

## Fonksiyonel Derecelendirilmiş Gözenekli Sandviç Kirişin Statik Eğilme ve Serbest Titreşim Analizi

Caner SOLAR<sup>1\*</sup>, Vedat TAŞKIN<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup> Trakya Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Edirne, TÜRKİYE

**Makale Künye Bilgisi:** Solar, C., Taşkın, V. (2024). Fonksiyonel Derecelendirilmiş Gözenekli Sandviç Kirişin Statik Eğilme ve Serbest Titreşim Analizi, *Trakya Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*. 25(2), 77-90.

### Öne Çıkanlar

- FD gözenekli kirişlerde tabaka dizilimleri, uzunluk/kalınlık oranı statik eğilme ve doğal frekans değerlerini etkilemektedir.
- FD gözenekli sandviç kirişlerde gözeneklilik tipi ve gözeneklilik katsayısı statik eğilme ve doğal frekans değerlerini etkilemektedir.
- FD gözenekli kirişlerde kuvvet kanunu üstelindeki artış ile doğal frekans değerlerinde azalış meydana gelmektedir.

Makale Bilgileri	Öz
<b>Makale Tarihiçesi:</b> Geliş: 7 Haziran 2024 Kabul: 22 Ekim 2024	Bu çalışmada, basit destekli fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli sandviç kirişin statik eğilme ve titreşim analizi gerçekleştirilmiştir. Sandviç kirişin yüzeyleri, fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli malzemeden, özü ise homojen bir malzemeden yapılmıştır. Çalışmada iki farklı gözenekli malzeme türü kullanılmıştır. Gözenekli malzeme türleri homojen ve simetrik özelliktedir. Fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli öz ve yüzey tabakalarının malzeme özelliklerinin, kuvvet kanunu dağılımına bağlı olarak kalınlık boyunca değiştiği varsayılmıştır. Kirişin hareket denklemleri, Hamilton prensibi kullanılarak türetilmiştir. Gözenekli sandviç kiriş için iki farklı tipte karışım kuralı uygulanmıştır. Navier yöntem kullanılarak kapalı form çözümü elde edilmiştir. Gözeneklilik katsayısı, kalınlığın uzunluğa oranı, öz ve yüzey tabakalarının kalınlık oranları, hacimsel değişim üsteli değiştirilerek sayısal sonuçlar elde edilmiştir.
<b>Anahtar Kelimeler:</b> Fonksiyonel Derecelendirilmiş; Sandviç; Gözenekli Kiriş; Titreşim.	

### Static Bending and Free Vibration Analysis of Functionally Graded Porous Sandwich Beam

Article Info	Abstract
<b>Article History:</b> Received: June 7, 2024 Accepted: October 22, 2024	In this study, the static bending and vibration analysis of a simply supported functionally graded porous sandwich beam was performed. The surfaces of the sandwich beam are made of functionally graded porous material, while the core is made of homogeneous material. Two different types of porous materials were used in the study. The types of porous materials are homogeneous and symmetric. It is assumed that the material properties of the functionally graded porous core and surface layers vary through the thickness according to a power-law distribution. The equations of motion of the beam were derived using Hamilton's Principle. Two different types of mixture rules were applied for the porous sandwich beam. A closed-form solution was obtained using the Navier method. Numerical results are obtained by varying the porosity coefficient, the ratio of thickness to length, the thickness ratios of the core and surface layers, and the power law index.
<b>Keywords:</b> Functionally Graded; Sandwich; Porous Beam; Vibration.	

## 1. Giriş

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler (FDM), kompozit yapıdaki malzemelerdir ve belirli bir doğrultuda malzeme bileşiminin veya yapısının sürekli olarak değiştiği malzemelerdir. Bu tür malzemeler, genellikle iki veya daha fazla farklı malzemenin özelliklerini bir araya getirerek, her iki malzemenin de avantajlarını sunmayı amaçlar. FDM'ler, termal bariyerler, yapısal bileşenler ve yüksek performanslı uygulamalarda kullanılır.

Yüksek sıcaklığa maruz kalan yapı elemanlarında sıkça kullanılan fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler genellikle metal-seramik karışımlarından oluşur. Bu malzemeler, metallerin dayanıklılığını artırmak amacıyla seramik kaplama ile korunur ve malzeme hatalarını azaltmak için derecelendirilirler (Aşık, 2021).

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler (FDM), sürekli ve süreksiz olmak üzere iki kategoride sınıflandırılır. Sürekli FDM, homojen bir yapıya sahiptir ve belirli bir özellik veya işlev için kesintisiz bir değişim sağlar. Örneğin, termal veya elektriksel iletkenlik gibi özelliklerde sürekli gradyanlar bulunabilir ve karmaşık yapılar için tercih edilir. Süreksiz FDM ise, belirli bölgelerde veya noktalarda özelliklerin farklılaşmasına dayanır. Örneğin, belirli bir bölgenin termal olarak yalıtılması gibi. En basit FDM'lerde, malzeme bileşenleri kademeli bir geçişle değişirken, diğer türde ise basamaklı bir derecelendirme gösterirler (Alwan, 2017).

Fonksiyonel Derecelendirilmiş Sandviç Yapılar (FDSY), yüzey tabakaları ve öz tabakadan oluşur. Öz tabaka sertlik sağlarken, dış tabaka koruyucu ve dayanıklıdır. Ara yüzey tabakaları ise yapıya bütünlük kazandırır. (Al-Itbi, 2023)

Fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli malzemeler (FDGM), içerdikleri gözeneklerin boyutu, şekli, dağılımı ve yoğunluğunun belirli bir yönde değiştiği

malzemelerdir. Öz tabaka hafif ve düşük yoğunluktadır, yüzey tabakalar ise dayanıklıdır. Yüzey tabakaları yapıya bütünlük sağlar. (Chopan, 2023)

### 1.1. Literatür Özeti

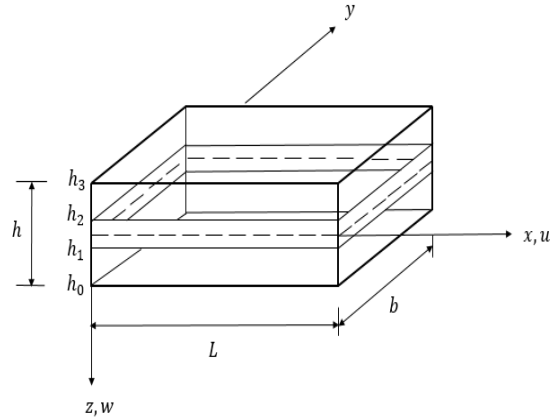
Literatürde, FD gözenekli ve gözeneksiz sandviç kirişlere ait birçok çalışma mevcuttur. Alwan (2017), fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerden oluşan kirişin, dört farklı teori kullanarak serbest titreşimini incelemiştir. Al-Itbi (2023), düzgün yayılı yüke maruz kalan fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli sandviç kirişlerin statik davranışını sonlu elemanlar yöntemini kullanarak incelemiştir. Chopan (2023), elastik ve viskoelastik zorlanmış titreşim davranışını teorik olarak fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli malzemedeki yapılmış sandviç kirişlerin üzerinde incelemiştir. Özmen (2021), fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin statik ve dinamik analizlerini deneysel, hesaplamalı ve analitik yöntemler ile incelemiştir. Aşık (2021), yaptığı çalışmada fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerden (FDM) oluşan sandviç kirişin serbest titreşim analizini incelemiştir. Demirhan (2016), fonksiyonel derecelendirilmiş öz veya yüzey tabakalarından oluşan sandviç kiriş ve plaklar için titreşim ve eğilme analizini dört değişkenli kayma deformasyon teorisi kullanarak yapmıştır. Filiz (2010), eksenel derecelendirilmiş çubuk ve kirişleri sürekli veya parçalı sürekli formda ele alarak serbest titreşim analizini gerçekleştirmiştir. Altınöz (2016), çalışmasında fonksiyonel derecelendirilmiş kirişi ele alarak Timoshenko kiriş teorisini kullanmıştır. Demirhan ve Taşkın (2017), çalışmasında dört değişkenli plaka teorisine dayalı olarak iki karşılıklı basit mesnetli kenara sahip gözenekli fonksiyonel derecelendirilmiş (FD) plakanın serbest titreşim ve eğilme özelliklerini araştırmıştır. Aydogdu ve Taskin (2007), basit destekli fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin serbest titreşim analizini gerçekleştirmiştir. Demirhan ve Taşkın (2020), çalışmasında fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin

