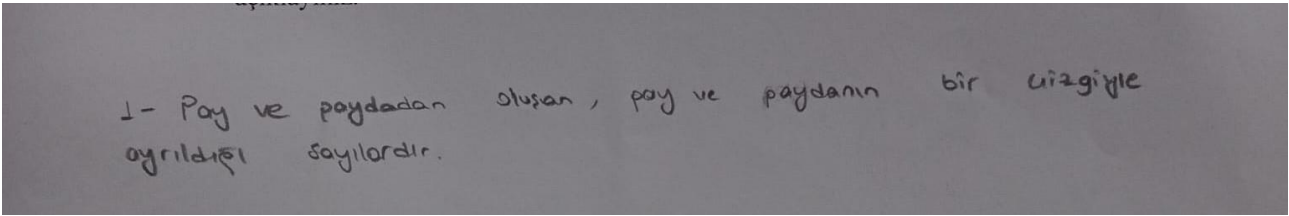
Şekil 14

A18 Kodlu Öğretmen Adayının Birinci Soruya Verdiği Cevap



Şekil 15

A33 Kodlu Öğretmen Adayının Birinci Soruya Verdiği Cevap

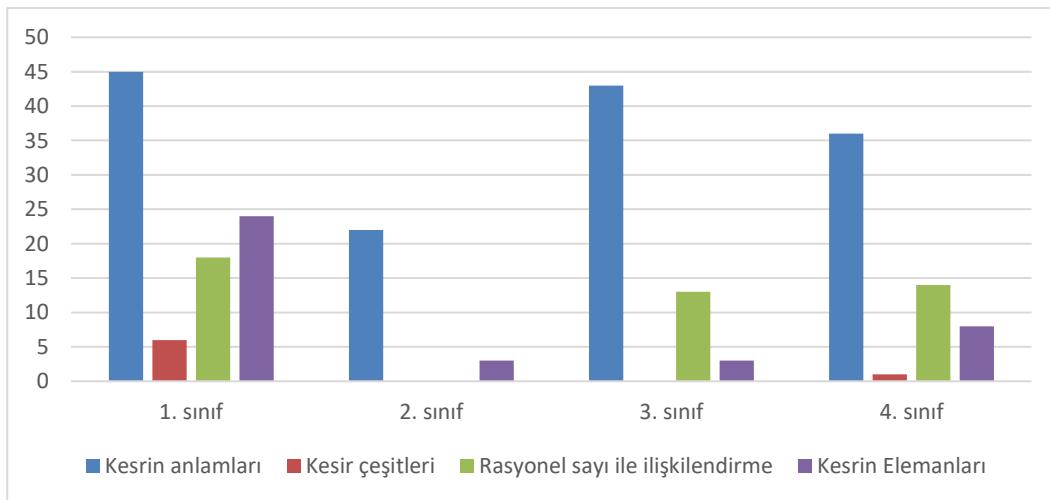


Yapılan tanımlar incelendiğinde A18'in parça-bütün anlamını da dikkate alarak bir tanım yaptığı görülmektedir. Ayrıca kesri, bir gösterim ya da sembol olarak ifade etmiştir. Benzer şekilde A33 kodlu öğretmen adayı da kesri özel bir gösterim şekli olan bir sayı olarak ifade etmektedir.

Öğretmen adaylarının buldukları sınıf seviyeleri dikkate alınarak yaptıkları kesir tanımlarına ilişkin temalar Tablo 1'de sunulmuştur.

Grafik 1

Öğretmen Adaylarının Kesir Tanımlarına İlişkin Temaların Sınıf Düzeylerine Göre Dağılımı



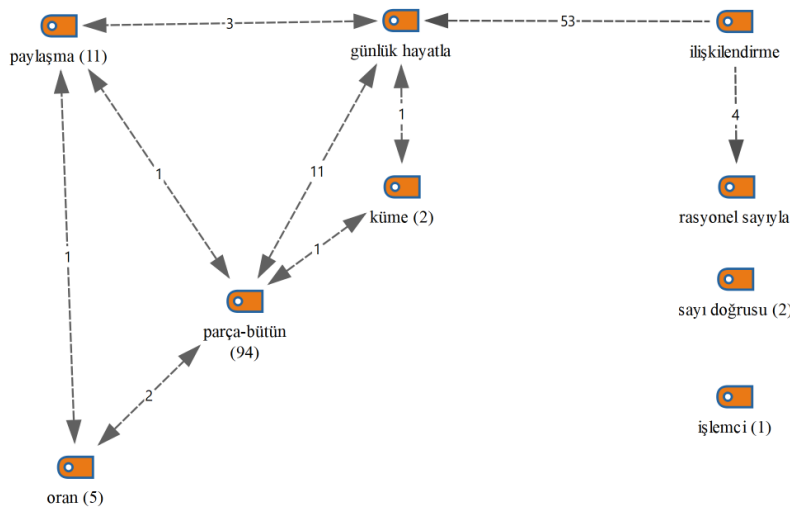
Kesir tanımlarına ait temaların sınıf düzeylerine göre dağılımına bakıldığında tüm kademelerdeki öğretmen adaylarının kesri tanımlarken en çok kesrin anlamlarına odaklandığı görülmektedir. İkinci olarak 1. ve 2. sınıf öğretmen adaylarının kesrin elemanlarına, 3. ve 4. sınıf öğretmen adaylarının ise rasyonel sayı ile ilişki kurmaya odaklandıkları saptanmıştır. Tanımlarda kesrin anlamları ve kesrin elemanları temalarının her sınıf seviyesinde olduğu belirlenmiştir. İkinci ve üçüncü sınıfta olan öğretmen adayları kesrin çeşitlerine değinmezken, birinci ve dördüncü sınıfta olan öğretmen adaylarının ise çok az değindikleri görülmektedir. Tanım yaparken kesrin elemanları ile ilişkilendiren öğretmen adayları en çok birinci sınıf seviyesinde iken diğer sınıf seviyelerinde oldukça az olduğu görülmektedir. Kesir tanımı yaparken ikinci sınıfta olan öğretmen adaylarının rasyonel sayı ile ilişkilendirme yapmadıkları da görülmektedir.

Öğretmen Adaylarının Kesir İmajına Ait Bulgular

Öğretmen adaylarının kesir kavramıyla ilgili imajlarını belirlemek amacıyla onlardan çizim yapmaları istenmiştir. Kesir kavramına ilişkin çizim yapmaları istendiğinde öğretmen adaylarının bazıları bir çizim yaparken, bazı öğretmen adayları ise iki çizim yapmışlardır. İki çizim yapmaları durumunda öğretmen adaylarının kesir imajları farklı temalarda değerlendirilmiştir. Kesir kavramına ilişkin yapılan çizimler yorumlanarak bazı temalar oluşturulmuştur.

