

## SONLU FARKLAR YÖNTEMİ İLE 1-B VE 2-B YER RADARI MODELLEMESİ

### 1-D and 2-D Ground Penetrating Radar Modeling with Finite Difference Method

Kadir Bahadır KARA<sup>1\*</sup>

#### ÖZET

Bu çalışmada sonlu farklar yöntemi ile Matlab programlama dili kullanılarak bir boyutlu ve iki boyutlu yer radarı modellemesi yapılmıştır. Çalışmanın amacı yer altında bulunması muhtemel yapıların ve jeolojik yapıların bir boyutlu ve iki boyutlu radargramlar üzerindeki etkilerini incelemektir. Model sınırlarında oluşan yansımaları önlemek ve radargramlarda ayırım gücünü artırmak amacıyla mükemmel uyumlu tabaka (PML) kullanılmıştır. Kaynak dalgacığı olarak Ricker dalgacığı kullanılmıştır. Ayrıca aynı ortamlar için hazırlanan bir boyutlu ve iki boyutlu radargramlar birbirleri ile kıyaslanmıştır. Farklı ortamlar için hazırlanan yer altı modellerinin bir boyutlu ve iki boyutlu radargramlar üzerine etkileri ortaya konmuştur.

**Anahtar Kelimeler:** GPR, Sonlu Farklar Yöntemi, Modelleme

#### ABSTRACT

In this study, one dimensional and two dimensional ground penetrating radar modeling has been studied using the Matlab programming language with finite difference method. The purpose of the study is to investigate the effects of possible structures and geological structures on one dimensional and two dimensional radargrams. A perfectly matched layer (PML) was used to prevent reflections at the model boundaries and to increase discrimination power in radargrams. The Ricker wavelet was used as a source wavelet. In addition, one dimensional and two dimensional radargrams prepared for the same medium were compared with each other. The effects of underground models prepared for different media on one dimensional and two dimensional radargrams were revealed.

**Keywords:** GPR, Finite Difference Method, Modelling

## GİRİŞ

Yer radarı yönteminde verici antenden yer içerisine gönderilen yüksek frekanslı elektromanyetik dalgaların farklı elektriksel özellikteki tabakalardan yansyarak alıcı anten tarafından kayıt edilmesi ve bu kayıt süresinin ölçülmesi temeline dayanmaktadır (van der Kruk vd., 1999). Yer radarı yöntemi sığ olmasına karşın çok hızlı bir yöntem olması nedeniyle birçok farklı alanda kullanılmaktadır. Ayrıca yer radarı yöntemi ile yer altındaki yapıların fiziksel ve geometrik özellikleri yüksek çözünürlükte hassas şekilde belirlenebilmektedir (Annan, 1992)

<sup>1</sup> \*Kocaeli Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Jeofizik Mühendisliği Anabilim Dalı, KOCAELİ  
e-mail:155106028@kocaeli.edu.tr

\*İlgili yazar / Corresponding author: 155106028@kocaeli.edu.tr

**Gönderim Tarihi:** 10.09.2017

**Kabul Tarihi:** 27.10.2017

Yer içi çok değişken ve karmaşık bir yapıya sahip olduğundan yer radarı ölçülerinde saçılmalar görülmekte, bu saçılmalar radargramlar üzerinde yorumu zorlaştırmaktadır. Bu nedenle, son zamanlarda yer içindeki olası yapıların bilgisayar ortamında modellenmesi sıklıkla uygulanmaktadır (Cassidy, 2007). Bilgisayar ortamında hazırlanan sentetik radargramlar yer içerisindeki yapının konumu, şekli gibi geometrik parametrelerinin yanı sıra dielektrik sabiti, manyetik geçirgenliği gibi fiziksel parametreler hakkında bilgi sahibi olmamızı da sağlamaktadır.

Bilgisayar ortamında sentetik radargramlar hazırlanırken sonlu farklar ya da sonlu elemanlar yöntemi gibi çeşitli sayısal yaklaşımlar kullanılabilir. Sonlu farklar yöntemi sayısal türev alma işlemine dayanmaktadır. Sonlu farklar yöntemi uzun yıllardır bilinmesine rağmen Maxwell denklemlerine ilk kez Kane S. Yee (1966) tarafından uygulanmıştır ve zaman ortamında, üç boyutlu ortam için Maxwell denklemlerini sayısal olarak çözmüştür (Yee, 1966). Bir diferansiyel denklemin sonlu farklar yöntemi ile çözümünün yapılabilmesi için, çözüm uzayının daha küçük hücrelere bölünmesi gerekir (Sadiku, 2001). Sonlu farklar yönteminin hücresel yapısından dolayı basit yer altı yapısının yanı sıra karmaşık yer altı modellemesi de yapılabilir (Kurtulmuş ve Drahor, 2008).

Yer radarı yönteminde sonlu farklar yöntemiyle sentetik radargramlar hazırlanırken bilgisayar hafızalarının sınırlı olması nedeniyle problem alanın ve çözüm süresinin sınırlandırılması gerekmektedir. Fakat herhangi bir emici (absorbe) sınır koşulu uygulanmadığında, elektromanyetik dalgalar problem alanın sınırlarına çarparak yansımalar olacaktır. Bu durumda sentetik radargramlarda aslında olmayan yansımalar görülecektir ve bu durum radargramlardaki ayrımı düşürecektir. Bu nedenle çeşitli absorbe edici sınır koşulları geliştirilmiştir. Berenger tarafından geliştirilen mükemmel uyumlu tabaka (PML) sınır koşulunun diğer absorbe edici sınır koşullarına göre daha iyi sonuç verdiği kanıtlanmıştır. PML tabakası belli bir kalınlıkta olup problem alanını çevrelemektedir (Berenger, 1994).

Bir boyutlu ve iki boyutlu ortamlar için, zaman ve frekans ortamında daha önce çalışmalar yapılmıştır (Goodman, 1994; Powers ve Olhoeft, 1994; Mancilla ve Trevino, 1996; Bergmann vd., 1996; Irving ve Knight, 2005).

Bu çalışmada zaman ortamında sonlu farklar yöntemi ile bir boyutlu ve iki boyutlu ortamlar için Matlab programlama dili kullanılarak yer radarı yöntemi için düz çözüm programı geliştirilmiştir. Bir boyutlu ve iki boyutlu yer radarı programları kullanılarak sentetik radargramlar elde edilmiştir. Yer içerisindeki yapıların fiziksel (dielektrik sabiti, manyetik geçirgenliği vb.) ve geometrik (şekil, derinlik vb.) parametrelerinin radargramlar üzerindeki etkisi incelenmiştir.