serbest titreşim analizini gerçekleştirmiştir. Njim vd. (2021), gözenekli fonksiyonel derecelendirilmiş dikdörtgen sandviç plakaların doğal frekanslarını değerlendirmek için serbest titreşim analizinin yeni yaklaşık analitik çözümünü ele almıştır. Benferhat vd. (2021), çalışmasında basit destekli fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç plakaların dinamik analizi üzerindeki gözeneklilik etkisini, enine kayma deformasyon etkilerini hesaba katan yeni geliştirilmiş bir kayma deformasyon teorisini kullanarak incelemiştir. Hadji ve Avcar (2021), çalışmasında fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli yüzey tabakalarına ve izotropik homojen öze sahip kare sandviç plakanın serbest titreşim analizini farklı sınır şartları altında gerçekleştirmiştir. Slimane vd. (2021), çalışmasında dört değişkenli yüksek dereceli kayma deformasyon teorisi kullanılarak fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç plakaların statik eğilme analizi için analitik çözümler sunmuştur. Kareem ve Noori (2022), çalışmasında fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli sandviç kirişlerde gözeneklilik yapısının doğal frekanslar üzerindeki etkisini incelemiştir. Karakoti ve ark. (2022), çalışmasında gözenekli fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerden (FGM) yapılmış sandviç plaka ve kabuk panellerin, patlama yükü ve termal etkiler altındaki doğrusal olmayan geçici davranışını incelemek için bir sonlu elemanlar modeli geliştirmiştir. Adhikari ve ark. (2020), çalışmasında gözeneklilik kusurlarının çeşitli FGM sandviç plakalarının burkulma özelliklerine etkisini modellemiş ve analiz etmiştir. Fu ve ark. (2018), gözenekli malzeme ile doldurulmuş oluklu çekirdekli FGM sandviç plakaların ses iletim kaybını analiz etmeyi amaçlamıştır. Farklı FGM yapıları kullanarak ses dalgası yayılımını incelemiş ve teorik model, önceki sayısal sonuçlarla karşılaştırarak doğrulamıştır. Nguyen ve ark. (2024), çok yönlü fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerden yapılmış gözenekli sandviç plakaların doğrusal olmayan serbest titreşim

davranışını incelemiştir. Dış tabakaları üç yönlü ve çekirdek tabakası iki yönlü FGM'den oluşan bu yapıların, malzeme gradyan indeksleri ve gözeneklilik dağılımının titreşim frekansı üzerindeki etkilerini araştırmıştır. Amir ve ark. (2023), çalışmada kesikli soğutma plakalarının doğal frekans analizi üzerine bir inceleme yaparak, kesiklerin işlevsel derecelendirilmiş gözenekli plakaların titreşim davranışını nasıl etkilediğini araştırmıştır.

## 2. Temel Bilgiler ve Denklemler

Fonksiyonel derecelendirilmiş yüzeylere sahip ve özü izotropik olan kirişin boyutları;  $L$ , uzunluğu,  $h$ , kalınlığı;  $b$ , genişliği;  $h_0, h_1, h_2, h_3$ ,  $z$  eksen doğrultusunda tabaka uzunluklarını temsil edecek şekilde tanımlanmıştır. Şekil 1'de fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli kirişin koordinat takımı ve geometrisi verilmiştir.



Şekil 1. FD kirişin koordinat takımı ve geometrisi

Etkin malzeme özellikleri Denklem 1 ile tanımlanmıştır.

$$P(z) = P_m V_m + P_s V_s \quad (1)$$

Burada  $P_m$  ve  $P_s$  sırasıyla metal ve seramik malzemenin etkin özelliklerini,  $V_m$  ve  $V_s$  sırasıyla metal ve seramik malzemenin hacim oran fonksiyonunu temsil etmektedir. Çalışmada Tip1 ve Tip2 olmak üzere 2 farklı gözenek tipi tanımlanmıştır. Tip1 için etkin

malzeme özellikleri Denklem 2 ile, Tip2 için etkin malzeme özellikleri Denklem 3 ile tanımlanmıştır.

$$P(z) = P_m + (P_s - P_m)V_s(z) - \frac{e}{2}(P_s - P_m) \quad (2)$$

$$P(z) = P_m + (P_s - P_m)V_s(z) - \frac{e}{2}(P_s - P_m) \left[ 1 - \left( 2 \frac{|z|}{h} \right) \right] \quad (3)$$

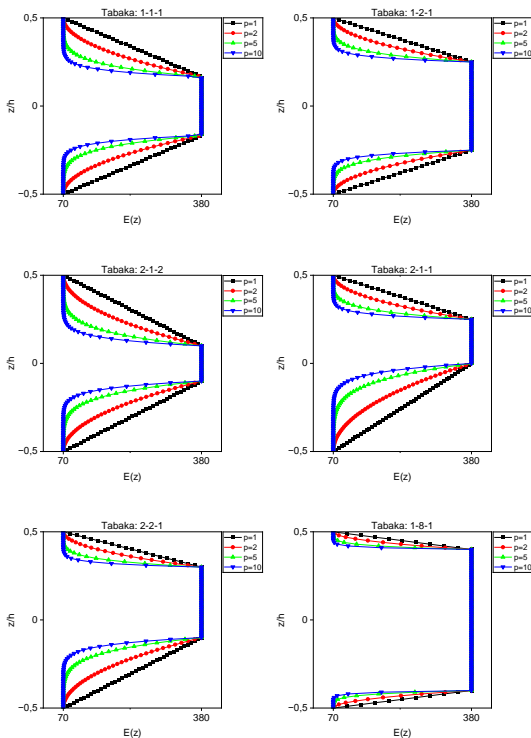
Kirişin yüzeyleri fonksiyonel derecelendirilmiş olup izotropik öze sahiptir. Gözenekli sandviç kirişin seramik hacim oran fonksiyonu,  $V_s^{(i)}$ ,  $z$ 'ye bağlı olmak üzere Denklem 4 ile tanımlanmıştır.

$$V_s^{(1)}(z) = \left( \frac{z-h_0}{h_1-h_0} \right)^p, \quad h_0 \leq z \leq h_1, \quad (\text{FD alt yüzey})$$

$$V_s^{(2)}(z) = 1 \quad h_1 < z < h_2, \quad (\text{Seramik öz})$$

$$V_s^{(3)}(z) = \left( \frac{z-h_3}{h_2-h_3} \right)^p, \quad h_2 \leq z \leq h_3, \quad (\text{FD üst yüzey}) \quad (4)$$

Şekil 2'de 6 farklı tabaka için  $E(z)$ 'nin  $z/h$  oranlarıyla farklı  $p$  üstellerindeki değişimleri verilmiştir.



Şekil 2. Kuvvet kanunu üstellerine bağlı olarak  $E(z)$  değişimi

## 2.1. Teorik Formülasyondaki Varsayımlar

FD gözenekli sandviç kirişin teorik formülasyonu aşağıdaki varsayımlara dayanmaktadır.

- Eksenel yer değiştirme ve uzama bileşeni, eğilme bileşeni ve kesme bileşeninden oluşur.
- Mevcut teori eksenel yer değiştirmenin hiperbolik bir dağılımını hesaba katarken enine yer değiştirme kalınlık boyunca sabittir.
- Enine normal deformasyonların etkileri ( $\varepsilon_z = 0$ ) ihmal edilir.
- Kirişin kesitindeki hiçbir noktada  $y$  yönünde bağıl hareket olmadığından; gerilmeleri elde etmek için tek eksenli Hooke kanunu kullanılır.
- Teori, kiriş kalınlığı boyunca enine kesme gerilmesinin hiperbolik kosinüs dağılımını verir.

