Journal of Computer and Education Research
October 2024 Volume 12 Issue 24 (ISSN:2148-2896)
http://dergipark.org.tr/jcer

Research Article/Araştırma Makalesi

Examination of Secondary School Students' Knowledge Construction Processes Related to Geometric Concepts within the Framework of APOS Theory

Şafak YILDIZ [1] Rıdvan EZENTAŞ * [2]

[1] *Bursa Uludağ University, Department of Mathematics and Science Education, Bursa, Turkey, safakyildiz@windowslive.com*

[2] *Bursa Uludağ University, Department of Mathematics and Science Education, Bursa, Turkey, rezentas@uludag.edu.tr*

* *Corresponding Author: rezentas@uludag.edu.tr*

Article Info

Received: *09 July 2024*
Accepted: *10 September 2024*

Keywords: APOS theory, knowledge construction processes, polygon, quadrilateral, circle

10.18009/jcer.1512998

Publication Language: Turkish

Abstract

The aim of this study is to examine the knowledge construction processes of 10th grade students about the concepts of polygon and quadrilateral and 11th grade students about the concept of circle within the framework of APOS theory. The study was designed with a cases study. The study group of the research consists of 10 students attending the 10th and 11th grades at a state secondary education institution. At the end of the study, it was seen that the majority of students could not use the concept of polygon effectively. It was determined that the majority of the students could not establish a relationship between the angle of the circle and the angle of the triangle, the length of the arcsegment and "ratio-proportion". It was observed that none of the students could ensure the coordination between the area of the circleslice and ratio. At the end of the study, some results were obtained regarding the areas of special quadrilaterals.

To cite this article: Yıldız, Ş., & Ezentaş, R. (2024). Ortaöğretim öğrencilerinin geometrik kavramlara ilişkin bilgi oluşturma süreçlerinin apos teorisi çerçevesinde incelenmesi. *Journal of Computer and Education Research, 12* (24), 666-688. https://doi.org/10.18009/jcer.1512998

Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometrik Kavramlara İlişkin Bilgi Oluşturma Süreçlerinin APOS Teorisi Çerçevesinde İncelenmesi

Makale Bilgisi

Geliş: *09 Temmuz 2024*
Kabul: *10 Eylül 2024*

Anahtar kelimeler: APOS teorisi, bilgi oluşturma süreçleri, çokgen, dörtgen, daire

10.18009/jcer.1512998

Yayım Dili: Türkçe

Öz

Bu çalışmanın amacı 10. Sınıf öğrencilerinin çokgen ve dörtgen, 11. Sınıf öğrencilerinin ise çember kavramına ilişkin bilgi oluşturma süreçlerini APOS teorisi çerçevesinde incelemektir. Çalışma durum çalışması ile desenlenmiştir. Araştırmanın çalışma grubunu bir devlet ortaöğretim kurumunda 10. ve 11. Sınıfa devam etmekte olan 10 öğrenci oluşturmaktadır. Çalışma sonunda öğrencilerin çoğunluğunun çokgen kavramını etkin bir şekilde kullanamadığı görülmüştür. Öğrencilerin çoğunluğunun eşkenar dörtgenin alanı ile üçgenin alanı, yamuğun alanı ile üçgen ve dikdörtgenin alanları arasında ilişki kuramadıkları tespite dilmiştir. Hiçbir öğrencinin dikdörtgenin alanı ile üçgenin alanı, karenin alanı ile üçgenin alanı ve dikdörtgenin alanı ile karenin alanı arasında ilişki kuramadığı görülmüştür. Öğrencilerin çoğunluğunun çemberin açısı ile üçgenin açısı, yay parçasının uzunluğu ile "oran–orantı" arasında ilişki kuramadığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin hiçbirinin daire diliminin alanı ile oran–orantı arasındaki koordinasyonu sağlayamadıkları görülmüştür.

Summary

Examination of Secondary School Students' Knowledge Construction Processes Related to Geometric Concepts Within the Framework of APOS Theory

Şafak YILDIZ [1] Rıdvan EZENTAŞ * [2]

[1] Bursa Uludağ University, Department of Mathematics and Science Education, Bursa, Turkey, rezentas@uludag.edu.tr

[2] Bursa Uludağ University, Department of Mathematics and Science Education, Bursa, Turkey, safakyildiz@windowslive.com

[*] Corresponding Author: rezentas@uludag.edu.tr

Introduction

APOS theory (Action(A), Process(P), Object(O), Schema(S)) emerged by extending Piaget's reflective abstraction study, which reveals how children learn, to the level of mathematics learning (Dubinsky & McDonald, 2001). According to the basic principle advocated by APOS theory, an individual's understanding of a mathematical subject is the construction or restructuring of certain mental structures by thinking about problems in a social context and the solutions to these problems. It also develops by organizing these structures into schemas in order to use them in coping with problem situations (Çetin& Dubinsky, 2017).

There are various studies on APOS theory in the literature (Açıl, 2015; Borji et al., 2018; Chimhande et al., 2017; Kemp & Vidakovic, 2023; Parraguez & Oktaç, 2010; Salgadoa & Trigueros, 2015; Stewart, 2008; Tziritas, 2011; Weller et al., 2009). However, when the literature was examined, no research was found that examined the knowledge creation processes of secondary school students on the subjects of polygons, quadrilaterals, circles and circles according to the APOS theory. The aim of the study is to conduct an in-depth examination to reveal the cognitive structure created for these concepts after 10th grade students study or learn the subjects of polygons and quadrilaterals and 11th grade students about circles according to traditional teaching.

Method

In this research, students' knowledge creation processes will be examined in detail through interviews, and how students create structures in their minds will be revealed. For this reason, the research was designed with a case study, one of the qualitative research methods. The study group of the research consists of 10 students attending the 10th and 11th grades at a state secondary education institution in the Aegean region. The participants of the research were determined by the criterion sampling method, which is one of the purposeful sampling methods.

In this study, data were obtained from semi-structured interviews. The semi-structured interview form consists of open-ended questions. To create the semi-structured interview form, learning outcomes for 10th grade polygons and quadrilaterals and 11th grade circle topics were determined. Then, open-ended questions were selected from sources recommended by the Ministry of National Education to be used as textbooks in high schools for these achievements. While choosing these questions, care was taken to ensure that they would enable students to observe actions, processes and object structures regarding the relevant topics.

The data obtained in this study were examined with content analysis. The students' conversations during the interviews were converted into written text with the help of audio recordings. To ensure credibility in the research, strategies such as variation, expert review, long-term observation, and researcher biases were used. In order to ensure transferability in the study, all steps that enable the research to be carried out, such as participant selection, data collection tools, application process, and data analysis process, were explained in detail. Expert opinion was sought to ensure consistency in the study.

Results, Discussion and Conclusion

In our study, it is seen that most students cannot use the concept of polygon effectively in the questions aimed at using it effectively by considering it from a holistic perspective. In addition, it is seen that a limited number of students can establish a relationship between the area of a rhombus and the area of a triangle, between the area of a trapezoid and the area of a triangle and the area of a rectangle, and the majority of students use the area formulas of rhombuses and trapezoids. As a result of Gürefe's (2018) study, it was determined that most of the students used the area of a triangle, square or rectangle when calculating the area of a rhombus and trapezoid, and they generally used formulas in area problems related to rectangles. As a result of their study on prospective teachers, Baturo and Nason (1996) found that very few of the students could make sense of the relationship between triangles and rectangles.

In our study, students are expected to use their knowledge about angles in triangles in questions about interior and exterior angles in a circle. However, it is seen that very few students can establish a relationship between the angle of a circle and the angle of a triangle, and the majority of students use formulas that give the interior and exterior angles of the circle. In the question asking to calculate the area of the circle slice, students are expected to use ratio-proportion knowledge to calculate the area of the circle slice. However, it is seen that none of the students can coordinate between the area of the circle segment and ratio-proportion and they use the formula that gives the area of the circle segment. Bekdemir (2012), at the end of his study on classroom teacher candidates regarding the circle sub-learning domain, determined that the students' success levels for procedural knowledge were better than their success levels for concept knowledge. He found that although they did not know how these formulas were obtained, they could use them in operational expressions, and that their generalization and abstraction skills were insufficient. According to these results, it can be said that the majority of the students are at the process level in creating knowledge of geometric concepts according to APOS theory.

In the study, the knowledge formation processes of 10th grade students regarding the concepts of polygon and quadrilateral and of 11th grade students regarding the concepts of circle were examined within the framework of APOS theory. Based on this, the research results and relevant literature were examined and the following suggestions were made to shed light on future studies:

- Conducting similar studies at different grade levels and different mathematics subjects can be of significant help to educators.
- In teaching concepts related to polygon, quadrilateral, circle and circle, rote learning can be abandoned and activities can be organized where students can discover the concepts themselves.

