

# ENTROPİ OPTİMİZASYONU YÖNTEMİYLE PORTFÖY SEÇİMİ

Mehmet Hakan Özdemir<sup>1</sup>

## *Özet*

Bu çalışmada, Shannon entropi kavramı kullanılarak modifiye edilmiş ortalama-varyans modeli yardımıyla Borsa İstanbul'da işlem gören, değişik sektörlerde ait 9 hisse senedi ile çeşitlendirilmiş portföyler oluşturulmuş ve etkin sınır elde edilmiştir. Daha sonra bu aynı 9 hisse senedi ile Markowitz'in ortalama-varyans modeli kullanılarak etkin sınır elde edilmiş ve iki farklı modelle elde edilen bu etkin sınırlar birbiriyle karşılaştırılmıştır. Etkin sınırlar elde edilirken 2006, 2007, 2008, 2009 ve 2010 yıllarına ilişkin aylık veriler kullanılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Markowitz, ortalama-varyans modeli, entropi, portföy çeşitlendirme

## PORTFOLIO SELECTION WITH THE METHOD OF ENTROPY OPTIMIZATION

## *Abstract*

In this study, diversified portfolios are constructed with 9 stocks from different sectors traded on Borsa Istanbul by using the mean-variance model modified through Shannon's entropy and the efficient frontier is obtained. Then the efficient frontier is obtained with the same 9 stocks by using the Markowitz mean-variance model and the efficient frontiers obtained by both models are compared with each other. For obtaining the efficient frontiers, monthly data from the years 2006, 2007, 2008, 2009 and 2010 are used.

**Keywords:** Markowitz, mean-variance model, entropy, portfolio diversification

---

<sup>1</sup> İstanbul Üniversitesi, Teknik Bilimler Meslek Yüksekokulu, Elektronik ve Otomasyon Anabilim Dalı

## GİRİŞ

Portföy seçimi yatırımcının varlığını, çeşitli menkul kıymetlerden oluşan bir sepet içinde bu menkul kıymetlere en iyi şekilde paylaşmasıdır. Bir başka deyişle, yatırımcının bu menkul kıymetleri en iyi şekilde ağırlıklandırmasıdır. Bu en iyi şekilde paylaşma veya ağırlıklandırma, portföy optimizasyonu olarak adlandırılmaktadır ve bu kavramın temelleri, Markowitz'in 1952 yılında modern portföy teorisini sunduğu çalışmayla atılmıştır [1]. Portföy optimizasyonunun amacı, istenen risk düzeyinde en yüksek getiri düzeyini veya istenen getiri düzeyinde en az risk düzeyini veren bir portföy oluşturmaktır. Markowitz'in ortalama-varyans (MV) optimizasyon modeli oldukça geniş bir uygulama alanı bulmasına rağmen bazı sorunlar içermektedir. Bu sorunlardan biri, MV portföylerinin çoğunlukla az sayıda hisseye odaklanmasıdır, yani portföyler sadece birkaç hisse senedinden oluşturulmaktadır. Ancak bu durum, çeşitlendirme kavramını zayıflatmaktadır. Diğer bir problem ise üretilen örneklem dışı performansların kötü olmasıdır. Hisse senedi getirilerinin momentlerinin tahmininde oluşan hatalar, optimal portföy ağırlıklarını önemli ölçüde değiştirmektedir ve gerçeğe uygun olmayan portföy seçimlerine yol açmaktadır [2].

Bu çalışmada, optimal portföyler oluşturulurken entropi kavramından yararlanılacak ve böylece MV modeline göre daha çok çeşitlendirilmiş portföylerin oluşturulduğu gösterilecektir. Ayrıca iki model yardımıyla elde edilen etkin sınırlar birbiriyle karşılaştırılacaktır.

### 1. LİTERATÜR TARAMASI

Philippatos ve Wilson, entropi kavramını finansa ilk uygulayan araştırmacılarıdır. Çalışmalarında, öncelikle varyansın istatistikte belirsizlik ölçüsü olarak kullanıldığını ve simetrik ve unimodal dağılımlarda MV yaklaşımının rahatça kullanılabileceğini, bunun nedeninin ise bir ana kütle için ilk iki momentinin örnek dağılımının ilgili momentlerinden tahmin edilebileceğini belirtmişlerdir. Ancak simetrik olmayan veya genel olarak normal olmayan dağılımlar için ilave momentler veya farklı bir belirsizlik ölçüsü gerekmektedir. Bu yüzden, bir diğer belirsizlik ölçüsü olarak entropi kavramını önermişlerdir [3].

Bu çalışmadan sonra entropi kavramı, portföy seçimi teorisinde sıkça kullanılmaya başlanmıştır. Örneğin Şamilov et al., sabit getirilerde kısa dönem satışı, kısa dönemli satışa izin verilmediği ve farklı iki entropi modeliyle portföy varyanslarını ve hisse senetleri ağırlıklarını karşılaştırmışlardır [4]. Jiang et al., büyük ölçekli portföy problemleri için bir maksimum entropi portföy modeli sunmuşlardır [5]. Ke ve Zhang, yüksek getirili sektörlerin hisse senetleriyle çeşitli momentum faktörlerinde sabit getiride ve düşük getirili sektörlerin hisse senetleriyle çeşitli momentum faktörlerinde sabit getiride ayrı ayrı entropi teorisine dayalı portföy optimizasyonu gerçekleştirmişlerdir [6]. Jana et al., bir entropi amaç fonksiyonu ekleyerek iyi çeşitlendirilmiş bir portföy oluşturmuşlardır [7]. Huang, iki bulanık ortalama-entropi modeli önermiştir [8]. Rödder et al., kurala dayalı bir çıkarım mekanizmasıyla maksimum entropi ve minimum göreceli entropi altında portföy ağırlıklarını belirlemişlerdir [9]. Usta ve Kantar, ortalama-varyans-çarpıklık-entropi modeliyle portföy seçimi yapmışlardır [10]. Zhang et al., çok dönemli portföy seçimi için işlem maliyetlerinin olduğu olabirlikli bir ortalama-yarı varyans-entropi modeli geliştirmişlerdir [11]. Zhou et al., enformasyon entropisi-artımlı entropi-çarpıklık ölçüleriyle içinde riskin entropi ile ölçüldüğü bir portföy seçim modeli oluşturmuşlardır [12].