## 3. Hiperbolik Kayma Deformasyon Teorisi

Yapılan çalışmada kullanılan hiperbolik kayma deformasyon kiriş teorisinin yer değiştirme alanı Denklem 5 ile tanımlanmıştır.

$$u(x, z) = u_0(x) - \frac{zdw_0}{dx} + f\phi(x)$$

$$w(x) = w_0(x) \quad (5)$$

Denklem 5'te ifade edilen  $u_0, w_0$  sırasıyla, kirişin tarafsız eksenü üzerindeki bir noktanın  $x$  ve  $z$  yönündeki yer değiştirmeleridir. Şekil fonksiyonu  $f$ , kirişin kalınlığı boyunca enine kayma gerilmesi dağılımına göre  $z$ 'nin bir fonksiyonu olarak varsayılmıştır, yani kirişin üst ve alt yüzeylerinde sıfırdır.

Hiperbolik kayma deformasyon kiriş teorisinde kirişin herhangi bir noktasındaki yalnızca sıfır olmayan normal ve kayma gerilmeleri,  $\varepsilon_x^0, k_x^b, k_x^s, \gamma_{xz}^0$ 'nin bilinmeyen yer değiştirme değişkenleriyle Denklem 6 ve 7'deki gibi ilişkilendirildiği noktalarda meydana gelir:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \varepsilon_x^0 + zk_x^b + fk_x^s \\ \gamma_{zx} &= g\gamma_{zx}^0\end{aligned}\quad (6)$$

$$\varepsilon_x^0 = \frac{du_0}{dx}, k_x^b = -\frac{d^2w_0}{dx^2}, k_x^s = \frac{d\phi}{dx}, \gamma_{zx}^0 = 0 \quad (7)$$

Şekil fonksiyonu  $f$  ve  $g$  fonksiyonu Denklem 8’de tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned}f &= [z \cosh(1/2) - h \sin(z/h)] \\ g &= f' = [\cosh(1/2) - \cos(z/h)]\end{aligned}\quad (8)$$

Fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli sandviç kiriş, alüminyum (Al) ve alümina ( $A_2O_3$ ) malzemelerinden oluşmaktadır. Malzemenin özellikleri Denklem 9’da verilen kuvvet kanunu dağılımına göre kalınlık yönünde sürekli olarak değişmektedir. Kirişin  $k$  katmanındaki herhangi bir noktadaki gerilme-gerinim ilişkisi, tek eskenli Hooke kanunu ile Denklem 9’da ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned}\sigma_x^k &= E^k(z)\varepsilon_x^k \\ \tau_{xz}^k &= G^k(z)\gamma_{zx}^k \\ G^k(z) &= \frac{E^k(z)}{2(1+\nu)}\end{aligned}\quad (9)$$

### 3.1. Hareket Denklemleri

FD gözenekli sandviç kiriş için hiperbolik kayma deformasyon teorisinin hareket denklemleri Hamilton prensibi ile türetilmiştir.

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta U - \delta V + \delta K) dt = 0 \quad (10)$$

Denklem 10’da  $\delta U, \delta V, \delta K$  ifadeleri sırasıyla toplam gerinim enerjisindeki, potansiyel enerjideki ve kinetik enerjideki değişimleri gösterir;  $t_1$  ve  $t_2$  sırasıyla başlangıç ve son zamandır.

Gerinim enerjisinin değişimi ( $\delta U$ ) Denklem 11 ile ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned}\delta U &= \int_0^L \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\sigma_x^k \delta \varepsilon_x + \tau_{xz}^k \delta \gamma_{zx}) dz dy dx = \\ &\int_0^L \left( N_x \frac{d\delta u_0}{dx} - M^c \frac{d^2\delta u_0}{dx^2} + M^s \frac{d\delta \phi}{dx} + Q\delta \phi \right) dx\end{aligned}\quad (11)$$

Denklem 11’de  $N_x$  ortaya çıkan aksenal kuvveti,  $M^b$  ve  $M^s$  ortaya çıkan eğilme momentinin eğilme ve kayma bileşenlerini,  $Q$  kesme kuvvetini temsil eder.

Denklem 12’de kirişin özelliklerini ve geometrisini temsil eden matrisler verilmiştir.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ M^b \\ M^s \\ Q \end{Bmatrix} = b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_x^k \\ \sigma_x^k z \\ \sigma_x^k f \\ \tau_{xz}^k f' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & C & 0 \\ B & D & E & 0 \\ C & E & F & 0 \\ 0 & 0 & 0 & H \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ k_x^b \\ k_x^s \\ \gamma_{zx}^0 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

Denklem 13’te A, B, C, D, E, F ve H matrisleri tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned}(A, B, C, D, E, F) &= b \int_{-h/2}^{h/2} E^k(z)(1, z, f, z^2, fz, f^2) dz \\ H &= b \int_{-h/2}^{h/2} G^k(z)g^2 dz\end{aligned}\quad (13)$$

Potansiyel enerjinin değişimi ( $\delta V$ ), yük  $q$  ve ekseneki yük  $N_0$  nedeniyle Denklem 14’teki gibi ifade edilmiştir.

$$\delta V = \int_0^L \left( q\delta w + N_0 \frac{dw}{dx} \frac{d\delta w}{dx} \right) dx \quad (14)$$

Kinetik enerjinin değişimi ( $\delta K$ ) ise Denklem 15 ile ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned}\delta K &= \int_0^L \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho(z) \left( \frac{d^2u}{dt^2} \delta u + \frac{d^2w}{dt^2} \delta w \right) dz dy dx = \\ &\int_0^L \left( I_A \frac{d^2u_0}{dt^2} - I_B \frac{d^3w_0}{dx dt^2} + I_C \frac{d^2\phi}{dt^2} \right) \delta u_0 dx + \\ &\int_0^L \left( -I_B \frac{d^2u_0}{dt^2} + I_D \frac{d^3w_0}{dx dt^2} - I_E \frac{d^2\phi}{dt^2} \right) \frac{d\delta w_0}{dx} dx + \\ &\int_0^L \left( I_C \frac{d^2u_0}{dt^2} - I_E \frac{d^2w_0}{dx dt^2} + I_F \frac{d^2\phi}{dt^2} \right) \delta \phi dx + \int_0^L I_A \frac{d^2w_0}{dt^2} \delta w_0 dx\end{aligned}\quad (15)$$

Denklem 15’te verilen  $\rho(z)$ , her katmanın kütle yoğunluğunu ifade eder. Atalet moment katsayıları  $I_A, I_B, I_C, I_D, I_E, I_F$  ise Denklem 16 ile tanımlanmıştır.

$$(I_A, I_B, I_C, I_D, I_E, I_F) = b \int_{-h/2}^{h/2} \rho^k(z)(1, z, f, z^2, fz, f^2) dz \quad (16)$$

Hareket denklemleri, Denklem 10’un kısmi integrali alınarak,  $\delta u_0, \delta w_0$  ve  $\delta \phi_0$  katsayıları toplanarak ve sıfıra eşitlenerek elde edilebilir.

$$\begin{aligned} \frac{dN_x}{dx} &= I_A \frac{d^2 u_0}{dt^2} - I_B \frac{d^3 w_0}{dx dt^2} + I_C \frac{d^2 \phi}{dt^2} \\ \frac{d^2 M^b}{dx^2} &= -q + N_0 \frac{d^2 w_0}{dx^2} + I_B \frac{d^3 u_0}{dx dt^2} - I_D \frac{d^4 w_0}{dx^2 dt^2} + I_A \frac{d^2 w_0}{dt^2} + I_E \frac{d^3 \phi}{dx dt^2} \\ \frac{dM^s}{dx} - Q &= I_C \frac{d^2 u_0}{dt^2} - I_E \frac{d^3 w_0}{dx dt^2} + I_F \frac{d^2 \phi}{dt^2} \end{aligned} \quad (17)$$

Denklem 12 elde edilen  $(N_x, M^b, M^s, Q)$  gerilme sonuçlarını Denklem 17'de yerine koyarak, bilinmeyen yer değiştirme değişkenleri  $(u_0, w_0, \phi_0)$  cinsinden hareket denklemleri Denklem 18'teki gibi elde edilmiştir.

