



## High School Students' Graphing Skills of Trigonometric Functions

Kemal ÖZGEN, Neval AYGÜN, Hatice HANAZAY

Received : 04.11.2016

Accepted : 15.08.2017

---

*Abstract* – The aim of this study is to identify skills of high school 10<sup>th</sup> grade students' in graphing trigonometric functions. In this study, case study method which was descriptive method was used. A test consisting of five open-ended questions including graphing trigonometric functions was prepared. Data collection tools were applied to 48 randomly selected students who were educated in Anatolian high school. Descriptive analysis was used in the analysis of the data. According to the findings, it was determined that most of the students who participated in study succeeded in drawing graphs of basic trigonometric functions such as  $\sin x$  and  $\cos x$  functions. However, some students draw the graph of the function of such as  $\sin 3x$ ,  $\arctan x$  and  $\operatorname{cosec} x$  which are derivated from  $\sin x$  and  $\cos x$  functions, were found to be unsuccessful. In addition, students' skills of connection with graphical representation were to be low level. The students were not successful in drawing graphs of different functions other than the basic trigonometric functions such as  $\sin x$  and  $\cos x$ . It was determined that students couldn't use enough graphical connection skills in drawing graphs of trigonometric functions. Teachers should give more importance to graphical connection in trigonometric function.

*Key words:* Connection, graphic, high school students, trigonometric function.

### Summary

#### Introduction

Graphical representation is used in many mathematical concepts. In particular, functions are used extensively among the concepts that the graphical representation. Besides, graphical representation is often used in areas such as the logarithmic, exponential and trigonometric functions. Especially graphical representation of trigonometric functions has great importance.

Skills of draw the graph of trigonometric functions is located in the high school mathematics curriculum. Trigonometry concept related such as complex numbers, derivatives and integration concepts which are taught then trigonometry. In this regard, this case increases the importance of knowledge and skills to this concept. One of the important element in this

case is students should do their drawing graphs of trigonometric functions. Limitations or lack of graphing skills may make difficult to teaching of the later concepts. In this respect, this study is intended to focus on high school students' skills in drawing graphs of trigonometric functions.

Connection within mathematics is hold important place at majority studies under the mathematical connection (Özgen, 2013). This can also be attributed to the pre-conditionality in relationships and the nature of mathematics (Pesen, 2003). The use of different representations by students has been involved in the context of connection within mathematics. It can be said that one of the different representations in the mathematics as the graphical representation. Connections between symbolic, graphics and numerical representation are the basic elements in the process of learning and teaching mathematics (Vale, McAndrew & Krishnan, 2011).

It can be said that one of the goals of the mathematics curriculum is the connection within mathematics skills for students. And students should have the knowledge and experience for graphing skills under the connection within mathematics skills. In addition, one important concept that should be addressed in the context of teaching high school mathematics is graphing trigonometric functions. Trigonometric functions are said to be important factors in the perception of graphics and especially in connection with other concepts (new learning with prior learning).

In this context, Byers (2010) noted those six different ways to represent trigonometric functions including; (1) triangle (2) rate, (3) function, (4) the unit circle, (5) sinusoidal wave and (6) vectors. On the contrary, Weber (2008) has defended the representation of the trigonometric functions with two common ways as proportion and function. In the classification for the representation of trigonometric functions, triangles, unit circle, graphs and equations are common (Marchi, 2012). In addition, trigonometric functions are the process undisclosed only algebraic formula and students should have the reasoning to see this process as a function (Breidenbach, Dubinsky, Hawks & Nichols, 1992).

It was determined that the students' various learning difficulties, errors and misconceptions about trigonometry and trigonometric functions in related studies. It is seen that the various difficulties in teaching of trigonometry and trigonometric functions from related studies' results. It can be said that teaching method and without connection learning process are the source of those difficulties and mistakes. In particular, it is seen that not to emphasize the basic properties of trigonometric functions and the drawing graphics. The use

of a graphical representation of trigonometric functions will have an important place and is likely to be an important factor in solving these difficulties.

Many studies related to trigonometry concept have been shown in previous studies made. However, there appears to be limited to studies about trigonometric functions and graphing skills related to these functions. In this regard, with the results of this research are expected to reach important information for graphing skills of the trigonometric functions of high school students. In this sense, it is important to contribute to the related research literature. The aim of this study was to investigate the high school grade 10 students' skills in graphing trigonometric functions.

### **Methodology**

In this study, case study method which was descriptive was used. The research was carried out with the 10th grade students attending. Data collection tools were applied to 48 randomly selected students. A test consisting of five open-ended questions including graphing trigonometric functions was prepared.

In the study in order to examine the students' graphing skills of trigonometric functions, graphing test which is consisted of five open-ended questions were prepared as  $y = \sin x$ ,  $y = 2\cos x + 1$ ,  $y = \sin 3x$ ,  $y = \operatorname{cosec} x$  and  $y = \arctan x$ . The data were obtained by examining the students' answer sheets. The responses were evaluated and graded according to the prepared analytic rubric.

Students must be learned the steps to draw graphs of the functions and basis trigonometric concepts for able to draw trigonometric functions in math class. These steps are considered to taking into account the following criteria while drawing the graph of a trigonometric function respectively: 1) determine the period of the trigonometric function, 2) identify some specific angles of the trigonometric function, 3) determine the value of the corresponding trigonometric functions in terms of which, 4) located angle and value in the graph, 5) select the point of cut graphics to draw correctly.

### **Results**

According to students' views for drawing graphs of functions and trigonometric functions, they have seen themselves in the middle and higher levels. In other words, according to the students' perception of function and trigonometric functions for drawing graphics they see themselves enough.

In the results of the data analysis, it was determined that most of the students who participated in study succeeded in drawing graphs of  $\sin x$  and  $2\cos x + 1$  functions. However,

some students' graph of the function of  $\sin 3x$ ,  $\arctan x$  and  $\operatorname{cosec} x$  were found to be unsuccessful.

In this study, it was understood that there were some difficulties in determining period of trigonometric function by the students. While students determined such as " $\sin x$ " and " $\cos x$ " period of trigonometric functions, periods of other trigonometric functions derived from these functions could not be determined. It can be said that students' connection skills between concepts are the low level.

It was found that students didn't have many difficulties in the drawing graphic when they had the data. So students didn't had difficulties when drawing graph of  $y = \sin x$  and  $y = 2\cos x + 1$  functions. However, in the drawing graph of  $y = \sin 3x$ ,  $y = \arctan x$  and  $y = \operatorname{cosec} x$  functions, students couldn't draw graphs fully correct because they were not able to determine the angle and value corresponding to the angle. Besides, it was seen that students had difficulties to indicate the angle and the values corresponding to the angle on the graph. In this context, teachers should focus on more strongly drawing of the graphics of functions such as  $y = \sin 3x$ ,  $y = \arctan x$  and  $y = \operatorname{cosec} x$  at the lessons.

### Conclusion

It is determined that the majority of high school students participating in the research were successful in drawing graphics of basic trigonometric functions like  $\sin x$  and  $2\cos x + 1$ . In contrast, students were found to be unsuccessful in drawing the graphs of trigonometric functions such as  $\sin 3x$ ,  $\arctan x$  and  $\operatorname{cosec} x$ . Because of this graphing cases require a high level of skills of the students' connection. It was found that students had difficulties in connection with the necessary information for the graphical representation. Students tried to emulate the graphics they did before and they have never been successful. It is not enough to graph the given problem situation.

Multiple representations should be introduced to students and used in the lessons for effective understanding of trigonometric functions. Especially for graphically connection, the use of graphics in trigonometry education should not be left at the end. It should be given simultaneously with other representatives.

# Lise Öğrencilerinin Trigonometrik Fonksiyonlarda Grafik Çizme Becerileri

**Kemal ÖZGEN, Neval AYGÜN, Hatice HANAZAY**

Makale Gönderme Tarihi: 04.11.2016

Makale Kabul Tarihi: 15.08.2017

*Özet* – Bu araştırmanın amacı ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizme becerilerini tespit etmektir. Çalışmada betimsel yöntemlerden özel durum çalışması kullanılmıştır. Trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizmeyi içeren 5 açık uçlu sorudan oluşan bir test hazırlanmıştır. Veri toplama araçları Anadolu lisesinde öğrenim gören rastgele seçilmiş 48 öğrenciye uygulanmıştır. Verilerin analizinde betimsel analiz kullanılmıştır. Elde edilen bulgulara göre araştırmaya katılan öğrencilerin çoğunun  $\sin x$  ve  $\cos x$  gibi temel trigonometrik fonksiyonlarının grafiklerini çizmede başarılı olduğu belirlenmiştir. Ancak bazı öğrencilerin  $\sin$  ve  $\cos$  fonksiyonlarından türetilen  $\sin 3x$ ,  $\arctan x$  ve  $\operatorname{cosec} x$  gibi fonksiyonların grafiklerini çizmede başarısız oldukları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin grafiksel gösterim ile ilişkilendirme becerilerinin düşük düzeyde olduğu anlaşılmaktadır. Öğrenciler  $\sin$  ve  $\cos$  gibi temel trigonometrik fonksiyonların dışında kalan farklı fonksiyonların grafik çiziminde başarılı değildirlir. Öğrencilerin trigonometrik fonksiyonların grafik çizimlerinde grafiksel ilişkilendirme becerilerini yeterince kullanamadıkları belirlenmiştir. Öğretmenler trigonometrik fonksiyonlarda grafiksel ilişkilendirmeye daha fazla önem vermesi gerekir.

*Anahtar kelimeler:* Grafik, ilişkilendirme, lise öğrencileri, trigonometrik fonksiyonlar.

## Giriş

Matematik eğitiminin öğrencilere kazandırmak istediği hedeflerin arasında bazı süreç becerileri yer almaktadır. Bu beceriler ile hedeflenen öğrencilerin matematik eğitimi sürecinde matematiksel bilginin yanında bu bilgileri kullanırken edinmesi gereken matematiksel becerilerdir. Matematiksel ilişkilendirme becerisi de matematik eğitiminin hedeflediği süreç becerilerinden bir tanesidir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Matematiksel ilişkilendirmeye yönelik farklı tanım ve sınıflandırmalar olmasına rağmen genellikle matematiği günlük yaşamla ilişkilendirme (GYİ), farklı disiplinlerle ilişkilendirme (FDİ) ve matematiğin kendi içerisindeki ilişkilendirme (MKİİ) başlıkları altında toplandığı söylenebilir (Özgen, 2013).

Ülkemizdeki matematik dersi öğretim programlarında da öğrencilerin ilişkilendirme becerilerinin gelişimine önem verilmektedir. Bu doğrultuda lise matematik dersi öğretim

programında GYİ, FDI ve MKİİ becerilerinin gelişimine yönelik çeşitli açıklamalar bulunmaktadır (MEB, 2013). Özellikle MKİİ becerisi kapsamında ön öğrenmeler, farklı bilgi türleri (kavramsal ve işlemsel bilgi), öğrenme alanları ve farklı temsiller yer almaktadır. Öğretim programlarında matematiksel kavramların, işlemlerin ve durumların farklı temsil biçimlerinin (sayısal, sembolik, geometrik/grafiksel vb.) arasında ilişki kurma ve farklı temsiller arasında geçişler yapma önemsenmektedir.

Farklı temsiller başlığı altında sözel, sembolik, sayısal ve grafik gösterimi yer almaktadır. Özellikle grafik gösterimi ile ilkokuldan yüksek matematiğe kadar birçok matematiksel kavramı, işlemi, durumu ya da anlatılmak istenen olay ve ilişkileri grafiksel gösterim ile ifade edebilir, gösterebilir ya da temsil edebiliriz (MEB, 2013).