Şekil 16

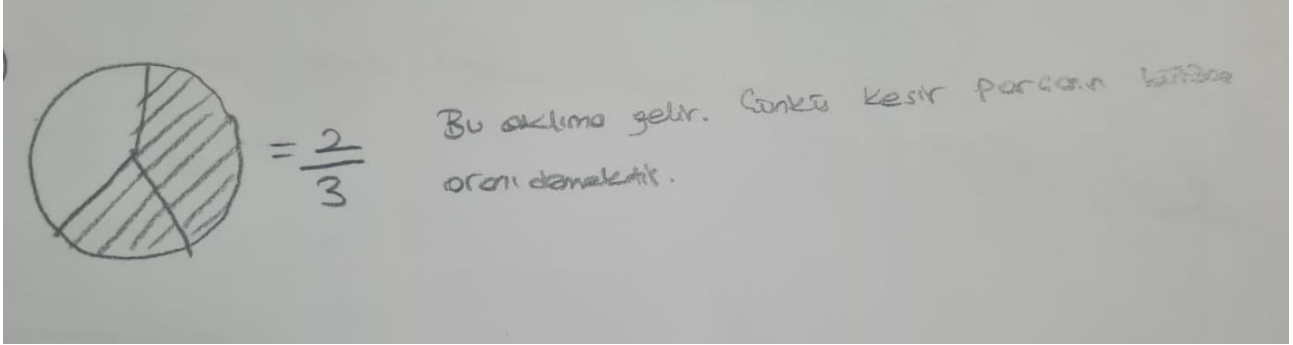
Öğretmen Adaylarının Kesir Kavramına İlişkin İmajlarıyla İlgili Temalar



Şekil 16'da görüldüğü gibi öğretmen adaylarının kesir kavramına ilişkin imajları paylaşma, ilişkilendirme, parça-bütün, küme, oran, sayı doğrusu, işlemci temalarından oluştuğu görülmektedir. Veriler incelenirken öğretmen adaylarının yaptıkları çizimlerle birlikte açıklamaları da dikkate alınmış, şekli nasıl yorumladıklarına bakılarak kesir kavramı imajları belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının 94'ü modeller yoluyla kesrin parça-bütün anlamıyla ilişkili açıklamalarda bulunmuşlardır. Aşağıda iki öğretmen adayının parça-bütün imajlarına ilişkin çizimleri direkt alıntılar yoluyla sunulmuştur.

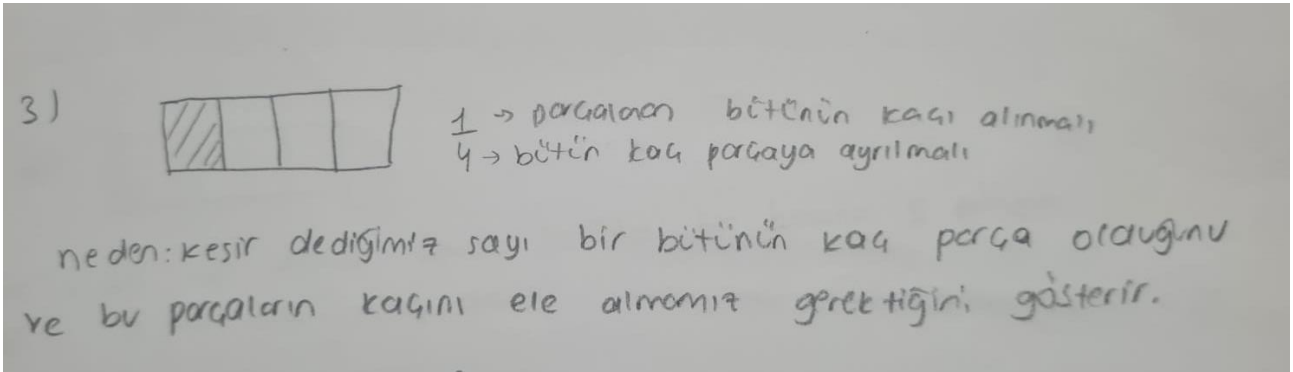
Şekil 17

A36 Kodlu Öğretmen Adayının Üçüncü Soruya Verdiği Cevap



Şekil 18

A54 Kodlu Öğretmen Adayının Üçüncü Soruya Verdiği Cevap

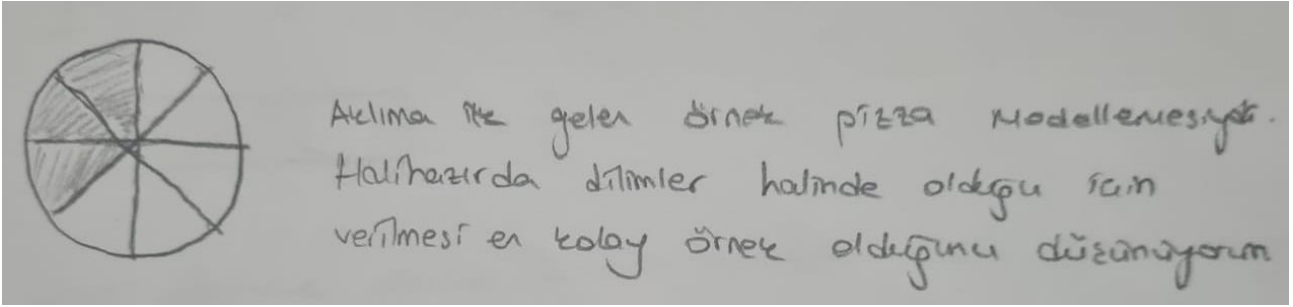


Yapılan çizimler incelendiğinde öğretmen adaylarının kesir tanımlarını kullanarak çizim yaptıkları görülmektedir. Buna göre kesir tanımları ile paralel olarak en çok parça-bütün imajına sahip oldukları görülmektedir. Öğretmen adaylarından A36'nın daire (pasta) kesir takımı ile parça-bütüne vurgu yapan bir çizim yapmasının yanında oran anlamını da dikkate alan açıklama yaptığı görülmektedir. Ancak öğretmen adayının çizdiği daireyi ayırdığı bölgeler incelendiğinde, bu bölgelerin birbirine eşit olmadığı görülmektedir. Dolayısıyla çizilen bu modelin kesir kavramı için doğru bir model olmadığı söylenebilir. Öğretmen adaylarından A54'ün bir bütünün parçalarına dikkat çekerek dörtgenel alan modeli kullandığı görülmektedir.

Öğretmen adaylarının 57'sinin kesir imajlarının ilişkilendirme temasında yer aldığı görülmektedir. İlişkilendirme yaparken daha çok günlük hayatla ilgili örnekler veren öğretmen adaylarının pasta ve pizza gibi şekiller çizdikleri saptanmıştır. Aşağıda iki öğretmen adayının günlük hayatla ilişkilendirme imajlarına ilişkin çizimleri direkt alıntılar yoluyla sunulmuştur.