Giriş

Anlamak, çeşitli zihinsel süreçlerin meydana geldiği ve etkileşime girdiği uzun bir öğrenme etkinlikleri dizisine dayanır ve anlamak, bilmekten veya becerikli olmaktan daha fazlasıdır (Dreyfus, 1991). Pirie ve Kieren'a (1989, s.8) göre "matematiksel anlama, seviyeli ama doğrusal olmayan olarak nitelendirilebilir. Bu yinelenen bir olgudur ve fikir karmaşık düzeyler arasında hareket ettiğinde yinelemenin meydana geldiği görülür. Gerçekten her anlama düzeyi, sonraki düzeylerin içinde yer alır."

APOS teorisi (Action(A) Eylem, Process(P) Süreç, Object(O) Nesne, Schema(S) Şema) Piaget'nin çocukların nasıl öğrendiğini ortaya koyan yansıtıcı soyutlama çalışmasının matematik öğrenme düzeyine kadar genişletilmesiyle ortaya çıkmıştır (Dubinsky ve McDonald, 2001). APOS teorisinin savunduğu temel ilkeye göre, bir bireyin matematiksel bir konuya ilişkin anlayışı, sosyal bir bağlamda yer alan problemler ve bu problemlerin çözümleri üzerine düşünerek belirli zihinsel yapıları inşa etmesi veya yeniden yapılandırması ve bu yapıları bu problem durumlarıyla baş etmede kullanabilmek için şemalar halinde düzenlemesi yoluyla gelişir (Çetin & Dubinsky, 2017). APOS teorisi, nesneler üzerinde bir dönüşüm uygulandığında diğer nesnelerin elde edildiğini ve böylece matematiksel bir kavramın oluşmaya başladığını varsayar (Dubinsky vd., 2005). APOS teorisine göre ileri matematiksel düşünmenin gelişimi için içselleştirme (interiorization), koordine etme (coordination), kapsülleme (encapsulation), genelleme (generalization), tersine çevirme (reversal) olmak üzere beş tür yansıtıcı soyutlama mekanizması vardır (Dubinsky, 1991). İçselleştirme, bir dizi maddi eylemin benimsenmiş işlemler sistemine dönüştürülmesidir (Piaget, 1980, akt. Paschos & Farmaki, 2006). Dubinsky'ye (1991) göre içselleştirme, algılanan olgulara anlam vermek amacıyla içsel süreçlerin inşa edilmesidir. Koordinasyon, zihindeki iki veya daha fazla mevcut yapının eş güdümlü kullanılarak yeni bir yapı oluşturulmasıdır (Dubinsky & Lewin, 1986). Kapsülleme bireyin zihninde soyut bir nesne elde edebilmek için bir süreç üzerinde zihinsel olarak hareket etmesidir (Selden & Selden, 1992). Genelleme, bireyin sahip olduğu bir şemayı daha geniş bir olgu topluluğuna uygulamayabilmesidir (Dubinsky, 1991). Birey, yeni karşılaştığı bir bilişsel besinin zihnindeki dengeyi bozduğunu düşünürken sonradan uyum sağlayabileceğini fark eder ve bu bilişsel besine sahip olduğu mevcut yapıları uygularken, besin ne kadar farklı görünse de yalnızca belirli niteliklere sahip olması gerektiğini kabul eder (Dubinsky & Lewin, 1986). Tersine çevirme, birey bir süreci içsel olarak sahiplendikten sonra, bireyin onu tersten düşünerek, orijinal süreci tersine çeviren yeni bir süreç inşa etmesidir (Dubinsky, 1991). APOS teorisi, bireyin algıladığı matematiksel problem durumlarının üstesinden gelebilmek için zihinsel eylemler, süreçler, nesneler oluşturarak ve bunları şemalar halinde düzenleyerek, durumları anlamlandırma ve problemleri çözme eğilimlerinden matematiksel bilginin oluştuğunu savunur (Dubinsky & McDonald, 2001). APOS teorisi eylemlerle başlar, süreçler boyunca kapsüllenmiş nesnelere doğru hareket eder ve bunlar daha sonra kendileri nesneler olarak kapsüllenebilen şemalara entegre edilir (Tall,1999).

Eylem, yeni nesneler elde etmek için zihindeki mevcut nesnelerin dönüşümünü sağlayan tekrarlanabilir fiziksel veya zihinsel manipülasyonlardır (Breidenbach vd., 1992). Bu aşamada birey tarafından, dışsal olarak algılanan ve açıkça ya da zihinden işlemin nasıl gerçekleştirileceğine ilişkin adım adım yönergelerin verildiği nesneler dönüştürülür (Dubinsky & McDonald, 2001). Birey bir eylemi tekrarladıkça ve yansıttıkça, bu eylem zihinsel bir süreç içerisinde içselleştirilebilir (Dubinsky vd., 2005). Bireyin zihninde bir süreç bazı eylemlerle dönüştürülebiliyorsa, süreç kapsüllenerek bir nesne haline gelir (Breidenbach vd., 1992). Bir süreçten bir nesne inşa edildiğinde birey, bu sürecin tamamına hâkimdir (Dubinsky & McDonald, 2001). Bir bireyin belirli bir matematiksel kavram hakkındaki bilgisinin bütününe şema denir (Reed, 2007).

Alanyazında ortaokul, lise ve üniversite düzeyinde, matematiksel kavramların nasıl oluşturulduğunu APOS teorisi çerçevesinde inceleyen çeşitli çalışmalar bulunmaktadır (Açıl, 2015; Borji vd., 2018; Chimhande vd., 2017; Kemp & Vidakovic, 2023; Parraguez & Oktaç, 2010; Salgadoa & Trigueros, 2015; Stewart, 2008; Tziritas, 2011; Weller vd., 2009). Fakat alanyazın incelendiğinde ortaöğretim öğrencilerinin çokgenler, dörtgenler, çember, daire konularına yönelik APOS teorisine göre bilgi oluşturma süreçlerini inceleyen bir araştırmaya rastlanılmamıştır. Bu çalışmada, 10. sınıf öğrencilerinin çokgenler ve dörtgenler, 11. sınıf öğrencilerinin ise çember ve daire kavramlarına yönelik bilgi oluşturma süreçlerinin APOS teorisi çerçevesinde incelenmesi amaçlanmaktadır. Çalışmada 10. sınıf öğrencilerinin çokgenler ve dörtgenler, 11. sınıf öğrencilerinin ise çember ve daire konularını geleneksel öğretime göre işlemesinden ya da öğrenmesinden sonra, bu kavramlara yönelik oluşturulan bilişsel yapının ortaya çıkartılması için derinlemesine inceleme yapılması amaçlanmaktadır. Çalışmanın dörtgenler, çember ve daire kavramlarının soyutlanmasının nasıl değerlendirilebileceğine yönelik fikir vermesi ve ilgili kavramların öğretiminde öğretmenlere uygun öğrenme ortamlarını tasarlamada yol göstermesi bakımından alanyazına önemli katkı sunacağı düşünülmektedir.

Yöntem

Araştırmanın Modeli

Bu araştırmada öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri görüşmeler yoluyla ayrıntılı incelenerek, öğrencilerin zihinlerinde yapıları nasıl oluşturdukları ortaya çıkartılacağından, araştırma nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması ile desenlenmiştir. Durum çalışması, güncel bir olguyu derinlemesine ve gerçek yaşam bağlamında araştıran, olgu ve bağlam arasındaki sınırların net bir şekilde belli olmadığı durumlarda kullanılan görgül bir araştırma yöntemidir (Yin, 2009).

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu Ege bölgesinde yer alan bir devlet ortaöğretim kurumunda 10. ve 11. sınıfa devam etmekte olan 10 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmanın katılımcıları amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan ölçüt örnekleme yöntemiyle belirlenmiştir. Amaçlı örnekleme, seçkisiz olmayan bir örnekleme türüdür ve çalışmanın amacına bağlı olarak veri çeşitliliği bakımından fazla olan durumların seçilerek detaylı incelenmesini sağlar (Büyüköztürk vd., 2016). Ölçüt örneklemede ise, katılımcılar önceden belirlenen kriterler göz önünde bulundurularak seçilir (Yıldırım & Simsek, 2018). Bu araştırmada çalışmanın amacına hizmet edecek şekilde veri çeşitliği sağlamak ve yeterli veri toplayabilmek için çalışmaya katılacak öğrencileri belirlemede 3 ölçüt kullanılmıştır. Bu ölçütler, (1) öğrencilerin dörtgenler, çember ve daire konularını derste işlemiş olmaları, (2) birinci dönem sınav notlarının ortalamasının 50 ve üzerinde olması, (3) dersine giren öğretmeninin iletişim yönünden öğrenciler hakkında olumlu görüş bildirmesi şeklindedir.