Grafikler, verilerin düzenlenmesinde, özetlenmesinde, yorumlanmasında ve sunulmasında kolaylık ve anlaşılabilirlik sağlar (Taşar, Ingeç ve Güneş, 2006). Grafiksel gösterimler oluşturma, mevcut grafikleri yorumlama ve anlama, grafikteki bilgilerden yararlanarak problem çözme gibi etkinlikler, fizik, kimya gibi derslerde de geniş ölçüde yer almaktadır. Bu nedenle öğrencilerin matematik derslerinde grafiksel gösterimler oluşturma ve yorumlama becerileri kazanmaları, diğer derslerin anlaşılmasında da katkı sağlar (Tekin, Konyalıoğlu ve Işık, 2009).

Matematiksel kavramların birçoğunda grafiksel gösterimin kullanımı görülmektedir. Özellikle fonksiyonlar grafiksel gösterimin yoğun olarak kullanıldığı konular arasında gelmektedir. Ayrıca logaritmik, üstel ve trigonometrik fonksiyonlar gibi konularda da grafiksel gösterime sıkça başvurulur. Özellikle trigonometrik fonksiyonlarda grafiksel gösterim büyük bir öneme sahiptir.

Lise döneminde matematik müfredatının temel kavramlarından biri trigonometridir (Kültür, Kaplan ve Kaplan, 2008). Lise matematik öğretiminde fonksiyon kavramına dayalı olarak geliştirilen kavramlardan biri de trigonometrik fonksiyonlardır. Trigonometrik fonksiyonlar birçok matematiksel kavramın ön öğrenmeleri (türev, integral, vb.) olarak kabul edilmektedir. Ayrıca trigonometrik fonksiyonlar matematiğin dışındaki birçok disiplinde de uygulama alanı bulmaktadır yani diğer disiplinler ile ilişkilendirilmesi söz konusudur. Trigonometri okul müfredatında önemli bir konudur ve trigonometrik fonksiyonları anlamak, Newton fiziği, mimari, mühendislik gibi birçok alandaki konuları anlamada ön öğrenmelerdir (Weber, 2005).

Lise öğrencileri ilk olarak trigonometri kavramı ile ortaokul sınıflarında karşılaşır. Bundan sonra lise öğrenim hayatlarında ise 10. sınıfta yeniden daha geniş bir yaklaşımla

trigonometri kavramı öğretilir (MEB, 2013). Lise matematik eğitiminde fonksiyon olarak trigonometrik fonksiyon kavramı ele alınır. Trigonometrik fonksiyon kavramı öğretilirken bu fonksiyonların grafiklerini çizme de kazanım olarak matematik dersi öğretim programında yer almaktadır. Trigonometri kavramının, ondan sonra öğretilen karmaşık sayı, türev ve integral gibi kavramlarla ilişkili olması bu kavrama yönelik bilgi ve becerilerin önemini artırır. Bu durumdaki önemli unsurlardan birisi de öğrencilerin trigonometrik fonksiyonların grafiklerinin çizimlerini yapabilmeleridir. Çünkü bu grafik çizmedeki eksiklik ya da sınırlılık daha sonra gelen kavramların öğretimini zorlaştırabilir. Bu doğrultuda, bu çalışmada lise öğrencilerinin trigonometrik fonksiyonların grafiklerini çizme becerileri üzerine odaklanılması düşünülmüştür.

Matematiksel düşünmenin temel unsurlarından biri olan ilişkilendirme; objeler, olaylar ve durumlar arasında bağ kurma birbirlerini hangi noktalarda, nasıl etkilediklerini düşünmek olarak açıklanabilir (Umay, 2007:153). İlişkilendirme, matematikteki farklı konuları bağ kurmada kullanılabilecek çok geniş fikirler ve süreçler olarak belirtilebilir (Coxford, 1995). Bu doğrultuda ilişkiyi anlama, farklı matematiksel kavramlar arasında ilişkilendirmeleri içerir, öğrencilere önceki bilgilere dayalı olarak yeni öğrenmelerine yardım eder ve hangi matematiksel fikirlerin ilişkili olabileceği hakkındaki beklentilerini şekillendirir (Leikin & Levav-Waynberg, 2007).

Matematiksel ilişkilendirme kapsamındaki çalışmaların büyük bölümünde matematiği kendi içindeki ilişkilendirmenin önemli yer tuttuğu söylenebilir (Özgen, 2013). Bu durum matematiğin doğasından yani matematik biliminde ön şartlılık ilişkisine dayandırılabilir (Pesen, 2003). MKİİ kapsamında öğrencilerin farklı temsilleri kullanabilmesi yer almaktadır. Matematikteki farklı temsillerden biri olarak grafik temsiline olduğu söylenebilir. Matematiğin sembolik, grafik, numerik temsilleri arasında ilişkilendirme yapmanın matematiği öğrenme ve öğretme sürecinde temel unsurlar olduğunu belirtilir (Vale, McAndrew & Krishnan, 2011).

Yapılan çalışmalarda öğrenci ve öğretmenlerin MKİİ'ye yönelik çeşitli güçlük ve sınırlılıklarının olduğu görülmüştür. Noss, Healy ve Hoyles (1997), öğrencilerin fonksiyonel ilişkileri görsel ve sembolik formları arasında ilişkilendirme yapmalarını incelemişlerdir. Çalışmada öğrenciler sıklıkla cebirsel formüllerin ilişkili olmayan algısını geliştirmişlerdir ve problem çözmeden ziyade cebiri bir son nokta olarak algılamışlardır. Eli (2009) tarafından yapılan çalışmada ise ortaokul matematik öğretmen adaylarının matematiksel ilişkilendirme yapma becerileri incelenmiştir. Elde edilen sonuçlara göre öğretmen adayları tarafından



gerçekleştirilen ilişkilendirmenin yapısının kavramsal olmadan çok işlemsel olduğu görülmüştür. Özgen (2013) ise lise matematik öğretmen adaylarının matematiksel ilişkilendirme becerilerini ve problem çözme becerisi ile olan ilişkilerini incelemiştir. Öğretmen adaylarının ilişkilendirme becerilerinin düşük düzeyde olduğu belirlenmiştir. Kullanılan ilişkilendirme becerileri türü açısından ise MKİİ'nin istenen düzeyde olmadığı, FDİ ve GYİ'nin ise çok düşük düzeylerde kaldığı görülmüştür.

Ancak öğrencilerin MKİİ becerileri kapsamında grafik çizme becerilerine yönelik bilgi ve deneyime sahip olmaları matematik öğretim programlarının amaçları arasında olduğu söylenebilir. Lise matematik öğretiminde grafik çizme kapsamında ele alınması gereken önemli kavramlardan biri trigonometrik fonksiyonlardır. Trigonometrik fonksiyonları diğer kavramlarla (ön öğrenmeler ile yeni öğrenmeler) ilişkilendirmede ve özellikle fonksiyon olarak algılamada grafiklerin önemli unsurlar olduğu söylenebilir

Bu doğrultuda, Byers (2010) trigonometrik fonksiyonları temsil etmede (1) üçgen, (2) oran, (3) fonksiyon, (4) birim çember, (5) sinüs eğrisi dalgaları ve (6) vektörler olmak üzere altı farklı yolun bulunduğunu belirtmiştir. Weber (2008) ise oran ve fonksiyon olarak iki ortak yol ile trigonometrik işlemlerin temsilini savunmuştur. Trigonometrik fonksiyonların temsiline yönelik sınıflandırmada üçgenler, birim çember, grafik ve denklemler ortak yönlerdir (Marchi, 2012). Ayrıca trigonometrik fonksiyonlar sadece cebirsel formüller ile açıklanmayan işlemlerdir ve öğrencilerin bu işlemleri fonksiyon olarak görmeleri gereken muhakemeye sahip olmaları gerekir (Breidenbach, Dubinsky, Hawks & Nichols, 1992).

Öğrencilerin trigonometrik fonksiyonları çizmede temel fonksiyonları çizme becerilerine de sahip olmaları gerekir. Bu doğrultuda ortaöğretim öğrencilerinin fonksiyon grafiklerini çizebilme becerilerinin incelenmesi üzerine yapılan çalışmada bir fonksiyonun grafiği çizilirken sırasıyla aşağıdaki adımlar dikkate alındığı belirtilmiştir. Bunlar: a) verilen fonksiyon ifadesine bakarak, hangi fonksiyon olduğunu belirlemek, b) verilen fonksiyonun denkleminde  $x=0$  için  $y$ 'nin değerini bulmak, c)  $y=0$  için  $x$ 'in alacağı değeri bulmak, d)  $x$ 'e verilen birkaç değer için  $y$ 'yi hesaplayıp veri tablosu oluşturmak, e) koordinat eksenlerini çizmek ve doğru bir şekilde bölmelendirmek, f) belirlenen noktaları  $(x,y)$  koordinat ekseninde yerleştirmek, g) tespit edilen noktalardan geçen en uygun eğriyi (ya da doğruyu) çizmek. Bu adımlar her bir fonksiyon türü için uygulanır ve derslerde grafik çizme alıştırmaları yapılırsa, öğrenciler grafik çizme becerisi kazanmış olur (Tekin vd., 2009).

Trigonometri ve trigonometrik fonksiyonlar ile ilgili yapılan çalışmalarda öğrencilerin çeşitli öğrenme zorluklarının, hatalarının ve kavram yanlışlarının olduğu belirlenmiştir.



Trigonometri öğrencilerin özellikle zorlandıklarına inandıkları ve diğer matematik kavramlarına göre daha soyut matematiğin bir alanıdır (Gür, 2009). Öğrencilerin trigonometrik fonksiyonları fonksiyon olarak belirlemede güçlükleri vardır (Weber, 2005). Ayrıca Marchi (2012) çalışmasında birçok öğrencinin *sinx*'i grafik temsili ile ilişkilendiremediği ve fonksiyon olarak anlamada güçlükleri olduğunu belirlemiştir.

Bu doğrultuda Akkoç (2008) tarafından yapılan çalışmada öğretmenlerin, öğretmen adaylarının ve öğrencilerin trigonometrik fonksiyonların tanımlanmasında önemli olan radyan kavramı ile ilgili öğrenme güçlüklerine sahip oldukları ortaya konmuştur. Ayrıca Tatar, Okur ve Tuna (2008) yaptıkları çalışmada öğrenciler tarafından trigonometri konusunun zor öğrenilen konular arasında olduğu ve bu konunun güçlük düzeyinin yüksek olduğu belirtilmiştir. Çetin (2011) tarafından yapılan çalışmada ise öğretmen adaylarının koordinat düzleminde tanjant ve kotanjant fonksiyonlarının grafiklerinin çiziminde sayı doğrusunu doğru bir şekilde kullanamadıklarını ve birbirine bağlı olarak tanımlanan kavramları birbirinden bağımsız gibi kullandıklarını göstermektedir. Buna göre öğrencilerin kavramlar arasındaki ilişkileri kurabilecekleri etkinliklerin yaptırılması önerilmiştir. Gür'ün (2009) çalışmasında 10. sınıf öğrencilerinin trigonometride karşılaştıkları hata türleri, kavram yanılgıları ve güçlükleri incelenmiştir. Çalışma sonucunda işlemlerin sırası, sin ve cos fonksiyonlarının yer ve değerleri, hatalı veri kullanımı, dili hatalı yorumlama, mantıksal geçerli olmayan çıkarım ve teknik mekanik hatalar gibi hatalar bulunmuştur. Orhun (2001), trigonometrideki problemleri çözmek için trigonometri kullanımında karşılaşılan güçlükleri ve kavram yanılgılarını çalışmıştır. Öğrencilerin trigonometri kavramlarını kesin olarak geliştirmediklerini ve bazı hatalar yaptıklarını belirtmiştir. Çetin (2015) ise çalışmasında üniversite düzeyindeki öğrencilerin trigonometri ve trigonometrik fonksiyonların kavramsal anlamaları üzerindeki algılarını incelemiştir. Öğrencilerin trigonometri kavramının temelleri hakkındaki algılarının üst düzeyde olduğunu fakat kavramsal gelişimlerdeki anlamada başarılı olmadıklarını açıklamıştır. Ayrıca Güntekin ve Akgün (2011) tarafından yapılan çalışmada ise trigonometri konusunda ortaöğretim onuncu sınıf öğrencilerinin sahip olduğu hatalar ve öğrenme güçlükleri tespit edilmiştir. Araştırmada ortaöğretim öğrencilerinin açıların radyan cinsinden ifadesinde, birim çemberde trigonometrik fonksiyonların eksenlerle eşlenmesi ve değerlerin hesaplanması noktasında, trigonometrik denklemlerin çözümünde ve trigonometrik bağıntıların uygulanmasında güçlükler yaşadıkları saptanmıştır.