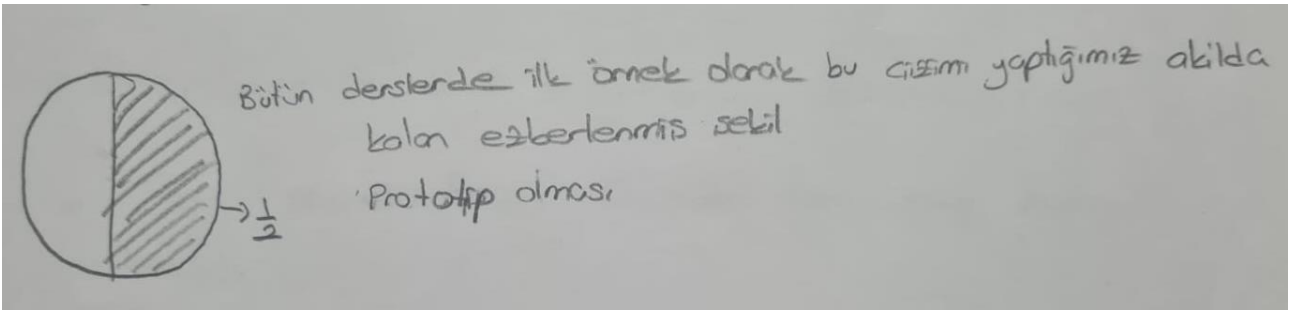
Şekil 19

A44 Kodlu Öğretmen Adayının Üçüncü Soruya Verdiği Cevap



Şekil 20

B10 Kodlu Öğretmen Adayının Üçüncü Soruya Verdiği Cevap

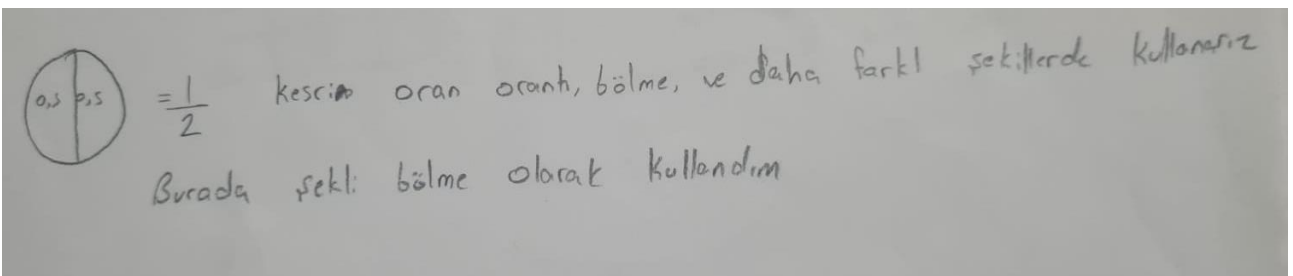


A44'ün yaptığı çizimi günlük hayatla ilişkilendirerek kesir kavramını pizza ile modellediği görülmektedir. Öğretmen adaylarından B10 da kesir kavramına ilişkin gördüğü ilk örneğin yaptığı çizim olmasından dolayı bu şekli çizdiğini ifade etmiştir. Bu temada bulunan diğer gerekçeler "İlkokul 2. sınıfta öğretmenim konuyu anlatırken tahtaya çizdiği ilk şekildi.", "Kesir soyut bir kavram olduğu için basitleştirmek için günlük hayattan somut bir örnek aklıma geliyor." şeklindedir.

Kesir kavramına ilişkin yapılan çizimler ışığında öğretmen adaylarının 11'i paylaşma, 5'i oran, 2'si sayı doğrusu, 2'si küme ve 1'i işlemci imajlarına sahip oldukları gözlenmiştir. Kesir kavramına ilişkin imajlar incelenirken birden fazla imaja sahip öğretmen adaylarının olduğu gözlenmiştir. Günlük hayatla ilişkilendirme imajına sahip olmakla birlikte öğretmen adaylarından 11'i parça-bütün imajına, 3'ü paylaşma imajına, 1'i ise küme imajına da sahiptir. 2 öğretmen adayı da hem parça-bütün hem de oran imajlarına sahiptir. Aşağıda iki öğretmen adayının paylaşma temasına ilişkin çizimleri direkt alıntılar yoluyla sunulmuştur.

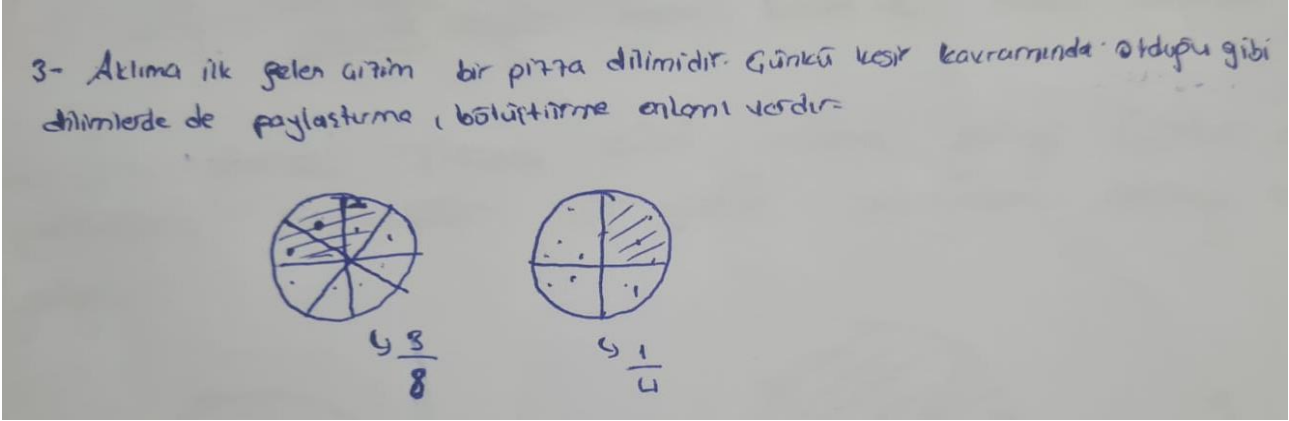
Şekil 21

A7 Kodlu Öğretmen Adayının Üçüncü Soruya Verdiği Cevap



Şekil 22

A17 Kodlu Öğretmen Adayının Üçüncü Soruya Verdiği Cevap

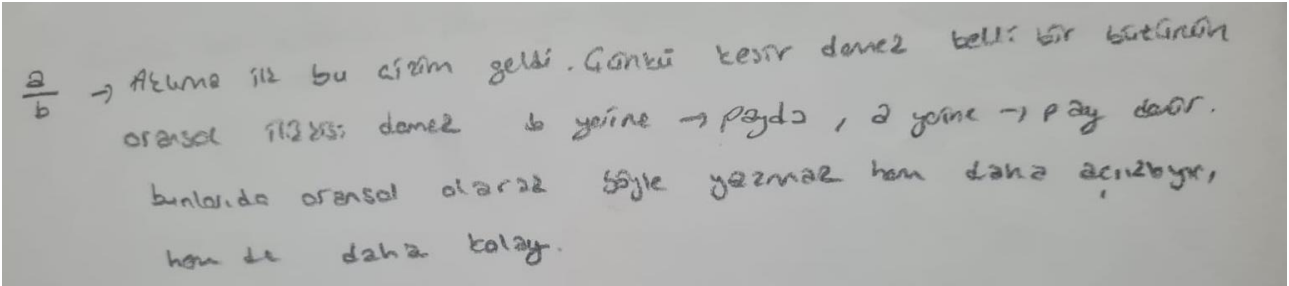


Öğretmen adaylarından A7 ve A17 kesirle ilgili benzer çizimler yapmışlar ve kesrin paylaşma - bölüştürme gibi anlamları olduğuna değinmişlerdir.