**YER RADARI YÖNTEMİ****Maxwell Denklemleri**

Yer radarı yönteminin temeli elektromanyetik teoriye dayanır. Klasik Maxwell denklemleri dört adet denklemden oluşmaktadır. Bu denklemler Faraday, Amper ve Gauss kanunlarından oluşmaktadır (Sadiku 2001). Gauss kanunu hem elektrik hem de manyetik alanlar için olup, iki adettir. Bu denklemler aşağıdaki gibidir:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right) \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\right) \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (4)$$

Burada;  $\mathbf{E}$ , elektrik alan şiddeti (V/m, koyu yazılması vektör olduğunu simgeler),  $\mathbf{H}$ , manyetik alan şiddeti (A/m),  $\mathbf{B}$ , manyetik akı yoğunluğu (W/m<sup>2</sup>),  $\mathbf{D}$ , elektrik akı yoğunluğu (C/m<sup>2</sup>),  $\mathbf{J}$ , akım yoğunluğu (A/m<sup>2</sup>),  $\rho$ , yük yoğunluğudur (C/m<sup>3</sup>). Ayrıca bünye denklemleri aşağıdaki bağıntılarla verilir:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (5)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (6)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (7)$$

Bu denklemlerden ortamın manyetik ve elektrik özelliğinin  $\mathbf{E}$  ve  $\mathbf{H}$  ile ilişkili olduğu anlaşılmaktadır. Burada;  $\varepsilon$ , ortamın dielektrik sabitini (Farad/m),  $\sigma$ , ortamın iletkenliğini (Siemens/m),  $\mu$  ise ortamın manyetik geçirgenliğini (Henry/m) gösterir (Sadiku 2001).

(1-7) denklemleri yardımı ile zaman ortamında elektrik ve manyetik alan dalga denklemleri türetilebilir.

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right) + \mu \varepsilon \left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}\right) \quad (8)$$

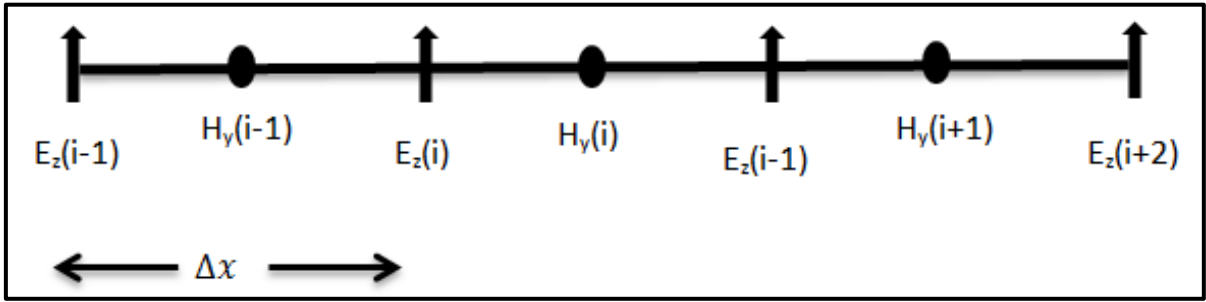
$$\nabla^2 \mathbf{H} = \sigma\mu \left( \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right) + \varepsilon\mu \left( \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \right) \quad (9)$$

denklemleri elde edilir. (8) ve (9) denklemleri homojen ve kaynak olmayan bir ortamda elektrik ve manyetik alan davranışlarını tam olarak tanımlar (Balanis, 1989).

### Maxwell Denklemlerinin Sonlu Farklar Yöntemi ile Çözümü

#### Bir Boyutlu Durum

Bir boyutlu durumda elektrik ve manyetik alanın iki bileşininde bir değişiklik olmadığı kabul edilir. Elektrik ve manyetik alan birbirine bağımlı olarak hesaplanır. Bir boyutlu durumda elektrik ve manyetik alan iki farklı durum için hesaplanabilir. Yazılan bir boyutlu yer radarı programında elektrik alanın  $\mathbf{E}_z$  bileşeni, manyetik alanın  $\mathbf{H}_y$  bileşeni hesaplanmıştır.



Şekil 1. Bir boyutlu durumda elektrik ve manyetik alanın konumu

Figure 1. The position of electric and magnetic field in one dimensional case

Elektrik alanın  $\mathbf{E}_z$  bileşenin sonlu farklara göre yazılması;

$$E_z^{n+1}(i) = C_{eze}(i) \times E_z^n(i) + C_{ezhy}(i) \times \left( H_y^{n+\frac{1}{2}}(i) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i-1) \right) + C_{ezj}(i) \times J_{iz}^{n+\frac{1}{2}}(i) \quad (10)$$

Manyetik alanın  $\mathbf{H}_y$  bileşenin sonlu farklara göre yazılması;

$$H_y^{n+1}(i) = C_{hyh}(i) \times H_y^{n-\frac{1}{2}}(i) + C_{hyez}(i) \times \left( E_z^n(i+1) - E_z^n(i) \right) + C_{hym}(i) \times M_{iy}^n(i) \quad (11)$$

bağıntıları ile ifade edilir. Burada  $J$  terimi kaynak terimidir (Elsherbeni ve Demir 2009). Bağntı (10)'da verilen  $C_{eze}$ ,  $C_{ezhy}$ ,  $C_{ezj}$  terimleri ile bağntı (11)'de verilen  $C_{hyh}$ ,  $C_{hyez}$ ,  $C_{hym}$  terimlerinin açık hali ekte verilmiştir.

## İki Boyutlu Durum

İki boyutlu durumda Maxwell denklemlerinin bileşenlerinden bir tanesinin, geometrisinde ve dağılımında değişiklik olmadığı kabul edilir. Bunun sonucunda türev alındığında değişiklik olmayan bileşen kaybolur. İki boyutlu durumda elektrik ve manyetik alanın bileşenlerine göre iki durum bulunmaktadır. Bunlar TE (transverse electric) ve TM (transverse magnetic) modlarıdır. Yazılan iki boyutlu yer radarı programı TM modu için yazılmıştır. TM modu için elektrik alanın  $\mathbf{E}_z$  bileşeni, manyetik alanın  $\mathbf{H}_x$  ve  $\mathbf{H}_y$  bileşenleri için yazılmıştır (Elsherbeni ve Demir 2009).