İlgili literatür incelendiğinde, Tekin, Konyalıoğlu ve Işık (2009) tarafından ortaöğretim öğrencilerinin fonksiyon grafiklerini çizebilme becerilerinin incelenmesi üzerine yapılan

çalışmada ise öğrencilerin çoğunun doğrusal fonksiyonunun grafiklerini çizmede başarılı olduğunu ancak bazı öğrencilerin parabolik fonksiyon grafiklerini doğrusal fonksiyon grafiği gibi çizdikleri belirlenmiştir. Ortaöğretim öğrencilerinin trigonometri öğretiminin değerlendirilmesi üzerine Kültür vd. (2008) tarafından yapılan çalışmada, öğrencilerin trigonometri konusunu kavramsal olarak öğrenmeden ziyade genelde ezbere dayalı olarak öğrendikleri, ayrıca problemleri çözmek için birim çemberi kullanamadıkları tespit edilmiştir. Tekin ve Konyalıoğlu (2009) dönüşüm ve ters dönüşüm formüllerinin ispatlarının ortaöğretim düzeyinde görselleştirilmesi üzerine yaptıkları çalışmada ise dönüşüm ve ters dönüşüm formüllerinin görsel şekillerle ispat edilmesinin faydaları anlatılmıştır.

Trigonometri konusunun öğretilmesinde ve öğrenilmesinde yaşanan zorlukların nedenleri birçok faktöre bağlı olabilir. Bu faktörler arasında öğretmene bağlı faktörler, öğrenciye bağlı faktörler ve kavramdan kaynaklanan faktörler bulunmaktadır (Kültür vd., 2008). Trigonometrideki herhangi bir kavram, öncesindeki ve sonrasındaki kavramlarla ve bunlar arasındaki kurulan ilişkilerle oluşturulur. Trigonometrik kavramların öğrenilmesi üst düzey düşünme beceri gerektirdiğinden öğrencilerin bu konularda güçlükler yaşayabilecekleri olasıdır (Çetin, 2011). Orhun (2001) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerin trigonometrik problemlerde üçgen kullanımı ile ilgili sorularda başarılı oldukları belirlenmiştir. Ayrıca Orhun'a (2001) göre trigonometri öğretimi üçgen ile ilişkilendirilmeden trigonometrik fonksiyonun tanımı ile başlanırsa trigonometri öğretiminde birçok problem çözülebilir. Önceki araştırmaların bulgularından trigonometri ve trigonometrik fonksiyonların öğretimi sürecinde çeşitli zorlukların ve hataların olduğu görülmektedir. Bu zorlukların ve hataların kaynakları arasında öğretim metodu ve ilişkilendirme yapılmadan öğrenme sürecinin olduğu söylenebilir (Çetin, 2011; Güntekin ve Akgün, 2011; Kültür vd., 2008; Weber, 2005). Özellikle trigonometrik fonksiyonların temel özelliklerini ve grafik çizimlerinin yeterince vurgulanmadığı görülmektedir. Özellikle trigonometrik fonksiyonların grafiksel gösteriminin kullanımı önemli bir yere sahip olacağı ve bu karşılaşılan güçlüklerin giderilmesinde önemli bir etken olabileceği söylenebilir (Marchi, 2012; Tekin ve Konyalıoğlu, 2009). Trigonometrik fonksiyonlar grafikleri ile birlikte öğretilmelidir ve bu grafikleri kullanma ve yorumlama öğrenciden hedeflenen temel becerilerdir (Orhun, 2001).

Önceki çalışmalarda trigonometri kavramı ile ilgili birçok çalışmanın yapıldığı görülmüştür. Ancak trigonometrik fonksiyonlar ve bu fonksiyonların grafik çizme becerisiyle ilgili sınırlı çalışma olduğu görülmektedir. Bu doğrultuda bu araştırmanın sonuçları ile lise öğrencilerinin trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizme becerilerine yönelik önemli bilgilere

ulaşılacağı düşünülmektedir. Bu anlamda araştırma ilgili literatüre katkı sağlaması sebebiyle önem taşımaktadır. Bu araştırmanın amacı ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizme becerilerini incelemektir.

## **Yöntem**

### *Araştırma Modeli*

Ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizme becerilerini incelemeye yönelik bu çalışmada betimsel yöntemlerden özel durum çalışması kullanılmıştır. Özel durum çalışmalarında, “belirlenmiş bir olay, bazen bir kişi ya da bir grup ile özel bir durum üzerine yoğunlaşır ve elde edilen veriler çok ince ayrıntıları; sebep sonuç ve değişkenlerin karşılıklı ilişkileri cinsinden açıklayabilmeye olanak sağlar” (Çepni, 2012, s.76). Bu çalışmada öğrencilerin trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizme becerilerini derinlemesine incelemek amacıyla alışık oldukları çoktan seçmeli sorular yerine açık uçlu sorular tercih edilmiştir.

### *Çalışma Grubu*

Bu çalışmada 2013-2014 eğitim öğretim yılının bahar döneminde büyükşehirlerin birindeki üç farklı lisedeki öğrenciler ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın uygulama süreci 10. sınıf şubelerinde öğrenim gören rastgele seçilmiş 28 bayan ve 20 erkek öğrenci olmak üzere toplam 48 öğrencinin katılımı ile yürütülmüştür. Araştırmaya seçilen öğrenci grubunun trigonometrik fonksiyonlar ve grafik çizimlerini görmüş olması ölçüt olarak benimsenmiştir. Bu doğrultuda araştırmaya gönüllü olarak katılımı tercih eden öğrenciler ile uygulama süreci gerçekleşmiştir.

### *Veri Toplama Aracı*

Bu çalışmada kişisel bilgi formu ve 5 açık uçlu sorudan oluşan grafik çizme testi kullanılmıştır. Kişisel bilgi formunda cinsiyet, sınıf ve bu çalışmada kullanılan matematik dersi konusuna yönelik yeterli eğitim alıp almadıklarına yönelik anket soruları sorulmuştur. Bu sorulara “Çok iyi düzeyde biliyorum”, “İyi düzeyde biliyorum”, “Orta düzeyde biliyorum”, “Az düzeyde biliyorum”, “Hiç bilmiyorum” şeklinde cevaplarla fonksiyonlarda grafik çizme basamakları ve trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizme basamaklarını ne düzeyde bildikleri öğrenilmek istenmiştir.

Genellikle trigonometri öğretiminde  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$  ve  $\cot x$  gibi temel trigonometrik fonksiyonların grafikleri üzerinde durulduğu söylenebilir. Araştırmada öğrencilerin trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizme becerisini incelemek amacıyla  $y = \sin x$ ,  $y = 2\cos x + 1$ ,  $y = \sin 3x$ ,  $y = \arctan x$  ve  $y = \operatorname{cosec} x$  şeklinde 5 açık uçlu sorudan oluşan grafik çizme testi hazırlanmıştır. Bu testte trigonometrik fonksiyonlar, ters trigonometrik fonksiyonlar ve trigonometrik fonksiyonlarda öteleme yapabilme becerileri ölçülmek istenmiştir. Bu soruların seçilme nedenleri ise  $\sin x$  fonksiyonunda öğrenciler basit trigonometrik fonksiyonların grafiklerini ne düzeyde çizebildiklerini belirlemektir.  $2\cos x + 1$  fonksiyonu için  $\cos x$  fonksiyonunu kolayca çizip çizmediğini öğrenmek ve bu fonksiyonu  $2\cos x + 1$  fonksiyonuyla ilişkilendirip öteleme yapabilme becerisini incelemek amacıyla seçilmiştir.  $\sin 3x$  fonksiyonu ise  $\sin x$  fonksiyonu ile arasındaki açı farklılığını görebilmek ve  $\arctan x$  (ters trigonometrik fonksiyon) için x ve y eksenlerinin değiştiğini öğrencinin fark edip etmediğini görmek amacıyla sorulmuştur.  $\operatorname{cosec} x$  fonksiyonu için öğrenci  $\sin x$  fonksiyonu ile  $y = \frac{1}{\sin x}$  fonksiyonunu ne düzeyde ilişkilendirdiğini görebilmek amacıyla sorulan bir sorudur. Hazırlanan soruların geliştirilmesi ve uygulanmasında iki alan eğitimi uzmanı tarafından görüş alınmıştır. Özellikle trigonometrik fonksiyon grafiği çizebilme kapsamında nelerin sorulması gerektiği konusunda uzman görüşlerine başvurulmuştur. Ayrıca sorularda herhangi bir eksiklik ya da hata olup olmadığını belirlemek amacıyla rastgele seçilmiş 5 öğretmen adayına ön uygulama yapılmıştır. Bu şekilde soruların anlaşılır ve amaca uygun olduğu belirlenmiştir.

Ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizme becerileri üzerine yapılan bu çalışmada 5 sorudan oluşan açık uçlu grafik çizme testi uygulanmıştır. Uygulama süreci ilgili öğrencilerin matematik öğretmenleri ile araştırmacılar tarafından birlikte yürütülmüştür. Uygulama bir ders saati süresince gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin soruları yazılı olarak cevaplamaları istenmiştir. Araştırma verileri öğrencilerin cevap kâğıtlarının incelenmesiyle elde edilmiştir. Öğrencilerin verdikleri cevaplar hazırlanmış olan cevap anahtarına göre değerlendirilmiştir ve hazırlanan derecelendirilmiş puan anahtarına göre puanlandırılmıştır.

Ülkemizde ortaöğretim onuncu sınıf matematik dersi öğretim programında trigonometri konusuna ait öğrenme alanları, alt öğrenme alanları ve kazanımlara yer verilmiştir. Çalışmanın yapıldığı zamanda matematik dersinin bağlı olduğu öğretim programına göre trigonometrik fonksiyonların ve grafiklerinin çizimleri ile ilişkili aşağıdaki kazanımlar dikkate alınır (MEB, 2011).

- Trigonometrik fonksiyonları birim çember yardımıyla ifade eder, tanım ve görüntü kümelerini belirler, trigonometrik özdeşlikleri gösterir.
- Bir açının trigonometrik oranını trigonometrik değerler açısından bulur.
- $k \in \mathbb{Z}$  olmak üzere  $k\pi/2 + \theta$  sayılarının trigonometrik oranlarını  $\theta$  sayısının trigonometrik oranının cinsinden yazar.
- Periyodu ve periyodik fonksiyonu açıklar, trigonometrik fonksiyonların periyotlarını bulur.
- Trigonometrik fonksiyonların grafiklerini çizer.

Öğrencilerin matematik dersinde trigonometrik fonksiyonların grafiklerini çizebilmeleri için belirlenen fonksiyon grafiğini çizmenin adımlarını ve temel trigonometrik kavramları öğrenmiş olmaları gerekir. Bu adımlar dikkate alınarak bir trigonometrik fonksiyonunun grafiğini çizilirken sırasıyla aşağıdaki kriterler göz önünde bulundurulur: 1) fonksiyonun periyodunu belirleme, 2) trigonometrik fonksiyonun bazı özel açılarını belirleme, 3) bulunan açılara karşılık gelen trigonometrik fonksiyonların değerini belirleme, 4) bulunan açı ve değerleri grafikte yerine yerleştirme, 5) kestiği noktaları belirleyip grafiği doğru (eksiksiz) şekilde çizebilme.

Trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizme becerisinin belirlenmesinde derecelendirilmiş puanlama anahtarı (rubrik) kullanılmıştır. Analitik derecelendirilmiş puanlama anahtarı, öğrenci performansının çeşitli boyutlarındaki başarı düzeyleri ile ilgili bilgi verir. Bu tür bir puanlama öğrenciye yaptığı çalışmadaki performansı ile ilgili ayrıntılı geribildirim verir (Kutlu, Doğan ve Karakaya, 2009). Araştırmada trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizme becerisi rubriğinin (Ek-1) kullanılmasına karar verilmiştir. Trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizme becerisi rubriğinde yukarıda verilen 5 kriter belirlenmiştir.

Bu beş kriter değerlendirme ölçütü olarak kabul edilmiştir. Trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizmenin performans düzeyleri “3, 2, 1, 0” olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin trigonometrik fonksiyonlarda yaptıkları grafik çizimleri hazırlanan rubrikteki kriterler ve puanlamaya göre sınıflandırılmıştır. Trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizme becerisi rubriğinde elde edilen verilerin analizinde, betimsel bilgiler elde etmek amacıyla frekans ve yüzde gibi istatistiklerden yararlanılmıştır. Trigonometrik fonksiyonların grafiklerini çizmeye yönelik ve her bir kritere uygun olarak öğrencilerin grafik çizimlerinden doğrudan alıntılara yer verilmiştir.

Öğrencilerin açık uçlu sorulara verdikleri cevapları incelemek amacıyla öğrencilerin gerçek isimleri yerine “ Ö1, Ö2, Ö3, ... ,Ö48” şeklinde her öğrenciye kodlar verilmiştir. Rubriğe göre her öğrencinin sorulara verdikleri cevaplar araştırmacılar tarafından farklı zamanlarda incelenmiştir ve güvenilirlik sağlanmaya çalışılmıştır. Ayrıca cevapların incelenmesi sonucunda uyuşum yüzdesi hesaplanmıştır. Hesaplama sonucu uyuşum yüzdesi %86.8 olarak bulunmuştur. Bu değer araştırmacının güvenilir kabul edileceğini göstermektedir. Ayrıca ölçeğin aralık genişliğinin, “dizi genişliğinin bulundurulmak istenen grup sayısına bölünmesi” (Tekin 2007) bağıntısı dikkate alınarak, öğrencilerin grafik çizme testi puanları yorumlanırken, “düşük, orta ve yüksek” düzeyde değer taşıdığı kabul edilmiştir.

### Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde araştırmada elde edilen verilerin analizi sonucunda ortaya çıkan bulgular sunulmaktadır. Hazırlanan trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizme rubriğine göre analiz edilmiştir. Her bir kriterin frekansları ve yüzdeleri tablolar halinde verilmiştir. Tablo 1’de kişisel bilgi formunda bulunan “Fonksiyon ve trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizme basamaklarını ne düzeyde biliyorsunuz?” sorusuna yönelik öğrencilerin verdikleri cevapların frekans ve yüzde dağılımları bulunmaktadır.

**Tablo 1** Fonksiyonlarda ve Trigonometrik Fonksiyonlarda Grafik Çizme Basamaklarına Yönelik Öğrenci Görüşleri

Grafik çizme basamakları	DÜZEYLER										Toplam
	Çok iyi düzey		İyi düzey		Orta düzey		Düşük düzey		Hiç		
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	
Fonksiyonlarda grafik çizme basamakları	1	2.08	10	20.83	21	43.75	8	16.67	8	16.67	48
Trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizme basamakları	2	4.17	9	18.75	18	37.5	11	22.92	8	16.67	48

Öğrencilerin fonksiyonlarda ve trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizme basamaklarına yönelik görüşleri incelenmiştir. İnceleme sonucunda öğrenci cevaplarına uygun olarak frekans ve yüzdeler yukarıdaki tabloda verilmiştir. Öğrencilerin %43.75’i fonksiyonlarda ve %37.5’ i trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizmeyi orta düzeyde bildiklerini belirtmişlerdir. Öğrencilerin %2.08’i fonksiyonlarda ve %4.17’si ise trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizmeyi çok iyi düzeyde bildiklerini bildirmişlerdir. Her iki durumda da grafik çizme basamaklarını “hiç bilmiyorum” cevabını veren 8 öğrenci

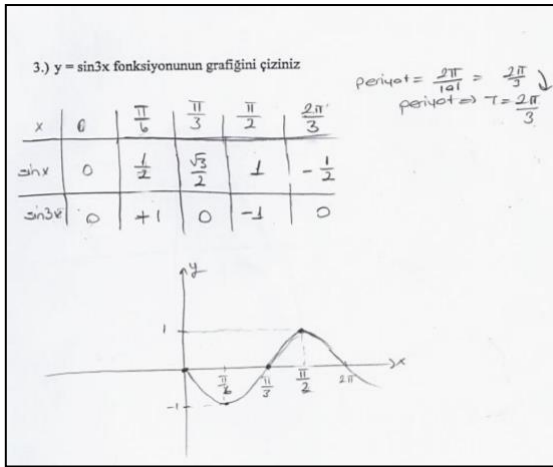
(%16.67) vardır. Bundan dolayı öğrenci görüşlerinde fonksiyonlarda ve trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizme basamaklarını bilme birbiriyle tutarlılık gösterdiği söylenebilir.

Tablo 2’de trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizmede kullanılan fonksiyonun periyodunu belirleme kriterine yönelik puan dağılımı yer almaktadır.

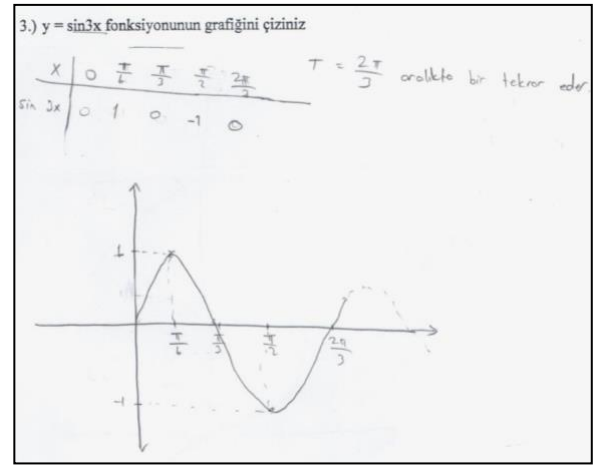
**Tablo 2** Fonksiyonunun Periyodunu Belirleme Kriterine Yönelik Puanların Dağılımı

SORULAR	1.KRİTER							
	3p		2p		1p		0p	
	f	%	f	%	f	%	f	%
S1	16	33.33	14	29.17	2	4.17	16	33.33
S2	14	29.17	16	33.33	5	10.42	13	27.08
S3	20	41.67	10	20.83	2	4.17	16	33.33
S4	5	10.42	4	8.33	0	-	39	81.25
S5	5	10.42	11	22.92	2	4.17	30	62.50
<b>p:Puan</b>	<b>S1: 1.soru</b>	<b>S2:2.soru</b>	<b>S3: 3.soru</b>	<b>S4: 4.soru</b>	<b>S5: 5.soru</b>			

Öğrencilerin trigonometrik fonksiyonlarda periyot belirleme kriterine yönelik puanları incelenmiştir. S1 ve S2’de öğrencilerin belli bir çoğunluğu verilen fonksiyonun periyodunu belirlediği anlaşılmaktadır. Ancak öğrencilerin yaklaşık olarak üçte biri periyodu belirleyememiştir. S3’te ise öğrenciler periyodu bulmada  $\frac{2\pi}{|a|}$  formülünü kullandığından büyük bir kısmı doğru olarak bulmuştur. Yukarıdaki tablo dikkate alındığına S4’te ( $y = \arctan x$ ) öğrencilerin %81.25’inin ters trigonometrik fonksiyonların periyodunu belirleyemedikleri saptanmıştır. Benzer şekilde S5’te öğrenciler  $\operatorname{cosec} x$  fonksiyonunu  $\sin x$  fonksiyonu ile ilişkilendiremediği için %62.50 si fonksiyonun periyodunu belirleyememiştir. Aşağıda öğrencilerin trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizmede kullandıkları fonksiyonunun periyodunu belirleme kriterine yönelik örnek bazı durumlar sunulmaktadır.



**Şekil 1** Ö47’nin Grafik Çizimi



**Şekil 2** Ö28’ in Grafik Çizimi



Öğrencilerden Ö47'nin fonksiyonun periyodunu belirlemeye yönelik bir örneği sunulmaktadır. Örnekte de görüldüğü gibi öğrenci formülü kullanarak periyodu bulmuş fakat grafiğe yansıtamamıştır. Öğrenci  $\sin x$ 'in periyodunu  $2\pi$  olduğu bilgisini verilen durum ile ilişkilendirerek istenen grafiği de  $2\pi$  periyoduna göre çizmiştir. Oysa Ö47,  $y = \sin 3x$  fonksiyonunun periyodunu  $\frac{2\pi}{3}$  olduğunu bulmasına rağmen bunu grafiğe aktaramamıştır. Öğrencilerden Ö28' in fonksiyonun periyodunu belirlemeye yönelik doğru çizim örneği yukarıda verilmiştir. Örnekte görüldüğü gibi Ö28,  $\sin 3x$  fonksiyonun periyodunu  $\frac{2\pi}{3}$  olduğunu bulmuştur ve bulduğu periyodu grafiğe doğru bir şekilde aktarabilmiştir.

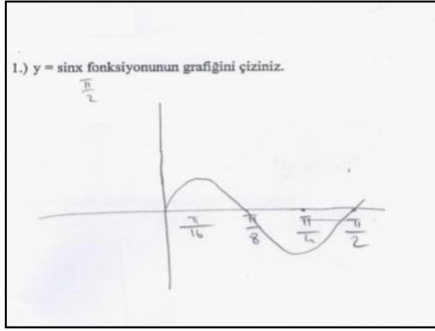
Tablo 3'te trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizmede kullanılan trigonometrik fonksiyonların bazı açılarını belirleme kriterine yönelik puanların dağılımı yer almaktadır.

**Tablo 3** Trigonometrik Fonksiyonların Bazı Açılarını Belirleme Kriterine Yönelik Puanların Dağılımı

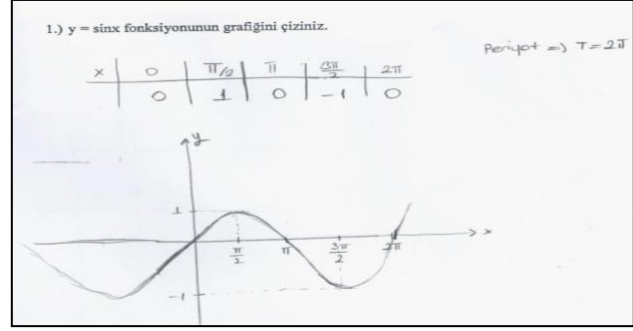
SORULAR	2.KRİTER							
	3p		2p		1p		0p	
	f	%	f	%	f	%	f	%
S1	21	43.75	1	2.08	3	6.25	23	47.92
S2	21	43.75	2	4.17	1	2.08	24	50.0
S3	12	25.0	4	8.33	5	10.42	27	56.25
S4	8	16.67	7	14.58	1	2.08	32	66.67
S5	13	27.08	2	4.17	1	2.08	32	66.67
<b>p:Puan</b>	<b>S1: 1.soru</b>	<b>S2:2.soru</b>	<b>S3: 3.soru</b>	<b>S4: 4.soru</b>	<b>S5: 5.soru</b>			

Öğrencilerin trigonometrik fonksiyonların açılarını belirleme kriterinin puan dağılımı verilmiştir. Öğrencilerin büyük bir kısmı “3” puan ya da “0” puan almıştır. Öğrencilerin %43.75'i S1 ve S2 sorularından üç puan almıştır. Ancak öğrencilerin %56.25'i S3' te, %66.67'si ise S4 ve S5 sorularından sıfır puan almışlardır. Bu öğrencilerin sıfır puan almalarının nedeni herhangi bir açı belirtmemeleri ya da değeri olmayan açıları kullanarak işlem yapmalarıdır.