Veri Toplama Aracı

Bu çalışmada veriler yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilmiştir. Yarı yapılandırılmış görüşme formu açık uçlu sorulardan oluşmaktadır. Yarı yapılandırılmış görüşme formunu oluşturmak için 10. sınıf çokgenler ve dörtgenler, 11. sınıf çember ve daire konularına yönelik kazanımlar belirlenmiştir. Daha sonra bu kazanımlara yönelik Milli Eğitim Bakanlığı tarafından liselerde ders kitabı olarak kullanılması önerilen kaynaklardan açık uçlu sorular seçilmiştir. Bu sorular seçilirken öğrencilerin ilgili konulara yönelik eylem, süreç ve nesne yapılarının gözlemlenmesini sağlayacak nitelikte olmasına dikkat edilmiştir. Hazırlanan formun uygunluğu için daha önce bu alanda çalışmalar yapmış olan iki akademisyenin görüşüne başvurulmuştur. Daha sonra 2022-2023 eğitim-öğretim yılı 2. döneminde 10. sınıf ve 11. sınıfa devam eden ikişer öğrenci ile pilot çalışması yapılmış ve görüşme formuna son şekli verilmiştir. Çalışmanın uygulaması 11. sınıflarda 2022-2023 eğitim öğretim yılı 2. döneminde yapılırken, 10. sınıflarda 2023-2024 eğitim öğretim yılı 1. döneminde yapılmıştır.

Verilerin Toplanması ve Analizi

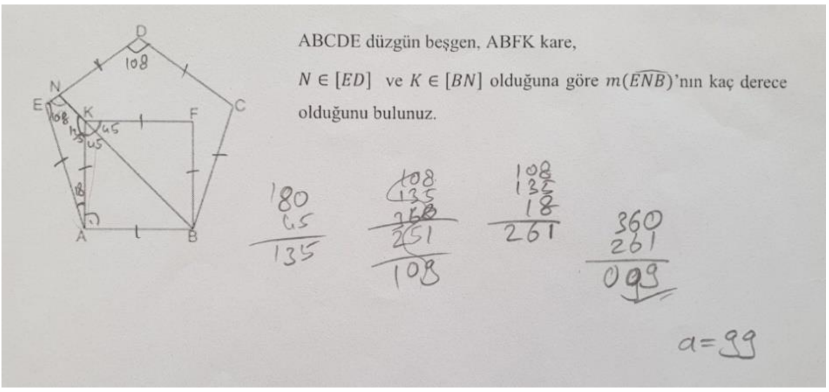
Bu çalışmada elde edilen veriler içerik analizi ile incelenmiştir. İçerik analizinde elde edilen nitel veriler verilerin kodlanması, temaların bulunması, kodların ve temaların düzenlenmesi, bulguların tanımlanması ve yorumlanması olmak üzere dört aşamada analiz edilir (Çepni, 2018). Öğrencilerin görüşmeler sırasındaki konuşmaları ses kayıtları yardımıyla yazılı metine dönüştürülmüştür. Veri kaybını önlemek için ses kayıtları farklı zamanlarda tekrar incelenmiştir. Bu metinler birkaç kez okunarak analiz edilmiştir. Ses kayıtlarıyla birlikte görüşme formundan elde edilen veriler de analiz sürecine dâhil edilmiştir. Ses kayıtlarından elde edilen yazılı metinlerden kodlar çıkartılmış, kodlar belirli kategoriler altında toplanmış ve temalar belirlenmiştir. İki araştırmacı belirlenen kodları, kategorileri ve temaları incelemiş ve farklı düşünülen durumlarda ortak bir fikir birliğine varılmıştır. Miles & Huberman (1994) tarafından önerilen Güvenirlik = Görüş birliği / (Görüş birliği + Görüş ayrılığı) formülü kullanılarak araştırmanın güvenirliği hesaplanabilir ve sonucun %70'in üzerinde çıkması, araştırmanın güvenirliği için yeterlidir (akt. Yenilmez & Yıldız, 2018). Bu çalışmanın güvenirliği ise %75 olarak hesaplanmıştır.

Araştırmada inandırıcılığı sağlamak için çeşitleme, uzman incelemesi, uzun süreli gözlem, araştırmacının önyargıları stratejileri kullanılmıştır. Uzman incelemesinde, veri toplama aracının geliştirilmesinde ve elde edilen verilerin yorumlanmasında uzman görüşüne başvurulmuş ve uzmanların önerileri doğrultusunda gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Uzun süreli gözlemde, araştırmada tek bir uygulama yapılması yerine uzun bir süreç takip edilmiştir. Araştırmanın sınırlılıkları, varsayımları ve araştırmacının önyargıları, araştırmacı tarafından belirlenmiştir. Çalışmada aktarılabilirliği sağlamak için araştırmanın gerçekleşmesini sağlayan katılımcı seçimi, veri toplama araçları, uygulama süreci, verilerin analiz süreci gibi tüm adımlar ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır. Çalışmada tutarlılığı sağlamak için uzman görüşüne başvurulmuştur. Araştırmacının elde ettiği bulgular ve bulgulara ait elde ettiği sonuçlar başka bir uzman tarafından incelenmiştir. İki araştırmacının değerlendirmeleri karşılaştırılarak ortak bir fikir birliğine varılmıştır. Çalışmada, onaylanabilirliği sağlamak için, yarı yapılandırılmış görüşmelerde öğrencilerden elde edilen veriler bulgular kısmında sunulmuştur.

Bulgular

Bu kısımda bazı öğrencilerin dersin kazanımlarına göre sorulan sorulara verdikleri cevaplar ve çözüm yöntemlerine ilişkin görüşmelere yer verilecektir. Araştırmaya katılan öğrencilerden bazılarının APOS teorisi çerçevesinde çokgen, dörtgen, çember ve daire kavramalarına ilişkin bilgi oluşturma süreçleri aşağıda verilmiştir. Burada kullanılan öğrenci isimleri takma olup, xyH kodlaması, x: hangi soru, y: çözüm adımları ve H: öğrenci adının ilk harfini ifade etmektedir.

Resim 1’de verilen soru “çokgen kavramını açıklayarak işlemler yapar” (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018) kazanımına yöneliktir. Çokgen kavramını açıklamaya yönelik olan bu soruda, öğrencilerin çoğunluğu süreç düzeyinde davranış sergilediği görülmüştür. Örnek olarak Damla’nın bu sorunun çözümüne yönelik yaklaşımı aşağıda sunulmuştur.



Resim 1. Çokgen sorusu ve Damla’nın soruya yönelik çözümü

11D: “*Karenin bütün kenarları birbirine eş. Düzgün beşgen olduğu içinde onlarda eş olur şu kenarı çakışık*” {karenin ve beşgenin ortak kenarları arasında ilişki kuruyor}.

12D: “*Burası 90* {($\widehat{KAB}$)’nıkastediyor}, *beşgenin bir açısı 108, çıkarınca burası 18 kalıyo*r {($\widehat{EAK}$)’nı kastediyor}.”

13D: “*Şu köşegen olmuş 45, 45* {$m(\widehat{AKB})$’nü ve $m(\widehat{BKF})$’nü yazıyor}.”

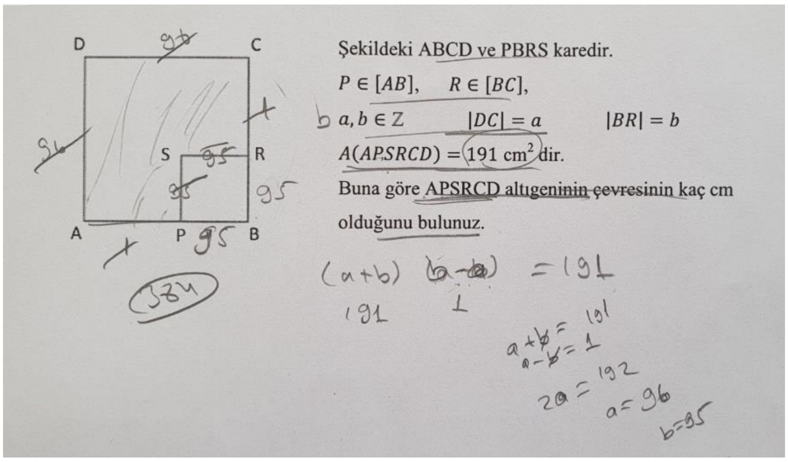
14D: “*Buraya 180’den 45 çıkarınca 135 kalıyor* {($\widehat{AKN}$)’nı kastediyor}.”

15D: “*Şurası zaten 108 idi* {($\hat{E}$)’nı kastediyor}. “

16D: “*Hepsini toplayıp 360’tan çıkaracağız çünkü bu bir dörtgen 261* {AENK dörtgenini kastediyor}. {Burada 108+135+18=261işleminiyapıyor}, *360’dan 261’i çıkarttım 99.”*

Damla bu soruda ABNE dörtgenine odaklanarak soruyu çözebileceğini fark edememiştir. Bu durum Damla’nın soruya bütüncül bakamadığının göstergesidir. Damla’nın sorunun çözümünde açı, üçgen, dörtgen, kare ve beşgen kavramlarına yönelik bilgilerini kapsülden çıkartarak yeni duruma uyarladığı ve bu kavramları koordineli kullandığı fakat soruya bütüncül bakmadığı görülmektedir. Çokgen kavramını açıklamaya yönelik olan bu soruda, Damla’nın süreç düzeyinde davranış sergilediği görülmektedir.

