



www.bestdergi.net

Matematik Eğitiminde Öğretmenlerin Problem Kurma Süreçleri

Mehmet Ata Okuyucu ^{ID}
Milli Eğitim Bakanlığı

Ayşe Uyar ^{ID}
Gazi Üniversitesi

Bu makaleye atıf için (To cite this article):

Okuyucu, M. A. & Uyar, A. (2025). Matematik eğitiminde öğretmenlerin problem kurma süreçleri [Teachers' Problem Posing Processes in Mathematics Education]. *Bilim, Eğitim, Sanat ve Teknoloji Dergisi (BEST Dergi) [Science, Education, Art and Technology Journal (SEAT Journal)]*, 9(1), 66-81.

Makale Türü (Paper Type):

Derleme (Literature Review)

Bilim, Eğitim, Sanat ve Teknoloji Dergisi (BEST Dergi):

Bilim, Eğitim, Sanat ve Teknoloji Dergisi (BEST Dergi); bilimsel ve hakemli bir dergi olarak yılda iki kez yayınlanmaktadır. Bu dergide; bilim, eğitim, sanat veya teknoloji ile ilgili özgün kuramsal çalışmalar, literatür incelemeleri, araştırma raporları, sosyal konular, kitap incelemeleri ve araştırma makaleleri yayınlanmaktadır. Dergiye yayınlanmak üzere gönderilen makalelerin daha önce yayınlanmamış veya yayınlanmak üzere herhangi bir yere gönderilmemiş olması gerekmektedir. Bu makale araştırma, öğretim ve özel çalışma amaçları için kullanılabilir. Makalelerinin içeriğinden sadece yazarlar sorumludur. Dergi, makalelerin telif hakkına sahiptir. Yayıncı, araştırma materyalinin kullanımı ile ilgili olarak doğrudan veya dolaylı olarak ortaya çıkan herhangi bir kayıp, eylem, talep, işlem, maliyet veya zarardan sorumlu değildir.

Science, Education, Art and Technology Journal (SEAT Journal):

Science, Education, Art and Technology Journal (SEAT Journal) is published twice a year as a scientific and refereed and journal. In this journal, original theoretical works, literature reviews, research reports, social issues, psychological issues, curricula, learning environments, book reviews, and research articles related to science, education, art or technology are published. The articles submitted for publication must have not been published before or sent to be published anywhere. This article may be used for research, teaching, and private study purposes. Authors alone are responsible for the contents of their articles. The journal owns the copyright of the articles. The publisher shall not be liable for any loss, actions, claims, proceedings, demand, or costs or damages whatsoever or howsoever caused arising directly or indirectly in connection with or arising out of the use of the research material.

Matematik Eğitiminde Öğretmenlerin Problem Kurma Süreçleri

Mehmet Ata Okuyucu, Ayşe Uyar

Makale Bilgisi

Makale Tarihi

Gönderim Tarihi:
6 Temmuz 2024

Kabul Tarihi:
18 Kasım 2024

Anahtar Kelimeler

Matematik
Problem kurma
Gerçek yaşam
bağlantıları

Öz

Matematik öğretmenleri için önemli bir görev problem kurmaktır. Matematiksel yeterliliği geliştiren ve öğrencileri istenen matematiksel uygulamalarla meşgul eden matematik problemlerini kurmak, kritik bir karar verme sürecidir. Ayrıca problem kurmanın önemli bir amacı da öğretmenlerin gerçek yaşam olayları ile matematik arasındaki bağlantıyı anlamalarını ve geliştirmelerini sağlamaktır. Matematik eğitimi ve öğretiminde gerçek dünya bağlantılarının önemi vurgulanmaktadır. Literatür incelendiğinde, öğretmenlerin matematiği gerçek dünyayla nasıl ve neden ilişkilendirdiğini özel olarak inceleyen çeşitli çalışmalar bulunmaktadır. Bu araştırma matematik öğretmenlerin problem kurma süreçlerindeki mevcut bilgi durumunu sentezlemekte ve gelecekteki araştırmalar için yol göstermektedir.

Teachers' Problem Posing Processes in Mathematics Education

Article Info

Article History

Received:
6 July 2024

Accepted:
18 November 2024

Key Words

Mathematics
Problem posing
Real life contexts

Abstract

An important task for mathematics teachers is problem posing. Setting mathematical problems that develop mathematical competence and engage students in desired mathematical practices is a critical decision-making process. Moreover, an important purpose of problem posing is to enable teachers to understand and develop connections between mathematics and real-life phenomena. The importance of real-world connections has been emphasized in mathematics education and training. In the literature, there are several studies that specifically examine how and why teachers relate mathematics to the real world. This study synthesizes the current state of knowledge in mathematics teachers' problem posing processes and provides directions for future research.

Giriş

Matematik eğitiminde problemi neyin oluşturduğuna dair birçok anlayış vardır. Bazı araştırmalarda problemler yeni öğrenilen matematiksel tekniklerin pekiştirilmesi için rutin alıştırmalar olarak yorumlanırken, bazı araştırmalarda ise problemler, karmaşık, sorunlu veya rutin olmayan görevler olarak görülmektedir (Schoenfeld, 1992, s. 337). Çağdaş araştırmaların odak noktası bu ikinci problem anlayışıdır. 1960'ların başında Polya (1966) problem çözenin bir zorluktan çıkış yolu bulmak, bir engelin etrafından dolaşmak ya da hemen ulaşılamayan bir amaca ulaşmak olduğunu ileri sürmüştür. Problemin farklı kavramsallaştırmaları mevcuttur. Polya problemin ana hatlarını iki türlü çizmektedir: inşa etmemizin, elde etmemizin, tanımlamamızın istendiği bulma problemleri, bilinmeyen nedir? Bu doğru mu yanlış mı, sonuç nedir gibi soruların sorulduğu kanıtlama problemleri. Bu iki tür problem, problem çözücünün farklı yaklaşımlarını gerektirmektedir. Stein, Grover ve Henningsen (1996) problemi her türlü matematiksel görev olarak ifade etmektedir. Matematiksel bir görev, öğrencilerin dikkatini belirli bir matematiksel fikre odaklamayı amaçlayan her türlü durumdur. Vacc (1993) tüm problemleri olgusal, akıl yürütme veya açık olarak kategorize etmektedir. Olgusal problemler, öğrencilerin kavramı anlayıp anlamadıklarına dair çok az bilgi sağlayan problemlerdir. Muhakeme problemleri hemen çözülebilir değildir ve daha üst düzey düşünme ve çözümleme gerektirir. Açık problemler geniş bir biçimde kabul edilir ve cevapları vardır. Problemleri kavramsallaştırmanın bir başka yolu da tamamen matematiksel olanlar ya da uygulamalı olanlardır. Bu tanımlamanın çağdaş uluslararası matematik değerlendirmelerinde mevcut olduğu belirtilmektedir (Xenofontos, 2014).