Aşağıda trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizmede kullanılan trigonometrik fonksiyonların bazı açılarını belirleme kriterine örnek bazı durumlar yer almaktadır.



Şekil 3 Ö24' ün Grafik Çizimi



Şekil 4 Ö47'nin Grafik Çizimi

Öğrencilerden Ö24'ün trigonometrik fonksiyonların bazı açılarını belirlemeye yönelik bir örnek verilmiştir. Burada öğrencinin grafik çizmede yardımcı olmayacak açıları kullandığı görülmektedir. Yukarıda görüldüğü gibi  $\frac{\pi}{16}$  ve  $\frac{\pi}{8}$  gibi açılarla grafiği çizmeye çalışmıştır. Ö24 ezber bilgisine dayanarak grafiğin eğrisini doğru çizmiş fakat kullandığı açıların  $y=\sin x$  fonksiyonuna uygun olmadığı görülmektedir. Öğrencilerden Ö47'nin fonksiyonların bazı açılarını belirlemeye yönelik doğru çizim örneği yukarıda verilmiştir. Ö47, trigonometrik fonksiyonunun grafiğini çizmek için grafik çizimine yardımcı olacak  $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$  gibi bilinen açıları kullanmıştır.

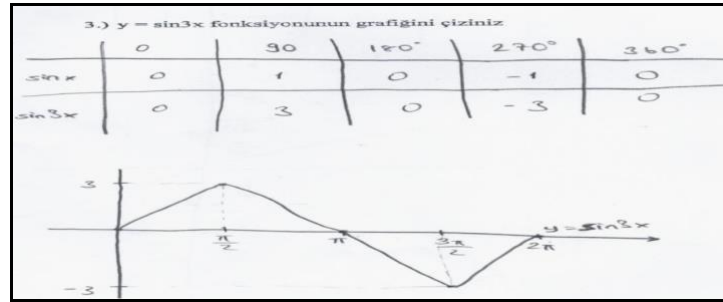
Tablo 4' de trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizmede kullanılan açılara karşılık gelen trigonometrik fonksiyonun değerlerini belirleme kriterine yönelik puanların dağılımı yer almaktadır.

**Tablo 4** Açılara Karşılık Gelen Trigonometrik Fonksiyonun Değerlerini Belirleme Kriterine Yönelik Puan Dağılımı

SORULAR	3.KRİTER									
	3p		2p		1p		0p			
	f	%	f	%	f	%	f	%		
S1	21	43.75	1	2.08	2	4.17	24	50.0		
S2	21	43.75	2	4.17	1	2.08	24	50.0		
S3	9	18.75	2	4.17	6	12.50	31	64.58		
S4	8	16.67	7	14.58	1	2.08	32	66.67		
S5	8	16.67	1	2.08	3	6.25	36	75.0		
<b>p:Puan</b>	<b>S1:</b>	<b>1.soru</b>	<b>S2:</b>	<b>2.soru</b>	<b>S3:</b>	<b>3.soru</b>	<b>S4:</b>	<b>4.soru</b>	<b>S5:</b>	<b>5.soru</b>

Öğrencilerin trigonometrik fonksiyonlarda açılara karşılık gelen değerleri belirleme kriterine yönelik puan dağılımı verilmiştir. S1 ve S2' de öğrencilerin %50 si açılara karşılık gelen değerleri belirleyememiştir. S3, S4 ve S5 sorularında ise öğrencilerin yarısından fazlası değer belirleyememiştir. Bunun nedeni öğrencilerin açı belirleyemediğinden kaynaklanabilir. Ayrıca belirlediği bazı açıların değerleri irrasyonel olduğundan bir sonuca varamamışlardır. Aşağıda trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizmede kullanılan açılara karşılık gelen

trigonometrik fonksiyonun değerlerini belirleme kriterine yönelik örnek bazı durumlar yer almaktadır.



Şekil 5 Ö7'nin Grafik Çizimi

Öğrencilerden Ö7'nin trigonometrik fonksiyonlarda açılara karşılık gelen değerleri bulmaya yönelik bir örnek durum verilmiştir. Yukarıda da görüldüğü gibi öğrenci doğru açılar belirlemiş fakat yanlış değerler bulmuştur. Bunun sebebi Ö7 trigonometrik fonksiyonu yorumlayamamıştır ve  $y = \sin 3x$ 'i  $y = 3 \sin x$  olarak algılamıştır. Sinüs fonksiyonu  $[-1,1]$  aralığında değerler alması gerekirken Ö7 fonksiyonu  $[-3,3]$  aralığında almıştır. Böylece öğrenci yanlış değerlerle işlem yaptığından grafiği de yanlış çizmiştir.

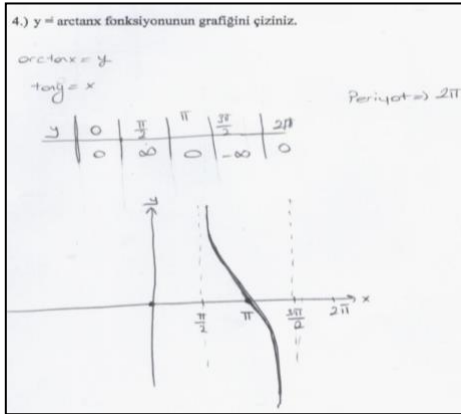
Tablo 5'te trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizmede kullanılan belirlenen açı ve değerleri grafikte yerine koyma kriterine yönelik puanların dağılımı yer almaktadır.

Tablo 5 Belirlenen Açı ve Değerleri Grafikte Yerine Koyma Kriterine Yönelik Puan Dağılımı

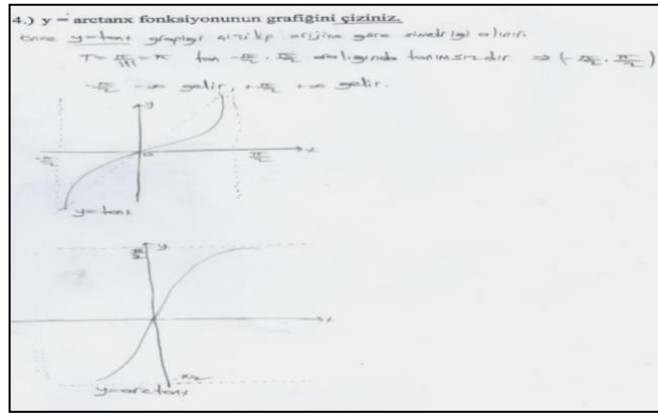
SORULAR	4.KRİTER								
	3p		2p		1p		0p		
	f	%	f	%	f	%	f	%	
S1	32	66.67	3	6.25	2	4.17	11	22.92	
S2	22	45.83	3	6.25	11	22.92	12	25.0	
S3	14	29.17	4	8.33	14	29.17	16	33.33	
S4	6	12.50	3	6.25	5	10.42	34	70.83	
S5	8	16.67	2	4.17	8	16.67	30	62.50	
<b>p:Puan</b>	<b>S1: 1.soru S2:2.soru S3: 3.soru S4: 4.soru S5: 5.soru</b>								

Öğrencilerin trigonometrik fonksiyonlarda belirlenen açı ve değerleri grafikte yerine koyma kriterine yönelik puan dağılımı verilmiştir. S1' de öğrencilerin %66.67' si ve S2' de ise %45.83'ü belirlenen açı ve değerleri grafikte doğru bir şekilde yerleştirmiştir. Buna karşılık S4'te öğrencilerin %70.83' ü ve S5'te öğrencilerin %62.50'si ise açı ve değerleri grafikte yerine koyamamıştır. Bu yüzden S1 ve S2'de öğrencilerin başarı oranları diğer sorulara göre daha yüksek çıkmaktadır. S3, S4 ve S5 de öğrenciler yorum yapmaktan çok ezber bilgilerini kullandıklarından başarısız oldukları görülmektedir.

Aşağıda trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizmede kullanılan belirlenen açı ve değerleri grafikte yerine koyma kriterine yönelik örnek bazı durumlar sunulmaktadır.



Şekil 6 Ö47' nin Grafik Çizimi



Şekil 7 Ö43' ün Grafik Çizimi

Öğrencilerden Ö47'nin kâğıdından trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizmede kullanılan açıları ve değerleri yerine koyma kriterine bir örnek verilmiştir. Ö47 periyot belirleyip, açı ve değerleri doğru bulmuştur fakat x'in ve y'nin değerlerini koordinat düzleminde tam tersi şekilde yazmıştır. Yani y değerlerini x eksenine; x değerlerini y eksenine yazmış ve böylece grafik yanlış bir hal almıştır. Öğrenci Ö43'ün belirlenen açı ve değerleri grafikte yerine koyma kriterine yönelik doğru çizim örneği yukarıda verilmiştir. Ö47'nin önce  $y = \tan x$  fonksiyonun grafiğini çizmiştir. Daha sonra bunu ters fonksiyonu olan  $y = \arctan x$ 'i çizmiştir.

Tablo 6'da öğrencilerin trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizmede kullandıkları noktaları belirleyip grafiği doğru çizebilme kriterine yönelik puanların dağılımı yer almaktadır.

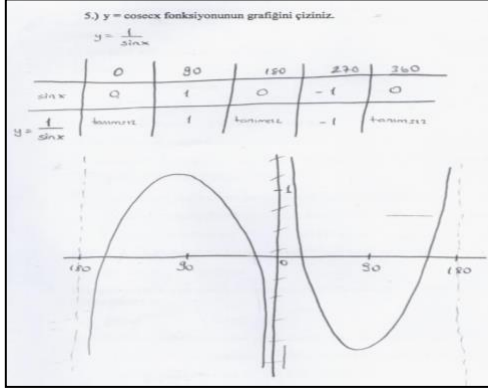
Tablo 6 Noktaları Belirleyip Grafiği Doğru Çizibilme Kriterine Yönelik Puan Dağılımı

SORULAR	5.KRİTER							
	3p		2p		1p		0p	
	f	%	f	%	f	%	f	%
S1	26	54.17	7	14.58	1	2.08	14	29.17
S2	16	33.33	7	14.58	5	10.42	20	41.67
S3	7	14.58	6	12.50	10	20.83	25	52.08
S4	5	10.42	1	2.08	7	14.58	35	72.92
S5	4	8.33	1	2.08	10	20.83	33	68.75
<b>p:Puan</b>	<b>S1: 1.soru</b>	<b>S2: 2.soru</b>	<b>S3: 3.soru</b>	<b>S4: 4.soru</b>	<b>S5: 5.soru</b>			

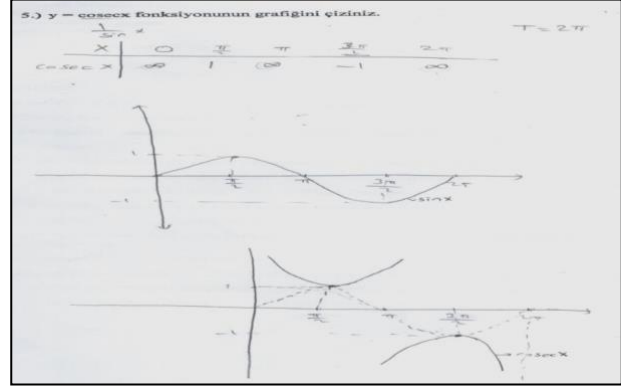
Öğrencilerin trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizmede kullanılan, noktaları belirleyip grafiği doğru çizme kriterine yönelik puan dağılımı verilmiştir. S1'de öğrencilerin yarısından fazlası (%54.17) doğru grafik çizmiştir. Fakat diğer sorularda bu başarı gittikçe azalmaktadır. Tabloya bakıldığında öğrencilerin %52.08'si S3'te, %72.92' si S4'te ve

%68.75'i S5 sorularında doğru grafiği çizememişlerdir. Çünkü S3, S4 ve S5 sorularında öğrenciler yorum yapmakta bile zorlanmışlardır.