Resim 2’deki soru “özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen ve alan özelliklerini açıklayarak problemler çözer” (MEB, 2018) kazanımına yöneliktir. Özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen ve alan özelliklerini açıklayarak problemler çözer kazanımına yönelik olan bu soruda, öğrencilerin çoğunluğu süreç düzeyinde davranış sergilediği görülmüştür. Örnek olarak Büşra’nın bu sorunun çözümüne yönelik yaklaşımı aşağıda sunulmuştur.



Resim 2. Özel dörtgen sorusu ve Büşra’nın soruya yönelik çözümü

31B: “*İki tane kare verilmiş bize ve bu karelerden iki kare farkı yapmış bu şeyde eşitmiş 191 demiş. Şuranın alanını vermiş iki kare farkından bulabiliriz*.”

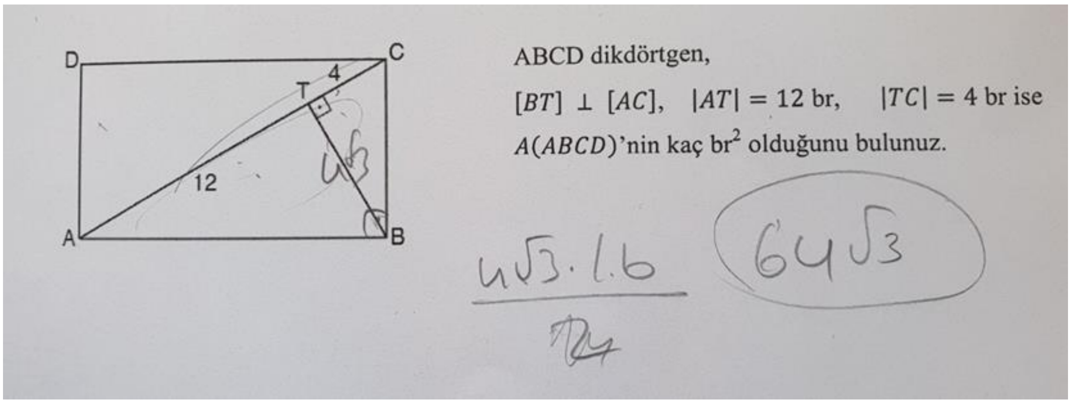
32B: “*Burası a olsun, büyük karemizde b olsun*.”

33B: “*a artı b çarpı b eksi a eşit 191’miş. 191’e 1 olarak ayırırız. a artı b, 191 olur, b eksi a, 1 olur. Bunları da iki bilinmeyenli denklem çözümünden götürerek bulacağız.* {burada sesli bir şekilde denklem çözüyor.} *Buda 96 olur a’mız burada. b’mizde 95 kalır.*”

34B: “*Bunun çevresini sormuş. 95’e 1 deriz, 95 deriz 1 deriz, 96 deriz. Bunları toplayacağız şimdi. 384 eder çevremiz.*”

Büşra soruya bütüncül bir şekilde bakamamaktadır. Çünkü Büşra, APSRCD altıgenin kenarları ile PBRS karesinin kenarları arasında ilişki kuramamıştır. Bu yüzden Büşra, APSRCD altıgeninin çevresini hesaplarken, altıgenin kenar uzunluklarını toplamıştır. Büşra $|PS|$ ile $|BR|$ ve $|SR|$ ile $|PB|$ arasında ilişki kurabilseydi, APSRCD altıgeninin çevresinin ABCD karesinin çevresine eşit olduğunu fark edebilirdi. Büşra'nın sorunun çözümünde karenin alanı, cebirsel ifadeler ve denklem kavramlarına yönelik bilgilerini kapsülden çıkartarak yeni duruma uyarladığı ve bu kavramları koordineli kullandığı fakat soruya bütüncül bakamadığı anlaşılmaktadır. Özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen ve alan özelliklerini açıklayarak problemler çözer kazanımına yönelik olan bu soruda, Büşra'nın süreç düzeyinde davranış sergilediği görülmektedir.

Resim 3'te verilen soru "özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen ve alan özelliklerini açıklayarak problemler çözer" (MEB, 2018) kazanımına yöneliktir. Özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen ve alan özelliklerini açıklayarak problemler çözmeye yönelik olan bu soruda, öğrencilerin çoğunluğu süreç düzeyinde davranış sergilediği görülmüştür. Örnek olarak Furkan'ın bu sorunun çözümüne yönelik yaklaşımı aşağıda sunulmuştur.



Resim 3. Özel dörtgen sorusu ve Furkan'ın bu soruya yönelik çözümü

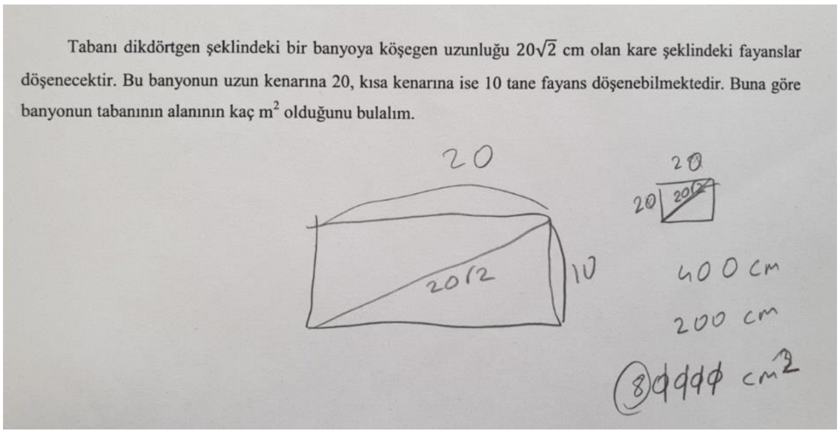
71F: "*Buradan burası diktir* {$(\hat{B})$'nı kastediyor}."

72F: "*Dikten dik inmiş* $12.4 = 48$, *o zaman burası* $4\sqrt{3}$*'tür, çünkü öklid.* {$|BT|$'nu kastediyor}."

73F: "*Alan ABCD'nin kaç br olduğunu bulun söylüyor. Ben doğrudan bunun alanını bulup 2 ile çarpsam,* $\frac{4\sqrt{3}.16}{2}$, *aslında çarpsam 2'ye bölmemede gerek kalmaz. Çarpımı da* $64\sqrt{3}$ *gelir.*"

Furkan bir tane üçgenin alanını hesaplamış ve bulduğu sonucun iki katını alarak istenilen sonucu elde etmiştir. Yani Furkan, dikdörtgenin alanını üçgenin alanına kapsüllemiştir. Furkan, sorunun çözümü için herhangi bir dışsal yardıma ihtiyaç duymamıştır. Furkan sorunun çözümünde, üçgen ve dikdörtgen kavramlarına yönelik bilgilerini koordineli kullanmıştır. Özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen ve alan özelliklerini açıklayarak problemler çözmeye yönelik olan bu soruda, Furkan'ın nesne düzeyinde davranış sergilediği görülmektedir.

Resim 4'deki soru "özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen ve alan özelliklerini açıklayarak problemler çözer" (MEB, 2018) kazanımına yöneliktir. Özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen ve alan özelliklerini açıklayarak problemler çözmeye yönelik olan bu soruda, öğrencilerin çoğunluğu süreç düzeyinde davranış sergilediği görülmüştür. Örnek olarak Halil'in bu sorunun çözümüne yönelik yaklaşımı aşağıda sunulmuştur.



Resim 4. Özel dörtgen sorusu ve Halil'in onuncu soruya yönelik çözümü

81H: "*Bir dikdörtgen çizeyim*."

82H: "*Köşegen uzunluğu* $20\sqrt{2}$ *'ymiş,* $20\sqrt{2}$ *olan kare şeklinde fayans. Şu* $20\sqrt{2}$ *imiş*."

83H: "*Bu banyonun uzun kenarı, burası 20, kısa kenarı, buraya 10 tane fayans döşenecekmiş*."

84H: "*Köşegenin uzunluğu buraya x dersek,* $x\sqrt{2}$ *olduğundan, burası 20 olur. Yani bir fayansın bir kenar uzunluğu, 20'imiş*."

85H: "*Buraya 20 tane döşeyeceğimiz için, 400 cm, burası ise 200 cm bulunur.*"

86H: "*Çarptığımızda 80000 cm² elde edilir*."