Problemlerin yapısı, gelişen matematiksel anlayışların türünü yönlendirir ve öğrencilerin öğrenmesini önemli ölçüde etkiler (Watson ve Ohtani, 2015). Matematik problemleri oluşturulurken matematiksel düşüncenin gelişimini destekleyen problem özellikleri göz önünde bulundurulmalıdır. İstenen matematiksel davranışları ortaya çıkarmak için ne tür problemler kurmanın gerektiğine ilişkin beklentilerde uluslararası düzeyde benzerlikler görülmektedir. Ayrıca problem kurma, problem çözme süreci için de kritik öneme sahiptir (Brown ve Walter, 2005; Silver, 2013). Amerika Birleşik Devletleri'nde, problem çözme Matematiksel Uygulama için Ortak Temel Standardından (Common Core Standards for Mathematical Practice [CCSMP]) birini oluştururken (National Governors Association Center for Best Practices, 2010), diğer standartların çoğu problem çözme süreçlerini ele almaktadır. Problem çözme standardı, problemleri anlamlandırmayı ve problemleri çözmeye sabretmeyi vurgular. Problem çözme aynı zamanda Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000) tarafından geliştirilen beş süreç standardından biridir. Yeni matematiksel bilginin oluşturulmasını, çeşitli uygun stratejilerin uygulanmasını ve uyarlanmasını, problem çözme sürecinin izlenmesini ve düşünülmesini ve çeşitli bağlamlarda problemlerin çözümlenmesini vurgular. Avustralya matematik müfredatındaki dört matematiksel yeterlilikten biri problem çözmedir. Müfredatta öğrencilerin matematiğin alışılmadık ya da anlamlı durumlarını temsil etmek için kullandıklarında problem çözdüklerini vurgular (Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority [ACARA], 2012). Problem çözme, İrlanda'nın yeni ilköğretim matematik müfredatının taslak metninin dört temel unsurundan biridir (National Council for Curriculum and Assessment [NCCA], 2018). Bu raporlarda rutin olmayan, alışılmadık, anlamlı ve hazır bir çözüm stratejisi olmayan problemlere odaklanılmaktadır. Bu tür problemler, öğrencilerin durumları

araştırma, yorumlama ve çözüme, yaklaşımları ve stratejileri planlama, süreçlerini izleme ve cevaplarının mantıklı olup olmadığını kontrol etme becerilerini geliştirmelidir (ACARA, 2012; National Governors Association Center for Best Practices, 2010; NCCA, 2018; NCTM, 2000). Aynı zamanda bu raporlar birçok sınıfta hâkim olan problem kurma uygulamalarının eleştirisini de desteklemektedir. Geleneksel ders kitabı problemlerinde, bir çözüme ulaşmak için tam olarak yeterli bilgiyi sunan kapalı, rutin, tek adımlı, tek doğru cevaplı problemlere odaklanılmaktadır. Bu tür problemlerin çözülmesinde akıl yürütme, varsayımda bulunma ve iletişim kurma gibi matematiksel süreçlerden yararlanılmaz. Bu tür problemlere en büyük eleştiri anahtar kelimeler veya ifadeler gibi bir çözüm için cümle yapısının ipuçlarına dayalı bir alıştırma haline gelmeleridir (English, 2009, s. 352). Sonuç olarak daha açık ve gerçek yaşam problemlerin kullanılmasına yönelik yaygın bir destek vardır (Vacc, 1993).

Problem kurma araştırmaları hala yeni bir girişim olmasına rağmen, dünyada farklı eğitim seviyelerinde problem kurmayı okul matematiğine dâhil etme çabaları olmaktadır (Brown ve Walter, 2005; Cai ve Hwang, 2020; Cai, Hwang, Jiang ve Silber, 2015; Felmer, Kilpatrick ve Pehkohen, 2016; Leikin, 2015; Singer, Ellerton ve Cai, 2015). Bu çabalar birçok araştırmacının problem kurmayı sınıf içi eğitimin daha belirgin bir özelliği haline getirmeye ilgi duyduğunu göstermektedir. Matematiksel problem kurmayı sınıf uygulamaları ile bütünleştirmeye yönelik ilgi olmasına rağmen, öğretmenlerin kendi problemlerini oluştururken hangi süreçlerden geçtikleri, ürettiren problem kurmayı etkili bir şekilde teşvik edebilecek öğretim stratejilerinin ve öğrencileri problem kurma etkinliklerine dâhil etmenin etkililiği konusundaki bilgileri nispeten daha sınırlı kalmaktadır. Ayrıca literatürdeki matematik eğitimi araştırmaları, matematik öğretme ve öğrenmenin bilişsel ve duyuşsal özelliklerine bağlı problem kurma üzerine çeşitli özellikleri yansıttığı da açıktır (Cai ve Leikin, 2020).

Problem kurma, yeni bir problemin inşa edilmesi ya da verilen bir problemin yeni bir probleme dönüştürülmesi olarak kabul edilmektedir (Crespo, 2003; Silver ve Cai, 2005). Öğretmenlerin hem yeni hem de yeniden inşa edilmiş problemler ortaya koymasının araştırmaların önemli bir yönünü oluşturduğu konusunda fikir birliği vardır. Problem çözmeye odaklanan araştırmaların ardından araştırmacılar, matematik problemleri oluşturma becerisinin geliştirilmesinin, eğitimsel açıdan en az bu problemleri çözüme becerisinin geliştirilmesi kadar önemli olduğunu belirtmişlerdir (Stoyanova ve Ellerton, 1996, s. 518). Ayrıca problem kurma üzerine araştırmaların ortaya çıkması problem kurmanın matematik eğitimi ve öğreniminde daha belirgin bir rol kazanmasına da yol açmaktadır (Silver 2013). Problem kurma, öğrencilerin matematiksel düşünme ve anlamalarını geliştirmedeki rolü göz önüne alındığında, matematik eğitiminde sürekli ilgi çeken bir konu olmaktadır (English, 2020). Matematikte problem kurmanın önemine ilişkin farkındalık son yıllarda araştırmacılar ve eğitimciler arasında gelişmeye başlamış ve problem kurma birçok ülkenin öğretim müfredatında kabul görmektedir (Chinese Ministry of Education, 2011, Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000).

Matematik Eğitiminde Problem Kurma

Problem kurma üzerine matematik eğitimi alanında yapılan araştırmalarda, problem kurmanın nasıl ele alındığına bağlı olarak dört farklı şekilde sınıflandırılabilen tavsye edilmektedir. (1) matematik eğitimi için bir araç olarak problem kurma üzerine araştırmalar, (2) matematik öğretiminin bir amacı olarak problem kurma üzerine

araştırmalar, (3) ilgili diğer olguları araştırmak için bir araç olarak problem kurmayı kullanan araştırmalar ve (4) problem kurmayı bir hedef olarak inceleyen araştırmalardır (Cai ve Leikin, 2020).

Matematik öğretiminde bir araç olarak problem kurma, problem kurmayı öğretmenlerin öğrencilerinin matematiği öğrenmelerine yardımcı olabilecekleri bir araç olarak görmektedir. Bu doğrultuda yapılan araştırmalar, öğrencileri problem kurma etkinliklerine dâhil ederek öğrencilerin matematik öğrenmelerini nasıl geliştirebileceğini araştırmaktadır (Brown ve Walter, 2005). Bu tür çalışmalar çeşitli öğrenme hedeflerine odaklanabilir. Chen ve Cai (2020), öğretmenin öğrencilerin çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliği hakkındaki bilgilerini derinleştirmelerine yardımcı olmak için problem kurmayı kullanmasının gelişimini incelemiştir. Koichu (2020), ileri düzey problem çözme öğretimi bağlamında problem kurmayı analiz etmiştir. Problem kurma, matematiksel yaratıcılığı geliştirmek için (Matsko ve Thomas, 2015), öğrencilerin matematiksel düşüncelerine duyarlılıkları da dâhil olmak üzere öğretmenlerin yeterliliklerini geliştirmek için (Xu, Cai, Liu ve Hwang, 2020), problemlerin yeniden formüle edilmesi ve anlamlandırma için bir problem çözme aracı olarak da kullanılmaktadır (Cifarelli ve Sevim, 2015).