$$\begin{aligned} A \frac{d^2 u_0}{dx^2} - B \frac{d^3 w_0}{dx^3} + C \frac{d^2 \phi}{dx^2} &= I_A \frac{d^2 u_0}{dt^2} - I_B \frac{d^3 w_0}{dx dt^2} + I_C \frac{d^2 \phi}{dt^2} \\ B \frac{d^3 u_0}{dx^3} - D \frac{d^4 w_0}{dx^4} + E \frac{d^3 \phi}{dx^3} &= -q + N_0 \frac{d^2 w_0}{dx^2} + I_B \frac{d^3 u_0}{dx dt^2} - I_D \frac{d^4 w_0}{dx^2 dt^2} + I_A \frac{d^2 w_0}{dt^2} \\ &\quad + I_E \frac{d^3 \phi}{dx dt^2} \\ C \frac{d^2 u_0}{dx^2} - E \frac{d^3 w_0}{dx^3} + F \frac{d^2 \phi}{dx^2} - H \phi &= I_C \frac{d^2 u_0}{dt^2} - I_E \frac{d^3 w_0}{dx dt^2} + I_F \frac{d^2 \phi}{dt^2} \end{aligned} \quad (18)$$

#### 4. Navier Çözüm Yöntemi

Basit destekli fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli sandviç kirişin eğilme ve serbest titreşim analizleri için hareket denkleminin çözümü Navier metodu ile elde edilmiştir. Basit destekli kirişin sınır koşulları Denklem 19'da verilmiştir.

$$w_0 = N_x = M^c = M' = 0, \quad x = 0 \text{ ve } x = L \quad (19)$$

Kenarların, eğilme ve titreşim analizleri için hareket edebilir basit destekli olduğu varsayılmıştır. Çözümün Denklem 20'deki formda olduğu varsayılmıştır:

$$\begin{aligned} u_0(x, t) &= \sum_{m=1,3,5}^{\infty} u_m \cos(\alpha x) e^{iat}, \\ w_0(x, t) &= \sum_{m=1,3,5}^{\infty} w_m \sin(\alpha x) e^{iat}, \\ \phi(x, t) &= \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \phi_m \cos(\alpha x) e^{iat} \end{aligned} \quad (20)$$

Denklem 20'de,  $i = \sqrt{-1}$  hayali birimi,  $\omega$  doğal frekansı,  $\alpha = m\pi/L$  ve  $(u_m, w_m, \phi_m)$  belirlenecek olan bilinmeyen katsayıları temsil etmektedir. Kirişin üst yüzeyinde etkili olan düzgün yayılı yük  $(q)$ , Denklem 21'de olduğu gibi varsayılmıştır:

$$q(x) = \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{4q_0}{m\pi} \sin(\alpha x) \quad (21)$$

Denklem 21'te,  $q_0$ , uzunluğun merkezindeki yükün en büyük değerini temsil etmektedir. Kiriş, aksel basma kuvveti  $N_0$ 'a maruz kalmaktadır. Denklem 20 ve Denklem 21'i, Denklem 19'da yerine koyarak, analitik çözüm Denklem 22-23'ten elde edilebilir:

$$\begin{bmatrix} A\alpha^2 & -B\alpha^3 & C\alpha^2 \\ -B\alpha^3 & D\alpha^4 & -E\alpha^3 \\ C\alpha^2 & -E\alpha^3 & F\alpha^2 + H \end{bmatrix} \times \begin{pmatrix} u_m \\ w_m \\ \phi_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{4q_0}{m\pi} \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} A\alpha^2 & -B\alpha^3 & C\alpha^2 \\ -B\alpha^3 & D\alpha^4 & -E\alpha^3 \\ C\alpha^2 & -E\alpha^3 & F\alpha^2 + H \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} I_A & -I_B\alpha & I_C \\ -I_B\alpha & (I_D\alpha^2 + I_A) & -I_E\alpha \\ I_C & -I_E\alpha & I_F \end{bmatrix} \times \begin{pmatrix} u_m \\ w_m \\ \phi_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (23)$$

FD gözenekli sandviç kirişin yer değiştirmeleri ve gerilmeleri Denklem 22'nin çözümü ile, doğal frekansların çözümü ise Denklem 23'ün çözümü ile elde edilmiştir.

#### 5. Sonuçlar ve Tartışmalar

Çalışmanın bu bölümünde hiperbolik kayma deformasyon teorisi ile basit destekli fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli sandviç kirişlerin statik eğilme ve serbest titreşim analizlerinin sonuçları sunulmuş ve literatür ile karşılaştırılmıştır. Sandviç kirişlerin dış tabakaları fonksiyonel derecelendirilmiş alümina ( $Al/Al_2O_3$ ) malzemesinden yapılırken, özü ise homojen izotropik alüminyum ( $Al$ ) malzemesinden yapılmıştır. Kirişin uzunluğu,  $L = 1 \text{ m}$  alınırken, kirişin kalınlığı en/boy oranına göre değiştiği kabul edilmiştir. Alümina ( $Al_2O_3$ ) ve alüminyum ( $Al$ ) malzemelerinin özellikleri Tablo 1'de verilmiştir.

**Tablo 1.** Alümina ( $Al_2O_3$ ) ve alüminyum ( $Al$ ) malzemelerinin özellikleri

Malzeme Çeşidi	$E$ (GPa)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\nu$
Alümina ( $Al_2O_3$ )	380	3960	0.3
Alüminyum ( $Al$ )	70	2702	0.3

Tabakalar ve tabakalara ait kalınlık değerleri Tablo 2'de verilmiştir.

**Tablo 2.** Tabakalar ve tabakalara ait kalınlık değerleri

Tabaka çeşitleri	$h_0$	$h_1$	$h_2$	$h_3$
1-1-1	-h/2	-h/6	h/6	h/2
1-2-1	-h/2	-h/4	h/4	h/2
2-1-2	-h/2	-h/10	h/10	h/2
2-1-1	-h/2	0	h/4	h/2
2-2-1	-h/2	-h/10	3h/10	h/2
1-8-1	-h/2	-2h/5	2h/5	h/2

Analiz sonucu bulunan sayısal sonuçlar aşağıdaki boyutsuz ifadeler ile elde edilmiştir. Boyutsuz ifadelerdeki tanımlamalar şu şekildedir;

- Boyutsuz Enine Yer Değiştirme

$$\bar{u} = \frac{u100E_m h^3}{q_0 L}$$

- Boyutsuz Düşey Yer Değiştirme

$$\bar{w} = \frac{w100E_m h^3}{q_0 L}$$

- Boyutsuz Eksenel Gerilme

$$\bar{\sigma}_x = \frac{\sigma_x h}{q_0 L}$$

- Boyutsuz Kayma Gerilmesi

$$\bar{\tau}_{xz} = \frac{\tau_{xz} h}{q_0 L}$$

- Boyutsuz Doğal Frekans

$$\bar{\omega} = \frac{\omega L^2}{h} \sqrt{\frac{\rho_m}{E_m}}$$

### 5.1. Statik Eğilme Analizi

Bu çalışmada altı farklı tabaka çeşidi kullanılarak (1-1-1, 1-2-1, 2-1-2, 2-2-1, 2-1-1, 1-8-1) gözenekli sandviç kirişin statik eğilme analizi yapılmıştır. İki farklı gözeneklilik çeşidi için boyutsuz düşey yer değiştirmeler Tablo 3-4'te verilmiştir. Tablo 3-4 incelendiğinde, 6 farklı tabaka çeşidi için L/h oranıyla düşey yer değiştirme değerleri değişmektedir. Seramik fazın en yüksek ve en düşük hacim oranına sahip olmalarından dolayı en küçük yer değiştirme tabaka 1-8-1'de ve en büyük yer değiştirme tabaka 2-1-2'de meydana gelmektedir. Gözeneklilik katsayısının (e)

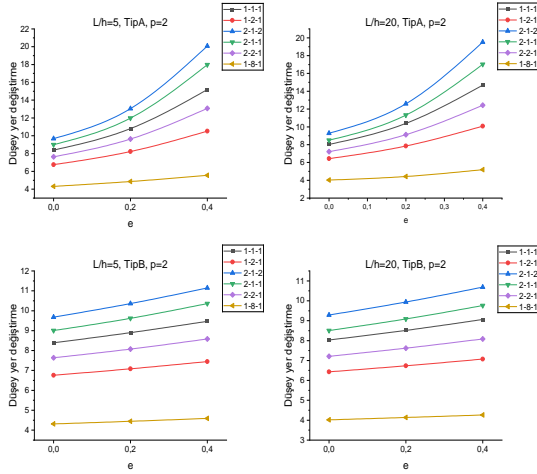
artışı ile düşey yer değiştirme değerlerinin arttığı görülmektedir. Şekil 3'te TipA ve TipB gözeneklilik tipleri için L/h=5 ve L/h=20 oranlarındaki gözeneklilik kat sayısının (e) artışı ile değişen düşey yer değiştirme değerleri 6 farklı tabaka için verilmiştir.