87H: "*Bunu da metrekareye çevirmek için 4 tane sıfır atacağız, yani 8 m² bulunur*."

Halil dikdörtgenin alanının, bir tane karenin alanı ile dikdörtgenin içine yerleştirilebilecek kare sayısının çarpımına eşit olduğunu fark edememiştir. Halil sorunun çözümünde, cebirsel ifadeler, alan ölçüleri, kare ve dikdörtgen kavramlarına yönelik bilgilerini kapsülden çıkartarak koordine etmiştir. Halil'in sorunun çözümünde, dikdörtgenin alanını, karenin alanına kapsüllemek yerine dikdörtgenin alan formülünü kullandığı görülmektedir. Özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen ve alan özelliklerini açıklayarak problemler çözmeye yönelik olan bu soruda, Halil'in süreç düzeyinde davranış sergilediği görülmektedir.

Resim 5'de verilen soru "bir çemberde merkez, çevre, iç, dış ve teğet-kiriş açıların özelliklerini kullanarak işlemler yapar" (MEB, 2018) kazanımına yöneliktir. Çemberde açıların özelliklerini kullanarak işlemler yapmaya yönelik olan bu soruda, öğrencilerin çoğunluğu süreç düzeyinde davranış sergilediği görülmüştür. Örnek olarak Taner'in bu sorunun çözümüne yönelik yaklaşımı aşağıda sunulmuştur.

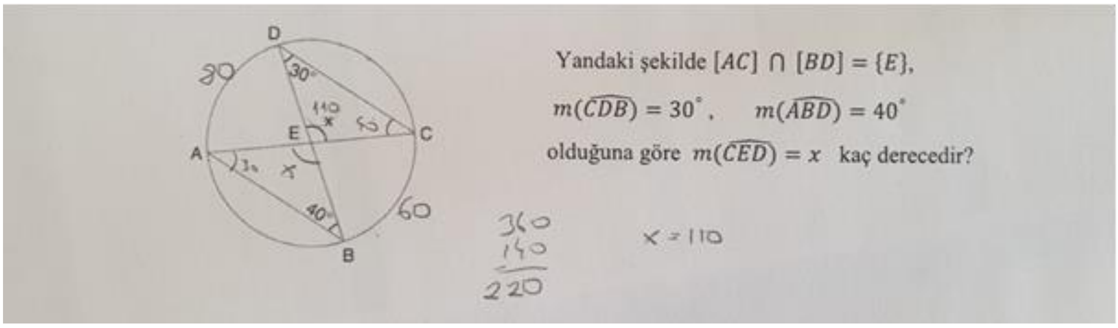
11T: "*Burada çevre açıdan bu yayın açısı 2 katından 60* {BC yayını buluyor} *burası da 80 oluyor* {AD yayını buluyor}. *Burası da x* {($\widehat{AEB}$)'nıkastediyor} *burası merkez değil* {E noktasını kastediyor}."

{Burada biraz sessizce düşünüyor.}

12T: "*Bu ikisi* {AD ve BC yaylarını ölçüleri toplamını kastediyor} *140'sa buralarda* {AB ve DC yaylarını ölçüleri toplamını kastediyor} *140 ama 360'dan çıkarınca 140 değilde 220*dir {AB yayı ile DC yayının ölçüleri toplamını buluyor}."

13T: "Hımm tamam. Burası 80'se {AD yayını kastediyor} burası *40 olur aynı yayı gördüğü için* {($\widehat{ACD}$)'nı kastediyor}."

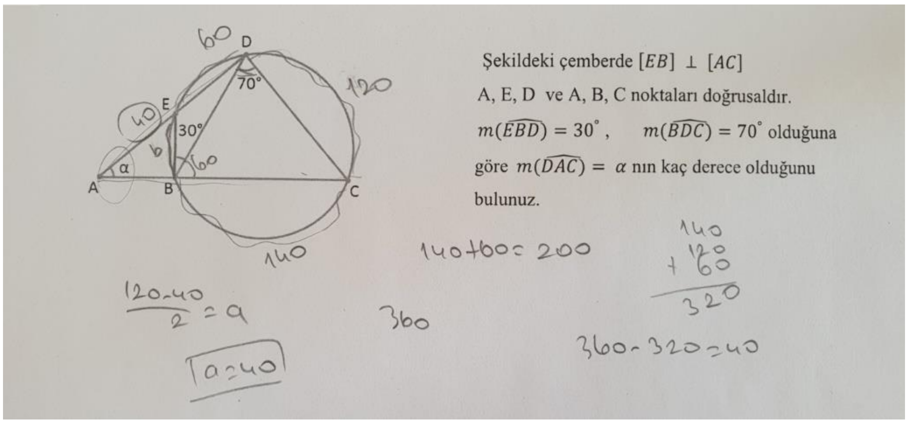
14T: "*Buraya iç açılar 180'den 110 kalır,*$x = 110$ {DEC üçgeninde iç açıları topluyor}."



Resim 5. Çember sorusu ve Taner'in bu soruya yönelik çözümü

Taner önce ölçüsü verilen çevre açıların gördüğü yayların ölçüsünü, daha sonra çemberi bütün olarak düşünerek AB ve DC yaylarının ölçüleri toplamını bulmuştur. Fakat Taner bu veriyi daha sonra kullanmamıştır. Taner ($\widehat{ABD}$) ile ($\widehat{ACD}$)'nın aynı yayı gördüğünü dolayısıyla ölçülerinin aynı olduğunu fark etmiştir. Taner üçgene yönelik önceden oluşturduğu bilgilerini yeni duruma uyarlamış ve CDE üçgeninin iç açılar toplamını kullanarak istenilen açının ölçüsünü bulmuştur. Taner, sorunun çözümü için herhangi bir dışsal yardıma ihtiyaç duymamıştır. Taner'in çemberin açısını, üçgenin açısına kapsülleyebildiği görülmektedir. Çemberde açıların özelliklerini kullanarak işlemler yapmaya yönelik olan bu soruda, Taner nesne düzeyinde davranış sergilemektedir.

Resim 6'da verilen soru "bir çemberde merkez, çevre, iç, dış ve teğet-kiriş açıların özelliklerini kullanarak işlemler yapar" (MEB, 2018) kazanımına yöneliktir. Çemberde açıların özelliklerini kullanarak işlemler yapmaya yönelik olan bu soruda, öğrencilerin çoğunluğu süreç düzeyinde davranış sergilediği görülmüştür. Örnek olarak Merve'nin bu sorunun çözümüne yönelik yaklaşımı aşağıda sunulmuştur.



Resim 6. Çember sorusu ve Merve'nin bu soruya yönelik çözümü

21M: "*Burası 70 ise* {$(\widehat{BDC})$'nı kastediyor} *burası da 140 olur* {BC yayını kastediyor}. *Burası 30'sa* {$(\widehat{EBD})$'nı kastediyor} burası *da 60 olur* {ED yayını kastediyor}."

22M: "*Buraya b desek* {BE yayını kastediyor} *buraya c dersek* {CD yayını kastediyor} *şuraya kadar,* $(c-b)$*'nin 2'ye bölümü buradaki açıyı vermesi gerekiyor* {$(\widehat{CAD})$'nı kastediyor}."

23M: "*EB, AC'ye dikse,* 60^0 *olur* {$m(\widehat{DBC})$'nü kastediyor}."

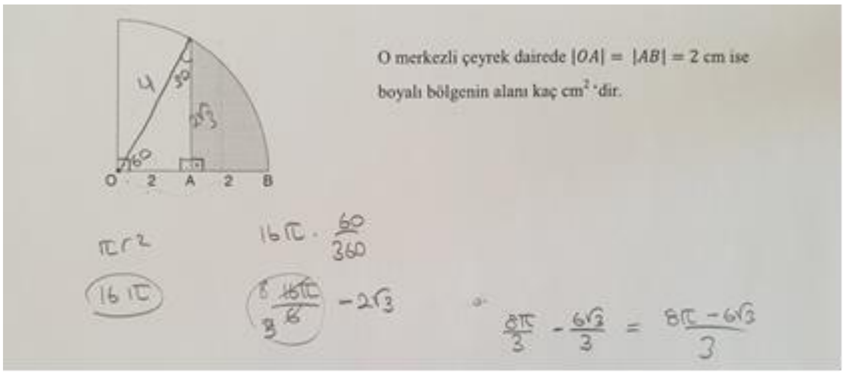
24M: "*Burası 60 olduğu için şu yayın* {CD yayını kastediyor} *uzunluğu 120 olur*.

25M: "*60, 120, 140* {yayların ölçülerini söylüyor} *topladığımızda 320 yapar. Buraya b demiştik, 360'tan 320'yi çıkardığımızda 40 olur o da b olur*."

26M: " $\frac{120-40}{2}$*'de α'yı verir. α'da 40 olur*."