Aşağıda öğrencilerin trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizmede kullandıkları noktaları belirleyip grafiği doğru çizebilme kriterine yönelik örnek yer almaktadır.



Şekil 8 Ö7'nin Grafik Çizimi



Şekil 9 Ö28' in Grafik Çizimi

Öğrencilerde Ö7'nin verdiği cevabı incelediğimizde periyodu bulmuştur. *cosec x* fonksiyonunun  $\frac{1}{\sin x}$  fonksiyonuna eşit olduğunu görmüş ve buna göre açı ve değerleri belirlemiştir. Koordinat düzleminde açı ve değerleri doğru bir şekilde yerleştirmiştir. Ancak açılar ile açılara karşılık gelen değerleri birleştirip bir nokta oluşturamadığından grafiği yanlış çizmiştir. Öğrenci Ö28' in noktaları belirleyip grafiği doğru çizebilme kriterine yönelik doğru çizim örneği yukarıda verilmiştir. Ö28 önce  $y = \sin x$  trigonometrik fonksiyonun grafiğini çizmiş daha sonra  $y = \sin x$  grafiğiyle  $y = \csc x$  fonksiyonun grafiğini birbirleriyle ilişkilendirmiştir. Böylece Ö28 grafiği doğru bir şekilde çizmiştir.

Tablo 7'de öğrencilerin trigonometrik fonksiyonların grafiklerini çizerken belirlenen sorunların frekans ve yüzde dağılımları yer almaktadır.

Bu araştırmada öğrencilerin trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizmede yaşadıkları sorunlar tabloda verilmiştir. Öğrencilerin yaşadıkları sorunlar her bir kriter göre incelenmiştir ve sorunlar belirlenmiştir. Belirlenen sorunların frekans ve yüzdeleri yukarıdaki tabloda gösterilmiştir. Bunun yanı sıra 29 öğrenci ve trigonometrik fonksiyonların bulunduğu soruları boş bırakmıştır.

Çalışmada öğrencilere verilen beş açık uçlu soruların çözümünden sonra, her bir soruya ait puanlar ve trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizme beceri toplam puanı hesaplanmıştır (Ek-2). Toplam puanlar ile öğrencilerin grafik çizme becerilerine yönelik düzeyleri belirlenmiştir.

**Tablo 7** Trigonometrik Fonksiyonlarda Grafik Çizmede Belirlenen Sorunlar

Kriterler	Sorunlar	f	%
1. Kriter	1) Periyodu belirlemiş ama grafiğe aktaramamış.	4	8.33
	2) Açıları tamamen belirtmediği için periyodu belirleyememiştir.	15	31.25
	3) Periyodu belirlemiş ama yanlış belirlemiştir.	5	10.42
2. Kriter	1) Grafik çiziminde gereksiz açılar belirtmişlerdir.	6	12.50
	2) Açılar yanlış belirlemiştir.	19	39.58
3. Kriter	1) Öğrenciler açı belirlemediğinden açılara karşılık gelen değerleri bulamamıştır.	19	39.58
	2) Açı bulup değerleri yanlış bulunmuştur.	3	6.25
4. Kriter	1) Açıları grafikte belli bir sıraya göre yerleştirememiştir.	7	14.58
	2) Belirlenen açı ve değerleri yanlış yerleştirmiştir.	6	12.50
	3) Bulduğu açı ve değerleri grafiğe yansıtamamıştır.	15	31.25
5. Kriter	1) Öğrenciler doğru eğriyi yerleştirememiştir.	6	12.50
	2) Açılar ve değerleri yanlış olduğundan grafikte yanlış olmuştur.	19	39.58
	3) Ezber bilgi kullanarak çizmeye çalıştıklarından eksik veya yanlış çizim yapılmıştır.	15	31.25

Öğrencilerin trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizme becerisine yönelik puanlarının “Düşük”, “Orta” ve “Yüksek” düzeyde olduğu kabul edilmiş ve sınıflandırılmıştır. Ortaöğretim öğrencilerinin %53.33’ünün düşük düzeyde (f=28), geri kalanı ise orta ve yüksek düzeyde olduğu belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin orta ve yüksek düzeyde (f=10) %20.83 oranında bir eşitliğe sahip olduğu görülmektedir. Öğrencilerin birinci ve ikinci sorularda daha yüksek puanlarının olduğu diğer sorularda ise düşük puanlara sahip olduğu görülmektedir. Öğrencilerin büyük çoğunluğunun 4. ve 5. sorularda puan alamadıkları ve grafik çizme beceri düzeyini düşürdükleri saptanmıştır.

## Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmada ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizme becerisi incelenmiştir. Bu doğrultuda, trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizme becerileri; fonksiyonun periyodunu belirleme, trigonometrik fonksiyonların bazı açılarını belirleme, açılara karşılık gelen trigonometrik fonksiyonun bazı değerlerini belirleme, belirlenen açı ve değerleri grafikte yerine koyabilme ve noktaları belirleyip grafiği doğru çizibilme kriterlerine göre ele alınmıştır.

Öğrenciler fonksiyonlarda ve trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizmeye yönelik görüşlerinde kendilerini orta ve daha üst düzeylerde gördüklerini belirtmişlerdir. Başka bir ifadeyle öğrencilerin algılarına göre fonksiyonlarda ve trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizmeye yönelik kendilerini yeterli görmektedirler. Bu durum MKİİ kapsamında ele alınacak olursa beklenen bir sonuç olarak görülebilir. Çünkü temel fonksiyonlarda grafik çizme ile trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizmenin ilişkili olduğu söylenebilir. Bununla birlikte temel fonksiyonlarda grafik çizmede güçlüklerin ya da olumlu durumun trigonometrik

fonksiyonlarda yansımalarını görmek kaçınılmaz bir durum olarak görülmektedir. Ancak yapılan uygulama ile fonksiyonlarda ve trigonometrik fonksiyonlarda grafik çizmeye yönelik öğrencilerin mevcut durumları ile algıları arasında çelişkiler olduğu görülmüştür. Çünkü bu çalışmada, özelde trigonometrik fonksiyonlarda daha genelde ise fonksiyonlarda grafik çizmeye yönelik grafiksel ilişkilendirme becerilerinin düşük düzeyde olduğu belirlenmiştir. Çetin (2011) tarafından yapılan çalışmada da öğrencilerin trigonometrik fonksiyonların grafik çizimlerine yönelik algılarının üst düzeyde olduğu belirlenmiştir ancak algılar ile uygulamadaki öğrencilerin becerilerinin birbiri ile örtüşmediği görülmüştür. Öğrencilerin koordinat düzleminde tanjant ve kotanjant fonksiyonlarının grafiklerinin çiziminde sayı doğrusunu doğru bir şekilde kullanamadıklarını ve birbirine bağlı olarak tanımlanan kavramları birbirinden bağımsız gibi kullandıklarını yani kavramlar arası ilişkilendirme becerilerini kullanamadıkları bulunmuştur (Çetin, 2011). Bu çalışmada elde edilen bulgular ile örtüştüğü söylenebilir. Bu durumda öğretmenler tarafından öğrencilere derslerde bu kavrama yönelik olarak anlamlı ve özgün etkinlik durumlarının fırsatları verilmediği söylenebilir.

Araştırmada elde edilen verilerin analizi sonucunda ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin  $y = \sin x$  ve  $y = 2\cos x + 1$  şeklindeki trigonometrik fonksiyonların grafiklerini çizerken güçlük yaşamadıkları saptanmıştır. Ancak  $y = \sin 3x$ ,  $y = \arctan x$  ve  $y = \operatorname{cosec} x$  şeklindeki trigonometrik fonksiyonların grafiklerini çizmede ise güçlük yaşadıkları belirlenmiştir. Tekin ve Konyalıoğlu (2009) çalışmasında öğrencilerin  $\sin x$  ve  $\cos x$  fonksiyonlarının açı ve değerlerini grafiğe geçirme konusunda eksiklikleri olduğunu ortaya koymuştur. Yapılan bu araştırmadaki bulgular ile örtüşmektedir. Çünkü bu çalışmada  $\sin 3x$ ,  $\arctan x$  ve  $\operatorname{cosec} x$  trigonometrik fonksiyonlarının açı ve değerlerini bulmada zorluk yaşadıkları ve buldukları açı ve değerleri grafiğe yerleştirmede eksiklikleri olduğu görülmektedir. Tekin ve Konyalıoğlu'nun (2009) çalışmalarında ortaya çıkan diğer bir sonuçta öğrencilerin birçoğunun analitik geometri dersinin etkisiyle grafik çizimlerinde doğrusal ilişki grafiği çizme eğilimi içine girmeleridir. Bu çalışmada da benzer yaklaşım ile grafik çizen öğrenciler saptanmıştır. Bazı öğrenciler trigonometrik fonksiyonları doğrusal fonksiyon gibi düşünüp çizim yapmıştır. Öğrenciler bu eğilimden dolayı yanlış grafik çizimleri yapmışlardır. Bu eğilim altında yatan temel neden öğrencilerin farklı fonksiyon türlerinin değişkenler arasındaki değişimleri gösterdiğini yeterince anlayamamaları olabilir (Kutluca ve Baki, 2009). Yaptığımız çalışmada ise öğrenci  $\sin x$  grafiğini çizbildiği halde  $\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x}$  fonksiyonun grafiğini çizememiştir bunun nedeni ise öğrencilerin bu fonksiyonları ön öğrenmeleri ile



ilişkilendirememelerinden kaynaklanabilir. Kutluca ve Baki'nin (2009) yaptıkları çalışmada ise öğrenciler trigonometride toplam ve fark formülleri ile ters trigonometrik fonksiyonların konularında zorlandıklarını tespit etmişlerdir. Yaptığımız bu çalışmada da öğrenciler  $y = \arctan x$  fonksiyonunun grafiğini çizerken zorlandıkları görülmüştür. Özellikle öğrencilerde ters trigonometrik fonksiyonu anlamadaki zorlukların grafik çizimlerine de yansıdığı görülmektedir.

Trigonometri ve trigonometrik fonksiyonlarda görülen zorluklar bu çalışmadaki grafik çizme sürecinde kendini göstermiştir. Öğrencilerin temel trigonometri bilgilerine yönelik eksiklerin yanında trigonometrik fonksiyonları fonksiyon olarak kavrayışlarında zorlukların olduğu ortaya çıkmıştır. Çünkü öğrencilerin grafik çizimlerinde, fonksiyonun “girdi, işlem ve çıktı” gibi temel unsurlarında zorluklarının ve hatalarının olduğu belirlenmiştir. Örnek olarak bir trigonometrik fonksiyona ait açı ve açığa karşılık gelen değeri doğru belirleyememe gösterilebilir. Benzer şekilde Weber (2005) öğrencilerin trigonometrik fonksiyonları fonksiyon olarak belirlemede güçlükleri olduğunu belirtmiştir. Marchi (2012) ise çalışmasında öğrencilerin “sin” fonksiyonunu girdi ve çıktı ile bir fonksiyon olarak görmede güçlükleri olduğunu saptamıştır. Ayrıca birçok öğrenci  $\sin x$ 'i grafik temsili ile ilişkilendiremediği ve fonksiyon olarak anlamada güçlükleri olduğu bulunmuştur. Burada öğrencilerin trigonometrik fonksiyonların sadece cebirsel yönüne odaklandıkları yani grafiksel temsili ihmal ettikleri anlaşılmaktadır. Bu durum ise trigonometrik fonksiyonların cebirsel ve grafiksel yaklaşımları arasındaki ilişkilendirmenin yeterince gelişmediğinin bir göstergesi olarak yorumlanabilir. Daha geniş çerçevede ise trigonometrik fonksiyonlarda MKİİ becerilerinin hedeflenen düzeyde olmadığı söylenebilir.