2 boyutlu ortam için elektrik alanın  $\mathbf{E}_z$  bileşeni;

$$\begin{aligned} E_z^{n+1} = & C_{eze}(i, j) \times E_z^n(i, j) + C_{ezhy}(i, j) \times \left( H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j) \right) \\ & + C_{ezhx}(i, j) \times \left( H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1) \right) + C_{ezj}(i, j) \times J_{iy}^{n+\frac{1}{2}}(i, j) \end{aligned} \quad (12)$$

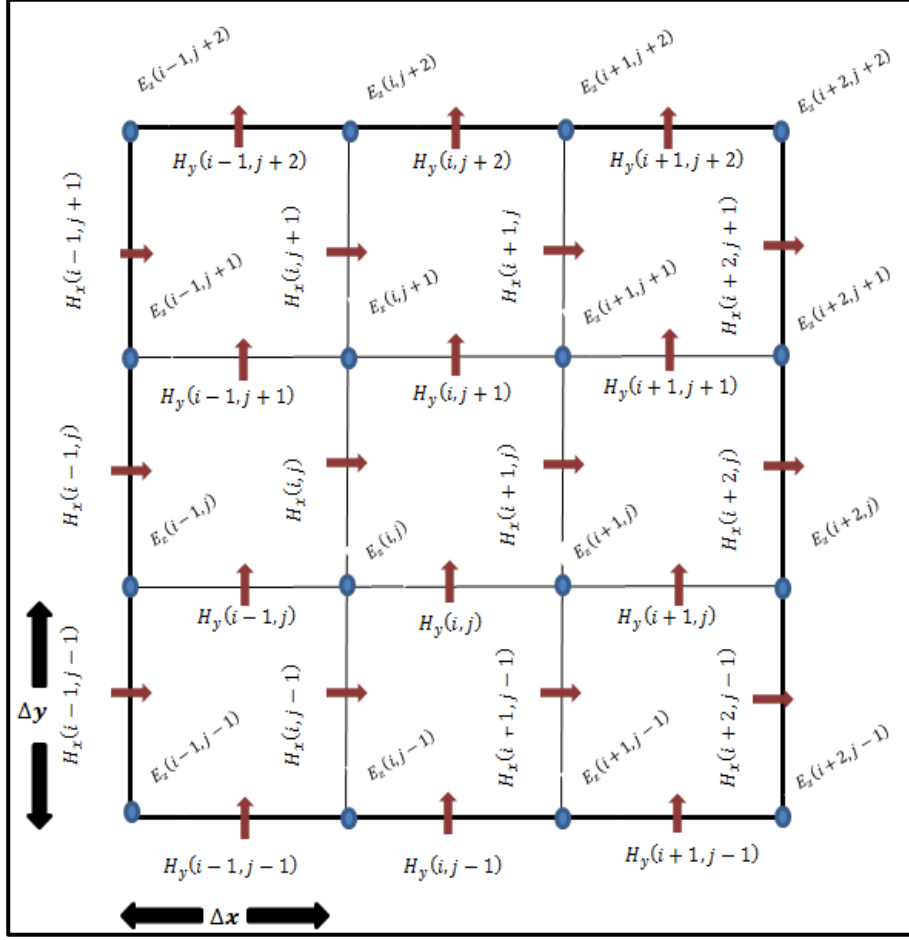
burada  $J$  kaynak terimidir.  $C_{eze}$ ,  $C_{ezhy}$ ,  $C_{ezhx}$ ,  $C_{ezj}$  terimleri ekte verilmiştir. 2 boyutlu ortam için manyetik alanın  $\mathbf{H}_x$  bileşeni;

$$\begin{aligned} H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j) = & C_{hxh}(i, j) \times H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j) + C_{hxez}(i, j) \times (E_z^n(i, j+1) - E_z^n(i, j)) \\ & + C_{hxm}(i, j) \times M_{ix}^n(i, j) \end{aligned} \quad (13)$$

$C_{hxh}$ ,  $C_{hxez}$ ,  $C_{hxm}$  terimlerinin açık şekli ekte verilmiştir. 2 boyutlu ortam için manyetik alanın  $\mathbf{H}_y$  bileşeni;

$$\begin{aligned} H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j) = & C_{hyh}(i, j) \times H_y^{n-\frac{1}{2}}(i, j) + C_{hyez}(i, j) \times (E_z^n(i, j+1) - E_z^n(i, j)) \\ & + C_{hym}(i, j) \times M_{iy}^n(i, j) \end{aligned} \quad (14)$$

$C_{hyh}$ ,  $C_{hyez}$  ve  $C_{hym}$  terimlerinin açık hali ekte verilmiştir.



Şekil 2. İki boyutlu durumda elektrik ve manyetik alanın konumu

Figure 2. The position of electric and magnetic fields in two dimensional case

### Stabilite Koşulu ve Sayısal Dipersiyon

Sonlu farklar yönteminde önemli parametrelerden bir diğeri de stabilite koşuludur. Zaman aralıklarının büyük seçilmesi hücre boyutlarını aşacak ve stabilite koşulu sağlanmayacaktır. Eğer zaman aralıkları çok küçük seçilirse yazılan yer radarı programı gereğinden fazla uzun sürecektir. Zaman aralıkları seçilirken konum aralıkları ile ilişkili değildir. Maksimum zaman aralığı 2 boyutlu durum için konum aralıkları ile ilişkili yazılırsa;

$$\Delta t_{max} = \frac{6}{7} \sqrt{\frac{\epsilon_{min} \mu_{min}}{\left( \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right)}} \quad (15)$$

burada  $\Delta t$  zaman aralığı (ns),  $\Delta x$  ve  $\Delta y$  konum aralığı (m),  $\epsilon_{min}$  ve  $\mu_{min}$  sırasıyla minimum dielektrik sabiti ve minimum manyetik geçirgenliği göstermektedir (Georgakopoulos vd., 2002). Konum aralıklarının gereğinden fazla büyük seçilmesi radargramlarda çözünürlüğü düşürecek (Kaplanvural, 2011). Konum aralıkları vericiden gönderilen anten frekansı ile ilişkili olmalıdır.

$$\lambda_{min} = \frac{c}{f} \quad (16)$$

burada  $\lambda_{min}$  dalga boyu,  $c$  ışık hızını,  $f$  anten frekansını göstermektedir. Konum aralıkları  $\lambda_{min} / 10$  ile  $\lambda_{min} / 100$  arasında seçilmesi yeterli olacaktır.