#### 1.1. Shannon Entropi Kavramı

Jaynes, 1957 yılında yaptığı çalışmada kısmi bilgi temelinde çıkarımlar yapılırken bilinene bağlı kalarak maksimum entropiye sahip olasılık dağılımının kullanılması gerektiğini ve bunun

hatasız yapılabilecek tek belirleme olacağını söylemekte ve Shannon entropi kavramına atıfta bulunmaktadır [13].

Shannon entropi kavramı öncelikle haberleşmede kullanılmış ve daha sonra finansa da uygulanmıştır [14]. Shannon entropisinin kullanımı, portföy seçiminde yatırımcının gereksinimlerini karşılarken hisse senetleri açısından çeşitlendirme sağlamaktadır [15]. Shannon entropisi şu şekilde tanımlanmıştır:

$$H = - \sum_{i=1}^n x_i \ln x_i, \quad \sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

Burada  $x_i$ , i. hisse senedinin ağırlığını ve  $n$  hisse senedi sayısını göstermektedir.

Ke ve Zhang, Shannon entropisini kullanarak Markowitz'in MV modelini modifiye etmişler ve çeşitlendirilmiş şu modeli oluşturmuşlardır:

$$\begin{aligned} \text{Min } \{X^T C X + \mu \sum_{i=1}^n x_i \ln x_i\} \\ \sum_{i=1}^n x_i r_i = E \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (2)$$

Burada,  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  hisse senedi ağırlıkları vektörünü,  $C = (\sigma_{ij})_{n \times n}$   $n$  hisse senedinin getirilerinin kovaryans matrisini,  $E$  portföy ortalama getirisini ve  $\mu$  momentum faktörünü göstermektedir.  $\mu$ 'nün artması amaç fonksiyonunun (risk) değerinin yavaş yavaş artması anlamına gelmektedir ve bu durum (1)'de tanımlanan Shannon entropisinin rolünün arttığına işaret etmektedir [6].

## 2. UYGULAMA

### 2.1. Veriler

Bu çalışmada Borsa İstanbul (BİST) 'da işlem gören, değişik sektörlerle ait (HS1: Akbank, HS2: Arçelik, HS3: Derimod, HS4: Ford Otosan, HS5: Kent Gıda, HS:6 Marshall, HS7: Şişe Cam, HS8: THY, HS9: Zorlu Enerji) 9 hisse senedinin (HS) 2006, 2007, 2008, 2009 ve 2010 yıllarındaki aylık getirilerinden

$$\bar{r} = \prod_{i=1}^{12} (1 + r_i) - 1 \quad (3)$$

formülü kullanılarak yıllık ortalama getiri  $\bar{r}$  hesaplanmıştır. Burada  $r_i$ , o yıla ilişkin i. aydaki getiriye ifade etmektedir. (3) ile Excel'de hesaplanan hisse senetlerine ait yıllık ortalama getiriler Tablo 1'de gösterilmektedir.

Tablo 1: Hisse senetlerinin yıllık ortalama getirileri

	HS 1	HS 2	HS 3	HS 4	HS 5	HS 6	HS 7	HS 8	HS 9
2006	-0,017	-0,071	0,156	0,082	-0,148	-0,155	0,064	-0,278	-0,282
2007	0,299	0,013	0,279	0,160	0,040	0,038	0,083	0,410	0,171
2008	-0,431	-0,737	-0,540	-0,575	-0,295	-0,547	-0,538	-0,337	-0,575
2009	1,018	2,875	0,324	1,398	0,488	0,830	0,875	4,272	3,006
2010	0,229	0,363	0,817	0,563	3,000	1,862	0,513	0,083	-0,106

## 2.2. Elde Edilen Bulgular

Tablo 1'deki veriler kullanılarak kovaryans matrisi elde edilmiştir. What'sBest! Excel eklentisi ile her momentum faktörü için ( $\mu_1 = 0,001$ ;  $\mu_2 = 0,01$ ;  $\mu_3 = 0,02$  ve  $\mu_4 = 0,025$ ) etkin sınırlar oluşturulmuştur. Tablo 2'den Tablo 17'ye kadar ilgili portföy ortalama getirilerine ilişkin Markowitz modelinde ve çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları verilmektedir. Şekil 1 ve Şekil 2'de ise Markowitz modeline ve çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerine ilişkin etkin sınırlar görülmektedir.

Ağırlığı 0 bulunan hisse senetleri için entropi modellerinde  $x_i \cdot \ln x_i = 0$  olarak alınmıştır. ( $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0$ 'dır).

Tablo 2'de portföy ortalama getirisi  $E = 0,2$  için önce Markowitz modeli ve daha sonra artan şekilde çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları ve risk verilmiştir. Görüldüğü üzere  $\mu_1 = 0,001$  olduğu modelde, Markowitz modelindeki ağırlıklar elde edilmiştir. Ancak  $\mu$  değeri arttıkça diğer hisse senetlerinin de portföye sokularak çeşitlendirmenin arttığı ve Markowitz modeline kıyasla riskin daha az olduğu görülmektedir.

Tablo 2: Portföy ortalama getirisi  $E = 0,2$  için Markowitz modelinde ve çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları

MARKOWITZ		$\mu_1 = 0,001$		$\mu_2 = 0,01$		$\mu_3 = 0,02$		$\mu_4 = 0,025$	
RİSK	0,272737	RİSK	0,272489	RİSK	0,270266	RİSK	0,270753	RİSK	0,266576
HS1	0	HS1	0	HS1	2,03E-05	HS1	6,1E-05	HS1	6,1E-05
HS2	0	HS2	0	HS2	0	HS2	6,1E-05	HS2	6,1E-05
HS3	0,067675	HS3	0,067675	HS3	0,067623	HS3	0,052973	HS3	0,052973
HS4	0	HS4	0	HS4	0	HS4	0,000139	HS4	0,000139
HS5	0	HS5	0	HS5	0	HS5	6,1E-05	HS5	6,1E-05
HS6	0	HS6	0	HS6	0	HS6	4,82E-05	HS6	4,82E-05
HS7	0,932325	HS7	0,932325	HS7	0,932357	HS7	0,946572	HS7	0,946572
HS8	0	HS8	0	HS8	0	HS8	6,1E-05	HS8	6,1E-05
HS9	0	HS9	0	HS9	0	HS9	2,33E-05	HS9	2,33E-05

Tablo 2'de portföy ortalama getirisi  $E = 0,25$  için önce Markowitz modeli ve daha sonra artan şekilde çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları verilmiştir. Tablo 2'nin aksine,  $\mu_1 = 0,001$  olduğu modelde de Markowitz modeline kıyasla çeşitlendirme sağlandığı gözlemlenmektedir.  $\mu_1 = 0,01$  olduğu model hariç Markowitz modeline kıyasla risk daha az olmaktadır.