Merve üçgen şemasını işe koşarak m$(\hat{C})$'nü, buradan yola çıkarak çemberde açı ve üçgen bilgilerini koordine ederek $m(\widehat{ADB})$'nü bulabilirdi. Merve, daha sonra ABD üçgenini kullanarak istenilen açının ölçüsüne ulaşabilirdi. Merve'nin, çemberin açısını, üçgenin açısına kapsülleyemediği için çemberde dış açı formülünü kullandığı görülmektedir. Çemberde açıların özelliklerini kullanarak işlemler yapmaya yönelik olan bu soruda, Merve süreç düzeyinde davranış sergilemektedir.

Şekil 7'deki soru "dairenin çevre ve alan bağıntılarını oluşturur" (MEB, 2018) kazanımına yöneliktir. Dairenin alan bağıntısını oluşturmaya yönelik olan bu soruda, öğrencilerin çoğunluğu süreç düzeyinde davranış sergilediği görülmüştür. Örnek olarak Pelin'in bu sorunun çözümüne yönelik yaklaşımı aşağıda sunulmuştur.



Resim 7. Daire sorusu ve Pelin'in bu soruya yönelik çözümü

51P: "*Buradan şuraya yarı çap çeksem 4 olur* {bir dik üçgen oluşturuyor}."

52P: "*Burası 30,60,90 var, burası 30, burası 60 oluyor* {dik üçgenin kenarları ile açıları arasında ilişki kuruyor}."

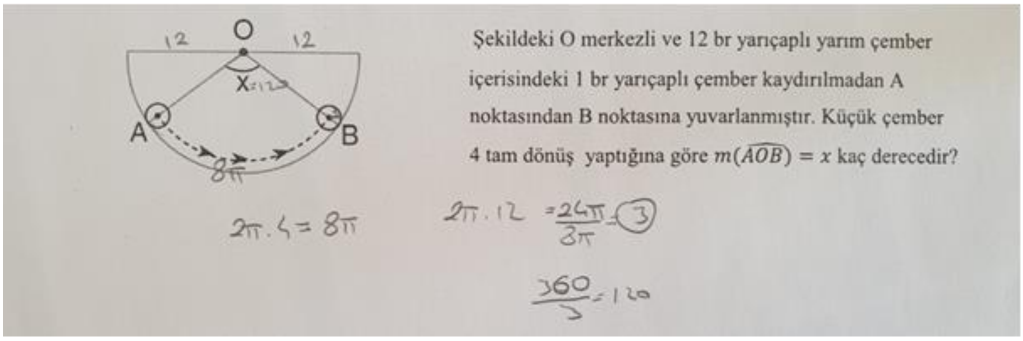
53P: "*Dairenin toplam alanı* πr^2*'den* 16π*. Burası 60 derece* $16\pi . \frac{60}{360} = \frac{16\pi}{6}$ *çıkıyor* {60°'lik daire diliminin alanını hesaplıyor}."

54P: "*Bundan üçgenin alanine çıkaracağım* {$\frac{16\pi}{6}$'yı kastediyor}. *Buda* $\frac{2.2\sqrt{3}}{2}$ *'den* $2\sqrt{3}$ *olur* {dik üçgenin alanını hesaplıyor}."

55P: "*Buda boyalı bölge oluyor* {Burada $\frac{16\pi}{6} - 2\sqrt{3}$ işlemini yapıyor ve sonucu $\frac{8\pi - 6\sqrt{3}}{3}$ buluyor}."

Pelin bu soruda oran-orantı şemasını işe koşarak boyalı bölgenin alanını hesaplayabilirdi. Bunun için Pelin'in daire diliminin merkez açısı ile tam açı arasında ilişki kurması ve bu ilişkiden yola çıkarak dairenin alanı ile daire diliminin alanı arasında ilişki kurması gerekiyordu. Pelin dairenin alanı kavramıyla orantı kavramını koordineli kullanarak merkez açısı olan daire diliminin alanını bulabilir ve elde ettiği sonuçtan dik üçgenin alanını çıkartarak sonuca ulaşabilirdi. Pelin'in sorunun çözümünde üçgen, cebirsel ifadeler ve dairenin alanına yönelik bilgilerini koordine ettiği görülmektedir. Pelin'in dairenin alanını, oran-orantı kavramına kapsülleyemediği için daire diliminin alanına yönelik formülü kullandığı görülmektedir. Dairenin alan bağıntısını oluşturmaya yönelik olan bu soruda, Pelin süreç düzeyinde davranış sergilemektedir.

Resim 8'de verilen soru "dairenin çevre ve alan bağıntılarını oluşturur" (MEB, 2018) kazanımına yöneliktir. Çemberin çevre bağıntısını oluşturmaya yönelik olan bu soruda, öğrencilerin çoğunluğu süreç düzeyinde davranış sergilediği görülmüştür. Örnek olarak Taner'in bu sorunun çözümüne yönelik yaklaşımı aşağıda sunulmuştur.



Resim 8. Daire sorusu ve Taner'in bu soruya yönelik çözümü

61T: "*Yarıçapı 12'miş, buralar 12. Küçük çemberin çevresi r, 1 olduğu için* 2π *oluyor*."

62T: "*Çarpı 4'ten çünkü 4 kez dönüş yapmış, burası* 8π *oluyor* {AB yayını kastediyor}."

63T: "*Dairenin çevresi* $2.\pi.12$*'den* 24π *dir*."

64T: "8π *ise 3'te 1'i oluyor, o zaman burası 120 oluyor*."

Öğretmen: "*Nasıl bir ilişki kurdun*."

65T: "*Tamamının çevresi* 24π*'ymiş yani bunu* 8π*'ye bölersek 3 oluyor 3'te 1'idi. O zaman açı olarakta 3'te 1'i olması lazım. Çünkü burayı görüyorsa*."

Taner'in, herhangi bir dışsal ipucuna ihtiyaç duymadan AB yayının uzunluğu ile O merkezli çemberin çevresi arasında koordinasyon sağlayabilmesi onun çemberin çevresine yönelik eylemleri yansıtabildiğinin göstergesidir. Taner oran-orantı ve çemberin çevresine yönelik önceden oluşturduğu bilgilerini kapsülden çıkartarak yeni duruma uyarlamıştır. Taner'in çemberin çevresini, oran-orantı kavramına kapsülleyebildiği görülmektedir. Çemberin çevre bağıntısını oluşturmaya yönelik olan bu soruda Taner nesne düzeyinde davranış sergilemektedir.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Çalışma sonucunda çokgen kavramını bütüncül bir bakış açısıyla ele alarak etkin bir şekilde kullanmaya yönelik sorularda çoğu öğrencinin çokgen kavramını etkin bir şekilde kullanamadığı görülmektedir. Öksüz ve Başışık (2019) 5. sınıf öğrencileri üzerinde yaptıkları çalışmanın sonunda öğrencilerin çokgenlerin klasik formunu tanımakta zorlanmadıklarını fakat klasik formunda olmayan çokgenlere yönelik kavram yanılgılarına sahip olduklarını, döndürülmüş şekilde verilen çokgenlerin özellikleri ile ilgili ve çokgenlerin köşegenlerine yönelik kavram yanılgılarına sahip olduklarını tespit etmişlerdir. Akdemir ve Narlı (2022) ortaokul öğrencileri üzerinde yaptıkları çalışmanın sonunda öğrencilerin çoğunlukla tam bir çokgen tanımını yapamadıklarını tespit etmişlerdir. Fujita ve Jones (2006) yaptıkları çalışma sonunda sınıf öğretmeni adaylarının dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişki konusunda yeterli anlayışa sahip olmadıklarını tespit etmişlerdir.

Bu çalışmada öğrencilerden; eşkenar dörtgenin köşegen özelliklerini tanımaları ve eşkenar dörtgenin köşegen özelliklerine yönelik bilgileriyle üçgenin alanına yönelik bilgilerini koordine ederek eşkenar dörtgenin alanını bulmaları beklenmektedir. Ayrıca yamuğun içinde üçgensel ve dikdörtgensel bölge oluşturmaları ve oluşturdukları bölgelerin alanlarından yararlanarak yamuğun alanını bulmaları, dikdörtgenin köşegen özelliklerini tanımaları ve dikdörtgenin köşegen özelliklerine yönelik bilgileriyle üçgenin alanına yönelik bilgilerini koordine ederek dikdörtgenin alanını bulmaları gerekmektedir. Bununla beraber karenin köşegen özelliklerini tanımaları ve dikdörtgenin köşegen özelliklerine yönelik bilgileriyle üçgenin alanına yönelik bilgilerini koordine ederek karenin alanını bulmaları beklenmektedir. Fakat sınırlı sayıda öğrencinin eşkenar dörtgenin alanı ile üçgenin alanı arasında, yamuğun alanı ile üçgenin alanı ve dikdörtgenin alanı arasında ilişki kurabildiği, öğrencilerin büyük çoğunluğunun eşkenar dörtgenin ve yamuğun alan formüllerini kullandıkları görülmektedir. Dikdörtgenin alanı ile üçgenin alanı arasında ve karenin alanı ile üçgenin alanı arasında ise hiçbir öğrencinin ilişki kuramadığı, bütün öğrencilerin karenin ve dikdörtgenin alan formüllerini kullandıkları görülmektedir. Bu durumun ortaya çıkmasının, bilgilerin ezberlenmesi, kavramsal öğrenmenin gerçekleşmemesi olduğu söylenebilir.