**Tablo 3.** Basit destekli FD gözenekli sandviç kirişlerin boyutsuz düşey yer değiştirme değerleri (TipA, p=2)

e	L/h = 5					
	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-1-1	2-2-1	1-8-1
<b>0</b>	8.3895	6.7578	9.6784	9.0037	7.6346	4.3118
<b>0.2</b>	10.7955	8.2235	13.0408	11.9871	9.6287	4.8543
<b>0.4</b>	15.1827	10.5158	20.0849	17.9828	13.0799	5.5539
e	L/h = 20					
	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-1-1	2-2-1	1-8-1
<b>0</b>	8.0313	6.4276	9.2864	8.5068	7.2122	4.0172
<b>0.2</b>	10.3856	7.8513	12.5861	11.3200	9.1177	4.4299
<b>0.4</b>	14.6955	10.0861	19.5294	17.0259	12.4306	5.1928

**Tablo 4.** Basit destekli FD gözenekli sandviç kirişlerin boyutsuz düşey yer değiştirme değerleri (TipB, p=2)

e	L/h = 5					
	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-1-1	2-2-1	1-8-1
<b>0</b>	8.3895	6.7578	9.6784	9.0037	7.6346	4.3118
<b>0.2</b>	8.8972	7.0845	10.3601	9.6187	8.0747	4.4463
<b>0.4</b>	9.4704	7.4445	11.1451	10.3635	8.5856	4.5901
e	L/h = 20					
	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-1-1	2-2-1	1-8-1
<b>0</b>	8.0313	6.4276	9.2864	8.5068	7.2122	4.0172
<b>0.2</b>	8.5146	6.7335	9.9387	9.0892	7.6205	4.1348
<b>0.4</b>	9.0597	7.0701	10.6895	9.7645	8.0810	4.2596



Şekil 3. Boyutsuz düşey yer değiştirme değerlerinin gözeneklilik katsayısı ile değişimi

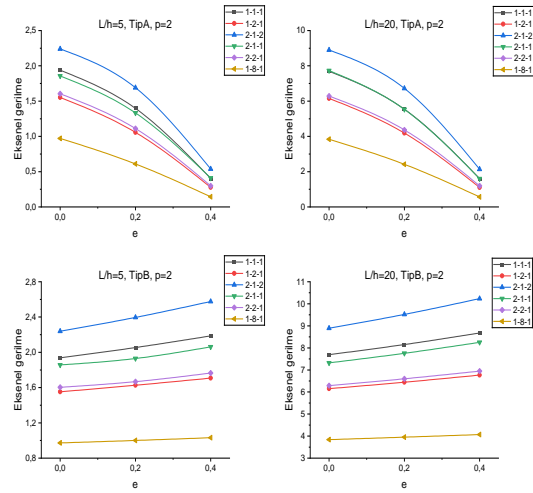
İki farklı gözeneklilik çeşidi için  $L/h=5$  ve  $L/h=20$  oranlarında gözeneklilik katsayısının ( $e$ ) artışı ile değişen aksel gerilme değerleri Tablo 5-6'da verilmiştir. Tablo 5-6 incelendiğinde her tabaka çeşidi için aksel gerilme değerlerinin farklılık gösterdiği görülmektedir.  $L/h=5$  ve  $L/h=20$  oranlarında en büyük aksel gerilme değeri tabaka 2-1-2'de iken, en düşük gerilme değeri tabaka 1-8-1'de meydana gelmektedir. Gözeneklilik katsayısının ( $e$ ) artışı ile aksel gerilme değerleri TipA gözeneklilik çeşidinde azalmakta iken TipB için artmaktadır. Şekil 4'te TipA ve TipB gözeneklilik tipleri için  $L/h=5$  ve  $L/h=20$  oranlarında gözeneklilik katsayısının ( $e$ ) artışı ile değişen aksel gerilme değerleri verilmiştir.

Tablo 5. Basit destekli FD gözenekli sandviç kirişlerin boyutsuz aksel gerilme değerleri (TipA,  $p=2$ )

e	L/h = 5					
	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-1-1	2-2-1	1-8-1
0	1.9380	1.5520	2.2390	1.8570	1.6041	0.9720
0.2	1.3960	1.0560	1.6900	1.3320	1.1110	0.6100
0.4	0.4050	0.2780	0.5380	0.4100	0.2999	0.1440
e	L/h = 20					
	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-1-1	2-2-1	1-8-1
0	7.6910	6.1530	8.8940	7.3200	6.2865	3.8400
0.2	5.5420	4.1880	6.7180	5.5331	4.3693	2.4130
0.4	1.6090	1.1040	2.1390	1.6040	1.2003	0.5670

Tablo 6. Basit destekli FD gözenekli sandviç kirişteki boyutsuz aksel gerilme değerleri (TipB,  $p=2$ )

e	L/h = 5					
	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-1-1	2-2-1	1-8-1
0	1.9380	1.5520	2.2390	1.8570	1.6041	0.9720
0.2	2.0540	1.6260	2.3960	1.9300	1.6673	1.0000
0.4	2.1860	1.7080	2.5770	2.0620	1.7649	1.0310
e	L/h = 20					
	1-1-1	1-2-1	2-1-2	2-1-1	2-2-1	1-8-1
0	7.6910	6.1530	8.8940	7.3200	6.2865	3.8400
0.2	8.1530	6.4450	9.5180	7.7560	6.5999	3.9520
0.4	8.6750	6.7670	10.2370	8.2500	6.9475	4.0710



Şekil 4. Boyutsuz aksel gerilmesi değerlerinin gözeneklilik katsayısı ile değişimi

İki farklı gözeneklilik çeşidi için 4 farklı tabaka tipinde  $L/h=5$  ve  $L/h=20$  oranlarında gözeneklilik katsayısının ( $e$ ) artışı ile değişen kayma gerilmesi değerleri Tablo 7-8'de verilmiştir. Tablo 7-8 incelendiğinde, gözeneklilik kat sayısının ( $e$ ) artışı ile TipA gözeneklilik çeşidi için kayma gerilmesi değerleri artmakta iken, TipB gözeneklilik çeşidi için azalmaktadır. Farklı tabaka çeşitlerinde  $L/h=5$  ve  $L/h=20$  oranları için kayma gerilmesi değerlerinin değiştiği görülmektedir. Şekil 5'de TipA ve TipB gözeneklilik çeşitleri için  $L/h=5$  ve  $L/h=20$  oranlarında gözeneklilik katsayısının ( $e$ ) artışı ile değişen kayma gerilmesi değerleri verilmiştir.

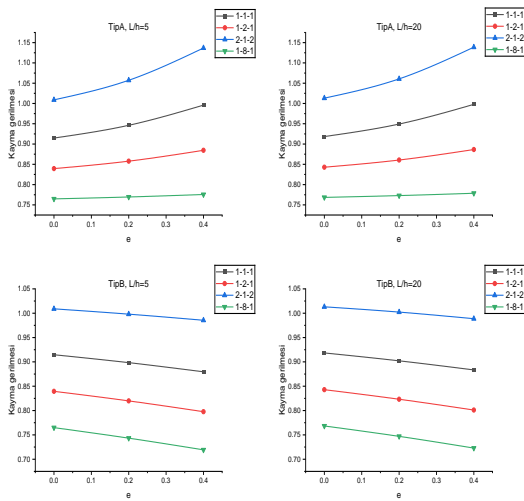


**Tablo 7.** Basit destekli FD gözenekli sandviç kirişlerin boyutsuz kayma gerilmesi değerleri (TipA, p=2)

e	L/h = 5			
	1-1-1	1-2-1	2-1-2	1-8-1
0	0.9147	0.8395	1.0090	0.7647
0.2	0.9463	0.8578	1.0573	0.7695
0.4	0.9960	0.8846	1.1368	0.7756
e	L/h = 20			
	1-1-1	1-2-1	2-1-2	1-8-1
0	0.9184	0.8429	1.0131	0.7684
0.2	0.9493	0.8606	1.0607	0.7729
0.4	0.9978	0.8865	1.1388	0.7786

