



COLLECTIVE BAND ANALYSIS OF DEFORMED HEAVY ISOTOPIC-*Hf* NUCLEI

Erhan ESER* & Şeref OKUDUCU & Savaş SÖNMEZOĞLU

*Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü,
Tokat, 60250, Türkiye, e-mail: erhaneser@gop.edu.tr

ABSTRACT

In this study, the level density parameters of deformed heavy *Hf* isotopic (^{176}Hf , ^{177}Hf , ^{178}Hf , ^{179}Hf , ^{180}Hf , ^{181}Hf) nuclei are calculated using energy spectrum of the nuclei in interest, and the detailed band analysis have been made. The parameters are determined by taking into account collective structure for different bands of each isotope. The obtained results have been compared with experimental results. Theoretical calculations prove that ground state band is dominant for the collective excitation states of the ^{176}Hf , ^{177}Hf , ^{179}Hf and ^{180}Hf nucleus having positive-parity band. On the other hand, it is determined that beta and gamma vibrational bands are dominant band for ^{178}Hf and ^{181}Hf nucleus, respectively.

Key Words: *Deformed Heavy Nuclei, Energy Level Density, Collective Excitation Bands.*

DEFORME AĞIR *Hf* İZOTOPIK ÇEKİRDEKLERİN KOLLEKTİF BAND ANALİZİ

ÖZET

Bu çalışmada, deforme ağır *Hf* izotopik çekirdeklerin (^{176}Hf , ^{177}Hf , ^{178}Hf , ^{179}Hf , ^{180}Hf , ^{181}Hf) seviye yoğunluk parametreleri enerji spektrumlarından yararlanılarak hesaplanmış ve detaylı band analizi yapılmıştır. Her çekirdeğin farklı bantları için kolektif yapı dikkate alınarak parametreler belirlenmiştir. Elde edilen parametre sonuçları deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Hesaplamalarda; pozitif pariteli bantlara sahip ^{176}Hf , ^{177}Hf , ^{179}Hf ve ^{180}Hf çekirdeklerin kolektif uyarılmış durumlarında taban durum bandının etkili olduğu görülmüştür. Diğer taraftan, ^{178}Hf çekirdeğinde beta titreşim bandının, ^{181}Hf çekirdeğinde ise gamma titreşim bandının baskın olduğu belirlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: *Deforme Ağır Çekirdekler, Enerji Seviye Yoğunluğu, Kolektif Uyarılma Bantları*

1. GİRİŞ

Çok cisimli kuantum mekaniksel sistemlerin karakteristik bir özelliği olan enerji seviye yoğunluğunun tam olarak belirlenmesi, birleşik çekirdek bozunum oranları ve astrofiziksel işlemlerdeki termonükleer oranlar gibi farklı işlemlerin hesaplanmasında önemli bir rol

oyunmaktadır [1]. Enerji seviye yoğunluğunun anlaşılması yönünde ilk adım Bethe [2] tarafından atılmıştır. Bethe, birbiri ile etkileşmeyen parçacıkların oluşturduğu Fermi-Gaz sisteminin ortalama enerjisi ile entropisi arasındaki ilişkiyi kullanarak nükleer seviye yoğunluğunu hesaplanmıştır. Daha sonraları Landau [3] ve Weiskopf [4] daha genel termodinamik ifadeleri kullanarak enerji seviye yoğunluğunun hesaplamalarını yapmışlardır. Bu çalışmalarda [2-4] bir çekirdeğin uyarılma enerjisinin termodinamik sıcaklığın karesine bağlı olduğu düşünülmüştür. Bohr ve Kalckar'ın [5] çalışmalarında da ileri sürülen bu teori, nükleer uyarılmaların eş aralıklı olmasına dayanmaktadır. Bu yüzden, bütün bu hesaplama metotları, tek parçacık Fermi-gaz modeli dikkate alınarak çalışılmıştır. Yapılan bu hesaplamalarda dikkate alınmayan ilave etkiler Hurwitz ve Bethe [6] tarafından modele, Bethe-Hurwitz parametresi, eklenerek çözülmeye çalışılmıştır. Daha sonraları modele ilave edilen, enerji seviye yoğunluğu parametresinin proton ve nötronun spinlerine bağımlılığı [7], nükleer maddenin uyarılmasında rol oynayan kolektif etkiler [8] ve seviye yoğunluğu parametresinin uyarılma enerjisine bağımlılığı [9], gibi parametreler eklenmiş ancak bu durum, modelin daha karmaşık bir hal almasına neden olmuştur. Son olarak Ahmedov H. ve arkadaşları [10] tarafından modifiye edilen basit fiziksel bir modelin kullanılması ile karışıklığın kısmen ortadan kalkması sağlanmış ve çift-çift çekirdekler için uygunluğu gösterilmiştir. Deforme tek A'lı ve tek-tek çekirdeklerin de aynı modele uygunluğu Okuducu Ş. ve Ahmedov H.[11] tarafından test edilmiş ve bazı deforme çekirdekler için yoğunluk parametreleri hesaplanmıştır.