Bu çalışmada öğrenciler  $y = \sin x$ ,  $y = 2\cos x + 1$  ve  $y = \sin 3x$  trigonometrik fonksiyonların periyodunu belirlerken %62 oranında daha başarılı oldukları görülmüştür.  $y = \sin 3x$  fonksiyonunun periyodunu belirlerken öğrencilerin büyük bir çoğunluğu  $\frac{2\pi}{|a|}$  bağıntısını kullanmışlardır. Fakat öğrencilerin %81'inin  $y = \arctan x$  fonksiyonunun periyodunu belirleyemediği tespit edilmiştir. Öğrencilerin cevaplarında büyük bir çoğunluğu  $\tan x$  fonksiyonunun periyodunu belirleyebildikleri ama bunun  $\arctan x$  fonksiyonuyla ilişkilendiremedikleri görülmüştür. Bunun nedeni öğretmenlerin  $\tan x$ 'in (ters trigonometrik fonksiyonların) periyodunun üzerinde yeterince durmadıklarından kaynaklanabilir. Çünkü lise öğrencilerinin trigonometrik fonksiyon ve grafiklerinde birçok zorluklarının olduğu bilinmektedir. Ayrıca Tekin vd. (2009) yaptıkları çalışmada bazı öğrenciler, konuları işlerken grafik çizimlerine fazla değinilmediğini cevap kâğıtlarına sorulmadığı halde yazmışlardır.

Öğretmenler trigonometrik fonksiyonların periyotlarını belirlerken ters trigonometrik fonksiyonların periyotlarını göstermeleri önerilebilir. Benzer şekilde öğrencilerin %62'sinin  $y = \operatorname{cosec}x$  fonksiyonunun periyodunu belirleyemedikleri görülmüştür. Bu sonuç doğrultusunda öğrenci cevapları incelendiğinde öğrencilerin  $y = \operatorname{cosec}x$ 'i  $y = \frac{1}{\sin x}$ 'e eşit olduğunu gösterdikleri saptanmıştır. Fakat öğrenciler  $\sin x$  fonksiyonunun periyodu ile  $\frac{1}{\sin x}$  fonksiyonunun periyodunu birbiriyle ilişkilendirememiştir. Bu yüzden öğretmenler “ $\sin x$ ” ya da “ $\cos x$ ” fonksiyonlarının periyotlarını nasıl bulunacağını gösterdikten sonra öğrencilerden  $\frac{1}{\sin x}$  fonksiyonunun periyodunu nasıl bulacakları şeklinde uygulamalar yaptırabilirler ya da ders sürecinde  $\frac{1}{\cos x}$  fonksiyonunun periyodunu bulmayı öğrettikten sonra  $\frac{1}{\sin x}$  fonksiyonunun periyodunu bulmaları istenebilir. MKİİ becerileri arasında görülen kavramsal ve işlemsel bilgiler arasındaki ilişkilendirmenin önemi bu çalışmada da görülmektedir. Öğrencilerin sadece kavramsal bilgiyi ya da işlemsel bilgiyi bilmeleri tek başına etkili olmamaktadır. Eli (2009) yaptığı çalışmada ortaokul matematik öğretmen adaylarının matematiksel ilişkilendirme yapma becerileri yapısının kavramsal olmadan çok işlemsel olduğunu belirtmiştir. Özgen (2013) ise lise matematik öğretmen adaylarının MKİİ becerilerinin istenen düzeyde olmadığını bulmuştur. İlgili araştırmaların bulgularına paralel olarak, bu çalışmada da görüleceği üzere bu iki bilgi türünün ilişkilendirilmesi matematik öğrenme süreci için kaçınılmaz olduğu söylenebilir.

Bu çalışmanın bulgularından yola çıkılarak ulaşılan önemli bir sonuç ise öğrencilerin trigonometrik fonksiyonların periyotlarını belirlemede bazı zorluklarının olduğu anlaşılmaktadır. “ $\sin x$ ” ve “ $\cos x$ ” gibi temel trigonometrik fonksiyonların periyotları belirlenebilirken, bu fonksiyonlardan türetilen diğer trigonometrik fonksiyonların periyotları belirlenememiştir. Öğrencilerin kavramlar arası ilişkilendirme becerilerinin düşük düzeyde olduğu söylenebilir. Öğrencilerin trigonometrik fonksiyonlarda radyan ve birim çember kullanımı gibi konularda güçlüklerinin olduğu çeşitli araştırmalarda belirlenmiştir (Akkoç, 2008; Güntekin ve Akgün, 2008). Ancak periyot belirleme ile ilgili herhangi bir araştırmaya rastlanmamıştır. Bu doğrultuda ileride yapılacak olan araştırmalarda trigonometrik fonksiyonlarda periyot kavramı ile ilgili uygulamalar yapılabilir. Ayrıca öğretmenlerin farklı fonksiyon türleri üzerinde periyot bulma etkinlikleri ve periyot kavramını ilişkilendirici etkinlikler yaptırılmaları önerilir.

Öğrenciler %50 oranında  $y = \sin x$  ve  $y = 2\cos x + 1$  trigonometrik fonksiyonların grafiklerini çizmede kullandıkları bazı özel açıları ve bu açılara karşılık gelen değerleri

belirleyememişlerdir. Böylece öğrencilerin  $\frac{\pi}{6}$  ve  $\frac{\pi}{8}$  gibi grafik çizmeye yardımcı olamayacak yani değerini belirleyemeyecekleri açıları kullandığı görülmüştür. Bu yüzden öğrencilerin bazıları bu açılara karşılık gelen değerleri bulamamışlardır. Bu durum öğrencilerin trigonometrik fonksiyonlara fonksiyon olarak kavrayış geliştiremediklerinden kaynaklanabilir. Başka bir deyişle fonksiyondaki “girdi-işlem-çıktı” üçlemesi hakkında sınırlılıkları olduğu ya da bunu trigonometrik fonksiyonlar ile ilişkilendiremedikleri söylenebilir. Ayrıca bazı öğrenciler ise  $\sin\frac{\pi}{2} = 0$  olarak almışlardır. Benzer bir çalışmada Doğan (2001), lise öğrencilerinin trigonometrik fonksiyon değeri ile açının ölçüsünü ayırmada ciddi güçlükler içinde olduklarını belirlemiştir. Bu durum öğretmenlerin trigonometrik fonksiyonların grafiklerin anlatırken tahtaya grafik çizip grafiğin adını vermesinden kaynaklanabilir. Başka bir deyişle öğretmenlerin benimsediği trigonometri öğretimi yaklaşımından kaynaklanabilir. Öğrenci bu doğrultuda grafiği çizme adımlarını öğrenmekten çok grafiği ezberleme çabasına girmektedir. Öğretmenler konuyu anlatırken grafik çizme adımlarını tek tek irdeleyip grafiği adımlardaki verilerden yararlanarak çizdiğini belirtmesi ve uygulama yaptırması yönünde bir yaklaşım benimsenebilir.

Öğrenciler yaklaşık olarak %72 oranında  $y = \sin x$  ve %52 oranında  $y = 2\cos x + 1$  trigonometrik fonksiyonların açı ve değerlerini grafikte yerine koyabilmişlerdir. Ancak  $y = \sin 3x$  fonksiyonunda öğrenciler  $y = 3\sin x$  gibi yorumladıklarından yanlış değerler bulmuşlardır. Bu yüzden grafikte de yerine koyamamışlardır. Bundan dolayı başarı %29 gibi düşük bir orandadır. Öğrenciler  $y = \arctan x$  fonksiyonunda ise ters trigonometrik fonksiyon olduğunu görememişlerdir. Bundan dolayı öğrenciler x eksenine y değerlerini, y eksenine x değerlerini yerleştirmişlerdir. Bununla birlikte öğrenciler  $y = \arctan x$  fonksiyonuna büyük oranda yorum getirememişlerdir. Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu  $y = \operatorname{cosec} x$  fonksiyonun grafik çizimini yapamamışlardır. Cevap verenlerin çoğu ise  $y = \frac{1}{\sin x}$  fonksiyonu olduğunu bildikleri halde grafik çizimini devam ettirememişlerdir. Tekin vd. (2009) ve Güntekin ve Akgün (2008) tarafından yapılan çalışmalarda da öğrencilerin trigonometrik fonksiyonların eksenlerle eşlenmesi ve değerlerinin hesaplanması noktasında zorluklarının olduğunu bildirmişlerdir. Ayrıca Çetin (2011) ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının koordinat düzleminde tanjant ve kotanjant fonksiyonlarının grafiklerinin çiziminde sayı doğrusunu doğru bir şekilde kullanamadıklarını belirlemiştir. Benzer zorlukların bu çalışmada da olduğu söylenebilir. Özellikle  $y = \arctan x$  ve  $y = \operatorname{cosec} x$  fonksiyonlarının öğretiminde öğretmenlerin yeteri kadar konunun üzerinde durmadıkları anlaşılmaktadır. Bunun sonucunda öğrencilerde  $\arctan x$  ve  $\operatorname{cosec} x$ 'in değerlerini bulamadıklarından grafiğe

yerleştirmemişlerdir. Bu yüzden öğretmenler konuyu anlatırken bu fonksiyonlara daha fazla önem vermeleri gerekmektedir.

## Öneriler

Grafik çiziminde öğrencilerin elinde veri olunca fazla zorlanmadıkları saptanmıştır. Bu yüzden öğrenciler  $y = \sin x$  ve  $y = 2\cos x + 1$  fonksiyonlarının grafiklerini çizerken zorlanmamışlardır. Fakat  $y = \sin 3x, y = \arctan x$  ve  $y = \operatorname{cosec} x$  fonksiyonlarının grafiklerinin çiziminde açı ve açılara karşılık gelen değerleri tam olarak belirleyemediklerinden grafiklerini çizememişlerdir. Bunun yanında öğrencilerin açı ve açılara karşılık gelen değerleri grafiğe geçirme konusunda da eksiklikleri olduğu görülmektedir. Bu bağlamda öğretmenler  $y = \sin 3x, y = \arctan x$  ve  $y = \operatorname{cosec} x$  gibi fonksiyonların grafik çizimlerini derslerde daha fazla önemle üzerinde durmalıdırlar.

Bu çalışmada, trigonometrik fonksiyonların grafik çizimlerinde açılara karşılık gelen değerler ve periyodu belirleyen öğrencilerin çoğu grafikleri doğru çizibildikleri görülmektedir. Bu verileri bulamayan öğrencilerin çoğunlukla yanlış grafik çizimi yaptıkları belirlenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin periyot, açı ve açılara karşılık gelen değerleri oluşturmalarına yönelik daha fazla etkinlik yaptırılması önerilebilir.