**Tablo 8.** Basit destekli FD gözenekli sandviç kirişlerin boyutsuz kayma gerilmesi değerleri (TipB, p=2)

e	L/h = 5			
	1-1-1	1-2-1	2-1-2	1-8-1
0	0.9147	0.8395	1.0090	0.7650
0.2	0.8984	0.8199	0.9981	0.7433
0.4	0.8797	0.7977	0.9855	0.7193
e	L/h = 20			
	1-1-1	1-2-1	2-1-2	1-8-1
0	0.9184	0.8429	1.0131	0.7684
0.2	0.9022	0.8233	1.0023	0.7470
0.4	0.8835	0.8011	0.9887	0.7229



**Şekil 5.** Boyutsuz kayma gerilmesi değerlerinin e gözeneklilik katsayısı ile değişimi

## 5.1. Serbest Titreşim Analizi

Tablo 9-10-11-12'de 6 farklı tabaka çeşidi için, çeşitli kuvvet kanunu endeks değerlerinde, TipA ve TipB gözeneklilik çeşitlerinin gözeneklilik katsayısının değişimi ile elde edilen basit mesnetli FD sandviç kirişlerin doğal frekanslarının karşılaştırmasını sunmaktadır. Tablo 9-10 incelendiğinde, güç kanunu endeksinin artmasıyla doğal frekans değerlerinin azaldığı görülmektedir. Doğal frekans değerinin en düşük değerleri tabaka 2-1-2'de, en yüksek frekans değerleri ise tabaka 1-2-1'de gözlenmiştir. Bunun nedeni bu kirişlerin seramik fazının en düşük ve en yüksek hacim oranlarına karşılık gelmesidir. Beklendiği gibi p=0 olduğunda doğal frekans değerlerinin tüm tabakalar için aynı olduğu görülmektedir.

**Tablo 9.** Basit destekli FD gözenekli sandviç kirişlerin doğal frekans değerleri (L/h=5)

		1-1-1					
e		0		0.2		0.4	
Gözeneklilik	TipA	TipB	TipA	TipB	TipA	TipB	
p=0	5.1547	5.1547	5.0384	5.1479	4.9080	5.1407	
p=1	3.8761	3.8761	3.6152	3.8324	3.3049	3.7862	
p=2	3.4202	3.4202	3.0775	3.3569	2.6492	3.2895	
p=5	3.0198	3.0198	2.5769	2.9341	1.9742	2.8416	
p=10	2.8828	2.8828	2.3943	2.7876	1.6948	2.6841	
		1-2-1					
e		0		0.2		0.4	
Gözeneklilik	TipA	TipB	TipA	TipB	TipA	TipB	
p=0	5.1547	5.1547	5.0384	5.1479	4.9080	5.1407	
p=1	4.1102	4.1102	3.8850	4.0752	3.6222	4.0382	
p=2	3.7338	3.7338	3.4532	3.6850	3.1164	3.6333	
p=5	3.3782	3.3782	3.0315	3.3137	2.5971	3.2449	
p=10	3.2380	3.2380	2.8594	3.1661	2.3736	3.0893	
		2-1-2					
e		0		0.2		0.4	
Gözeneklilik	TipA	TipB	TipA	TipB	TipA	TipB	
p=0	5.1547	5.1547	5.0384	5.1479	4.9080	5.1407	
p=1	3.7309	3.7309	3.4439	3.6812	3.0972	3.6284	
p=2	3.2384	3.2384	2.8494	3.1650	2.3450	3.0862	
p=5	2.8466	2.8466	2.3364	2.7473	1.5847	2.6391	
p=10	2.7387	2.7387	2.1807	2.6302	1.2967	2.5109	

**Tablo 10.** Basit destekli FD gözenekli sandviç kirişlerin doğal frekans değerleri ( $L/h=5$ )

2-1-1						
e	0		0.2		0.4	
Gözeneklilik	TipA	TipB	TipA	TipB	TipA	TipB
p=0	5.1547	5.1547	5.0384	5.1479	4.9080	5.1407
p=1	3.8212	3.8212	3.5436	3.7725	3.2077	3.7205
p=2	3.3559	3.3559	2.9800	3.2825	2.4912	3.2027
p=5	2.9808	2.9808	2.4867	2.8794	1.7566	2.7662
p=10	2.8739	2.8739	2.3322	2.7620	1.4710	2.6355

2-2-1						
e	0		0.2		0.4	
Gözeneklilik	TipA	TipB	TipA	TipB	TipA	TipB
p=0	5.1547	5.1547	5.0384	5.1479	4.9080	5.1407
p=1	3.9914	3.9914	3.7438	3.9501	3.4501	3.9062
p=2	3.5729	3.5729	3.2510	3.5125	2.8506	3.4475
p=5	3.1983	3.1983	2.7847	3.1151	2.2294	3.0241
p=10	3.0656	3.0656	2.6095	2.9723	1.9689	2.8691

1-8-1						
e	0		0.2		0.4	
Gözeneklilik	TipA	TipB	TipA	TipB	TipA	TipB
p=0	5.1547	5.1547	5.0384	5.1479	4.9080	5.1407
p=1	4.6786	4.6786	4.5202	4.6606	4.3404	4.6416
p=2	4.5146	4.5146	4.3396	4.4922	4.1397	4.4686
p=5	4.3523	4.3523	4.1596	4.3253	3.9380	4.2969
p=10	4.2833	4.2833	4.0826	4.2543	3.8511	4.2237

**Tablo 11.** Basit destekli FD gözenekli sandviç kirişlerin doğal frekans değerleri ( $L/h=20$ )

1-1-1						
e	0		0.2		0.4	
Gözeneklilik	TipA	TipB	TipA	TipB	TipA	TipB
p=0	5.4610	5.4610	5.3200	5.4489	5.1650	5.4363
p=1	4.0325	4.0325	3.7643	3.9829	3.4123	3.9308
p=2	3.5391	3.5391	3.1718	3.4698	2.7193	3.3963
p=5	3.1113	3.1113	2.6434	3.0194	2.0162	2.9206
p=10	2.9664	2.9664	2.4522	2.8646	1.7277	2.7547

1-2-1						
e	0		0.2		0.4	
Gözeneklilik	TipA	TipB	TipA	TipB	TipA	TipB
p=0	5.4610	5.4610	5.3200	5.4489	5.1650	5.4363
p=1	4.2886	4.2886	4.0391	4.2478	3.7523	4.2052
p=2	3.8773	3.8773	3.5728	3.8228	3.2123	3.7653
p=5	3.4931	3.4931	3.1225	3.4227	2.6648	3.3480
p=10	3.3426	3.3426	2.9402	3.2648	2.4310	3.1821

2-1-2						
e	0		0.2		0.4	
Gözeneklilik	TipA	TipB	TipA	TipB	TipA	TipB
p=0	5.4610	5.4610	5.3200	5.4489	5.1650	5.4363
p=1	3.8766	3.8766	3.5641	3.8207	3.1923	3.7618
p=2	3.3468	3.3468	2.9318	3.2669	2.4020	3.1816
p=5	2.9315	2.9315	2.3935	2.8252	1.6150	2.7099
p=10	2.8193	2.8193	2.2319	2.7032	1.3195	2.5765

**Tablo 12.** Basit destekli FD gözenekli sandviç kirişlerin doğal frekans değerleri (L/h=20)

2-1-1						
e	0		0.2		0.4	
Gözeneklilik	TipA	TipB	TipA	TipB	TipA	TipB
p=0	5.4610	5.4610	5.3200	5.4489	5.1650	5.4363
p=1	3.9773	3.9773	3.6733	3.9222	3.3116	3.8636
p=2	3.4759	3.4759	3.0726	3.3956	2.5568	3.3087
p=5	3.0781	3.0781	2.5540	2.9687	1.7944	2.8476
p=10	2.9673	2.9673	2.3936	2.8468	1.5006	2.7117