Öğretmen adaylarının çizimleri incelendiğinde 5 öğretmen adayının oran imajına sahip olduğu görülmektedir. Bu öğretmen adaylarından birine ait çizim aşağıda sunulmuştur.

Şekil 23

A60 Kodlu Öğretmen Adayının Üçüncü Soruya Verdiği Cevap

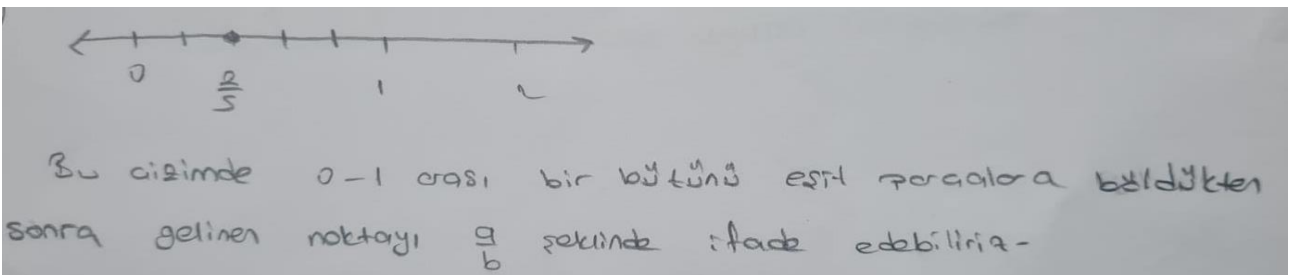


Şekil 23 incelendiğinde A60 kodlu öğretmen adayı kesirle ilgili aklıma gelen ilk çizimin a/b şeklinde yazmak olduğunu belirtmiştir. Daha sonra bu ifadeyi pay ve paydanın oranı şeklinde açıkladığını ifade etmiştir.

Öğretmen adaylarının çizimleri incelendiğinde 2 öğretmen adayının sayı doğrusu imajına sahip olduğu görülmektedir. Bu öğretmen adaylarından birine ait çizim aşağıda sunulmuştur.

Şekil 24

A29 Kodlu Öğretmen Adayının Üçüncü Soruya Verdiği Cevap

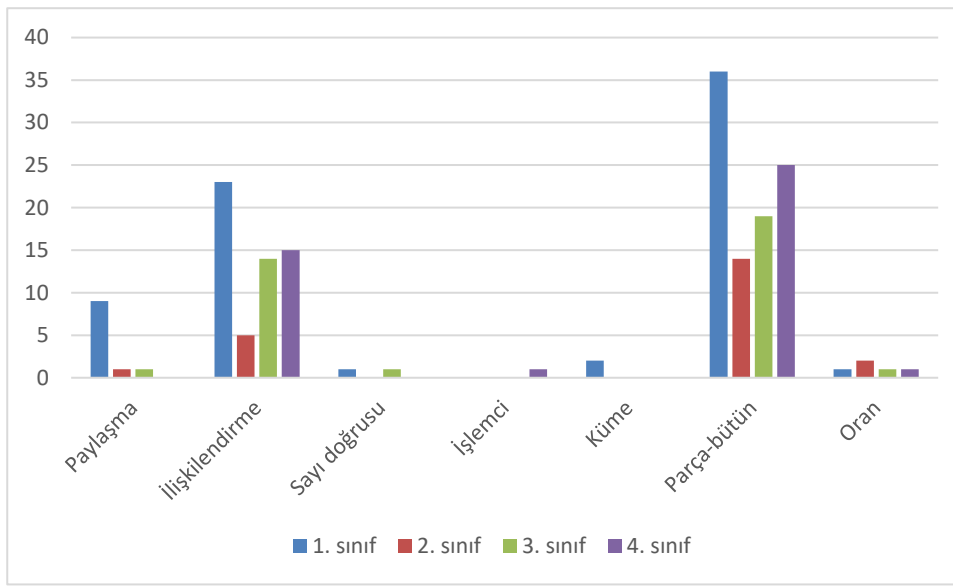


Şekil 24 incelendiğinde öğretmen adaylarından A29'un sayı doğrusu çizerek kesir kavramına açıklık getirdiği görülmektedir. Bu öğretmen adayı iki tam sayı arasını beş eş parçaya bölmüş ve bu eş parçalardan herhangi birine karşılık gelen kesri sayı doğrusu üzerinde işaretlemiştir.

Öğretmen adaylarından A7'nin kesir imajının daha çok kesrin anlamları ile ilişkilendirildiği görülmektedir. Bu öğretmen adayı hem oran anlamına hem de paylaşma anlamına vurgu yaparak bir çizim yapmıştır. A17 ise kesrin paylaşma anlamını günlük hayatla ilişkilendirerek çizim yapmıştır. Öğretmen adaylarından A60'ın kesir imajını hem rasyonel sayı ile ilişkilendirdiği hem de oran anlamı ile ilişkilendirdiği görülmektedir. A29 parça-bütün imajına sahip olduğu kesir kavramını sayı doğrusu ile modellemiştir.

Grafik 2

Öğretmen Adaylarının Kesir Tanımlarına İlişkin İmajlarının Sınıf Düzeylerine Göre Dağılımı