Matematik öğretiminin bir amacı olarak problem kurma üzerine yapılan araştırmalar, iyi problemler ortaya koyma kapasitesinin nasıl geliştirildiğine odaklanmaktadır. Bu durum problem çözme, kanıtlama ve araştırma gibi diğer matematiksel etkinliklerin bir parçası olarak yeni problemlerin kurulmasını incelemeyi içerir. Leikin (2015) ve Leikin ve Elgrably (2020) geometri araştırmaları yoluyla problem kurma ve yeni geometri problemlerinin yaratılmasına yol açan ispat becerileri ve yaratıcılık bileşenlerini analiz etmiştir. Bu yöndeki bazı araştırmalar, belirli türdeki matematiksel problemleri kurmayı nasıl öğrendiğimize odaklanmaktadır. Reznick (1994) Putnam yarışmaları için problem oluşturma yollarını ve kurallarını tanımlamıştır. Koichu ve Andžāns (2009) ise uluslararası matematik olimpiyatı için problem oluşturmaya özgün ve yüksek düzeyde müfredat dışı bilgi gerektiren bir süreç olarak tanımlamıştır.

Araştırmacılar, problem kurmayı bir öğretim aracı ya da amacı olarak incelemenin yanı sıra, öğrencilerin öğrenme, düşünme, akıl yürütme ve yaratıcılıklarının diğer yönlerine odaklanan çalışmalarda da problem kurmayı bir araştırma aracı olarak kullanmaktadır. Bu tür araştırmalarda, ilgilenilen yapıyı ortaya çıkarmak veya ölçmek için problem kurma yöntemi kullanılır. Araştırmacılar, öğrencilerin belirli matematiksel kavramları öğrenmelerini incelemenin yanı sıra, müfredatın öğrencilerin öğrenimi üzerindeki daha geniş etkilerini incelemek için de problem kurmayı kullanmışlardır. Cai vd. (2013) müfredat etkisini değerlendirmek için problem kurmanın uygulanabilirliğini araştırmıştır. Özellikle, standartlara dayalı bir ortaokul öğretim matematik müfredatı ile daha geleneksel öğretim müfredatının öğrencilerin cebir öğrenimi üzerindeki etkilerini karşılaştırmışlardır. Problem çözme ve problem kurma görevlerini paralel kullanarak, müfredat ile problem kurma arasındaki ilişkiyi doğrulamışlardır. Öğrencilerin problem çözme ve kurma becerilerini değerlendirmiş ve bu ilişkinin her iki müfredat türünü kullanan öğrenciler için de geçerli olduğunu saptamıştır. Ayrıca öğrencilerin yanıtlarının farklı özelliklerini değerlendirmek için nitel dereceli puanlama anahtarları kullanan Cai vd. (2013), oluşturdukları problemlerde olumlu özellikler sergileyen öğrencilerin aynı zamanda güçlü problem çözücüler olduğunu tespit

etmiştir. Problem kurma aynı zamanda bir bireyin kurabileceği problemlerin çeşitliliğini inceleyerek matematiksel yaratıcılığı araştırmak için de kullanılmaktadır (Leikin ve Elgrably, 2020; Singer ve Voica, 2015).

Problem kurmayı bir araştırma hedefi olarak içeren çalışmalar, kurulan problemlerin türlerini, niteliğini ve niceliğini (Ellerton, 2013; Kwek, 2015) ve ayrıca yaratıcı problem kurmaya yön veren yeterlilikleri, stratejileri, becerileri ve diğer faktörleri incelemek ve değerlendirmek için de problem kurmanın doğasını anlamaya odaklanmaktadır (Leikin ve Elgrably, 2020). Problem kurma üzerine yapılan araştırmaların önemli bir yönü, problem kurma ve problem çözme arasındaki bağlantıları araştırmaktır. Kilpatrick (1987), katılımcıların ortaya koyduğu problemlerin kalitesinin, problemleri ne kadar iyi çözebildiklerinin bir göstergesi olabileceğine dair teorik bir kanıt sunmuştur. Bu teorik kanıtla bağlı olarak, birçok araştırmacı problem kurma ve problem çözme arasındaki potansiyel bağlantıları inceleyen deneysel çalışmalar yürütmektedir (Koichu, 2020).

Matematik Eğitiminde Gerçekçi Problemler

Okul matematik müfredatında öğrencilerin günlük yaşamlarıyla ilişkilendirilen gerçek yaşam problemlerin önemi güçlü bir şekilde savunulmaktadır (Brenner ve Moschkovich, 2002; Verschaffel, Greer ve De Corte, 2000). Öneriler arasında gerçek hayat bağlantılarının (Lee, 2012) ve kültürel eserlerin (Bonotto ve Dal Santo, 2015) problem kaynağı olarak kullanılması yer almaktadır. Önerilen diğer problem özellikleri ise çoklu yöntem ve çoklu çözüm problemleridir. Çoklu yöntem problemleri, çeşitli farklı yaklaşımların mümkün olduğu veya açıkça gerekli olduğu senaryolardır (Guberman ve Leikin, 2013). Bu tür problemlerle uğraşmak zihinsel akıcılık ve esnekliği geliştirir ve öğrencilerin farklı akıl yürütme süreçlerini uygulamalarını gerektirmektedir (Star ve Newton, 2009). Ayrıca stratejiler sunmak öğrencilerin matematiksel bağlantılar kurmasına ve ilgili fikir ağları geliştirmesine yardımcı olmaktadır (Silver, Ghouseini, Gosen, Charalambous ve Strawhun, 2005). İstenen bir diğer özellik de birden fazla doğru çözümü olan çoklu çözüm problemlerdir. Bu problemler birden fazla farklı yaklaşımı destekledikleri için çoklu yöntem problemlerinin avantajlarını içerir. Ancak okullarda çoklu çözüm problemlerine sıklıkla rastlanmadığına ve bunların kullanımının öğretmenlerin deneyim düzeyleriyle ilişkili olabileceğine ilişkin kanıtlar bulunmaktadır (Klein ve Leikin, 2020).

Önerilen bir diğer husus da problemlerin zorluk seviyesi ya da bilişsel talepleridir (Doyle, 1988; Polya, 1973). Araştırmalar öğrencilerin yüksek düzeyde bilişsel talep gerektiren problemlerle uğraştığı durumlarda, öğrenmede kazançlar (Stein vd., 2007) ve daha yüksek düzeyde katılım sağladığını göstermektedir (Cai ve Merlino, 2011). Henningsen ve Stein (1997) bilişsel açıdan yeterince zorlayıcı problemlerle karşı karşıya kalan sınıf ortamlarının matematiksel bir eğilim veya bakış açısı geliştirilmesine katkıda bulunduğunu savunmuştur. Bu tür matematiksel bakış açıları, problem çözme sırasında sabretme, alternatifleri keşfetme, örüntü arama, esnek şekillerde düşünme ve akıl yürütme ve matematiksel fikirleri varsayma, genelleme ve ilerletme gibi eğilimlerle kendini göstermektedir.