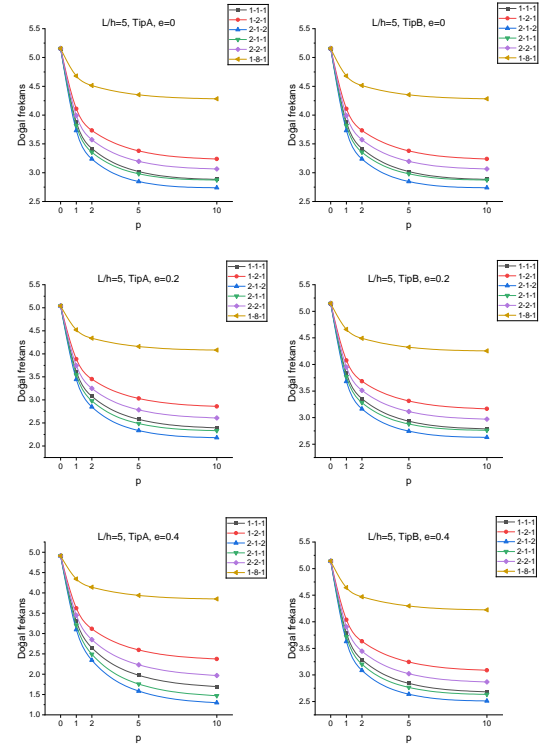
  

2-2-1						
e	0		0.2		0.4	
Gözeneklilik	TipA	TipB	TipA	TipB	TipA	TipB
p=0	5.4610	5.4610	5.3200	5.4489	5.1650	5.4363
p=1	4.1600	4.1600	3.8872	4.1126	3.5686	4.0626
p=2	3.7055	3.7055	3.3580	3.6387	2.9325	3.5673
p=5	3.3039	3.3039	2.8639	3.2139	2.2825	3.1160
p=10	3.1631	3.1631	2.6798	3.0626	2.0124	2.9524

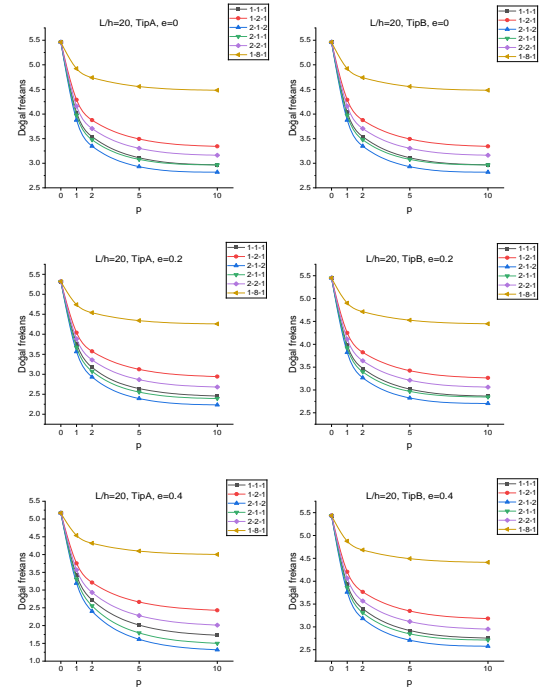
  

1-8-1						
e	0		0.2		0.4	
Gözeneklilik	TipA	TipB	TipA	TipB	TipA	TipB
p=0	5.4610	5.4610	5.3200	5.4489	5.1650	5.4363
p=1	4.9229	4.9229	4.7401	4.8994	4.5359	4.8749
p=2	4.7397	4.7397	4.5404	4.7117	4.3164	4.6826
p=5	4.5593	4.5593	4.3424	4.5267	4.0968	4.4927
p=10	4.4828	4.4828	4.2580	4.4481	4.0025	4.4119

Şekil 6-7’de TipA ve TipB için L/h=5 ve L/h=20 oranlarında farklı gözeneklilik katsayılarıyla (e) p üstelinin artışı ile boyutsuz doğal frekans değerlerinin değişimi verilmiştir.



**Şekil 6.** Boyutsuz doğal frekans değerlerinin TipA ve TipB için p üsteline göre değişimi (L/h=5)



**Şekil 7.** Boyutsuz doğal frekans değerlerinin TipA ve TipB için p üsteline göre değişimi (L/h=20)

Tablo 13'te FD kirişin  $L/h=5$  ve  $L/h=20$  oranları, gözenek tipleri, gözeneklilik katsayıları ( $e=0$ ,  $e=0.1$ ,  $e=0.2$ ) için  $p=2$  üstelinde doğal frekans değerlerinin literatür ile karşılaştırması verilmiştir.

**Tablo 13.**  $p=2$  üstelinde FD gözenekli kirişin doğal frekans değerlerinin karşılaştırılması

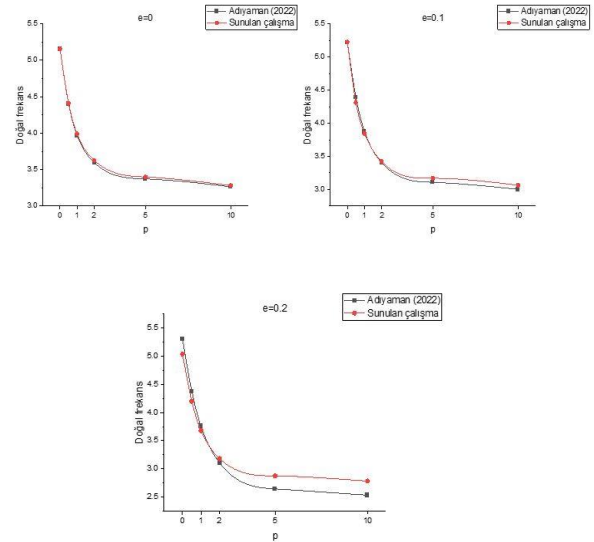
L/h	Teori	TipA			TipB		
		e=0	e=0.1	e=0.2	e=0	e=0.1	e=0.2
5	Hadji vd. (2019)	3.6264	3.4418	3.1489	3.6264	3.6069	3.5785
	Adıyaman (2022)	3.5970	3.4050	3.1023	3.5970	3.5736	3.5405
	<b>Sunulan çalışma</b>	<b>3.6267</b>	<b>3.4236</b>	<b>3.1782</b>	<b>3.6267</b>	<b>3.5755</b>	<b>3.5194</b>
20	Hadji vd. (2019)	3.8361	3.6335	3.3123	3.8361	3.8226	3.8004
	Adıyaman (2022)	3.8341	3.6308	3.3090	3.8341	3.8201	3.7975
	<b>Sunulan çalışma</b>	<b>3.8362</b>	<b>3.6044</b>	<b>3.3302</b>	<b>3.8362</b>	<b>3.7765</b>	<b>3.7117</b>

Tablo 14'te FD gözenekli kirişin  $L/h=5$  oranında, TipA ve TipB gözeneklilik tipine, gözeneklilik kat sayısına ( $e$ ) ve  $p$  üstelinin değişimiyle elde edilen doğal frekans değerlerinin karşılaştırılması sunulmuştur.

**Tablo 14.** FD gözenekli kirişin doğal frekans değerlerinin  $p$  üsteline göre karşılaştırılması ( $L/h=5$ )

Gözeneklilik Tipi	Teori	e	p=0	p=0.5	p=1	p=2	p=5	p=10
TipA	Adıyaman (2022)	0	5.1523	4.4016	3.9710	3.5970	3.3725	3.2644
	<b>Sunulan çalışma</b>		<b>5.1542</b>	<b>4.4117</b>	<b>3.9914</b>	<b>3.6267</b>	<b>3.3991</b>	<b>3.2814</b>
	Adıyaman (2022)	0.1	5.2223	4.3934	3.8835	3.4050	3.1083	3.0028
TipB	Adıyaman (2022)	0	5.1532	4.4016	3.9710	3.5970	3.3725	3.2644
	<b>Sunulan çalışma</b>		<b>5.1542</b>	<b>4.4117</b>	<b>3.9914</b>	<b>3.6267</b>	<b>3.3991</b>	<b>3.2814</b>
	Adıyaman (2022)	0.1	5.2184	4.4429	3.9850	3.5737	3.3193	3.2112
TipA	Adıyaman (2022)	0.2	5.3047	4.3793	3.7577	3.1023	2.6403	2.5273
	<b>Sunulan çalışma</b>		<b>5.0379</b>	<b>4.1983</b>	<b>3.6784</b>	<b>3.1782</b>	<b>2.8710</b>	<b>2.7784</b>
	Adıyaman (2022)	0.2	5.2888	4.4872	3.9978	3.5405	3.2417	3.1252
TipB	Adıyaman (2022)	0.2	5.2888	4.4872	3.9978	3.5405	3.2417	3.1252
	<b>Sunulan çalışma</b>		<b>5.1474</b>	<b>4.3770</b>	<b>3.9255</b>	<b>3.5194</b>	<b>3.2750</b>	<b>3.1738</b>

Şekil 8'de  $L/h=5$  oranında TipA gözeneklilik tipi için  $e=0$ ,  $e=0.1$  ve  $e=0.2$  gözeneklilik kat sayılarına göre  $p$  üstelinin değişimiyle elde edilen doğal frekans değerlerinin literatür ile karşılaştırması verilmiştir.