Tablo 3: Portföy ortalama getirisi  $E = 0,25$  için Markowitz modelinde ve çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları

MARKOWITZ		$\mu_1 = 0,001$		$\mu_2 = 0,01$		$\mu_3 = 0,02$		$\mu_4 = 0,025$	
RİSK	0,23956	RİSK	0,239176	RİSK	0,26148	RİSK	0,220687	RİSK	0,216053
HS1	0,546595	HS1	0,470798	HS1	0,330728	HS1	0,483277	HS1	0,459778
HS2	0	HS2	0	HS2	0,0625	HS2	2,09E-07	HS2	0,003906
HS3	0,366101	HS3	0,444814	HS3	0,515708	HS3	0,418377	HS3	0,425702
HS4	0	HS4	3,81E-34	HS4	1,23E-08	HS4	0,004876	HS4	0,009906
HS5	0,087304	HS5	0,074298	HS5	0,010273	HS5	0,076221	HS5	0,07299
HS6	0	HS6	1,17E-34	HS6	0,0625	HS6	7,21E-05	HS6	0,000327
HS7	0	HS7	3,74E-34	HS7	0	HS7	0,009431	HS7	0,01965
HS8	0	HS8	0,01009	HS8	0	HS8	0,007741	HS8	0,007631
HS9	0	HS9	0	HS9	0,018291	HS9	4,21E-06	HS9	0,000109

Tablo 3'te portföy ortalama getirisi  $E = 0,3$  için önce Markowitz modeli ve daha sonra artan şekilde çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları verilmiştir. Tablo 2'de olduğu üzere  $\mu_1 = 0,001$  olduğu modelde, Markowitz modeline göre çeşitlendirme olmamış ancak hisse senetlerine farklı ağırlıklar atanmıştır. Diğer  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde çeşitlendirme sağlanarak Markowitz modeline kıyasla daha az risk elde edilmektedir.

Tablo 4: Portföy ortalama getirisi  $E = 0,3$  için Markowitz modelinde ve çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları

MARKOWITZ		$\mu_1 = 0,001$		$\mu_2 = 0,01$		$\mu_3 = 0,02$		$\mu_4 = 0,025$	
RİSK	0,303375	RİSK	0,303747	RİSK	0,297326	RİSK	0,283484	RİSK	0,275919
HS1	0,38745	HS1	0,086886	HS1	0,354481	HS1	0,384862	HS1	0,353151
HS2	0	HS2	0	HS2	7,11E-18	HS2	1,45E-07	HS2	6,08E-07
HS3	0,42854	HS3	0,746464	HS3	0,395651	HS3	0,413803	HS3	0,391911
HS4	0	HS4	0	HS4	0,032852	HS4	0,003393	HS4	0,007395
HS5	0,125821	HS5	0,057292	HS5	0,121642	HS5	0,114596	HS5	0,128566
HS6	0	HS6	0	HS6	0,011072	HS6	0,026833	HS6	9,09E-06
HS7	0	HS7	0	HS7	0,032056	HS7	1,04E-18	HS7	0,0625
HS8	0,058189	HS8	0,109358	HS8	0,052246	HS8	0,056395	HS8	0,056456
HS9	0	HS9	0	HS9	2,38E-12	HS9	0,000117	HS9	1,18E-05

Tablo 4'te portföy ortalama getirisi  $E = 0,35$  için önce Markowitz modeli ve daha sonra artan şekilde çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları verilmiştir. Markowitz modeline kıyasla entropi modellerinde çeşitlendirme sağlanmaktadır, ancak sadece  $\mu_3 = 0,02$  ve  $\mu_4 = 0,025$  olduğu modellerde daha az risk elde edilmektedir.

Tablo 5: Portföy ortalama getirisi  $E = 0,35$  için Markowitz modelinde ve çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları

MARKOWITZ		$\mu_1 = 0,001$		$\mu_2 = 0,01$		$\mu_3 = 0,02$		$\mu_4 = 0,025$	
RİSK	0,376952	RİSK	0,384084	RİSK	0,397245	RİSK	0,366849	RİSK	0,349547
HS1	0	HS1	0,255013	HS1	0,571467	HS1	0,259361	HS1	0,358387
HS2	0	HS2	1,92E-33	HS2	1,15E-21	HS2	0,03125	HS2	0,000534
HS3	0,734028	HS3	0,399013	HS3	0,010441	HS3	0,423749	HS3	0,308285
HS4	0	HS4	0,01633	HS4	1,63E-10	HS4	3,76E-23	HS4	0,0508
HS5	0,107731	HS5	0,180688	HS5	0,25932	HS5	0,159561	HS5	0,203035
HS6	0	HS6	1,92E-33	HS6	0,0625	HS6	0,03125	HS6	2,04E-09
HS7	0	HS7	0,046391	HS7	0,068363	HS7	1,23E-08	HS7	0,000556
HS8	0,158242	HS8	0,102566	HS8	0,027908	HS8	0,094829	HS8	0,078402
HS9	0	HS9	1,92E-33	HS9	8,28E-07	HS9	5,78E-08	HS9	1,82E-16

Tablo 5'te portföy ortalama getirisi  $E = 0,4$  için önce Markowitz modeli ve daha sonra artan şekilde çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları verilmiştir. Markowitz modeline kıyasla entropi modellerinde çeşitlendirme sağlanmaktadır, fakat Tablo 5'te olduğu gibi sadece  $\mu_3 = 0,02$  ve  $\mu_4 = 0,025$  olduğu modellerde daha az risk elde edilmektedir.