Lappan ve Philips (1998) ve Stein vd. (1996) tarafından uğraşmaya değer matematik problemlerini seçmek için yaygın olarak kullanılan iki görev çerçevesi geliştirilmiştir. Lappan ve Philips (1998) problemlere ilişkin

matematiğin öğrenilmesini teşvik eden ve temel becerileri uygulama fırsatları sunan, birden fazla yolla yaklaşılabilen, çeşitli çözümlere sahip olan, öğrenci katılımını teşvik eden, üst düzey düşünmeyi ve problem çözme gerektiren, kavramsal gelişime katkıda bulunan, diğer önemli matematiksel fikirlerle bağlantı kuran ve öğretmen anlayışının değerlendirmesini destekleyen kriterler önermektedir. Bu özelliklerin çoğu Stein vd. (1996) tarafından başarılı reform odaklı matematik dersleri gözlemlerinde tanımlanmıştır. Özellikle çoklu çözüm stratejilerini teşvik eden, çoklu temsilleri olan, stratejilerin açıklaması gerektiren ve yüksek bilişsel talepleri olan problemleri tavsiye etmektedir.

Bu araştırmalarda, okuldaki matematik müfredatın bir parçası olarak karşılaşılan matematiğin, öğrencilerin matematiğin doğasına ilişkin kavramlarını etkilediği vurgulanmaktadır (Devlin, 2000; Schoenfeld, 1994). Birçok öğrencinin matematik deneyiminin, ağırlıklı olarak işlemlere odaklanan düşük bilişsel talepli problemlerle sınırlı olduğu varsayılmaktadır. Bu durumlarda öğrenciler matematiği, sadece gerçekleri hatırlamaya, işlemleri uygulamaya odaklanan ve gelişme göstermeyen bir durum olarak görmeye başlamaktadır. Buna karşın akıl yürütme, varsayımında bulunma ve örüntü bulmayı içeren problem deneyimleri, matematiksel faaliyetin ne gerektirdiğine dair farklı anlayışlar geliştirmektedir. Böylece öğrenciler bu tür problemler ortaya konduğunda hem matematiği hem de arzu edilen matematik süreçlerini öğrenmektedir (Leavy ve Hourigan, 2022).

Matematik, gerçek yaşamdaki durumları anlamamanın, tanımlamanın, analiz etmenin, yorumlamanın ve tahmin etmenin bir yoludur (English, Ärlebäck ve Mousoulides, 2016; Jurdak, 2016). Ancak gerçek yaşamla herhangi bir bağlantısı olmadan okullarda öğretilmektedir (Bishop, 1994; Civil, 2002). Gerçek yaşam ile matematik arasındaki bu bağlantı eksikliğinden endişe duyan araştırmacılar, dikkatlerini gerçek yaşam problemlerine çevirmiş ve genellikle öğrencilerin işbirliğine dayalı problem çözme deneyimleri yaşamalarını, çeşitli çözüm yöntemleri geliştirmelerini ve matematiksel çözümlerinin gerçekçi bağlamlarda kullanılabilirliğini değerlendirmelerini önermektedir (Brown, 2019; English ve Sriraman, 2010; Stillman ve Brown, 2011). Bu olguyla ilgilenen araştırmalarda “bağlamsal problemler”, “gerçek yaşam problemleri”, “gerçekçi problemler”, “günlük problemler”, “otantik problemler” ve “konumlandırılmış problemler” gibi ifadeler birbirinin yerine kullanılmaktadır (Jurdak, 2006).

Okul matematiği ile gerçek yaşam durumları arasında köprü kurmak, matematik eğitimi reformlarının hedeflerinden biridir ve matematiği gerçek yaşam bağlamlarına entegre etmenin, öğrencilerin matematik konusundaki anlayışları ve motivasyonları üzerindeki potansiyel faydaları üzerinde durulmaktadır (Chapman, 2006; Gainsburg, 2008; Lee, 2012; Savard ve Polotskaia, 2017). Bu doğrultuda Savard ve Polotskaia (2017), matematik öğrenmede bağlamların iki rolünü tanımlamıştır. Gerçek yaşam bağlamı, bir yandan öğrencilerin problemde yer alan matematiksel ilişkileri anlamalarına yardımcı olmaktadır ve öğrencileri çözümlerin matematiksel ve bağlamsal olarak anlamlı olup olmadığını kontrol etmeye teşvik etmektedir. Ayrıca gerçek yaşam durumlarını merkeze alan yaklaşımlar, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini teşvik etmede bağlamların rolünü de öne çıkarmaktadır. Bu yaklaşımlara göre gerçek yaşam problemleri, öğrenciler için anlamlı ve erişilebilir olan ve öğrencilerin kavramsal ve ilişkisel matematik bilgilerini yapılandırmalarına olanak tanıyan durumları içermektedir (Lesh ve Doerr, 2003).

Gerçek yaşam problemleri, öğrencilere özgün olmayan problemlere kıyasla bilişsel açıdan daha güçlü bir deneyim sunma ve kendi çözüm yöntemlerini geliştirme potansiyeline sahiptir. Özgün olmayan bir problemin, verilenlerden hedefe doğrusal bir çözüm yoluyla ulaşılabilecek tek bir doğru cevabı bulunmaktadır ve çözümü genellikle önceden bilinen bir çözüm sürecinin uygulanmasını içermektedir (Krawitz, Schukajlow ve Van Dooren, 2018; Leavy ve Hourigan, 2020). Doğrusal bir çözüm yolu esnek değildir ve bu nedenle öğrencilerin farklı düşüncelerine ve kendi çözüm yöntemlerini geliştirmelerine izin vermemektedir (Goulet-Lyle, Voyer ve Verschaffel, 2020). Buna karşın gerçekçi bağlamlarda verilen matematik problemleri çoklu çözüm stratejilerine açıktır (Brown ve Stillman, 2017; Depaepe, De Corte ve Verschaffel, 2010; Goulet-Lyle vd., 2020) ve öğrencilerin problem çözüme yeterliliğinin gelişimi için temel bir aktivite olan matematiksel ve bağlamsal çıkarımlar yapmalarına olanak tanımaktadır (Goulet-Lyle vd., 2020; Savard ve Polotskaia, 2017). Bu tür gerçek yaşam problemleri gerçekçi varsayımların ve bağlamsal değerlendirmenin dikkate alınmasını gerektirmektedir (Krawitz vd., 2018). Ayrıca böyle bir problem çözüme deneyimi işbirliği ile desteklendiğinde, çözüm yöntemlerinin çeşitliliği birlikte düşünme yoluyla desteklenmektedir (Brown ve Stillman, 2017).