**Şekil 8.** Boyutsuz doğal frekans değerlerinin  $L/h=5$  oranında literatür ile karşılaştırması

### 3. Genel Sonuçlar

FD gözenekli ve gözeneksiz sandviç kirişlerin statik eğilme analizinde 6 farklı tabaka için düşey yer değiştirme, eksenel gerilme değerleri ve 4 farklı tabaka için kayma gerilmesi değerleri elde edilmiştir. FD sandviç kirişlerin serbest titreşim analizi 6 farklı tabaka için gerçekleştirilmiştir. FD gözenekli sandviç kirişlerdeki her bir tabaka için 5 farklı  $p$  üsteline, 3 farklı gözeneklilik kat sayısına, 2 farklı gözeneklilik tipine ve 2 farklı kalınlık/uzunluk oranına göre statik eğilme ve serbest titreşim değerleri elde edilmiştir. Bu çalışmada Navier çözüm yöntemi kullanılarak elde edilen sonuçlar sunulmuştur. Gelecek çalışmalarda, farklı çözüm yöntemleri kullanılarak değişik sınır koşulları altında benzer analizler gerçekleştirilmesi önerilmektedir.

FD gözenekli ve gözeneksiz sandviç kirişin statik eğilme ve serbest titreşim analizi sonucunda elde edilen düşey yer değiştirme, eksenel gerilme, kayma gerilmesi ve doğal frekans değerleri incelendiğinde aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

- FD gözenekli ve gözeneksiz kirişlerde kuvvet kanunu üstesindeki ( $p$ ) artış ile düşey yer değiştirme, eksenel gerilme ve kayma gerilmesi değerleri artarken, doğal frekans değerleri azalmaktadır.
- FD gözenekli ve gözeneksiz kirişlerde tabaka dizilimleri statik eğilme ve doğal frekans değerlerini etkilemektedir.
- FD gözenekli ve gözeneksiz kirişlerde uzunluk/kalınlık ( $L/h$ ) oranı statik eğilme ve doğal frekans değerlerini etkilemiştir.
- FD gözenekli sandviç kirişlerde gözeneklilik tipi ve gözeneklilik katsayısı statik eğilme ve doğal frekans değerlerini etkilemiştir.

**Çıkar Çatışması:** Yazarların beyan edilecek herhangi bir çıkar çatışması yoktur.

### ORCID

Caner Solar, 0009-0007-6457-0984

Vedat Taşkın, 0000-0002-3013-2317

### 4. Referanslar

Adhikari, B., Dash, P., & Singh, B. N. (2020). Buckling analysis of porous FGM sandwich plates under various types of nonuniform edge compression based on higher order shear deformation theory. *Composite Structures*, 251, 112597. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.112597>

Adiyaman, G. (2022). Free vibration analysis of a porous functionally graded beam using higher-order shear deformation theory. *Journal of Structural Engineering & Applied Mechanics*, 5. <https://doi.org/10.31462/jseam.2022.04277288>

Al-Itbi, S. K. A. (2023). Fonksiyonel Derecelendirilmiş Gözenekli Sandviç Kirişlerin Statik ve Serbest Titreşim Analizi [Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Gelişim Üniversitesi / Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, İstanbul].

Altınöz, M. (2016). Fonksiyonel Derecelendirilmiş Timoshneko Kirişinin Çeşitli Sınır Şartlarında Dinamik Analizi [Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi / Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul].

Alwan, H. H. S. A. (2017). Farklı Mühendislik Teorileri ile Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kirişin Serbest Titreşim Analizi [Yüksek Lisans Tezi, Süleyman Demirel Üniversitesi / Fen Bilimleri Enstitüsü, Isparta].

Amir, M., Lim, J., Kim, S.-W., & Lee, S.-Y. (2023). Finite element analysis of natural frequencies of the FGM porous cooling plate with cutouts: A multilayered FGM approach. *Results in Engineering*, 20, 101532. <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2023.101532>

- Aşık, A. E. (2021). Fonksiyonel Derecelendirilmiş Sandviç Kirişin Serbest Titreşim Analizi [Yüksek Lisans Tezi, Süleyman Demirel Üniversitesi / Fen Bilimleri Enstitüsü, Isparta].
- Aydogdu, M., & Taskin, V. (2007). Free vibration analysis of functionally graded beams with simply supported edges. *Materials & Design*, 28(5), 1651-1656. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.matdes.2006.02.007>
- Benferhat, R., Tahar, H. D., & Abderezak, R. (2021). Effect of porosity on fundamental frequencies of FGM sandwich plates. 3, 25-40. <https://doi.org/10.12989/cme.2021.3.1.025>
- Chopan, A. (2023). Fonksiyonel Derecelendirilmiş Gözenekli Sandviç Kirişlerin Zorlanmış Titreşim Analizi [Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Gelişim Üniversitesi / Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, İstanbul].
- Demirhan, P. A., & Taskin, V. (2017). Levy solution for bending analysis of functionally graded sandwich plates based on four variable plate theory. *Composite Structures*, 177, 80-95. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.06.048>
- Demirhan, P. A., & Taşkın, V. (2020). Transfer Matris Metodu ile Fonksiyonel Derecelendirilmiş Sandviç Kirişlerin Titreşim Analizi. *Dicle Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Mühendislik Dergisi*, 11(1), 259-269. <https://doi.org/10.24012/dumf.664735>
- Demirhan, P. A. (2016). Fonksiyonel Derecelendirilmiş Sandviç Kiriş ve Plakların Dört Değişkenli Kayma Deformasyon Teorisi ile Eğilme ve Titreşim Analizi [Doktora Tezi, Trakya Üniversitesi / Fen Bilimleri Enstitüsü, Edirne].
- Filiz, S. (2010). Eksenel Fonksiyonel Derecelendirilmiş Çubuk ve Kirişlerin Serbest Titreşimi [Yüksek Lisans Tezi, Trakya Üniversitesi / Fen Bilimleri Enstitüsü, Edirne].
- Fu, T., Chen, Z., Yu, H., Wang, Z., & Liu, X. (2018). An analytical study of sound transmission through corrugated core FGM sandwich plates filled with porous material. *Composites Part B*, 151, 161-172. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2018.06.023>
- Hadji, L., & Avcar, M. (2021). Free Vibration Analysis of FG Porous Sandwich Plates under Various Boundary Conditions. *Journal of Applied and Computational Mechanics*, 7, 505-519. <https://doi.org/10.22055/JACM.2020.35328.2628>
- Karakoti, A., Pandey, S., & Kar, V. R. (2022). Nonlinear transient analysis of porous P-FGM and S-FGM sandwich plates and shell panels under blast loading and thermal environment. *Thin-Walled Structures*, 173, 108985. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2022.108985>
- Kareem, S., & Noori, A. R. (2022). Influence of Porosity on the Free Vibration Response of Sandwich Functionally Graded Porous Beams. *Journal of Sustainable Construction Materials and Technologies*, 7, 291-301. <https://doi.org/10.47481/jscmt.1165940>
- Nguyen, V.-C., Tran, H.-Q., & Tran, M.-T. (2024). Nonlinear free vibration analysis of multi-directional functionally graded porous sandwich plates. *Thin-Walled Structures*, 203, 112204. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2024.112204>
- Özmen, U. (2021). Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kirişlerin Mekanik Analizi [Doktora Tezi, Manisa Celal Bayar Üniversitesi / Fen Bilimleri Enstitüsü, Manisa].
- Slimane, M., Hadj Mostefa, A., Hakima, B., Dimitri, R., & Tornabene, F. (2021). Higher-Order Free Vibration Analysis of Porous Functionally Graded Plates. *Journal of Composites Science*, 5, 305. <https://doi.org/10.3390/jcs5110305>