### Mükemmel Uyumlu Tabaka (PML) Sınır Koşulu

PML sınır koşulu diğer absorbe edici sınır koşulları ile kıyaslandığında daha iyi sonuçlar vermektedir. İlk olarak PML sınır koşulu çok az hücre ile yansımaları zayıflatır (Gedney, 1998). İkinci olarak modellenen yapının özelliklerinden bağımsızdır. Böylece sınıra gelen elektromanyetik dalgalar yansıma olmadan PML bölgesi içerisinde ilerleyerek zayıflar. İletkenlik dağılımının tek düze olduğu bir PML ortamında bir yansıma katsayısı vardır. Bu yansıma katsayısı;

$$R(\phi_0) = e^{-2 \frac{\sigma \cos \phi_0}{\epsilon_0 c} \delta} \quad (17)$$

burada,  $\sigma$  ortamın iletkenliği,  $\epsilon_0$  boşluğun dielektrik sabiti, üstel fonksiyon düzlem dalganın azalım faktörünü,  $\delta$  ise PML hücre kalınlığını ifade etmektedir. PML bölgesi tek düze iletkenlik değerine sahip olduğunda büyük ölçüde yansımalar gözlenmektedir. Bu nedenle ortam ile PML sınırı arasında iletkenlik değeri çok küçük değerden başlayıp PML hücresinin sonunda maksimum değerine ulaşmalıdır (Elsherbeni ve Demir, 2009). İletkenlik dağılımı için iki adet matematiksel fonksiyon bulunmaktadır.

$$\sigma_{(\rho)} = \sigma_{max} \left( \frac{\rho}{\delta} \right)^{n_{pml}} \quad (18)$$

burada  $\rho$ , PML arayüzü ile hesaplama ortamı arasındaki uzaklık,  $\delta$ , PML hücre kalınlığı,  $n_{pml}$  ise PML hücre sayısıdır.  $\sigma_{max}$  ise PML hücre sonunda ulaşılacak maksimum iletkenlik değeridir.

$\sigma_{max}$  bağıntısı;

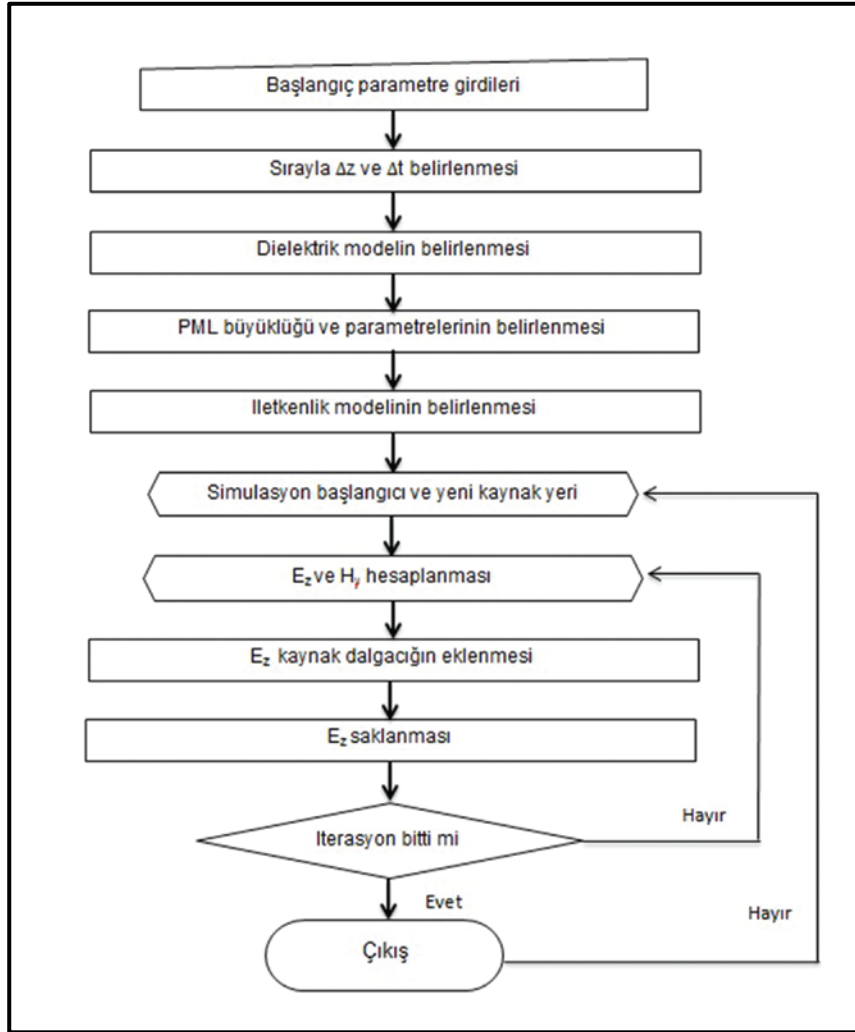
$$\sigma_{max} = - \frac{(n_{pml} + 1) \epsilon_0 c \ln(R(0))}{2 \Delta s N} \quad (19)$$

burada  $\Delta s$ , PML hücresi için tek hücrenin boyutu,  $N$ , PML hücre sayısını göstermektedir.  $R(0)$  ise  $10^{-8}$  gibi çok küçük bir sayı seçilebilir (Elsherbeni ve Demir, 2009).

## DÜZ ÇÖZÜM

### Bir Boyutlu Düz Çözüm

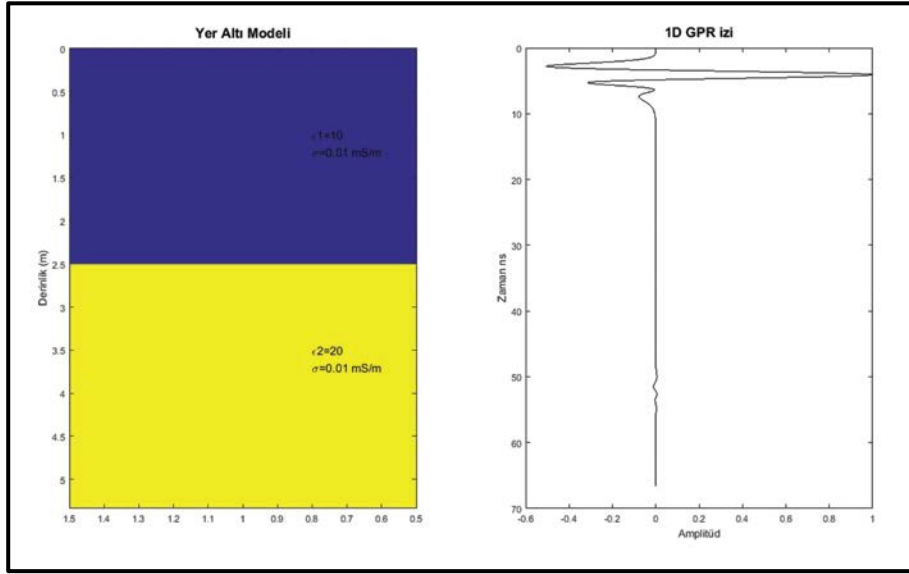
Bir boyutlu iki tabakalı ortam için tabaka kalınlığı 2.5 m seçilmiştir. Her iki tabaka için iletkenlik  $\sigma = 0.01 \text{ mS/m}$  olarak alınmıştır. Dielektrik sabiti birinci tabaka için  $\epsilon_1 = 10$ , ikinci tabaka için  $\epsilon_2 = 20$  seçilmiştir. Anten frekansı 300 MHz'dir,  $\Delta z = 0.013 \text{ cm}$  seçilmiş ve toplam hücre sayısı 400'dür, ayrıca  $\Delta t = 0.04 \text{ ns}$  seçilmiştir. PML hücre sayısı 20 ve kullanılan dalgacık türü Ricker'dir.