Problemlerin özellikleri bir problem çözüme deneyiminin gerçekleştirilmesinde önemli bir rol oynamakla birlikte, bazı araştırmalar da öğrencilerin gerçek yaşam problemleri çözerken cevabın öğretmen tarafından onaylanmasını isteme eğiliminde olduğu bildirilmektedir (Lave, 1988; Verschaffel, De Corte ve Lasure, 1994). Gerçek yaşam problemleri, matematiksel fikirler ile gerçek yaşam durumları arasında bağlantı kurmak üzere tasarlanmış olsa da, öğrenciler sayısal işlemlerin ötesine geçemeyebilir ve problemi çözmek için gerçekçi düşünceler ve varsayımlar kullanamayabilir. Bu durum gerçek yaşam problemlerin matematik eğitimine entegre edilmesinde rol oynayan bir başka önemli konu olan gerçek yaşam problemlere ilişkin öğretmenlerin anlayışına ve öğretim uygulamalarına işaret etmektedir:

Öğretmen eğitiminin önemli bir amacı, öğretmenlerin gerçek yaşamdaki matematik problemlerinin değerine ilişkin anlayışlarını geliştirilmesine, bu tür problemleri tanımlamasına ve yazma becerilerini geliştirilmesine odaklanmaktır (Bonotto 2007; Peled ve Balacheff 2011; Verschaffel, De Corte ve Borghart 1997; Wubbels, Korthagen ve Broekman 1997). Bu hedefin gerçek anlamda uygulanabilmesi için öğretmenlerin de köklü bir değişimden geçmesi gerekmektedir. Matematiksel problem çözüme günlük bilginin rolü hakkındaki inançlarını gözden geçirmesi, gerçek yaşama dâhil edilmiş matematiği sınıftaki matematiksel etkinlikler için bir başlangıç noktası olarak görmesi ve böylece mevcut sınıf uygulamalarını gözden geçirmesi ve öğrencilerin kültürel, etnik, cinsiyet normlarına duyarlı matematiksel fikir ve uygulamaları araştırması beklenmektedir. (Bonotto 2007, s. 191).

Literatür Araştırması

Birçok araştırmacı, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının matematik eğitiminde gerçek yaşam problemlerin rolü hakkında ne tür anlayışlara sahip olduğu ile ilgilenmektedir. Bu bağlamda, Gainsburg (2008) ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematik öğretimi ile gerçek yaşam bağlantısını nasıl kavramsallaştırdıklarını araştırmıştır. Anketler ve gözlemler, gerçek nesnelerin, öğrencilerin hayatlarındaki gerçek olayların ve öğrenciler

ya da öğretmen tarafından toplanan gerçek verilerin gerçek yaşam problemlerin özellikleri olarak tanımlandığını ortaya koymaktadır. Lee'nin (2012) araştırmasında, öğretmen adaylarının %40'ı öğrencilerin hayatlarıyla ilgili bağlamların öğrenciler için daha ilgi çekici ve motive edici olduğunu belirtirken, %44'ü hayali bağlamların gerçek yaşam problemlerinde kullanılabileceğini belirtmiştir. Leavy ve Hourigan (2020) yaptıkları çalışmada öğretmenler öğrencilerin hayatlarına yakın olduğunu düşündükleri bazı oyun karakterlerini kullandığını ifade etmiştir. Ayrıca öğretmenler gerçek yaşam bağlamlarının özelliklerinden biri olarak gereksiz bilgi içermemesi gerektiğini savunmaktadır (Lee, 2012; Shahbari, 2018).

Öğretmenlerin gerçek yaşam problemleri ele alma konusundaki anlayışlarını anlamak, öğrencilerin matematiksel öğrenmelerini desteklemek için önemli bir aşama oluşturmaktadır (Mwei, 2017; Peled ve Balacheff, 2011). Matematik eğitimi araştırmaları, öğretmenlerin genellikle matematiğin öğrencilere aktarılmasına öncelik verdiğini ve öğrencileri problem bağlamını incelemeye, problemi çözmek için ilgili ve yararlı matematik fikirlerini belirlemeye ve cevabın doğruluğunu ve tutarlılığını bağlam içinde değerlendirmeye teşvik etme konusunda daha az ilgili olduğunu ortaya koymaktadır (Bonotto, 2007; Gainsburg, 2008). Bu nedenle araştırmacılar dikkatlerini öğretmenlerin anlayışlarını anlamaya (Gainsburg, 2008) ve öğretmenleri yüksek kaliteli matematik öğretimi için gerçek yaşam problemlerin kullanımına hazırlayacak öğretmen eğitimi fırsatlarına yöneltmiştir (Bonotto, 2007; Wubbels vd., 1997).

Bazı araştırmalar öğretmenlerin rutin olmayan ve bağlamsal problemleri anlamadıklarını (Mwei, 2017), bazıları ise öğretmenlerin anlayışları ile öğretim uygulamaları arasında belirgin bir tutarsızlık olduğunu ortaya koymaktadır (Lee, 2012). Öğretmenler gerçek yaşam problemlerini uygulamada matematiksel boyutu zenginleştirmek için bağlam kullanmaktadır (Chapman, 2006). Bu nedenle bu tür sınıf etkinliklerinin gerçek anlamda uygulanabilmesi için öğretmenlerin de köklü bir değişimden geçmesi gerekmektedir (Bonotto, 2007, s. 191). Ancak öğretmenlerin anlayışlarını ve buna bağlı öğretimsel kararlarını değiştirmek kolay bir durum değildir (Csíkos ve Sztányi, 2020; Wubbels vd., 1997). Öğretmenlere gerçek yaşam matematik problemleri ve problem kurma becerileri hakkında sağlam bir anlayış geliştirme fırsatları sunmak için tasarlanmış mesleki gelişim faaliyetleri, öğretmen eğitimi ve atölye çalışmaları gibi araştırmalar bulunmaktadır (Arbaugh ve Brown, 2004; Bonotto, 2007; Chapman, 2013; Gvozdic ve Sander, 2020; Leavy ve Hourigan, 2020; Lee, Capraro, ve Capraro, 2018; Wessman-Enzinger ve Tobias, 2022).

Bu araştırmalar, problem çözmenin matematik öğrenmede anahtar bir uygulamasıdır ve problem çözmenin verimliliği problemlerin niteliği ve öğretmenlerin bunları uygulama biçimi ile ilgilidir. Ayrıca matematik eğitiminde, öğretmenlerin neyi iyi bir matematik problemi olarak gördüğü hakkında daha az şey bilinmektedir. Bu nedenle araştırmacılar, öğretmen adaylarının veya öğretmenlerin uğraşmaya değer matematik problemi ve problem kurma yeterliliği hakkındaki anlayışlarındaki değişiklikleri araştırmak için mesleki gelişim çalışmaları veya öğretmen eğitimi programları tasarlamışlardır (Csíkos ve Sztányi, 2020; Leavy ve Hourigan, 2020).