Tablo 6: Portföy ortalama getirisi  $E = 0,4$  için Markowitz modelinde ve çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları

MARKOWITZ		$\mu_1 = 0,001$		$\mu_2 = 0,01$		$\mu_3 = 0,02$		$\mu_4 = 0,025$	
RİSK	0,462195	RİSK	0,659452	RİSK	0,605569	RİSK	0,443863	RİSK	0,449395
HS1	0	HS1	0,101381	HS1	0,045748	HS1	6,93E-06	HS1	0,168928
HS2	0	HS2	0,0625	HS2	8,31E-30	HS2	1,56E-05	HS2	6,63E-08
HS3	0,629522	HS3	0,137813	HS3	0,251975	HS3	0,628617	HS3	0,404772
HS4	0	HS4	0,070424	HS4	5,48E-07	HS4	0,000404	HS4	1,9E-06
HS5	0,178461	HS5	0,090242	HS5	0,198714	HS5	0,179888	HS5	0,237977
HS6	0	HS6	0,25	HS6	0,25	HS6	9,15E-05	HS6	4,17E-05
HS7	0	HS7	0,0625	HS7	3,4E-08	HS7	1,69E-20	HS7	4,81E-06
HS8	0,192017	HS8	0,068224	HS8	0,003562	HS8	0,190957	HS8	0,125775
HS9	0	HS9	0,156916	HS9	0,25	HS9	1,97E-05	HS9	0,0625

Tablo 6'da portföy ortalama getirisi  $E = 0,45$  için önce Markowitz modeli ve daha sonra artan şekilde çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları verilmiştir. En fazla çeşitlendirme  $\mu_1 = 0,001$  olduğu modelde elde edilmektedir, ancak Markowitz modeline kıyasla diğer  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde daha az risk elde edilmektedir.

Tablo 7: Portföy ortalama getirisi  $E = 0,45$  için Markowitz modelinde ve çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları

MARKOWITZ		$\mu_1 = 0,001$		$\mu_2 = 0,01$		$\mu_3 = 0,02$		$\mu_4 = 0,025$	
RİSK	0,561111	RİSK	0,577768	RİSK	0,550492	RİSK	0,538218	RİSK	0,545007
HS1	0	HS1	0,023281	HS1	0,030026	HS1	0,121656	HS1	0,115407
HS2	0	HS2	0,0125	HS2	0	HS2	1,45E-38	HS2	9,07E-06
HS3	0,525017	HS3	0,450906	HS3	0,493137	HS3	0,395327	HS3	0,3689
HS4	0	HS4	0,0125	HS4	1,3E-07	HS4	4,09E-05	HS4	4,24E-05
HS5	0,249191	HS5	0,264899	HS5	0,256386	HS5	0,279695	HS5	0,250341
HS6	0	HS6	0,0125	HS6	0	HS6	1,45E-38	HS6	0,0625
HS7	0	HS7	0,0125	HS7	0	HS7	2,69E-05	HS7	2,74E-21
HS8	0,225792	HS8	0,198414	HS8	0,220451	HS8	0,203253	HS8	0,202784
HS9	0	HS9	0,0125	HS9	0	HS9	9,82E-09	HS9	1,55E-05

Tablo 7’de portföy ortalama getirisi  $E = 0,5$  için önce Markowitz modeli ve daha sonra artan şekilde çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları verilmiştir. Markowitz modeline kıyasla çeşitlendirme sağlanmaktadır, ancak sadece  $\mu_2 = 0,01$  ve  $\mu_4 = 0,025$  olduğu modellerde daha az risk elde edilmektedir.

Tablo 8: Portföy ortalama getirisi  $E = 0,5$  için Markowitz modelinde ve çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları

MARKOWITZ		$\mu_1 = 0,001$		$\mu_2 = 0,01$		$\mu_3 = 0,02$		$\mu_4 = 0,025$	
RİSK	0,6737	RİSK	0,839203	RİSK	0,671338	RİSK	0,689273	RİSK	0,658827
HS1	0	HS1	0,108671	HS1	0,096951	HS1	0,035713	HS1	0,043542
HS2	0	HS2	0,25	HS2	0	HS2	2,62E-09	HS2	7,66E-11
HS3	0,420511	HS3	0,048714	HS3	0,277074	HS3	0,310003	HS3	0,255546
HS4	0	HS4	0,068482	HS4	0,048491	HS4	4,1E-11	HS4	0,065242
HS5	0,319921	HS5	0,376868	HS5	0,338809	HS5	0,361055	HS5	0,362534
HS6	0	HS6	0,00762	HS6	0,003906	HS6	8,21E-09	HS6	2,39E-25
HS7	0	HS7	0,030659	HS7	1,67E-05	HS7	3,87E-11	HS7	0,054193
HS8	0,259568	HS8	0,081556	HS8	0,234709	HS8	0,194368	HS8	0,218943
HS9	0	HS9	0,02743	HS9	4,25E-05	HS9	0,098861	HS9	8,43E-11

Tablo 8’de portföy ortalama getirisi  $E = 0,55$  için önce Markowitz modeli ve daha sonra artan şekilde çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları verilmiştir.  $\mu_2 = 0,01$  olduğu modelde, diğer  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerine kıyasla çeşitlendirmenin azaldığı görülmektedir. Markowitz modeline kıyasla  $\mu_1 = 0,001$  olduğu model hariç daha az risk elde edilmektedir.