Olkun vd. (2014) yaptıkları çalışmanın sonucunda öğrencilerin standart sorularda formül kullanma eğiliminde olduklarını, fakat başka yolları olmadığında farklı çözüm yolları aradıklarını tespit etmişlerdir. Gürefe (2018) yaptığı çalışmanın sonucunda eşkenar dörtgen ve yamuğun alanının hesaplanmasında, öğrencilerin çoğunun üçgen, kare veya dikdörtgenin alanını kullandıklarını ve dikdörtgene yönelik alan problemlerinde genellikle formül kullandıklarını tespit etmiştir. Baturo ve Nason (1996) ise öğretmen adayları üzerine yaptıkları çalışma sonunda öğrencilerin çok azının üçgenler ile dikdörtgenler arasındaki ilişkiyi anlamlandırabildiklerini, öğrencilerin çoğunun üçgenin alanı ile onu çevreleyen dikdörtgenin alanı arasında ilişki kuramadığını, üçgenin alanını hesaplama formülünün bu öğrenciler için bir anlamının olmadığını ve niçin 2'ye bölünmesi gerektiğini açıklayamadıklarını tespit etmişlerdir. Geleneksel uygulamada öğretmenler temel şekillerin alan ölçümüne ilişkin formülleri öğretme eğilimindedirler ve öğretmenler formüllerin uygulanmasının etkinliği üzerinde dururlar (Huang & Witz, 2011). Fakat alan öğretiminde öğrencilere ilgili formülleri vermek ve sadece çeşitli çokgenlerin alanlarını hesaplatmak yeterli olmadığından, öğrencilerin alan kavramına yönelik anlayışları geliştirilmelidir (Manizade & Mason, 2014). Alan öğretiminde öğrenciler çeşitli parçalara ayırma yöntemleriyle tanıştırılmalı, kendi varyasyonlarını bulmaları desteklenmeli, esnek düşünme, daha fazla anlayış ve ezberlenmiş alan formüllerine daha az güvenme teşvik edilmelidir (Vincent &Stacey, 2009).

Bu çalışmada öğrencilerden dikdörtgenin içine yerleştirilebilecek kare sayısı ile dikdörtgenin alanı arasında ilişki kurmaları beklenen soruda ise hiçbir öğrencinin dikdörtgenin alanı ile karenin alanı arasında ilişki kuramadığı ve öğrencilerin hepsinin dikdörtgenin alanını veren formülü kullandıkları görülmektedir. Zacharos (2006), yaptığı çalışmada alan ölçme araçlarının kullanımı ve alanı karelere bölme konusunda eğitim alan deney grubu öğrencilerinin, geleneksel eğitim alan kontrol grubu öğrencilerine göre alanları ölçmeye yönelik sorularda farklı stratejiler kullanmada daha başarılı olduklarını, öğrencilerin dikdörtgenin alanını doğru bir şekilde hesaplamak için formül kullandıklarını fakat öğrencilerin (özellikle kontrol grubu öğrencilerinin) elde ettikleri sayısal sonucun ne anlama geldiğini bilmediklerini tespit etmiştir.

Bu çalışmada çemberde iç ve dış açıya yönelik sorularda öğrencilerden üçgende açıya yönelik bilgilerini kullanmaları beklenmektedir. Fakat çok az öğrencinin çemberin açısı ile üçgenin açısı arasında ilişki kurabildiği, öğrencilerin büyük çoğunluğunun çemberin iç ve dış açısını veren formülleri kullandıkları görülmektedir. Yay parçasının uzunluğu ile ilgili sorularda öğrencilerden oran-orantı bilgilerini kullanmaları beklenmektedir. Fakat çok az öğrencinin yay parçasının uzunluğu ile oran–orantı arasında koordinasyon sağlayabildiği, öğrencilerin büyük çoğunluğunun yay parçasının uzunluğunu veren formülü kullandıkları görülmektedir. Daire diliminin alanının hesaplanması istenen soruda öğrencilerden daire diliminin alanını hesaplamak için oran-orantı bilgisini kullanmaları beklenmektedir. Fakat öğrencilerin hiçbirinin daire diliminin alanı ile oran–orantı arasında koordinasyon sağlayamadıkları ve daire diliminin alanını veren formülü kullandıkları görülmektedir.

Bekdemir (2012), sınıf öğretmeni adayları üzerinde çember ve daire alt öğrenme alanına yönelik yapmış olduğu çalışmanın sonunda, öğrencilerin işlem bilgisine yönelik başarı seviyelerinin, kavram bilgisine yönelik başarı seviyelerinden daha iyi olduğunu, formüllerin nasıl elde edildiğini bilmemelerine rağmen işlemsel ifadelerde kullanabildiklerini, genelleme ve soyutlama becerilerinin yetersiz olduğunu tespit etmiştir. Özsoy ve Kemankaşlı (2004) ortaöğretim öğrencileri üzerine yaptıkları çalışmada, öğrencilerin çemberin iç, dış, merkez ve çevre açı kavramları arasında bağlantı kuramadıklarını, sorularda çember içinde verilen üçgensel ve dörtgensel bölgelerde açı kavramlarına yönelik bazı özellikleri uygulamada zorlandıklarını tespit etmişlerdir.

Çalışma sonucunda öğrencilerin çembere yönelik formülleri kullanabildikleri fakat çember ve daireyi matematiğin farklı kavramlarıyla ilişkilendiremedikleri görülmektedir. Öğrenciler çember ve daire kavramlarını nesnelleştiremediklerinden dolayı farklı çözüm yolları geliştirememektedirler. Öğrenciler çemberin çevresi ile yay parçası arasında, dairenin alanı ile daire diliminin alanı arasında nasıl bir ilişki olduğunu bilmediklerinden formülleri kullanma eğiliminde oldukları söylenebilir. Bu durumun ortaya çıkmasında öğrencilerin çember ve daireye yönelik kavramsal öğrenme yerine çember ve daireye yönelik özellikleri ezbere öğrenmeleri olduğu söylenebilir. Öğrenciler çember ve daireye yönelik kavramlar üzerinde bütüncül düşünemediklerinden, bu kavramlar üzerinde ezberledikleri formüller aracılığı ile eylem gerçekleştirdiklerinden, çember ve daire kavramlarını farklı kavramlara kapsülleyememektedirler. Bu sonuçlara göre öğrencilerin çoğunluğunun geometrik kavramların bilgi oluşturmada APOS teorisine göre süreç düzeyinde oldukları söylenebilir.

Stacey ve Vincent (2009) yaptığı çalışmada ortaokul matematik dersinde dairenin alan formülünün ezberlenmesi yerine dairenin alan formülünün didaktik öğretimine yönelik birtakım önerilerde bulunmaktadır. O'Dell vd. (2016) 8. sınıf öğrencileriyle yaptıkları çalışma sonunda öğrencilerin önce dairenin alan formülünü açıklayamadıklarını fakat birtakım görevlerden sonra (kare yarıçapın alanı ile dairenin alanını karşılaştırma, dairenin alanını üçgene dönüştürerek bulma) dairenin alan formülü için bir gerekçe üretebildiklerini ve bu görevlerin öğrencilerin dairenin alanını bulma konusunda daha anlamlı bir kavrayış geliştirdiğini tespit etmişlerdir. Dolayısıyla öğretimde doğrudan formül vermek yerine, çember parçası uzunluğu ile çemberin çevresi, daire dilimi ile dairenin alanı arasındaki ilişki üzerinde durulması, çember ve daire kavramlarının daha anlamlı öğrenilmesini sağlayabilecektir. Bu şekilde öğrencilerin çember ve daire kavramlarını kapsülleyebilmeleri ve öğrencilerin APOS teorisine göre çember ve daire kavramlarını matematiksel bir nesneye dönüştürmeleri sağlanabilir.

Araştırmada 10. sınıf öğrencilerinin çokgen ve dörtgen, 11. sınıf öğrencilerinin ise çember ve daire kavramlarına ilişkin bilgi oluşturma süreçleri APOS teorisi çerçevesinde incelenmiştir. Buna istinaden araştırma sonuçları ve ilgili alanyazın incelenerek gelecek çalışmalara ışık tutması bakımından şu önerilere yer verilmiştir:

- Farklı sınıf düzeyleri ve farklı matematik ilişkin bilgi oluşturma süreçleri APOS teorisi çerçevesinde incelenebilir.
- Bu çalışmadaki elde edilen sonuçlarına göre aralarında ilişki kurulamayan çokgen, dörtgen, çember ve daireye yönelik kavramların öğretiminde geleneksel yöntemler yerine öğrencinin daha etkin katılım sağlayacağı metotlar denenebilir.