Araştırmaya katılan lise öğrencilerinin büyük bölümü  $\sin x$  ve  $2\cos x + 1$  gibi temel trigonometrik fonksiyonların grafiklerini çizmede başarılı oldukları belirlenmiştir. Buna karşılık öğrencilerin üst düzeyde ilişkilendirme becerileri gerektiren  $\sin 3x, \arctan x$  ve  $\operatorname{cosec} x$  gibi trigonometrik fonksiyonların grafiklerini çizmede başarısız oldukları görülmüştür. Grafikselleştirme için gerekli bilgileri ilişkilendirmede öğrencilerin güçlükleri bulunmuştur. Öğrenciler verilen durumda ezbere olarak önceden yaptıkları grafiklere benzetmeye çalışmışlar ve bunda da başarılı olamamışlardır. Bu da verilen durumun grafiği için yeterli olmamıştır. Bu durum Marchi (2012) ve Gür'ün (2009) tarafından yapılan çalışmalarda bulgular ile uyumludur. Öğretmenlerin matematik öğretiminde trigonometrik fonksiyonların grafik çizimlerine daha fazla önem vermesi gerektiği söylenebilir. Özellikle öğrencilerin matematiğin kendi içerisindeki ilişkilendirme becerilerini geliştirmelerine yönelik fırsatlar sunulmalıdır. Özellikle grafikselleştirme becerilerinin gelişimi için trigonometri öğretiminde trigonometrinin üçgen ve oran temsilleri ile öğretimine başlamanın sınırlılıkları olarak görülebilir. Çünkü çeşitli araştırmalarda da trigonometrideki öğretimin üçgen ve oran temsilleri ile öğretiminden dolayı öğrencilerde çeşitli zorlukların ortaya çıktığı görülmektedir (Delice, 2005; Güntekin ve Akgün, 2011; Marchi, 2012; Orhun, 2001). Bu doğrultuda Weber

(2005) öğrencilerin trigonometrik işlemleri fonksiyona dayalı anlamaları gerektiğini ve geometrik yaklaşımın anlamayı kolaylaştırdığını belirtmiştir. Trigonometrik fonksiyonların anlaşılması için çoklu temsillerin öğrencilere tanıtılması ve kullanılması gerekir. Özellikle grafiksel ilişkilendirme için trigonometri öğretiminde grafiklerin kullanımı en sona bırakılmayıp, eş zamanlı olarak diğer temsillerle birlikte verilmelidir.

## Kaynakça

- Akkoç, H. (2008). Pre-service mathematics teachers' concept images of radian, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 39(7), 857-878.
- Breidenbach, D.; Dubinsky, E.; Hawks, J., & Nichols, D. (1992). Development of the process conception of function. *Educational Studies in Mathematics*, 23, 247-285.
- Byers, P. (2010). Investigating trigonometric representations in the transition to college mathematics. *College Quarterly*, 13(2), 1-10.
- Coxford, A.F. (1995). The case for connections. In P. A. House and A.F. Coxford (Eds.), *Connecting mathematics across the curriculum*, pp. 3-12. Reston, VI: National Council of Teachers of Mathematics.
- Çepni, S. (2012). *Alan araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (6. Baskı). Trabzon: Celepler Matbaacılık.
- Çetin, Ö.F. (2011). Koordinat düzleminde birim çember yardımıyla tanjant ve kotanjant fonksiyonlarının grafik çiziminde sayı doğrusu kullanımı. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13(2), 123-141.
- Çetin, Ö. F. (2015). Students' perceptions and development of conceptual understanding regarding trigonometry and trigonometric function. *Educational Research and Reviews*, 10(3), 338-350.
- Delice, A. (2005). Türk ve İngiliz eğitim sisteminde matematik eğitiminin karşılaştırılması. *Milli Eğitim Dergisi*, 167. <http://yayim.meb.gov.tr/dergiler/167/index3-delice.htm> adresinden 18.03.2015 tarihinde edinilmiştir.
- Doğan, A. (2001). *Genel liselerde okutulan trigonometri konularının öğretiminde öğrencilerin yanılgıları, yanılgıları ve trigonometri konularına karşı öğrenci tutumları üzerine bir araştırma*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Eli, J.A., (2009). *An exploratory mixed methods study of prospective middle grades teachers' mathematical connections while completing investigative tasks in geometry*. Yayınlanmamış doktora tezi. University of Kentucky.
- Güntekin, H., & Akgün, L. (2011). Trigonometrik kavramlarla ilgili öğrencilerin sahip olduğu hatalar ve öğrenme güçlükleri. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 40(1), 98-113.
- Gür, H. (2009). Trigonometry learning. *New Horizons in Education*, 57(1), 67-80.
- Kutlu, Ö., Doğan, C.D., & Karakaya, İ. (2009). *Öğrenci başarısının belirlenmesi performansa ve portfolyoya dayalı durum belirleme* (2. Baskı). Ankara: PegemA.
- Kutluca, T., & Baki, A. (2009). 10. Sınıf matematik dersinde zorlanılan konular hakkında öğrencilerin, öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin görüşlerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 17(2), 609-624.
- Kültür, M. N., Kaplan, A., & Kaplan, N. (2008). Ortaöğretim öğrencilerinde trigonometri öğretiminin değerlendirilmesi. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17, 202-211.

- Leikin, R., & Levav-Waynberg, A. (2007). Exploring mathematics teacher knowledge to explain the gap between theory-based recommendations and school practice in the use of connecting tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 66(3), 349-371. DOI: 10.1007/s10649-006-9071-z.
- Marchi, D.J. (2012). *A study of the understanding of the Sine function through representations and the process and object perspectives*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Ohio State University.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2011). *Ortaöğretim matematik (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) dersi öğretim programı*. Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). *Ortaöğretim matematik (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) dersi öğretim programı*. Ankara.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Noss, R., Healy, L., & Hoyles, C. (1997). The construction of mathematical meanings: connecting the visual with the symbolic. *Educational Studies in Mathematics*, 33(2), 203-233. 10.1023/A:1002943821419.
- Orhun, N. (2001). Students' mistakes and misconceptions on teaching of trigonometry. The Mathematics Education into the 21st Century Project, International Conference on New Ideas in Mathematics Education, Palm Cove, Queensland, Australia, August 19-24, 2001.
- Özgen, K. (2013). Problem çözüme bağlamında matematiksel ilişkilendirme becerisi: Öğretmen adayları örneği. *E-Journal of New World Sciences Academy*, 8(3), 323-345.
- Pesen, C. (2003). *Eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için matematik öğretimi* (1. Baskı). Ankara: Nobel.
- Taşar, M.F., İnceç, Ş.K., & Güneş, P.Ü. (2006). Grafik çizme ve anlama becerisinin saptanması. *VII. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, 6-8 Eylül 2006, Ankara. <http://w3.gazi.edu.tr/~mftasar/publications/Grafik.pdf> adresinden 29.05.2015 tarihinde erişilmiştir.
- Tekin, H. (2007). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme* (18. Baskı). Ankara: Yargı Yayınevi.
- Tekin, B., & Konyalıoğlu, A.C. (2009). Dönüşüm ve ters dönüşüm formüllerinin ispatlarının ortaöğretim düzeyinde görselleştirilmesi. 8. *Matematik Sempozyumu*, 12-14 Kasım 2009, Ankara. [www.matder.org.tr](http://www.matder.org.tr) adresinden 12.03.2015 tarihinde erişilmiştir.
- Tekin, B., Konyalıoğlu, A.C., & Işık, A. (2009). Ortaöğretim öğrencilerinin fonksiyon grafiklerini çizebilme becerilerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 17(3), 147-156.
- Umay, A. (2007). *Eski arkadaşımız okul matematiğinin yeni yüzü*. Ankara: Aydan Web Tesisleri.
- Vale, C., McAndrew, A., & Krishnan, S., (2011). Connecting with the horizon: Developing teachers' appreciation of mathematical structure. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(3), 193-212. DOI: 10.1007/s10857-010-9162-8.
- Weber, K. (2005). Students' understanding of trigonometric functions. *Mathematics Education Research Journal*, 17(3), 91-112.
- Weber, K. (2008). Teaching trigonometric functions: Lessons learned from research. *The Mathematics Teacher*, 102(2), 144-147.



## EK-1: Trigonometrik Fonksiyonlarda Grafik Çizme Becerisi Rubriği

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARDA GRAFİK ÇİZME BECERİSİ				
Kriterler	Puan			
	3	2	1	0
<b>Fonksiyonun periyodunu belirleme</b>	Periyodu tam olarak doğru belirlemiştir.	Periyodun bir kısmını doğru belirlemiştir.	Periyodu yanlış belirlemiştir.	Periyodu belirleyememiştir.
<b>Trigonometrik fonksiyonun bazı açıları belirleme</b>	Açıları tam olarak doğru belirlemiştir.	Açıları bir kısmını doğru belirlemiştir.	Açıların çoğunu yanlış belirlemiştir.	Açıları doğru belirleyememiştir.
<b>Açılara karşılık gelen trigonometrik fonksiyonun değerlerini belirleme</b>	Açılara karşılık gelen değerleri tam olarak doğru bulmuştur.	Açılara karşılık gelen değerlerin bir kısmını doğru bulmuştur.	Açılara karşılık gelen değerlerin çoğunu yanlış bulmuştur.	Açılara karşılık gelen değerleri doğru bulamamıştır.
<b>Belirlenen açı ve değerleri grafikte yerine koyma</b>	Belirlenen açı ve değerleri grafiğe tam olarak doğru bir şekilde yerleştirmiştir.	Belirlenen açı ve değerlerin bir kısmını grafiğe doğru bir şekilde yerleştirmiştir.	Belirlenen açı ve değerlerin çoğunu grafiğe yanlış bir şekilde yerleştirmiştir.	Belirlenen açı ve değerleri grafiğe doğru bir şekilde yerleştirememiştir.
<b>Noktaları belirleyip grafiği doğru çizebilme</b>	Noktaları belirleyip grafiği tam olarak doğru çizmiştir.	Noktaları belirleyip grafiği kısmen doğru çizmiştir.	Noktaları belirleyip grafiği yanlış çizmiştir.	Noktaları belirleyememiş ve grafiği çizememiştir.



**EK-2: Trigonometrik Fonksiyonlarda Grafik Çizme Becerilerine Yönelik Toplam Puanlar ve Düzeyler**

Öğrenci	S1	S2	S3	S4	S5	Grafik çizme puanı	Grafik çizme düzeyi
Ö1	13	13	6	6	8	46	Orta
Ö2	0	14	1	4	2	21	Düşük
Ö3	0	0	0	0	0	0	Düşük
Ö4	6	6	6	0	0	18	Düşük
Ö5	14	8	0	0	0	22	Düşük
Ö6	6	5	8	5	3	27	Düşük
Ö7	14	14	7	14	12	61	Yüksek
Ö8	3	1	10	4	4	22	Düşük
Ö9	14	13	12	0	0	39	Orta
Ö10	15	15	11	7	8	56	Yüksek
Ö11	2	1	1	0	0	4	Düşük
Ö12	9	2	7	0	1	19	Düşük
Ö13	9	4	4	0	0	17	Düşük
Ö14	14	14	14	14	14	70	Yüksek
Ö15	14	14	5	0	0	33	Orta
Ö16	15	15	8	11	6	55	Yüksek
Ö17	8	8	0	0	0	16	Düşük
Ö18	15	4	3	0	0	22	Düşük
Ö19	14	14	8	0	0	36	Orta
Ö20	9	9	9	1	4	32	Orta
Ö21	9	5	9	0	0	23	Düşük
Ö22	0	0	0	0	0	0	Düşük
Ö23	6	2	6	0	1	15	Düşük
Ö24	1	2	1	0	0	4	Düşük
Ö25	0	0	0	0	0	0	Düşük
Ö26	4	4	4	4	4	20	Düşük
Ö27	4	6	2	0	4	16	Düşük
Ö28	15	15	15	13	15	73	Yüksek
Ö29	1	13	0	4	0	18	Düşük
Ö30	6	8	6	2	0	22	Düşük
Ö31	6	14	5	0	11	36	Orta
Ö32	14	13	7	14	14	62	Yüksek
Ö33	14	7	7	0	0	28	Orta
Ö34	3	3	2	0	0	8	Düşük
Ö35	3	0	0	0	0	3	Düşük
Ö36	0	0	0	0	0	0	Düşük
Ö37	14	0	5	0	0	19	Düşük
Ö38	8	3	4	0	0	15	Düşük
Ö39	0	0	0	0	0	0	Düşük
Ö40	9	6	4	0	3	22	Düşük
Ö41	14	12	9	12	12	59	Yüksek
Ö42	14	14	12	0	6	46	Orta
Ö43	15	15	15	15	15	75	Yüksek
Ö44	8	4	4	0	0	16	Düşük
Ö45	14	14	9	6	8	51	Yüksek
Ö46	4	4	6	2	3	19	Düşük
Ö47	15	15	14	9	9	62	Yüksek
Ö48	12	9	8	7	6	42	Orta