Problem kurma açısından bakıldığında, Leavy ve Hourigan (2020), öğretmen adaylarının öğretmen eğitimi programına katıldıktan sonra, iyi problemleri belirlemede ve bilişsel olarak zorlu bir görev olan verilen

problemlerin kalitesini artırmada daha iyi hale geldiklerini gözlemlemiştir. Ayrıca öğretmen adayları uğraşmaya değer bir matematik problemi, basit olmayan ancak öğrencilerin ön bilgilerine uygun, çok adımlı çözümler içeren, birden fazla doğru çözüm içeren, birden fazla stratejiye açık, ilgisiz bilgi içermeyen ve ilginç bağlam içeren şekilde hazırlanması gerektiğini belirtmektedir (Cai vd., 2020). Bu özellikler birbiriyle ilişkilidir ve matematik problemlerinin gerçekçi yönüne katkıda bulunur. Krawitz vd. (2018) çoklu çözüm talep etme öğrencilerin gerçek yaşam problemlerindeki eksik bilgileri fark etmelerine yardımcı olacağını ifade etmiştir. Shahbari (2018) araştırmasında, öğretmenler çoklu çözümleri, çoklu doğru cevapları ve gerçek hayat ile matematiği bütünleştirmeyi iyi bağlamsal problemlerin özellikleri olarak tanımlamıştır. Aslında çoklu çözümlere açık olan matematik problemleri araştırmacıların dikkatini çeken özelliklerinden biridir. Levav-Waynberg ve Leikin (2012) problem çözücü çoklu çözüm yollarıyla çıkardığı matematiksel bir sonuca atıfta bulunurken çoklu çözüm problemleri ifadesini kullanırken, Kwon, Park ve Park (2006) bu tür problemleri açık görevler olarak ifade etmiştir. Her iki araştırma da kavramsal matematiksel bağlantılar ve esnek düşünme yolları geliştirmede çoklu çözüm görevlerine katılmanın rolü vurgulanmaktadır (Levav-Waynberg ve Leikin, 2012). Özellikle çözüm stratejilerinde esneklik duygusu geliştirmek matematiksel yaratıcılığı teşvik edebilir. Ayrıca Leikin (2007) bir bireyin geliştirebileceği olası çözümlerin “çözüm alanı” tarafından çevrelendiğini ve öğrencilerin çözüm alanlarının uzmanların çözüm alanlarının sınırları dâhilinde genişletilebileceğini iddia etmiştir. Dolayısıyla hem öğrencilerin hem de öğretmenlerin bir matematik problemine yönelik çözüm yaklaşımları keşfedilmeye değerdir. Öğretmenlerin çözüm alanları, matematik problemlerini tanımlamalarıyla ilgili olarak özel bir dikkat gerektirir. Çözüm alanları, bir problem için birden fazla çoklu yaklaşım ihtimalini görmelerini sağlar. Bu bakımdan, öğretmenlerin çözüm alanları, çözümlerin bir yaklaşımını ve bu çözümler arasındaki bağlantıları içererek sağlam bir matematiksel anlayış oluşturmaktadır.

Matematiksel bağlantıların geliştirilmesinde çoklu çözümlerin rolü, çok adımlı çözümlere veya çoklu çözüm stratejilerine açık olmak üst düzey düşünmeyi gerektirmektedir (Leavy ve Hourigan, 2020). Leavy ve Hourigan (2020) öğretmen adayları tarafından üretilen problemleri incelediklerinde, problemlerin çoğunun aritmetik problemler olduğunu saptamıştır. Wessman-Enzinger ve Tobias (2022) yaptıkları araştırmada, öğretmen adaylarının gerçekçi yönü matematiksel yönle uyumlu tutmada başarılı olmadıklarını tespit etmiştir. Bu araştırmalar, öğretmen adaylarının gerçek yaşam problemlerinin özelliklerini belirleyebilmelerine rağmen bu tür problemler kurmanın onlar için oldukça zorlayıcı olduğunu göstermektedir.

Öğretmenleri bu yorucu uygulamaya hazırlamak, gerçek yaşam problemleri yazma ve bir problemi matematiksel ve bağlamsal olarak neyin değerli kıldığına ilişkin anlayışları üzerine düşünme fırsatlarını içerir (Arbaugh ve Brown, 2004; Csikos ve Sztányi, 2020; Leavy ve Hourigan, 2020; Lee vd., 2018). Bazı araştırmacılar (Bonotto, 2007; Chapman, 2013; Schoenfeld, 1994; Wubbels vd., 1997) bu tür öğretmen eğitimi fırsatlarının öğretmenlerin bilgi tabanını desteklerken gerçek yaşam problemlerine ilişkin sağlam bir anlayış sağladığını vurgulamıştır. Bu konuda, öğretmenler öğrenciler için problem belirleme, seçme, oluşturma ve gözden geçirmede aktif rehberler olarak kabul edilir ve öğretmenlerin bu uygulamaları, pedagojik alan bilgileri de dahil olmak üzere matematik öğretmenlerinin bilgi birikimini geliştirme potansiyeline sahiptir (Csikos ve Sztányi, 2020; Lee vd., 2018).

Sonuç ve Öneriler

Matematiksel kavramları gerçekçi bağlamlar içinde incelemek, hem problem çözenler hem de problem kuranlar için önemli bir yeterlilik oluşturmaktadır (Masingila, Davidenko ve Prus-Wisniowska, 1996). Araştırmalarda tasarlanan problem kurma etkinlikleri, öğretmenlerin işbirliği içinde gerçekçi problemler yazmalarına ve bu tür problemlerin özellikleri üzerine düşünmeleri yoluyla bu yeterliliği kazanmalarına yardımcı olacağı öngörülmektedir. Böylece öğretmenler, öğrencileri bir dizi matematiksel çözüm geliştirmeye teşvik edecek ilginç ve ilgi çekici problemler üretebilirler. Dolayısıyla öğretmenlerin işbirliği yapmaları ve uygulamalar üzerine düşünmeleri, gerçekçi bağlamlara ilişkin birikimini genişlettiğini ve nitelikli bir gerçekçi matematik problemi anlayışlarını geliştirdiğini de ortaya çıkarmaktadır (Chapman, 2013; Gvozdic ve Sander, 2020; Lee vd., 2018; Wessman-Enzinger ve Tobias, 2022). Leavy ve Hourigan'ın (2020) gözlemleri, öğretmen eğitim programının öğretmenlerin iyi problemleri belirleme ve bu problemlerin niteliklerini artırmak için gözden geçirme becerilerini geliştirdiği yönündeki bu bulguyu desteklemektedir.

Öğretmenlerin bağlamsal olarak gerçekçi problemlere ilişkin anlayışlarını geliştirmek üzere tasarlanan ve öğretmenlere gelecekte kendi sınıflarında problem seçmelerine veya oluşturmalarına yardımcı olması bakımından mesleki gelişim etkinliklerini öğretmen eğitimi uygulamalarına dâhil etmek önerilmektedir. Ayrıca öğretmenlerin anlayışlarının nasıl değiştiğini inceleyen uzun süreli araştırmalar da tavsiye edilmektedir. Son olarak öğretmen eğitim süreçleri ve araştırmaları için diğer bilişsel, eğilimsel ve motivasyonel durumları bütünleştiren daha fazla araştırma yapılması da önerilmektedir.

Kaynaklar

- Arbaugh, F. ve Brown, C. A. (2004). What makes a mathematical task worthwhile? Designing a learning tool for high school mathematics teachers. In R. R. Rubenstein & G. W. Bright (Eds.), *Perspectives on the teaching of mathematics* (pp. 27–41). National Council of Teachers of Mathematics.
- Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority [ACARA]. (2012). *The Australian Curriculum: Mathematics, Version 3.0, 23 January 2012*. Author.
- Bishop, A. (1994). Cultural conflicts in mathematics education: Developing a research agenda. *For the Learning of Mathematics*, 14(2), 15–18.
- Bonotto, C. (2007). How to replace word problems with activities of realistic mathematical modelling. In W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study (New ICMI; Studies Series)* (Vol. 10, pp. 185–192). New York: Springer.
- Bonotto, C. ve Dal Santo, L. (2015). On the relationship between problem posing, problem solving, and creativity in the primary school. F. M. Singer, N. F. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *In mathematical problem posing* (pp. 103-123). New York: Springer.
- Brenner, M. E. ve Moschkovich, J. N. (Eds.). (2002). *Everyday and academic mathematics in the classroom*. National Council of Teachers of Mathematics.