Etik Kurul Belgesi

Etik Kurul Komisyon Adı: Bursa Uludağ Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu

Etik Kurul Belge Tarihi ve Protokol No: 27/10/2023-2023/09

Bilgilendirme

Bu çalışma ikinci yazar danışmanlığında yapılan birinci yazarın doktora tez çalışmasının bir kısmından oluşmaktadır.

Yazar Katkı Beyanı

Şafak YILDIZ: *Literatür taraması, kavramsallaştırma, uygulama, verilerin toplanması, işlenmesi, analizi, yorumlanması, inceleme-yazma, düzenleme.*

Rıdvan EZENTAŞ: *Kavramsallaştırma, metodoloji, uygulama, verilerin analizi ve yorumlanması, denetim, inceleme-yazma, düzenleme.*

Kaynaklar

Açıl, E. (2015). *Ortaokul 3. sınıf öğrencilerin denklem kavramına yönelik soyutlama süreçlerinin incelenmesi: Apos teorisi* [Doktora tezi]. Atatürk Üniversitesi.

Akdemir, M., & Narlı, S. (2022). Ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki algılarının incelenmesi. *Uluslararası Karamanoğlu Mehmetbey Eğitim Araştırmaları Dergisi*, *4*(1), 74-92. https://doi.org/10.47770/ukmead.1123023

Baturo, A., & Nason, R. (1996). Student teachers' subject matter knowledge within the domain of area measurement. *Educational Studies in Mathematics*, *31*(3), 235–268.

Bekdemir, M. (2012). Öğretmen adaylarının çember ve daire konularında kavram ve işlem bilgilerinin değerlendirilmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *43*, 83-95.

Borji, V., Alamolhodaei, H., & Radmehr, F. (2018). Application of the apos-ace theory to improve students' graphical understanding of derivative. *Eurasıa Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *14*(7), 2947–2967. https://doi.org/10.29333/ejmste/91451

Breidenbach, D., Dubinsky, E., Hawks, J., & Nichols, D. (1992). Development of the process conception of function. *Educational Studies in Mathematics*, *23*(3), 247-285.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç-Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2016). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (20. baskı). Pegem Akademi.

Chimhande, T., Naidoo, A., & Stols, G. (2017). An analysis of grade 11 learners' levels of understanding of functions in terms of apos theory. *Africa Education Review*, *14*, 1-19. https://doi.org/10.1080/18146627.2016.1224562

Çetin, İ., & Dubinsky, E. (2017). Reflective abstraction in computational thinking. *Journal of Mathematical Behavior*,*47*(1), 70-80. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.06.004

Çepni, S. (2018). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş.* Celepler Matbaacılık.

Dreyfus, T. (1991). Advanced mathematical thinking processes. In D. Tall (Eds.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 25 - 41). Kluwer Academic Publishers.

Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In D. Tall (Eds.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 95 - 126). Kluwer Academic Publishing.

Dubinsky, E., & Lewin, P. (1986). Reflective abstraction and mathematics education: The genetic decomposition of induction and compactness. *The Journal of Mathematical Behavior*, *5*(1), 55–92.

Dubinsky, E., & McDonald, M. A. (2001). Apos: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research. In D. Holton (Eds.), *The teaching and learning of mathematics at university level* (pp. 273 - 280). Kluwer Academic Publishers.

Dubınsky, E., Weller, K., Mcdonald, M. A., & Brown, A. (2005). Some historical ıssues and paradoxes regarding the concept of infinity: An apos-based analysıs: Part 1. *Educational Studies in Mathematics*, *58*(3), 335-359.

Fujita, T., & Jones, K. (2006). Primary trainee teachers' understanding of basic geometrical figures in Scotland. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehlíková (Eds.), *Proceedings 30th conference of the ınternational group for the psychology of mathematics* *education* (Vol. 3). Prague: Charles University. https://eric.ed.gov/?id=ED496933'dan alınmıştır (Erıc number: ED496933).

Gürefe, N. (2018). Ortaokul öğrencilerinin alan ölçüm problemlerinde kullandıkları stratejilerin belirlenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *33*(2), 417-438. https://doi.org/10.16986/HUJE.2017032703

Huang, H. M. E., & Witz, K. G. (2011). Developing children's conceptual understanding of area measurement: A curriculum and teaching experiment. *Learning and İnstruction*, *21*(1), 1-13.

Kemp, A., & Vidakovic, D. (2023). Students' understanding and development of the definition of circle in taxicab and euclidean geometries: An apos perspective with schema interaction. *Educational Studies in Mathematics*, *112*(3), 567-588. https://doi.org/10.1007/s10649-022-10180-2

Manizade, A. G., & Mason, M. M. (2014). Developing the area of a trapezoid. *The Mathematics Teacher*, *107*(7), 508-514.

Milli Eğitim Bakanlığı. (2018). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı.*

O'Dell, J. R., Rupnow, T. J., Cullen, C. J., Barrett, J. E., Clements, D. H., Sarama, J., & Van Dine, D. W. (2016). Developing an understanding of children's justifications for the circle area formula. In M. B. Wood, E. E. Turner, M. Civil & J. A. Eli (Eds.), *Proceedings of the 38th annual meeting of the north american chapter of the ınternational group for the psychology of mathematics education* (pp. 235 – 242). Tucson: The University of Arizona.

Olkun, S., Çelebi, Ö., Fidan, E., Engin, Ö., & Gökgün, C. (2014). Birim kare ve alan formülünün Türk öğrenciler için anlamı. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *29*(1), 180-195.

Öksüz, C., & Başışık, H. (2019). 5. sınıf öğrencilerinin çokgenler ve dörtgenler konularında sahip oldukları kavram yanılgılarının belirlenmesi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *20*, 413-430. https://doi.org/10.17494/ogusbd.548525

Özsoy, N., & Kemankaşlı, N. (2004). Ortaöğretim öğrencilerinin çember konusundaki temel hataları ve kavram yanılgıları. *TOJET: The Turkish Online Journal of Educational Technology*, *3*(4), 140-147.

Parraguez, M., & Oktaç, A. (2010). Construction of the vector space concept from the viewpoint of apos theory. *Linear Algebra and İts Applications*, *432*(8), 2112-2124.

Paschos, T., & Farmaki, V. (2006). The reflective abstraction in the construction of the concept of the definite integral: A case study. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehlíková (Eds.), *Proceedings of the 30th conference of ınternacional group for the psychology of mathematics education* (vol. 4). Prague: Charles University.

Pirie, S., & Kieren, T. (1989). A recursive theory of mathematical understanding. *For the Learning of Mathematics*, *9*(3), 7-11.

Reed, B. (2007). *The effects of studying the history of the concept of function on student understanding of the concept* [Doctoral dissertation, Kent State University]. ProQuest Dissertations & Theses Global.

Salgado, H., & Trigueros, M. (2015). Teaching eigenvalues and eigenvectors using models and apos theory. *The Journal of Mathematical Behavior*, *39*, 100-120. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.06.005

Selden, A., & Selden, J. (1992). Research perspectives on conceptions of function: Summary and overview. In E. Dubinsky & G. Harel (Eds.), *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy* (MAA notes and series 25). Mathematical Association of America.

Stacey, K., & Vincent, J. (2009). Finding the area of a circle: Didactic explanations in school mathematics. *The Australian Mathematics Teacher, 65*(3), 6-9.

Stewart, S. (2008). *Understanding linear algebra concepts through the embodied, symbolic and formal worlds of mathematical thinking* [Doctoral dissertation, The University of Auckland]. The University of Auckland Libraries.

Tall, D. (1999). Reflections on apos theory in elementary and advanced mathematical thinking. In O. Zaslavsky (Eds.), *Proceedings of the 23 rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol 1, pp. 111-118). Haifa: Israel Institute of Technology.

Tziritas, M. (2011). *Apos theory as a framework to study the conceptual stages of related rates problems* [Master's thesis, Concordia University]. Concordia University Library.

Vincent, J., & Stacey, K. (2009). Finding the area of a trapezium: Theme and variations. *The Australian Mathematics Teacher, 65*(2), 13-16.

Weller, K., Arnon, I., & Dubinsky, E. (2009). Preservice teachers' understanding of the relation between a fraction or integer and its decimal expansion. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *9*(1), 5-28.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri.* Seçkin Yayıncılık.

Yin, R. K. (2009). *Case study research, designs and methods.* Sage Publications.

Zacharos, K. (2006). Prevailing educational practices for area measurement and students' failure in measuring areas. *The Journal of Mathematical Behavior*, *25*(3), 224-239.