Kesir imajlarına ait temaların sınıf düzeylerine göre dağılımına bakıldığında tüm kademelerdeki öğretmen adaylarının kesir imajlarının en çok parça-bütün (94) temasında olduğu görülmektedir. Tüm sınıf düzeylerindeki öğretmen adaylarının zihinlerinde en çok parça-bütün imajı bulunmaktadır. Öğretmen adaylarının zihinlerinde ikinci olarak en çok olan imaj ise kesrin günlük hayatla ya da rasyonel sayıyla ilişkilendirildiği ilişkilendirme (57) temasıdır. İlişkilendirme temasında en çok 1. sınıf öğretmen adayları (23) bulunurken, en az 2. sınıf öğretmen adayları (5) bulunmaktadır. Kesir çizimleri incelendiğinde 1. sınıfta olan 2 öğretmen adayı ve 2. sınıfta olan iki öğretmen adayı rasyonel sayıyla ilişkilendirme yaparken diğer kademelerdeki öğretmen adayları kesri rasyonel sayı ile ilişkilendirmemişlerdir. Çizimler incelendiğinde öğretmen adaylarından 11'inin kesirlere ilişkin paylaşma imajının olduğu görülmektedir. 1. sınıfta olan 9 öğretmen adayı, 2. ve 3. sınıflarda olan 1 öğretmen adayı, kesirlere ilişkin paylaşma imajında incelenen çizimler yapmışlardır. Bunun yanı sıra 1. sınıfta bulunan öğretmen adaylarından 1'i sayı doğrusu imajına, 2'si küme imajına ve 1'i de oran imajına sahiptir. 2. sınıfta bulunan öğretmen adaylarından 2'si oran imajına; 3. sınıfta bulunan öğretmen adaylarından 1'i sayı doğrusu ve 1'i oran imajına; 4. sınıfta bulunan öğretmen adaylarından 1'i işlemci ve 1'i oran imajına sahiptir.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada öğretmen adaylarının kesir tanımlarının ve imajlarının ortaya çıkarılması

amaçlanmıştır. Elde edilen sonuçlara göre öğretmen adaylarının kesrin birçok özelliğini dikkate alarak tanımlar oluşturduğu belirlenmiştir. Bu tanımlarda öğretmen adayları daha çok kesrin parça-bütün, oran, bölme, işlemci ve ölçme anlamına değinmişlerdir. Öğretmen adayları tanımlarını ayrıca rasyonel sayılar, kesir çeşitleri ve elemanları ile ilişkilendirerek yapmışlardır. Ayrıca verilen kesir tanımlarının birden fazla temada olabildiği de görülmektedir.

Öğretmen adayları kesir tanımına ilişkin kesrin çeşitleri, kesrin anlamları, rasyonel sayı ile ve kesrin elemanları ile ilişkilendirerek açıklama yaptıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarının yaptıkları kesir tanımlarına bakıldığında literatürde yer alan kesir anlamlarının her birinin yer aldığı görülmüştür. Öğretmen adayları en çok kesrin anlamlarını kullanarak tanımlamalar yapmış, bunların içinde de en çok parça-bütün anlamını kullanmışlardır. Öğrencilerin kesir öğrenirken ilk olarak parça-bütün anlamıyla karşılaşmaları bu sonuçlarda etkili olabilir (Macit ve Altay, 2020; Behr ve diğerleri, 1992; Haser ve Ubuz, 2002). Bununla birlikte ilkökul birinci sınıftan itibaren kesirle ilgili ilk sezgisel deneyimlerin adil paylaşım örneklerine dayanması kesrin parça-bütün anlamının pekiştirilmesinde belirleyici rol oynayabilir (Siemon ve diğerleri, 2015). Kesrin parça-bütün anlamı diğer anlamların öğrenilmesi için de temel görevi görmektedir (Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2005). Ayrıca parça-bütün anlamı öğretmenler tarafından daha çok tercih edilmekte ve ders kitaplarında sıklıkla rastlanmaktadır (Van de Walle ve diğerleri, 2004). Kesirler konusu öğretilirken sadece parça-bütün ya da bölme anlamına değil işlemci, ölçme ve oran anlamlarına ve bunlar arasındaki ilişki dikkate alınarak öğretim yapılması, kesirler konusunda kavramsal bilginin gelişmesine yardımcı olabilir (Moseley, 2005). Bu nedenle özellikle kesir kavramının daha iyi anlaşılması için temel oluşturacak sınıf öğretmenlerinin farklı temsil türlerini kullanarak açıklamalar yapması gerekmektedir. Ayrıca öğrenciler için kolay erişilebilir olan ders kitaplarında da kesrin diğer anlamlarını içeren bağlamlara daha çok yer verilmesi, modeller yoluyla kesir temsillerinin zenginleştirilmesi gerekmektedir.

Kesir kavramını tanımlarken öğretmen adaylarının büyük bir kısmının rasyonel sayı ile ilişkilendirerek tanım yaptıkları görülmüştür. Buna göre öğretmen adayları kesir kavramını tanımlarken aslında rasyonel sayı tanımını vermiştir. Benzer şekilde Macit ve Nacar (2019)' da matematik öğretmen adaylarının kesir tanımını yaparken rasyonel sayı tanımını verdiklerini ortaya koymuştur. Bu durum öğretmen adaylarının kesir ve rasyonel sayı kavramlarını aynı kavramlar olarak gördüğü şeklinde yorumlanabilir. Benzer şekilde Çevikbaş ve Argün (2017) de matematik öğretmen adaylarının kesir kavramını ve rasyonel sayı kavramını özdeşleştirdikleri sonucuna ulaşmıştır. Rasyonel sayılar öğretilirken rasyonel sayıların kesirlerle gösteriminin yanında farklı gösterimlerinin de verildiği bir öğretim, bu anlayışın önüne geçebilir. Bu anlamda ondalık gösterimler ya da devirli gösterimler içeren farklı bağlamların öğrenciye sunulması ile kesir ve rasyonel sayı kavramlarının aynı olduğu gibi kısıtlı bir anlayışın önüne geçilebilir (Ercan ve Aktaş, 2021).

Kesir tanımları incelendiğinde kesrin elemanları ile ilişkilendirerek yapılan tanımlar dikkat çekmektedir. Bu tanımlarda öğretmen adaylarının pay, payda ve kesir çizgisi kullanılarak ifade edilen $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılan tüm ifadelerin kesir olduğunu düşündükleri ortaya çıkmaktadır. Bu tanımlarda a ve b sayılarının ait oldukları sayı kümeleri dikkate alınmadığından kesir tanımının tam olarak bilinmediği yorumu yapılabilir. Bu sonuçlar öğrenciler tarafından kesirdeki pay ve paydanın ayrı değerler olarak görüldüğü, ancak bu sayıların ilişkili olduklarının fark edilemediğini gösteren çalışmalarla paralellik göstermektedir (Braithwaite ve Siegler, 2018; Moyo ve Machaba, 2021). Öğretmen adaylarının kesirler hakkında ilişkisiz anlayıştan ziyade, Skemp'in (1978) 'sebepsiz kurallar' olarak tanımladığı araçsal bir anlayış geliştirdikleri gözlenmiştir. Tanımlara ilişkin ifadeler

incelendiğinde öğretmen adaylarının kesir ve rasyonel sayı kavramlarını birbirleri yerine kullandıkları görülmüştür. Benzer şekilde lise öğrencilerinin ve öğretmenlerin kesir ve rasyonel sayı kavramlarının tanımlarını tam olarak bilmedikleri, bu kavramların benzerliklerinden yola çıkarak birbirleri yerine kullandıkları ve kavramlar arasındaki ilişkilendirmeyi yapamadıkları ifade edilmiştir (Ercan ve Aktaş, 2021). Bu kavramların tam olarak anlaşılması için matematik eğitimi lisans programlarında rasyonel sayıların inşasının denk kesirler ve pay-paydanın aralarında asal olması temellerine dayandırılarak yapılması önerilmektedir. Bu şekilde kavramsal ve işlemsel bilgilerin geliştirilmesi mümkün olabilir (Ercan ve Aktaş, 2021).