- Brown, J. P. (2019). Real-world task context: Meanings and roles. In G. A. Stillman & J. P. Brown (Eds.), *Lines of inquiry in mathematical modelling research in education* (pp. 53–81). Springer.
- Brown, J. P. ve Stillman, G. A. (2017). Developing the roots of modelling conceptions: ‘Mathematical modelling is the life of the world.’ *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(3), 353–373.
- Brown, S. I., ve Walter, M. I. (2005). *The art of problem posing*. New York: Psychology Press.
- Cai, J., Chen, T., Li, X., Xu, R., Zhang, S., Hu, Y., Zhang, L. ve Song, N. (2020). Exploring the impact of a problem-posing workshop on elementary school mathematics teachers’ conceptions on problem posing and lesson design. *International Journal of Educational Research*, 102, 1–12.
- Cai, J., ve Hwang, S. (2020). Learning to teach through mathematical problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*, 102, 101391.
- Cai, J., Hwang, S., Jiang, C. ve Silber, S. (2015). Problem-posing research in mathematics education: Some answered and unanswered questions. In F. M. Singer, N. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing: From research to effective practice* (pp. 3–34). Springer.
- Cai, J. ve Leikin, R. (2020). Affect in mathematical problem posing: Conceptualization, advances, and future directions for research. *Educational Studies in Mathematics*, 105(3), 287–301.
- Cai, J. ve Merlino, F. J. (2011). Metaphor: A powerful means for assessing students’ mathematical disposition. In D. J. Brahier, & W. Speer (Eds.), *Motivation and disposition: Pathways to learning mathematics* (pp.147–156). National Council of Teachers of Mathematics 2011 Yearbook. NCTM.
- Cai, J., Moyer, J. C., Wang, N., Hwang, S., Nie, B. ve Garber, T. (2013). Mathematical problem posing as a measure of curricular effect on students’ learning. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 57–69.
- Chapman, O. (2006). Classroom practices for context of mathematics word problems. *Educational Studies in Mathematics*, 62(2), 211–230.
- Chapman, O. (2013). Mathematical-task knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16(1), 1–6.
- Chen, T. ve Cai, J. (2020). An elementary mathematics teacher learning to teach using problem posing: A case of the distributive property of multiplication over addition. *International Journal of Educational Research*, 102, 101420.
- Chinese Ministry of Education. (2011). *Mathematics curriculum standard of compulsory education (2011 version)*. Beijing Normal University Press.
- Cifarelli, V. V. ve Sevim, V. (2015). Problem posing as reformulation and sense-making within problem solving. In F. M. Singer, N. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing: From research to effective practice* (pp. 177–194). New York, NY: Springer.
- Civil, M. (2002). Chapter 4: Everyday mathematics, mathematicians’ mathematics, and school mathematics: Can we bring them together? *Journal for Research in Mathematics Education, Monograph 11*, 40–62.
- Csíkós, C. ve Sztányi, J. (2020). Teachers’ pedagogical content knowledge in teaching word problem solving strategies. *ZDM Mathematics Education*, 52(1), 165–178.

- Depaepe, F., De Corte, E. ve Verschaffel, L. (2010). Teachers' metacognitive and heuristic approaches to word problem solving: Analysis and impact on students' beliefs and performance. *ZDM Mathematics Education*, 42(2), 205–218.
- Devlin, K. (2000). The four faces of mathematics. In M. J. Burke & F. R. Curcio (Eds.), *Learning Mathematics for a New Century: 2000 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 16–27). NCTM.
- Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instruction. *Educational Psychologist*, 23, 167–180.
- Ellerton, N. F. (2013). Engaging pre-service middle-school teacher-education students in mathematical problem posing: development of an active learning framework. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 87–101.
- English, L. (2009). The changing realities of classroom mathematical problem solving. In L. Verschaffel, B. Greer, W. Van Dooren, & S. Mukhopadhyay (Eds.), *Words and worlds: Modelling verbal descriptions of situations* (pp. 351–362). Rotterdam:Sense.
- English, L. ve Sriraman, B. (2010). Problem solving for the 21st century. In B. Sriraman & L. English (Eds.), *Theories of mathematics education* (pp. 263–290). Springer.
- English, L. D. (2020). Teaching and learning through mathematical problem posing: Commentary. *International Journal of Educational Research*, 102, 101451.
- English, L. D., Ärlebäck, J. B. ve Mousoulides, N. (2016). Reflections on progress in mathematical modelling research. In Á. Gutiérrez, G. C. Leder, & P. Boero (Eds.), *The second handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp. 383–413). Sense.
- Felmer, P., Kilpatrick, J. ve Pehkonen, E. (Eds.). (2016). *Posing and solving mathematical problems: Advances and new perspectives*. New York: Springer.
- Gainsburg, J. (2008). Real-world connections in secondary mathematics teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(3), 199–219.
- Goulet-Lyle, M. P., Voyer, D. ve Verschaffel, L. (2020). How does imposing a step-by-step solution method impact students' approach to mathematical word problem solving? *ZDM Mathematics Education*, 52(1), 139–149.
- Guberman, R. ve Leikin, R. (2013). Interesting and difficult mathematical problems: Changing teachers' views by employing multiple-solution tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16, 33–56.
- Gvozdic, K. ve Sander, E. (2020). Learning to be an opportunistic word problem solver: Going beyond informal solving strategies. *ZDM Mathematics Education*, 52(1), 111–123.
- Henningsen, M. ve Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 524–549.
- Jurdak, M. (2006). Contrasting perspectives and performance of high school students on problem solving in real world, situated, and school contexts. *Educational Studies in Mathematics*, 63, 283–301.
- Jurdak, M. (2016). *Learning and teaching real world problem solving in school mathematics*. Springer.


- Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 123–147). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Klein, S. ve Leikin, R. (2020). Opening mathematical problems for posing open mathematical tasks: What do teachers do and feel? *Educational Studies in Mathematics*, 105, 349–365.
- Koichu, B. (2020). Problem posing in the context of teaching for advanced problem solving. *International Journal of Educational Research*, 102, 101428.
- Koichu, B. ve Andžāns, A. (2009). Mathematical creativity and giftedness in out-of-school activities. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (pp. 285–307). Leiden: Brill Sense.
- Krawitz, J., Schukajlow, S., & Van Dooren, W. (2018). Unrealistic responses to realistic problems with missing information: What are important barriers? *Educational Psychology*, 38(10), 1221–1238.
- Kwek, M. L. (2015). Using problem posing as a formative assessment tool. In F.M. Singer, N. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing: From research to effective practice* (pp. 273–292). New York: Springer.
- Kwon, O. N., Park, J. S. ve Park, J. H. (2006). Cultivating divergent thinking in mathematics through an open-ended approach. *Asia Pacific Education Review*, 7, 51–61.
- Lappan, G. ve Phillips, E. (1998). Teaching and learning in the connected mathematics project. In L. Leutzing (Ed.), *Mathematics in the Middle* (pp. 83–92). National Council of Teachers of Mathematics.
- Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life*. Cambridge University Press.
- Leavy, A. ve Hourigan, M. (2020). Posing mathematically worthwhile problems: Developing the problemposing skills of prospective teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 23(4), 341–361.
- Leavy, A. ve Hourigan, M. (2022). The framework for posing elementary mathematics problems (F-PosE): Supporting teachers to evaluate and select problems for use in elementary mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 111(1), 147-176.
- Lee, J. E. (2012). Prospective elementary teachers' perceptions of real-life connections reflected in posing and evaluating story problems. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15(6), 429–452.
- Lee, Y., Capraro, R. M. ve Capraro, M. M. (2018). Mathematics teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in problem posing. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 13(2), 75-90.
- Leikin, R. (2007, February). *Habits of mind associated with advanced mathematical thinking and solution spaces of mathematical tasks*. In The Fifth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-5), Larnaca, Cyprus.
- Leikin, R. (2015). Problem posing for and through Investigations in a Dynamic Geometry Environment. In F. M. Singer, N. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *Problem posing: From research to effective practice* (pp. 373–391). Dordrecht: Springer.
- Leikin, R. ve Elgrably, H. (2020). Problem posing through investigations for the development and evaluation of proof-related skills and creativity skills of prospective high school mathematics teachers. *International Journal of Educational Research*, 102, 101424.