Tablo 9: Portföy ortalama getirisi  $E = 0,55$  için Markowitz modelinde ve çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları

MARKOWITZ		$\mu_1 = 0,001$		$\mu_2 = 0,01$		$\mu_3 = 0,02$		$\mu_4 = 0,025$	
RİSK	0,799961	RİSK	0,808336	RİSK	0,789038	RİSK	0,79542	RİSK	0,79903
HS1	0	HS1	0,012329	HS1	0,000498	HS1	1,52E-33	HS1	0,094875
HS2	0	HS2	0,017079	HS2	0	HS2	2,21E-12	HS2	3,97E-05
HS3	0,316006	HS3	0,292669	HS3	0,315709	HS3	0,27953	HS3	0,080962
HS4	0	HS4	5,51E-20	HS4	0	HS4	0,003906	HS4	0,069483
HS5	0,390651	HS5	0,396185	HS5	0,390093	HS5	0,369372	HS5	0,413836
HS6	0	HS6	2,32E-20	HS6	0	HS6	0,059254	HS6	0,026721
HS7	0	HS7	4,72E-20	HS7	0	HS7	0,000198	HS7	0,058891
HS8	0,293343	HS8	0,281738	HS8	0,2937	HS8	0,287739	HS8	0,255192
HS9	0	HS9	8,18E-23	HS9	0	HS9	1,27E-09	HS9	1,84E-13

Tablo 9’da portföy ortalama getirisi  $E = 0,6$  için önce Markowitz modeli ve daha sonra artan şekilde çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları verilmiştir. Markowitz modellerine kıyasla entropi modellerinde çeşitlendirme artmıştır. Ancak sadece  $\mu_2 = 0,01$  ve  $\mu_4 = 0,02$  olduğu modellerde daha az risk elde edilmektedir.

Tablo 10: Portföy ortalama getirisi  $E = 0,6$  için Markowitz modelinde ve çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları

MARKOWITZ		$\mu_1 = 0,001$		$\mu_2 = 0,01$		$\mu_3 = 0,02$		$\mu_4 = 0,025$	
RİSK	0,939895	RİSK	0,943369	RİSK	0,932478	RİSK	0,92128	RİSK	0,942972
HS1	0	HS1	2,43E-31	HS1	0,067578	HS1	0,009047	HS1	0,008632
HS2	0	HS2	0	HS2	0	HS2	0,003906	HS2	0,003906
HS3	0,211501	HS3	0,194637	HS3	0,14352	HS3	0,196754	HS3	0,11388
HS4	0	HS4	0,023908	HS4	1,82E-08	HS4	2,38E-05	HS4	0,059315
HS5	0,461381	HS5	0,454063	HS5	0,466553	HS5	0,462436	HS5	0,441339
HS6	0	HS6	0	HS6	0	HS6	0,001366	HS6	0,0625
HS7	0	HS7	9,78E-32	HS7	1,16E-08	HS7	0,002174	HS7	0,003185
HS8	0,327118	HS8	0,327393	HS8	0,322349	HS8	0,323926	HS8	0,307242
HS9	0	HS9	0	HS9	0	HS9	0,000366	HS9	6,63E-11

Tablo 10’da portföy ortalama getirisi  $E = 0,65$  için önce Markowitz modeli ve daha sonra artan şekilde çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları verilmiştir. Markowitz modellerine kıyasla entropi modellerinde çeşitlendirme artmaktadır ve  $\mu_1 = 0,001$  olduğu model hariç daha az risk elde edilmektedir.



Tablo 11: Portföy ortalama getirisi  $E = 0,65$  için Markowitz modelinde ve çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları

MARKOWITZ		$\mu_1 = 0,001$		$\mu_2 = 0,01$		$\mu_3 = 0,02$		$\mu_4 = 0,025$	
RİSK	1,093502	RİSK	1,975318	RİSK	1,085916	RİSK	1,074837	RİSK	1,074606
HS1	0	HS1	0,019851	HS1	0,022446	HS1	0,002603	HS1	0,003943
HS2	0	HS2	0,028829	HS2	3,51E-10	HS2	0,000141	HS2	5,51E-25
HS3	0,106995	HS3	0,062497	HS3	0,084293	HS3	0,104308	HS3	0,080679
HS4	0	HS4	0,003906	HS4	2,78E-05	HS4	6,75E-06	HS4	0,012088
HS5	0,532111	HS5	0,062	HS5	0,527481	HS5	0,530279	HS5	0,530006
HS6	0	HS6	0,124999	HS6	1,23E-09	HS6	0,000293	HS6	0,005395
HS7	0	HS7	0,003906	HS7	0,002243	HS7	0,000369	HS7	0,009581
HS8	0,360894	HS8	0,569015	HS8	0,363509	HS8	0,361827	HS8	0,358307
HS9	0	HS9	0,124997	HS9	5,59E-10	HS9	0,000174	HS9	9,59E-11

Tablo 11’de portföy ortalama getirisi  $E = 0,675$  için önce Markowitz modeli ve daha sonra artan şekilde çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları verilmiştir. Markowitz modeline kıyasla  $\mu_4 = 0,025$  olduğu model hariç daha az risk elde edilmektedir.

Tablo 12: Portföy ortalama getirisi  $E = 0,675$  için Markowitz modelinde ve çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları

MARKOWITZ		$\mu_1 = 0,001$		$\mu_2 = 0,01$		$\mu_3 = 0,02$		$\mu_4 = 0,025$	
RİSK	1,175432	RİSK	1,174584	RİSK	1,169279	RİSK	1,158568	RİSK	1,937349
HS1	0	HS1	4,98E-32	HS1	2,08E-05	HS1	0,000831	HS1	0,020807
HS2	0	HS2	0	HS2	0,003906	HS2	0,000244	HS2	0,020834
HS3	0,054743	HS3	0,054798	HS3	0,052924	HS3	0,054601	HS3	0,031214
HS4	0	HS4	3,86E-32	HS4	0	HS4	0,000101	HS4	0,020822
HS5	0,567476	HS5	0,567315	HS5	0,56647	HS5	0,56452	HS5	0,133132
HS6	0	HS6	1,96E-32	HS6	0	HS6	5,4E-05	HS6	0,031286
HS7	0	HS7	3,15E-32	HS7	0	HS7	7,89E-05	HS7	0,062428
HS8	0,377781	HS8	0,377887	HS8	0,376678	HS8	0,37956	HS8	0,616976
HS9	0	HS9	4,71E-33	HS9	0	HS9	1,08E-05	HS9	0,0625

Tablo 12’de portföy ortalama getirisi  $E = 0,7$  için önce Markowitz modeli ve daha sonra artan şekilde çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları verilmiştir. Markowitz modellerine kıyasla  $\mu_1 = 0,001$  ve  $\mu_3 = 0,02$  olduğu modellerde daha az risk elde edilmektedir.