Kesirler, soyut bir kavram olmasından kaynaklı olarak matematikteki anlaşılması zor kavramlardan biridir (Dickson ve diğerleri, 1993; Lortie-Forgues ve diğerleri, 2015). Kesirler hakkında bilgi edinmeden önce ilk olarak doğal sayılarla tanışan öğrenciler genellikle doğal sayı ilkelerini soyut yapıdaki kesirlere yanlış uygularlar (Dyson ve diğerleri, 2020). Ni ve Zhou (2005) tarafından 'doğal sayı yanlılığı' (whole number bias) olarak tanımlanan bu durum öğrencilerin kesir öğreniminde birtakım zorluklar yaşamalarına neden olur. Bu zorluğun üstesinden gelmek için öğrencilerin karşılaştığı ilk soyut ve zor bir kavram olan kesirlerin (Behr ve diğerleri, 1983; Siebert ve Gaskin, 2006) somutlaştırılmasında genellikle görsel temsillerden biri olan modeller kullanılır (Gözel, 2020). Araştırmanın sonuçlarında da öğrenciler genellikle ilk akıllarına gelen çizimin, günlük hayatla ilişkilendirme yaparak daha iyi anlaşıldığını ifade etmişlerdir. Öğrenmelerin daha kalıcı olması için öğrencilerin matematiksel kavramları hem diğer bağlamlarda kullanmaları hem de günlük yaşamla ilişkilendirmeleri gerekmektedir (NCTM, 2000). Öğretmen adayları kesirleri tanımlarken daha çok parça-bütün ilişkisini kullandığı için modelleme yaparken de alan/bölge modeli en çok tercih ettikleri kesir modeli olmuştur. Sayı doğrusu, küme, işlemci modeli az sayıda kullanılmıştır. Alanyazında da öğretmenlerin kesir öğretiminde alan/bölge modelini kullanmaya öncelik verdiğine (Can, 2019; Doğan, 2018; Özçakır-Sümen, 2022; Şen, 2021; Yılmaz-Baba, 2016), kesir modellemelerine ilişkin bilgi ve kullanımlarının yetersiz olduğuna (Akgün ve diğerleri, 2013; Toptaş ve diğerleri, 2017) ve modellemelerin ders kitaplarındaki örneklerle sınırlı olduğuna (Bayazit v ve diğerleri, 2011) değinilmiştir. Öğretmen adayları pasta, pizza gibi şekiller de çizerek günlük hayattan örnekler vermiş ve soyut kavramların somutlaştırılması için önemli olduğunu düşündüklerini belirtmişlerdir.

Kesir tanımları sınıf düzeylerine göre incelendiğinde tüm kademelerdeki öğretmen adaylarının en çok kesrin parça-bütün anlamını kullandıkları görülmüştür. Daha sonra 1. ve 2. sınıf öğretmen adaylarının kesrin elemanlarıyla ilişkili, 3. ve 4. sınıf öğretmen adaylarının ise rasyonel sayı ile ilişkili açıklamalarda buldukları saptanmıştır. Tüm sınıf seviyelerinde en çok karşılaşılan tanımların kesrin anlamlarıyla ilgili olması, kesir kavramının ilk öğrenildiği andan itibaren en çok bu kavramlarla karşılaşmalarından kaynaklı olabilir. Sınıf seviyesi arttıkça tanımlarda kesir çeşitleri ve kesrin elemanlarına yapılan vurgunun azaldığı da görülmektedir. Öğretmen adaylarının kesir kavramına ilişkin yaptıkları tanımlar bütüncül olarak değerlendirildiğinde aldıkları lisans eğitimi neticesinde kavrama ilişkin daha derin muhakemelerin yapıldığı, kavramın farklı bakış açılarıyla değerlendirildiği gibi bir sonuca ulaşamamıştır. Bu durum aldıkları lisans eğitimlerinin niteliği açısından düşündürücüdür. Benzer şekilde Van Steenbrugge ve diğerleri (2014) öğretmen adaylarıyla yürüttükleri çalışmalarında öğretmenlik eğitimi aldıkları yılın, öğretmen adaylarının yönetsel ve kavramsal bilgileri üzerinde, bir işlemin gerekçesini veya kavramsal anlamını açıklama yeterlikleri üzerinde önemli bir etkisinin olmadığını ortaya koymuştur. Öğretmen eğitiminde lisans programında kesirlerin öğretimi konusu, Matematik Öğretim Yöntemleri derslerinde ele alınmaktadır. Kesirler, öğrenilmesi ve öğretilmesi zor bir konu olarak

değerlendirildiğinden, ilgili derslerde kesir kavramı ayrıntılı bir şekilde ele alınmalı ve öğretmen adaylarının muhakeme etmeleri sağlanmalıdır. Dolayısı ile öğretmen adaylarına etkili bir şekilde öğretim yapabilecekleri bilgilerin sağlanması, öğretime yönelik matematik bilgilerini oluşturan unsurlara önem verilmesi gerektiği önerilmektedir (Van Steenbrugge ve diğerleri, 2014).

Öğretmen adaylarının kesir kavramına ilişkin çizimleri incelendiğinde parça-bütün, paylaşma, oran, küme, işlemci, ilişkilendirme ve sayı doğrusu imajlarının olduğu gözlenmiştir. Öğretmen adaylarının daha çok parça-bütün ve ilişkilendirme imajlarının olduğu görülmüştür. Bu imajlardan parça-bütün imajları kesir takımı modelleriyle, ilişkilendirme imajları ise daha çok günlük hayatla ilgili pasta ve pizza örnekleriyle ifade etmişlerdir. Özçakır-Sümen (2022) dördüncü sınıf öğrencilerinin kesir kavramına ilişkin en çok parça-bütün ve paylaşma imajlarının olduğu, işlemci ve ölçme anlamlarını ise hiç kullanmadıklarını ortaya koymuştur. Macit ve Altay (2020) altıncı sınıf öğrencileri için, Baştürk (2016) sınıf öğretmeni adayları için, Ercan ve Aktaş (2021) ise matematik öğretmenleri için benzer sonuçlara ulaşmışlardır. Bu durum ilkökul öğrencilerinden üniversite öğrencilerine kadar kesir kavramı öğretilirken ilk ve en çok kullanılan model neyse zihinde en çok onun kaldığı ve o imajın daha çok kullanıldığı şeklinde yorumlanabilir. Lisans eğitimini sürdürmekte olan geleceğin öğretmenlerinin kesir kavramına ilişkin kısıtlı bir imaja sahip olmaları düşündürücüdür. Bu anlamda lisans düzeyinde aldıkları eğitimde kavramlara ilişkin muhakemelerin yapılması, işlemsel ve kavramsal bilgilerinin gelişimini sağlayabilir. Sonraki çalışmalar için öğrencilerin kesirler kavram tanımına ilişkin zorluklarına dair öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamalarının araştırılması önerilebilir. Öğretmen adaylarının öğrenci zorluklarına ilişkin öğretimsel açıklamaları, kendi kavram tanımları ile birlikte ele alınıp bütüncül bir şekilde değerlendirilebilir. Öğrencilerin kesirler konusu ile bilgilerinin temeli ilkökulda atıldığından sınıf öğretmenliğinde öğrenim gören öğretmen adaylarının kavram tanımları ve imajları detaylı incelenebilir. Sınıf öğretmenliği ve matematik öğretmenliği öğrencileri ile karşılaştırmalı çalışmalar yapılabilir.