- Lesh, R. ve Doerr, H. M. (Eds.). (2003). *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving learning, and teaching*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Levav-Waynberg, A. ve Leikin, R. (2012). Using multiple solution tasks for the evaluation of students' problem-solving performance in geometry. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 12(4), 311–333.
- Masingila, J. O., Davidenko, S., & Prus-Wisniowska, E. (1996). Mathematics learning and practice in and out of school: A framework for connecting these experiences. *Educational Studies in Mathematics*, 31(1-2), 175–200.
- Matsko, V. J. ve Thomas, J. (2015). Beyond routine: Fostering creativity in mathematics classrooms. In *Mathematical problem posing* (pp. 125–139). New York: Springer.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *Ortaöğretim matematik öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Mwei, P. K. (2017). Problem solving: How do in-service secondary school teachers of mathematics make sense of a non-routine problem context? *International Journal of Research in Education and Science*, 3(1), 31–41.
- National Council for Curriculum and Assessment [NCCA]. (2018). *Draft specification: Primary Mathematics, junior infants to second class*. [Çevrim-içi: https://ncca.ie/media/3148/primary_mathsspec_en.pdf], Erişim tarihi:10.07.2023.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standard for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Governors Association Center for Best Practices. (2010). *Common core state standards for mathematics*. National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers.
- Peled, I. ve Balacheff, N. (2011). Beyond realistic considerations: Modeling conceptions and controls in task examples with simple word problems. *ZDM Mathematics Education*, 43(2), 307–315.
- Polya, G. (1966). On teaching problem solving. In The Conference Board of the Mathematical Sciences (Ed.), *The role of axiomatics and problem solving in mathematics* (pp. 123–129). Ginn.
- Polya, G. (1973). *How to solve it: A new aspect of mathematics method*. Princeton University Press.
- Reznick, B. (1994). Some thoughts on writing for the Putnam. In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Mathematical thinking and problem solving* (pp. 19–29). New York: Routledge.
- Savard, A. ve Polotskaia, E. (2017). Who's wrong? Tasks fostering understanding of mathematical relationships in word problems in elementary students. *ZDM Mathematics Education*, 49(6), 823–833.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). MacMillan.
- Schoenfeld, A. H. (1994). What do we know about mathematics curricula? *Journal of Mathematical Behaviour*, 13, 55–80.
- Shahbari, J. A. (2018). Mathematics teachers' conceptions about modelling activities and its reflection on their beliefs about mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(5), 721–742.

- Silver, E. A. (2013). Problem-posing research in mathematics education: Looking back, looking around, and looking ahead. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 157-162.
- Silver, E. A. ve Cai, J. (2005). Assessing students' mathematical problem posing. *Teaching Children Mathematics*, 12(3), 129-135.
- Silver, E. A., Ghouseini, H., Gosen, D., Charalambous, C. ve Strawhun, B. T. (2005). Moving from rhetoric to praxis: Issues faced by teachers in having students consider multiple solutions for problems in the mathematics classroom. *Journal of Mathematical Behavior*, 24, 287-301.
- Singer, F. M., Ellerton, N. ve Cai, J. (Eds.). (2015). *Mathematical problem posing: From research to effective practice*. New York, NY: Springer.
- Singer, F. M. ve Voica, C. (2015). Is problem posing a tool for identifying and developing mathematical creativity? In F.M.Singer, N. Ellerton, & J.Cai (Eds.), *Mathematical problem posing* (pp. 141-174). New York, NY: Springer.
- Star, J. R. ve Newton, K. J. (2009). The nature and development of experts' strategy flexibility for solving equations. *ZDM-Mathematics Education*, 41, 557-567.
- Stein, M. K., Grover, B. W. ve Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33(2), 455-488.
- Stein, M. K., Remillard, J. T. ve Smith, M. S. (2007). How Curriculum Influences Student Learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 319-369). Information Age Publishing.
- Stillman, G. ve Brown, J. P. (2011). Pre-service secondary mathematics teachers' affinity with using modelling tasks in teaching years 8-10. In G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling, international perspectives on the teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 289-298). Springer.
- Stoyanova, E. ve Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing in school mathematics. In P. C. Clarkson (Ed.), *Technology in mathematics education* (pp. 518-525). Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Vacc, N. (1993). Questioning in the mathematics classroom. *Arithmetic Teacher*, 41(2), 88-91.
- Verschaffel, L., De Corte, E. ve Borghart, I. (1997). Pre-service teachers' conceptions and beliefs about the role of real-world knowledge in mathematical modelling of school word problems. *Learning and Instruction*, 7(4), 339-359.
- Verschaffel, L., De Corte, E. ve Lasure, S. (1994). Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction*, 4(4), 273-294.
- Verschaffel, L., Greer, B. ve De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems (Contexts of Learning Series)*. Lisse, The Netherlands: Swets & Zeitlinger.
- Watson, A. ve Ohtani, M. (2015). *Task design in mathematics education: An ICMI study 22*. Springer International.

- Wessman-Enzinger, N. M. ve Tobias, J. M. (2022). The dimensions of prospective elementary and middle school teachers' problem posing for integer addition and subtraction. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 25, 1-33.
- Wubbels, T., Korthagen, F. ve Broekman, H. (1997). Preparing teachers for realistic mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 32(1), 1–28.
- Xenofontos, C. (2014). Defining mathematical problems and problem solving: Prospective primary teachers' beliefs in Cyprus and England. *Mathematics Education Research Journal*, 26(2), 279–299.
- Xu, B., Cai, J., Liu, Q. ve Hwang, S. (2020). Teachers' predictions of students' mathematical thinking related to problem posing. *International Journal of Educational Research*, 102, 101427.


Yazar Bilgileri

Mehmet Ata Okuyucu <https://orcid.org/0000-0002-7291-9513>

Milli Eğitim Bakanlığı

Türkiye

İrtibat yazar e-posta (Contact e-mail):

m.ataokuyucu@gmail.com**Ayşe Uyar** <https://orcid.org/0000-0002-3051-1771>

Gazi Üniversitesi

Türkiye