Şekil 3. Bir boyutlu yer radarı programının akış şeması

Figure 3. The flowchart of 1D GPR program

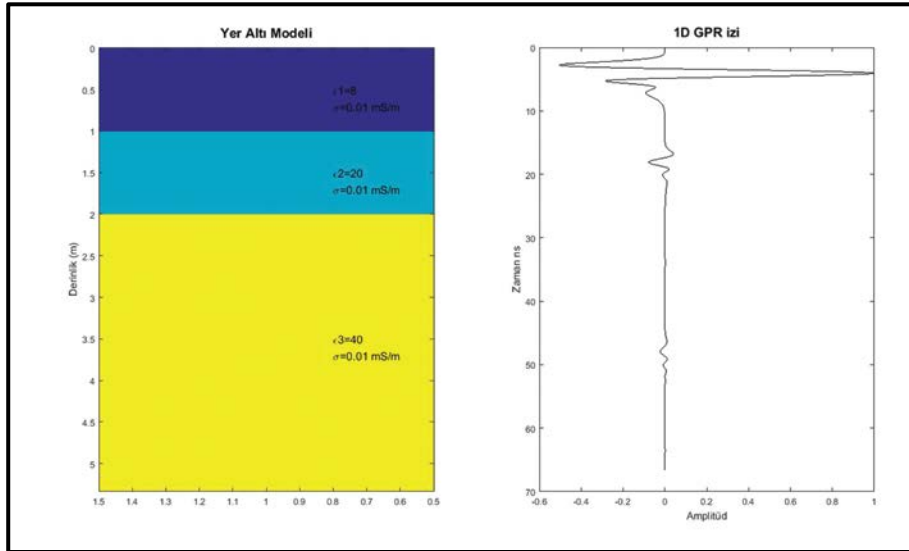




Şekil 4. İki tabakalı ortamda yer altı modeli ve sentetik GPR izi

Figure 4. The earth model in two layered media and synthetic GPR trace

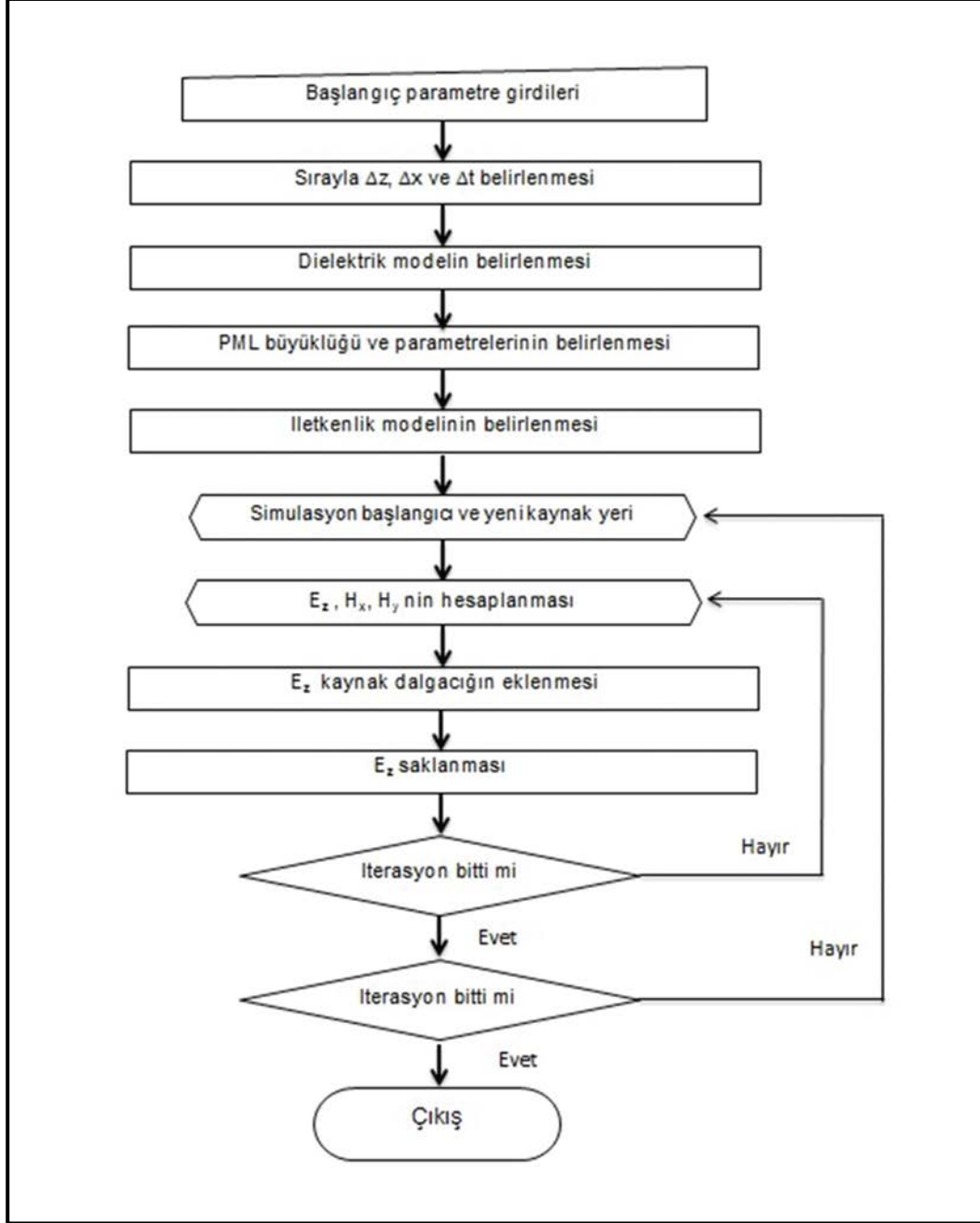
Diğer modelde ortam üç tabakalı olarak seçilmiştir. Birinci tabakanın kalınlığı 1 m ikinci tabakanın kalınlığı 1 m ve üçüncü tabakanın kalınlığı 3.32 m'dir. Bütün tabakaların iletkenlik değeri  $\sigma = 0.01 \text{ mS/m}$  seçilmiştir. Dielektrik sabiti birinci tabaka için  $\epsilon_1 = 8$ , ikinci tabaka için  $\epsilon_2 = 20$  ve üçüncü tabaka için  $\epsilon_3 = 40$  seçilmiştir. Anten frekansı 300 MHz,  $\Delta z$  ve  $\Delta t$  sırasıyla 0.013 m, 0.04 ns olarak belirlenmiştir. Hücre sayısı 400, PML hücre sayısı 20'dir.