Etik Kurul Onayı: Sivas Cumhuriyet Üniversitesi Eğitim Bilimleri Araştırma Önerisi Etik Değerlendirme Kurulunun 25.03.2024 tarihli ve 412246 sayılı kararı neticesinde araştırmanın, bilimsel araştırma etiği ilkeleri açısından uygun olduğuna karar verilmiştir.

Araştırmacıların Katkı Oranı: Birinci yazarın çalışmaya katkı oranı %35, ikinci yazarın çalışmaya katkı oranı %35, üçüncü yazarın katkı oranı ise %30'dur. Araştırmanın planlama aşamasından raporlanmasına kadar olan her süreçte tüm araştırmacılar görev almıştır.

Çatışma Beyanı: Bu çalışmanın yürütülmesi sürecinde yazarlar potansiyel bir çıkar çatışması olmadığını beyan ederler.

References

- Akgün, L., Çiltaş, A., Deniz, D., Çiftçi, Z., & Işık, A. (2013). İlköğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme ile ilgili farkındalıkları [Primary school mathematics teachers' awareness of mathematical modeling]. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 12, 1-34. <https://doi.org/10.14520/adyusbd.410>
- Akkoç, H. (2008). Kavramsal anlama için matematik eğitiminde teknoloji kullanımı [Using technology in mathematics education for conceptual understanding]. M.F. Özmentar, E.

- Bingölbali & H. Akkoç (Ed). *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri* (pp. 361-392). Pegem Akademi.
- Alacacı, C., (2010). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanlışları [Students' misconceptions about fractions]. E. Bingölbali & M.F. Özmantar (Ed.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (pp. 63-95). Pegem Akademi.
- Baştürk, S. (2016). Primary student teachers' perspectives of the teaching of fractions. *Acta Didactica Napocensia*, 9(1), 35-44.
- Bayazit, İ., Aksoy, Y., & Kırnay, M. (2011). Öğretmenlerin matematiksel modelleri anlama ve model oluşturma yeterlilikleri [Teachers' competencies in understanding mathematical models and creating models]. *Education Sciences*, 6(4), 2495-2516.
- Baykul, Y. (2002). İlköğretimde matematik öğretimi 6-8. sınıflar için [Teaching mathematics in primary education for classes 6th-8th.]. Pegem Akademi.
- Behr, M. J., Harel G., Post, T., & Lesh, R. (1992). Rational number, ratio and proportion. In D. A. Grows (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning research perspectives* (pp. 296-333). National Council of Teachers of Mathematics.
- Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver E. (1983). Rational number concepts. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes*, (pp. 91-125). Academic Press.
- Bergeson, T. (2000). Teaching and learning mathematics. *State Superintendent of Public Instruction, Washington*.
- Bingölbali, E., & Monaghan, J. (2008). Concept image revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 68, 19-35.
- Braithwaite, D.W., & Siegler, R.S. (2018). Developmental changes in the whole number bias. *Developmental Science*, 21(2), e12541. <https://doi.org/10.1111/desc.12541>.
- Can, H. N. (2019). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerde işlemler konusu ile ilgili pedagojik alan bilgilerinin öğrenci zorlukları ve kavram yanlışları bileşeninde incelenmesi* [Examining the pedagogical content knowledge of secondary school mathematics teachers on the subject of operations on fractions in the component of student difficulties and misconceptions], [Unpublished master thesis], Marmara Üniversitesi.
- Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2005). Revisiting a theoretical model on fractions: Implications for teaching and research. In Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 233-240).
- Chinnappan, M., & Desplat, B. (2012). Contextualisation of fractions: Teachers' pedagogical and mathematical content knowledge for teaching. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia, Gelugor*, 35(1), 43-59.
- Çevikbaş, M., & Argün, Z. (2017). Geleceğin matematik öğretmenlerinin rasyonel ve irrasyonel sayı kavramları konusundaki bilgileri [Future mathematics teachers' knowledge of rational and irrational number concepts]. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(2), 551-581.
- Dickson, L., Brown, M., & Gibson, O. (1993). *Children learning mathematics: a teacher's guide to recent research*. Cassell.
- Doğan, A. (2018). *Sınıf öğretmenlerinin kesrin anlamlarına yönelik bilgileri ve kesirlerin öğretiminde kullandıkları modeller* [Classroom teachers' knowledge of the meanings of fractions and the models they use in teaching fractions]. (Yayın no. 528969) [Unpublished dissertation], Gazi Üniversitesi.
- Duran, M., & Dökme, İ. (2018). Araştırmaya dayalı öğrenme yaklaşımının kavramsal anlama düzeyi ve bazı öğrenme çıktıları üzerine etkisi [The effect of research-based learning approach on