Tablo 13: Portföy ortalama getirisi  $E = 0,7$  için Markowitz modelinde ve çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları

MARKOWITZ		$\mu_1 = 0,001$		$\mu_2 = 0,01$		$\mu_3 = 0,02$		$\mu_4 = 0,025$	
RİSK	1,260781	RİSK	1,260093	RİSK	1,585768	RİSK	1,246915	RİSK	1,849885
HS1	0	HS1	5,02E-34	HS1	0,020731	HS1	3,8E-05	HS1	2,2E-25
HS2	0	HS2	5,02E-34	HS2	0,020731	HS2	2,18E-37	HS2	2,2E-25
HS3	0,00249	HS3	0,002605	HS3	0,020731	HS3	0,004551	HS3	2,2E-25
HS4	0	HS4	5,02E-34	HS4	0,020731	HS4	3,84E-06	HS4	2,2E-25
HS5	0,602841	HS5	0,602503	HS5	0,305061	HS5	0,596697	HS5	0,11186
HS6	0	HS6	5,02E-34	HS6	0,020731	HS6	2,18E-37	HS6	0,25
HS7	0	HS7	5,02E-34	HS7	0,020731	HS7	2,18E-37	HS7	2,2E-25
HS8	0,394669	HS8	0,394891	HS8	0,570552	HS8	0,39871	HS8	0,638139
HS9	0	HS9	5,02E-34	HS9	0	HS9	2,18E-37	HS9	2,2E-25

Tablo 13’de portföy ortalama getirisi  $E = 0,725$  için önce Markowitz modeli ve daha sonra artan şekilde çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları verilmiştir.

Tablo 14: Portföy ortalama getirisi  $E = 0,725$  için Markowitz modelinde ve çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları

MARKOWITZ		$\mu_1 = 0,001$		$\mu_2 = 0,01$		$\mu_3 = 0,02$		$\mu_4 = 0,025$	
RİSK	1,419161	RİSK	2,690928	RİSK	1,412231	RİSK	1,405301	RİSK	1,401835
HS1	0	HS1	0,027968	HS1	0	HS1	0	HS1	0
HS2	0	HS2	0,022015	HS2	0	HS2	2,01E-16	HS2	0
HS3	0	HS3	0,0625	HS3	0	HS3	2,14E-30	HS3	0
HS4	0	HS4	0,001626	HS4	0	HS4	1,45E-16	HS4	0
HS5	0,492698	HS5	0,037367	HS5	0,492698	HS5	0,492698	HS5	0,492698
HS6	0	HS6	0,004127	HS6	0	HS6	3,23E-16	HS6	0
HS7	0	HS7	0,026607	HS7	0	HS7	0	HS7	0
HS8	0,507302	HS8	0,781316	HS8	0,507302	HS8	0,507302	HS8	0,507302
HS9	0	HS9	0,036474	HS9	0	HS9	1,02E-16	HS9	0

Tablo 14’te portföy ortalama getirisi  $E = 0,75$  için önce Markowitz modeli ve daha sonra artan şekilde çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları verilmiştir. Markowitz modellerine kıyasla entropi modellerinde de çok çeşitlendirme sağlanamamıştır.

Tablo 15: Portföy ortalama getirisi  $E = 0,75$  için Markowitz modelinde ve çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları

MARKOWITZ		$\mu_1 = 0,001$		$\mu_2 = 0,01$		$\mu_3 = 0,02$		$\mu_4 = 0,025$	
RİSK	1,734296	RİSK	1,733634	RİSK	1,727679	RİSK	1,721062	RİSK	1,717753
HS1	0	HS1	0	HS1	0	HS1	0	HS1	0
HS2	0	HS2	0	HS2	0	HS2	0	HS2	3,85E-26
HS3	0	HS3	0	HS3	0	HS3	0	HS3	3,85E-26
HS4	0	HS4	0	HS4	0	HS4	0	HS4	3,85E-26
HS5	0,375274	HS5	0,375274	HS5	0,375274	HS5	0,375274	HS5	0,375274
HS6	0	HS6	0	HS6	0	HS6	0	HS6	3,85E-26
HS7	0	HS7	0	HS7	0	HS7	0	HS7	3,85E-26
HS8	0,624726	HS8	0,624726	HS8	0,624726	HS8	0,624726	HS8	0,624726
HS9	0	HS9	0	HS9	0	HS9	0	HS9	3,85E-26

Tablo 15'te portföy ortalama getirisi  $E = 0,775$  için önce Markowitz modeli ve daha sonra artan şekilde çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları verilmiştir. Markowitz modellerine kıyasla  $\mu_1 = 0,001$  olduğu modelde biraz çeşitlendirme sağlanmıştır ancak risk de artmıştır.

Tablo 16: Portföy ortalama getirisi  $E = 0,775$  için Markowitz modelinde ve çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları

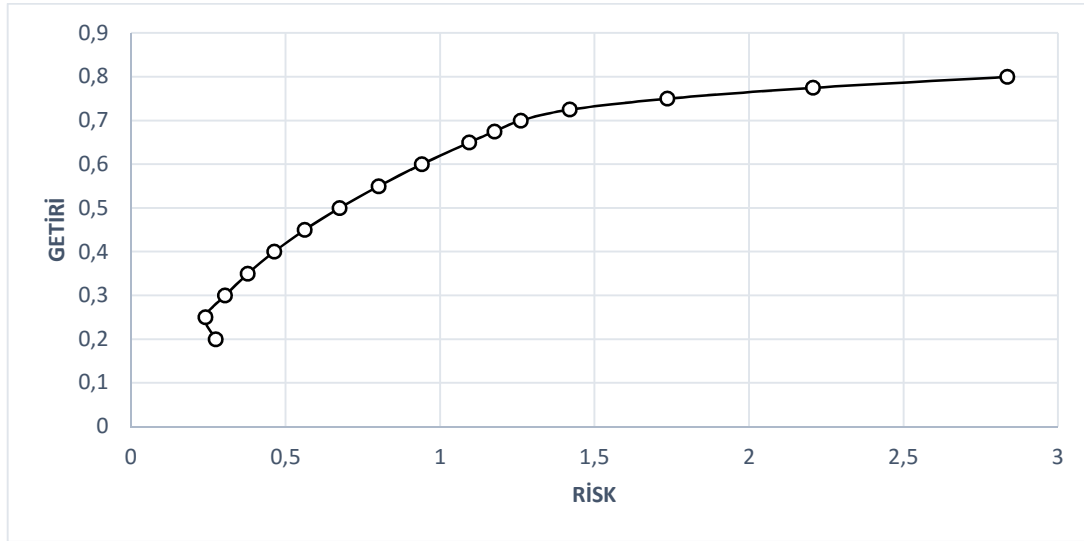
MARKOWITZ		$\mu_1 = 0,001$		$\mu_2 = 0,01$		$\mu_3 = 0,02$		$\mu_4 = 0,025$	
RİSK	2,206358	RİSK	2,212466	RİSK	2,245669	RİSK	2,194942	RİSK	2,192088
HS1	0	HS1	0	HS1	3,99E-30	HS1	0	HS1	0
HS2	0	HS2	0	HS2	5,53E-30	HS2	0	HS2	0
HS3	0	HS3	0	HS3	4,27E-30	HS3	0	HS3	0
HS4	0	HS4	0	HS4	4,81E-30	HS4	0	HS4	0
HS5	0,25785	HS5	0,255291	HS5	0,244171	HS5	0,25785	HS5	0,25785
HS6	0	HS6	0,001284	HS6	5,88E-30	HS6	0	HS6	1,01E-28
HS7	0	HS7	0	HS7	0,00462	HS7	0	HS7	0
HS8	0,74215	HS8	0,743425	HS8	0,751209	HS8	0,74215	HS8	0,74215
HS9	0	HS9	0	HS9	5E-30	HS9	0	HS9	0

Tablo 16'da portföy ortalama getirisi  $E = 0,8$  için önce Markowitz modeli ve daha sonra artan şekilde çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları verilmiştir. Markowitz modellerine kıyasla  $\mu_1 = 0,001$  ve  $\mu_3 = 0,02$  olduğu modellerde biraz çeşitlendirme sağlanmıştır ancak risk de artmıştır.

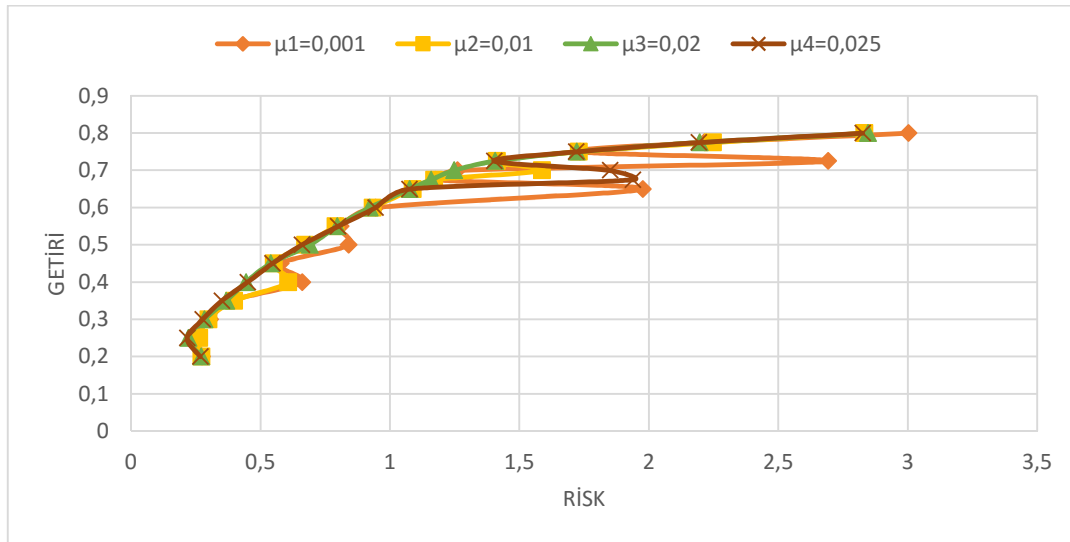
Tablo 17: Portföy ortalama getirisi  $E = 0,8$  için Markowitz modelinde ve çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde hisse senetlerinin ağırlıkları

MARKOWITZ		$\mu_1 = 0,001$		$\mu_2 = 0,01$		$\mu_3 = 0,02$		$\mu_4 = 0,025$	
RİSK	2,835347	RİSK	3,002195	RİSK	2,831524	RİSK	2,845617	RİSK	2,825204
HS1	0	HS1	1,56E-28	HS1	1,7E-05	HS1	0,001483	HS1	0
HS2	0	HS2	2,15E-28	HS2	0	HS2	1,23E-30	HS2	1,87E-14
HS3	0	HS3	1,66E-28	HS3	1,89E-06	HS3	9,42E-31	HS3	1,87E-14
HS4	0	HS4	1,87E-28	HS4	3,49E-07	HS4	1,06E-30	HS4	1,87E-14
HS5	0,140427	HS5	0,102889	HS5	0,140372	HS5	0,136178	HS5	0,140427
HS6	0	HS6	2,27E-28	HS6	0	HS6	1,3E-30	HS6	1,87E-14
HS7	0	HS7	0,012677	HS7	0	HS7	8,55E-31	HS7	1,87E-14
HS8	0,859573	HS8	0,884434	HS8	0,859609	HS8	0,862339	HS8	0,859573
HS9	0	HS9	1,95E-28	HS9	0	HS9	1,12E-30	HS9	1,87E-14

ŞEKİL 1: Markowitz modeline ilişkin etkin sınır



ŞEKİL 2: Çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerine ilişkin etkin sınırlar



## SONUÇ VE ÖNERİLER

Tablo 2’den Tablo 17’ye kadar Markowitz modeliyle ve çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modelleriyle oluşturulan portföylerdeki hisse senetlerinin ağırlıklarına bakıldığında, genel olarak entropi modellerinde Markowitz modeline kıyasla çeşitliliğin arttığı görülmektedir.