Şekil 5. Üç tabakalı ortamda bir boyutlu yer altı modeli ve sentetik GPR izi

Figure 5. The earth model in three layered media and synthetic GPR trace

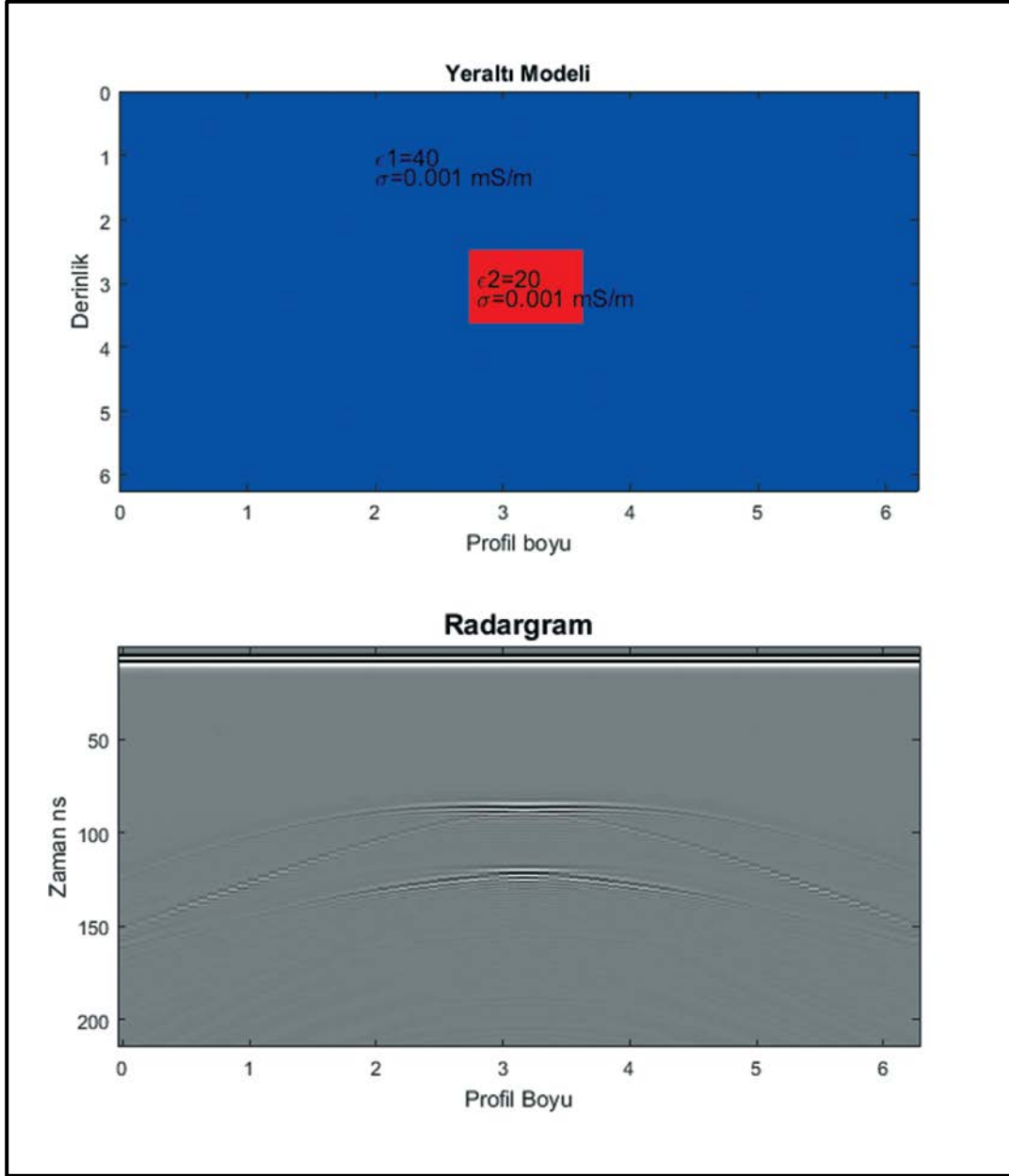
## İki Boyutlu Düz Çözüm



Şekil 6. İki boyutlu yer radarı programının akış şeması

Figure 6. The flowchart of 2D GPR program

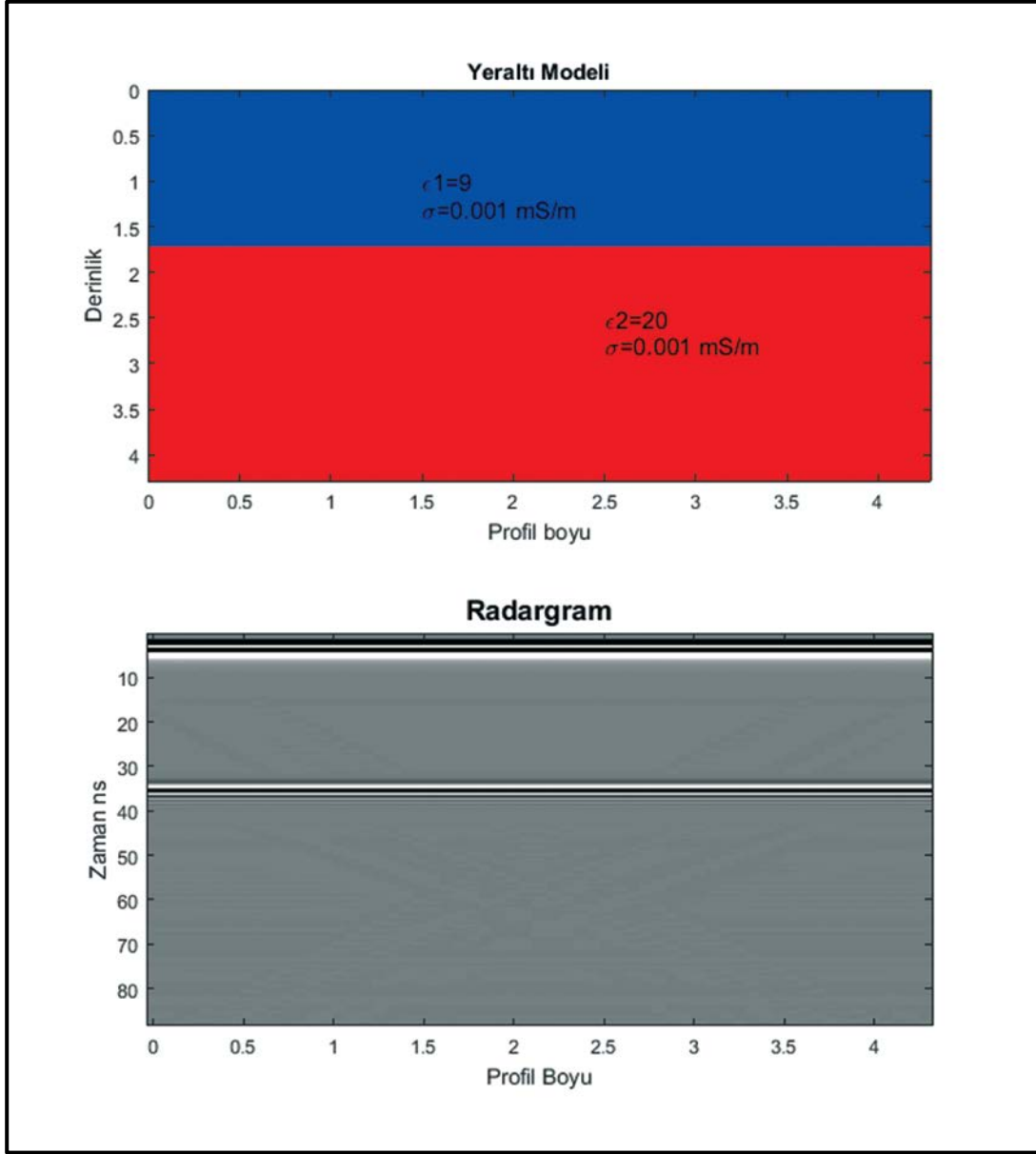
Yer altında kare şeklinde bir yapı olduğu düşünülerek hazırlanan modelde ortamın dielektrik sabiti  $\epsilon = 40$ , kare şeklindeki yapının dielektrik sabiti  $\epsilon = 20$  olarak seçilmiştir. Ortamın iletkenliği ve kare şeklindeki yapının iletkenliği,  $\sigma = 0.001 \text{ mS/m}$  seçilmiştir.