- conceptual understanding level and some learning outcomes]. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(3), 545-563. <https://doi.org/10.24315/trkefd.286947>
- Dyson, N. I., Jordan, N. C., Rodrigues, J., Barbieri, C., & Rinne, L. (2020). A fraction sense intervention for sixth graders with or at risk for mathematics difficulties. *Remedial and Special Education*, 41(4), 244-254. <https://doi.org/10.1177/0741932518807139>
- Ercan, S., & Aktaş, D. G. (2021). Matematik öğretmenlerinin ve öğrencilerinin kesir ve rasyonel sayı kavramına ait tanımlamaları [Mathematics teachers' and students' definitions of the concepts of fractions and rational numbers]. *Milli Eğitim Dergisi*, 50(230), 279-300.
- Erşen, Z., & Karakuş, F. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının dörtgenlere yönelik kavram imajlarının değerlendirilmesi [Evaluation of classroom teacher candidates' concept images regarding quadrilaterals]. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 4(2), 124-146.
- Gözel, E. (2020). Kesirler ve öğretimi [Fractions and teaching]. In Toptaş V., Olkun S., Çekirdekçi S. & Sarı M. H. (Düz.), *İlkokulda matematik öğretimi* (pp. 245-306). Pegem Akademi Yayınları.
- Hammond, L. D. & Ball, D. L. (1997). Teaching for high standards: What policymakers need to know and be able to do. <http://govinfo.library.unt.edu/negp/Reports/highstds.htm>.
- Haser, Ç., & Ubuz, B. (2002). Kesirlerde kavramsal ve işlemsel performans [Conceptual and procedural performance in fractions]. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, 27(126), 53-61.
- Kamacı, Y., & Yıldız, Z. (2023). Öğrenciler kesir kavramları için hangi temsilleri kullanıyor? [What representations do students use for fraction concepts?]. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi* (57), 1503-1529. <https://doi.org/10.53444/deubefd.1271201>
- Karaağaç, M. K., & Köse, L. (2015). Öğretmen ve öğretmen adaylarının öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanlışları ile ilgili bilgilerinin incelenmesi [Examining the knowledge of teachers and prospective teachers regarding students' misconceptions about fractions]. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 72-92.
- Kieren, T. E. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In R. Lesh (Eds.), *Number and measurement: Papers from a research workshop*, (pp. 101-144). ERIC/SMEAC.
- Küçük, A., & Demir, B., (2009). İlköğretim 6-8.sınıflarda matematik öğretiminde karşılaşılan bazı kavram yanlışları üzerine bir çalışma [A study on some misconceptions encountered in teaching mathematics in primary school 6th-8th grades]. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13, 97-112.
- Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 1, 629-667.
- Lortie-Forgues, H., Tian, J., & Siegler, R. S. (2015). Why is learning fraction and decimal arithmetic so difficult? *Development Review*, 38, 201-221. <https://doi.org/10.1016/j.dr.2015.07.008>
- Macit, E., & Altay, B. (2020). 6. sınıf öğrencilerinin kesir kavram imajlarının incelenmesi (kesrin farklı anlamları temelinde) [Examining 6th grade students' fraction concept images (based on different meanings of fraction)]. *İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 7(14), 104-118.
- Macit, E., & Nacar, S. (2019). İlköğretim matematik öğretmenliği öğrencilerinin rasyonel sayı ve kesir kavram imajları [Rational number and fraction concept images of primary school mathematics teaching students]. *İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 6(11), 50-62.
- Merriam, S. B. (2013). *Nitel araştırma desen ve uygulama için bir rehber* (Trans. S. Turan) [A guide to qualitative research design and practice.]. Nobel Akademik Yayıncılık.

- Miles, B. M., & Huberman M. A. (2016). *Nitel veri analizi*, (Trans. S. Akbaba Altun & A. Ersoy). Pegem Akademi.
- Moseley, E. (2005). Students' early mathematical representation knowledge: The effects of emphasizing single or multiple perspectives of the rational number domain in problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 60, 37–69. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-5031-2>
- Moyo, M., & Machaba, F.M. (2021). Grade 9 learners' understanding of fraction concepts: Equality of fractions, numerator and denominator. *Pythagoras*, 42(1), a602. <https://doi.org/10.4102/pythagoras.v42i1.602>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Ni, Y., & Zhou, Y. D. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist*, 40, 27–52. https://doi.org/10.1207/s15326985ep4001_3
- Niven, I. (1961). *Numbers: rational and irrational* (Vol. 1). Random House.
- Osana, H. P., & Royea, D. A. (2011). Obstacles and challenges in preservice teachers' explorations with fractions: A view from a small-scale intervention study. *The Journal of Mathematical Behavior*, 30(4), 333-352.
- Özçakır-Sümen, Ö. (2022). Dördüncü sınıf öğrencilerinin kesirler konusuna ilişkin zihinsel yapılarının incelenmesi [Examining the mental structures of fourth grade students regarding the subject of fractions]. *e-Kafkas Journal of Educational Research*, 9(1), 1-19.
- Pesen, C., (2008). Kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki gösteriminde öğrencilerin öğrenme güçlükleri ve kavram yanlışları [Students' learning difficulties and misconceptions in the representation of fractions on the number line]. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 157-168.
- Polat, K. (2023). Kesirlere ilişkin öğrenci zorlukları ve çözüm önerileri. In M. H. Sarı, S. Olkun & Y. Mutlu (Ed). *İlkokul Matematiğinde Öğrenci Zorlukları, Kavram Yanlışları, Hatalar ve Çözüm Önerileri*. Vizetek.
- Pouta, M., Lehtinen, E., & Palonen, T. (2021). Student teachers' and experienced teachers' professional vision of students' understanding of the rational number concept. *Educational Psychology Review*, 33, 109-128.
- Sanchez, A., Maria Barreiro, J., & Maojo, V. (2000). Design of Virtual Reality Systems for Education: A Cognitive Approach. *Education and Information Technologies* 5, 345–362. <https://doi.org/10.1023/A:1012061809603>
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Siebert, D., & Gaskin, N. (2006). Creating, naming, and justifying fractions. *Teaching Children Mathematics*, 12(8), 394-400. <https://doi.org/10.2307/41198803>
- Siemon, D., Beswick, K., Brady, K., Clark, J., Faragher, R., & Warren, E. (2015). *Teaching mathematics: Foundations to middle years* (2nd ed.). Oxford University Press.
- Skemp, R. R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *The Arithmetic Teacher*, 26 (3).
- Şen, C. (2021). Assessment of a middle-school mathematics teacher's knowledge for teaching the 5th-grade subject of fractions. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 12(1), 96-138.

- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169. <https://doi.org/10.1007/BF00305619>
- Toptaş, V., Han, B. & Akin, Y. (2017). Sınıf öğretmenlerinin kesirlerin farklı anlam ve modelleri konusunda görüşlerinin incelenmesi [Examining the opinions of classroom teachers about different meanings and models of fractions]. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33, 49-67.
- Van de Walle, J.A., Karp, K.S., & Bay Williams, J.M. (2004). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. 8th Edition. Pearson.
- Van Steenbrugge, H., Lesage, E., Valcke, M., & Desoete, A. (2014). Preservice elementary school teachers' knowledge of fractions: a mirror of students' knowledge?. *Journal of Curriculum Studies*, 46(1), 138-161.
- Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Education in Science and Technology*, 14, 293-305.
- Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In D. Tall (Eds.). *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer Academic.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* [Qualitative research methods in the social sciences (6th Ed.)]. Seçkin Yayıncılık.
- Yılmaz-Baba, G. (2016). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin çoklu temsilleri kullanarak kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini öğretme yaklaşımlarının incelenmesi* (Yayın no. 463349) [Examining secondary school mathematics teachers' approaches to teaching addition and subtraction of fractions using multiple representations.]. [Unpublished master thesis], Dokuz Eylül Üniversitesi.
- Zaslavsky, O., & Shir, K. (2005). Students' conceptions of a mathematical definition. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(4), 317-346.
- Zhang, X., Clements, M.A. (Ken), & Ellerton, N. F. (2015), Enriching student concept images: Teaching and learning fractions through a multiple-embodiment approach, *Mathematics Educational Research Journal*, 27, 201–231.