Tablo 18: Markowitz modelinde ve çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerinde getiri-risk değerleri

MARKOWITZ		$\mu_1 = 0,001$		$\mu_2 = 0,01$		$\mu_3 = 0,02$		$\mu_4 = 0,025$	
GETİRİ	RİSK	GETİRİ	RİSK	GETİRİ	RİSK	GETİRİ	RİSK	GETİRİ	RİSK
0,2	0,272737	0,2	0,272489	0,2	0,270266	0,2	0,270753	0,2	0,266576
0,25	0,23956	0,25	0,239176	0,25	0,26148	0,25	0,220687	0,25	0,216053
0,3	0,303375	0,3	0,303747	0,3	0,297326	0,3	0,283484	0,3	0,275919
0,35	0,376952	0,35	0,384084	0,35	0,397245	0,35	0,366849	0,35	0,349547
0,4	0,462195	0,4	0,659452	0,4	0,605569	0,4	0,443863	0,4	0,449395
0,45	0,561111	0,45	0,577768	0,45	0,550492	0,45	0,538218	0,45	0,545007
0,5	0,6737	0,5	0,839203	0,5	0,671338	<b>0,5</b>	<b>0,689273</b>	0,5	0,658827
0,55	0,799961	0,55	0,808336	0,55	0,789038	0,55	0,79542	0,55	0,79903
0,6	0,939895	0,6	0,943369	0,6	0,932478	0,6	0,92128	0,6	0,942972
0,65	1,093502	0,65	1,975318	0,65	1,085916	0,65	1,074837	0,65	1,074606
0,675	1,175432	0,675	1,174584	0,675	1,169279	0,675	1,158568	0,675	1,937349
0,7	1,260781	0,7	1,260093	0,7	1,585768	0,7	1,246915	0,7	1,849885
0,725	1,419161	0,725	2,690928	0,725	1,412231	0,725	1,405301	0,725	1,401835
0,75	1,734296	0,75	1,733634	0,75	1,727679	0,75	1,721062	0,75	1,717753
0,775	2,206358	0,775	2,212466	0,775	2,245669	0,775	2,194942	0,775	2,192088
0,8	2,835347	0,8	3,002195	0,8	2,831524	<b>0,8</b>	<b>2,845617</b>	0,8	2,825204

Tablo 18’de tekrar özet halinde Markowitz modelindeki ve çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerindeki getiri-risk değerleri verilmiştir. (Etkin sınırların daha düzgün çizilebilmesi için  $E = 0,675$ ,  $E = 0,725$  ve  $E = 0,775$  ara değerleri alınmıştır.)  $E = 0,5$  ve  $E = 0,8$  olduğu durumlar hariç  $\mu = 0,02$  için entropi modelinde Markowitz modeline kıyasla çeşitlendirme sayesinde daha düşük bir risk elde edilmektedir. Buna karşın diğer  $\mu$  değerlerinde, bazı getirilerde daha düşük riskler elde edilebilirken bazı getirilerde daha yüksek riskler elde edilmiştir. Bu değişkenliğin meydana gelmesinde 9 hisse senedinin de farklı sektörlerden seçilmesinin rolü olduğu düşünülmektedir.

İleriki çalışmalarda BİST’te işlem gören, aynı sektöre ait hisse senetlerinden oluşturulan portföylerin çeşitli  $\mu$  değerlerine sahip entropi modellerindeki değişimi bir araştırma konusu olabilir.

## KAYNAKÇA

- [1] H. Markowitz, "Portfolio Selection", *The Journal of Finance*, 1952, 7.1, pp. 77-91
- [2] A. K. Bera, S. Y. Park, "Optimal portfolio diversification using the maximum entropy principle", *Econometric Reviews*, 2008, 27.4-6, pp. 484-512
- [3] G.C. Philippatos, C. J. Wilson, "Entropy, market risk, and the selection of efficient portfolios" *Applied Economics*, 1972, 4.3, pp. 209-220
- [4] A. Samilov, Y. M. Kantar, İ. Usta, T. Ozan, "Entropi optimizasyon ölçülerine dayalı portföy optimizasyonu", 5. İstatistik Kongresi ve Risk Ölçümleri ve Yükümlülük Toplantısında sunulan bildiri, 2007, Antalya, Türkiye
- [5] Y. Jiang, S. He, X. Li, "A maximum entropy model for large-scale portfolio optimization", *Risk Management & Engineering Management*, 2008. ICRMEM'08. International Conference on IEEE, 2008. pp. 610-615
- [6] J. Ke, C. Zhang, "Study on the Optimization of Portfolio Based on Entropy Theory and Mean-Variance Model", *Service Operations and Logistics, and Informatics*, 2008 IEEE/SOLI 2008 IEEE International Conference on. IEEE, 2008, pp. 2668-2672
- [7] P. Jana, T. K. Roy, S. K. Mazumder. "Multi-objective possibilistic model for portfolio selection with transaction cost" *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2009, 228.1, pp. 188-196
- [8] X. Huang, "Mean-entropy models for fuzzy portfolio selection" *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 2008, 16.4, pp. 1096-1101
- [9] W. Rödder, I. R. Gartner, S. Rudolph, "An entropy-driven expert system shell applied to portfolio selection", *Expert Systems with Applications*, 2010, 37.12, pp. 7509–7520
- [10] İ. Usta, Y. M. Kantar, "Mean-variance-skewness-entropy measures: a multi-objective approach for portfolio selection", *Entropy*, 2011, 13.1, pp. 117–133
- [11] W. G. Zhang, Y. J. Liu, W. J. Xu, "A possibilistic mean-semivariance-entropy model for multi-period portfolio selection with transaction costs", *European Journal of Operational Research*. 2012, 222.2, pp. 341–349
- [12] R. X. Zhou, X. G. Wang, X. F. Dong, Z. Zong, "Portfolio selection model with the measures of information entropy-incremental entropy-skewness", *Advances in Information Sciences and Service Sciences*, 2013, 5.8, pp. 853–864
- [13] E. T. Jaynes, "Information Theory and Statistical Mechanics", *The Physical Review*, 1957, 106.4, pp. 620-630
- [14] C. E. Shannon, "A mathematical theory of communication" *ACM SIGMOBILE Mobile Computing and Communications Review*, 2001, 5.1, pp. 3-55
- [15] J-R. Yu, W-Y. Lee, W-J. P. Chiou, "Diversified portfolios with different entropy measures" *Applied Mathematics and Computation*, 2014, 241, pp. 47-63