**Şekil 7.** Yer altında kare şeklindeki yapı modeli ve elde edilen radargram

**Figure7.** Underground square structure model and obtained radargram

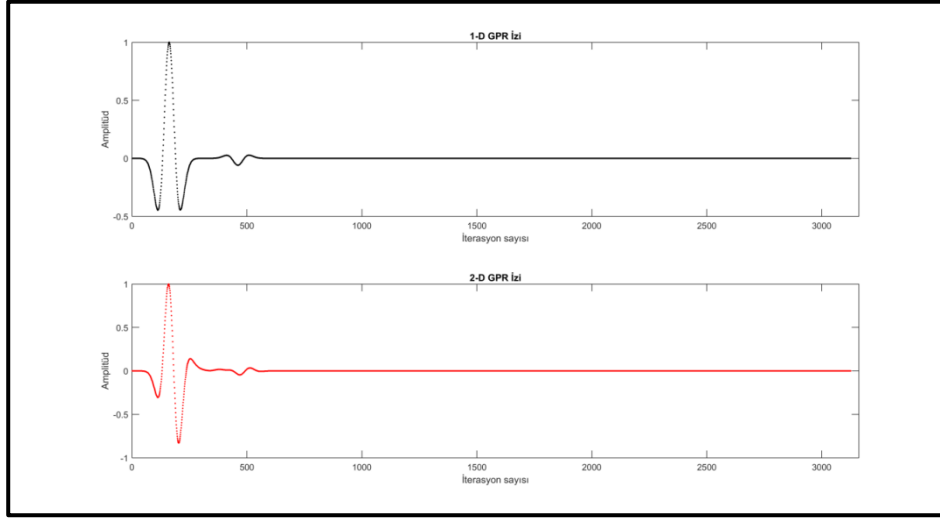
Bu modelde yatay iki tabakalı ortam modellenmiştir. İlk tabakanın dielektrik sabiti  $\epsilon = 9$ , ikinci tabakanın dielektrik sabiti  $\epsilon = 20$  seçilmiştir ayrıca her iki ortam için iletkenlik değeri  $\sigma = 0.001 \text{ mS/m}$  seçilmiştir. Tabaka derinliği yaklaşık 1.7 m toplam derinlik ise 4.28 m'dir.  $\Delta x$  ve  $\Delta z$  aralıkları 0.0086 cm,  $\Delta t$  aralığı ise 0.05 ns olarak seçilmiştir. Hücre sayısı x ve z yönünde 500 ve anten frekansı 500 MHz olarak seçilmiştir. PML hücre sayısı 75 seçilmiştir.



Şekil 8. Yatay tabaka modeli ve elde edilen radargram

Figure 8. Horizontal layer model and obtained radargram

Yazılan bir boyutlu ve iki boyutlu program izleri bir birleri ile kıyaslanmıştır. (Şekil 9). Modelde yatay iki tabakalı ortam modellenmiştir, konum aralıkları  $\Delta x$  ve  $\Delta z$  0.04 m zaman aralığı ise  $\Delta t$  0.08 ns olarak seçilmiştir. Toplam iterasyon sayısı 3126'dır. Sınır koşulları bütün programlar için 10 hücre seçilmiştir ve anten frekansı 100 MHz'dir.



**Şekil 9.** Aynı model için bir boyutlu ve iki boyutlu GPR izleri

**Figure 9.** One-dimensional and two-dimensional GPR traces for the same model

## SONUÇLAR

Sonlu farklar yöntemi kullanılarak Matlab programlama dili ile bir boyutlu ve iki boyutlu yer radarı düz çözüm programı yazılmıştır. Programlarda yer altında olası yapıların basit modelleri hazırlanmış ve son olarak program çıktıları birbirileri ile kıyaslanmıştır.

Model sınırlarında PML sınır koşulu uygulanmış ve kaynak dalgacığı olarak Ricker kullanılmıştır. Model çıktılarında herhangi bir saçılma ve sınırlardan güçlü yansımalar olmadığı görülmektedir. Bu da PML sınır koşulunun oldukça başarılı olduğunu göstermektedir.

Aynı ortam için çalıştırılan bir boyutlu ve iki boyutlu programların tabaka yansıma izlerinin aynı iterasyonda olduğu görülmektedir. İki boyutlu yer radarı sonuçlarının çıkması çok uzun zaman almaktadır buna karşın bir boyutlu yer radarı sonuçları bir saniye gibi çok kısa sürede hesaplanabilmektedir. Karmaşık olmayan yer altı modelleri için bir boyutlu yer radarı programı kullanılabilir. Bir boyutlu programın kullanılması süreden önemli derece tasarruf sağlayacaktır.

## KAYNAKLAR

Annan, A.P., Chua, L.T., 1992. Ground penetrating radar. Geological Survey of Canada (Edited by J.A. Pilon), Ottawa.

Balanis, C.A., 1989. Advanced Engineering Electromagnetics. John Wiley&Sons, Toronto.

- Berenger, J.P., 1994. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *Journal of Computational Physics* 114, 185–200.
- Bergmann, T., Robertsson, J.O.A., Holliger, K., 1996. Numerical properties of staggered finite-difference solutions of Maxwell's equations for ground-penetrating radar modeling. *Geophysical Research Letters* 23, 45–48.
- Cassidy, N., 2007. A review of practical numerical modelling methods for the advanced interpretation of ground-penetrating radar in near-surface environments. *Near Surface Geophysics*, 5, 5-21.
- Elsherbeni A.Z., Demir V., 2009. *Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics with MATLAB Simulations*. Scitech Publishing, Danvers.
- Georgakopoulos, S.V., Birtcher, C.R., Balanis, C.A., Renaut, R.A., 2002. Higher order finite-difference schemes for electromagnetic radiation, scattering, and penetration, Part 1: theory. *IEEE Antennas and Propagation Magazine* 44, 134- 142.
- Gedney, S., 1998. The perfectly matched layer absorbing medium. In: Taflove, A. (Ed.), *Advances in Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*, Artech House, Norwood, MA.
- Goodman, D., 1994. Ground-penetrating radar simulation in engineering and archeology. *Geophysics* 59, 224–232.
- Irving J.D., Knight, R., 2005. Numerical modeling of ground-penetrating radar in 2-D using MATLAB. *Computers & Geosciences*, 32, 1247-1258.
- Kaplanvural İ., 2011. *Yer Radarı Verilerinin Modellenmesi ve Yorumlanması*. Yüksek Lisans Tezi, Kocaeli Üniversitesi, Kocaeli (yayımlanmamış).
- Kurtulmuş, T,Ö., Drahor M.G., 2008. Yer radarı modellemesinde fiziksel ve geometrik parametre etkilerinin araştırılması. *Hacettepe Üniversitesi Yerbilimleri Uygulama ve Araştırma Merkezi Dergisi*, 29 (2), 37-52.
- Mancilla O.L., Trevino E.G., 1996. Synthetic radargrams from electrical conductivity and magnetic permeability variations. *Journal of Applied Geophysics*, 34, 283-290.
- Powers, M.H., Olhoeft, G.R., 1994. Modeling dispersive groundpenetrating radar data. *Proceedings of the 5th International Conference on Ground-Penetrating Radar*, Waterloo, Ontario, pp. 173–183.
- Sadiku M.N.O., 2001 *Numerical Techniques in Electromagnetics*, CRC Press, Florida.
- van der Kruk, J., Slob, E.C., and Fokkema, J.T., 1999. Background of groundpenetrating radar measurements. *Geologie en Mijnbouw*, 77, 177-188.
- Yee K.S., 1966. Numerical solution of initial boundary problems involving Maxwell's equations in isotropic media. *IEEE Trans. Ant. Prop.*, 14(3), 302 - 307.

**EK**

Bir boyutlu durumda verilen, (10) bağıntısında  $C_{eze}$ ,  $C_{ezhy}$ ,  $C_{ezj}$  terimlerinin açık olarak yazılırsa;

$$C_{eze}(i) = \frac{2\varepsilon_z(i) - \Delta t \sigma_z^e(i)}{2\varepsilon_z(i) + \Delta t \sigma_z^e(i)} \quad (10a)$$

$$C_{ezhy}(i) = \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_z(i) + \Delta t \sigma_z^e(i)) \Delta x} \quad (10b)$$

$$C_{ezj}(i) = -\frac{2\Delta t}{2\varepsilon_z(i) + \Delta t \sigma_z^e(i)} \quad (10c)$$

burada,  $\varepsilon_z$ , dielektrik sabiti,  $\sigma_z^e$  iletkenliği ifade etmektedir. (11) bağıntısındaki  $C_{hyh}$ ,  $C_{hyez}$  ve  $C_{hym}$  terimleri ise;

$$C_{hyh}(i) = \frac{2\mu_y(i) - \Delta t \sigma_y^m(i)}{2\mu_y(i) + \Delta t \sigma_y^m(i)} \quad (11a)$$

$$C_{hyez}(i) = \frac{2\Delta t}{(2\mu_y(i) + \Delta t \sigma_y^m(i)) \Delta x} \quad (11b)$$

$$C_{hym}(i) = -\frac{2\Delta t}{2\mu_y(i) + \Delta t \sigma_y^m(i)} \quad (11c)$$

burada,  $\mu_y$ , manyetik geçirgenlik,  $\sigma_y^m$  iletkenliği ifade etmektedir (Elsherbeni ve Demir 2009). İki boyutlu durumda verilen (12), (13) ve (14) bağıntıları içerisindeki terimler yazılırsa;

$$C_{eze}(i, j) = \frac{2\varepsilon_z(i, j) - \Delta t \sigma_z^e(i, j)}{2\varepsilon_z(i, j) + \Delta t \sigma_z^e(i, j)} \quad (12a)$$

$$C_{ezhy}(i, j) = \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_z(i, j) + \Delta t \sigma_z^e(i, j)) \Delta x} \quad (12b)$$

$$C_{ezhx}(i, j) = -\frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_z(i, j) + \Delta t\sigma_z^e(i, j))\Delta y} \quad (12c)$$

$$C_{ezj}(i, j) = -\frac{2\Delta t}{2\varepsilon_z(i, j) + \Delta t\sigma_z^e(i, j)} \quad (12d)$$

(13) bağıntısındaki terimlerin açık halleri yazılırsa;

$$C_{hxh}(i, j) = \frac{2\mu_x(i, j) - \Delta t\sigma_x^m(i, j)}{2\mu_x(i, j) + \Delta t\sigma_x^m(i, j)} \quad (13a)$$

$$C_{hxz}(i, j) = -\frac{2\Delta t}{(2\mu_x(i, j) + \Delta t\sigma_x^m(i, j))\Delta y} \quad (13b)$$

$$C_{hxm}(i, j) = -\frac{2\Delta t}{2\mu_x(i, j) + \Delta t\sigma_x^m(i, j)} \quad (13c)$$

(14) bağıntısındaki terimlerin açık halleri yazılırsa;

$$C_{hyh}(i, j) = \frac{2\mu_y(i, j) - \Delta t\sigma_y^m(i, j)}{2\mu_y(i, j) + \Delta t\sigma_y^m(i, j)} \quad (14a)$$

$$C_{hyz}(i, j) = \frac{2\Delta t}{(2\mu_y(i, j) + \Delta t\sigma_y^m(i, j))\Delta x} \quad (14b)$$

$$C_{hym}(i, j) = -\frac{2\Delta t}{2\mu_y(i, j) + \Delta t\sigma_y^m(i, j)} x, y, z \quad (14c)$$

bağıntıları elde edilir (Elsherbeni ve Demir 2009). Alt indislerde bulunan  $x, y, z$  terimleri, elektrik ve manyetik alanın bağlantılı olduğu bileşenini temsil etmektedir.