Bu çalışmada, iyi bir soğurma tesir kesitine sahip olan ve büyük deforme nadir toprak elementi olarak da bilinen hafniyum (Hf) çekirdeğinin bazı izotoplarının farklı bandları için kolektif yapı [12] dikkate alınarak enerji seviye yoğunluğu parametreleri belirlenmiş ve diğer çalışmalardan derlenen deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

2. HESAPLAMA METODU

Her bir nükleon aynı açılal momentuma sahip olup, bu momentumların toplamı, çekirdeğin I açılal momentumunu vermektedir. Teoride çekirdeğin herhangi bir uyarılma enerjisi U , momentumu I olmak üzere; enerji seviyeleri yoğunluğu için aşağıdaki denklem alınır [2,8].

$$\rho(U, I) = \frac{\sqrt{\pi} \exp(2\sqrt{aU}) (2I+1) \exp\left[-(2I+1)^2 / 2\sigma^2\right]}{12 a^{1/4} U^{5/4} 2\sqrt{2\pi}\sigma^3} \quad [1]$$

a , seviye yoğunluk parametresi ve σ : spin dağılım parametresi olup aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$a = \frac{1}{6} \pi^2 g(\varepsilon_F), \sigma^2 = g \langle m^2 \rangle t \quad [2]$$

olarak tanımlanır. Burada; $g(\varepsilon_f)$: Fermi enerji seviyesindeki tek parçacıkların yoğunluğu, $\langle m^2 \rangle$: manyetik kuantum sayısının karesinin ortalaması, t : Fermi gaz modelindeki çekirdeklerin termodinamiksel sıcaklığıdır.

Denklem (1) ve (2) 'deki parametreler [10,11, 13];

$$g(\varepsilon_f) = \frac{3}{2} \frac{A}{\varepsilon_f}, \quad < m^2 > = 0,146 A^{2/3}, \quad t = \sqrt{U/a} \quad [3]$$

olarak yazılır. Burada A; çekirdeğin kütle numarasıdır. Deneysel gözlemler, çekirdeğin açılmal momentumu I 'nın farklı yönelmelerini belirleyemediği için, enerji seviyelerinin gözlemlenen yoğunluğu daha kullanışlı olup aşağıdaki biçimde ifade edilir.

$$\sum \rho(U, I) = \frac{\pi^2 \exp(2\sqrt{aU})}{12 a^{1/4} U^{5/4}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \quad [4]$$

(2) ve (3) denklemleri, (4) denklemine yerine koyulursa,

$$\rho(U) = \frac{a}{12\sqrt{2} \cdot (0,298 A^{1/3})(aU)^{3/4}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \quad [5]$$

eşitliği elde edilir. Bugüne kadar genel kabul gören ve seviye yoğunluğunun hesaplanmasında kullanılan Bethe [2] teorisi, artık etkileşim enerjisi olarak çiftlenim enerjisi, kabuk yapısı ve nükleonların kolektif hareketi vs. gibi etkileri dikkate almamıştır. Bu etkilerin dikkate alındığı çekirdek modelleri [9,14] de vardır. Ancak eklenen bütün bu etkiler karmaşık denklemler içerdiğinden kullanımı kolay değildir. Toprak alkali ve aktinid elementler bölgesindeki küresel olmayan ağır çekirdekler, kendilerinin taban durumlarında kararlı deformasyona sahip olup, kolektif hareket yapabildiklerinden dolayı dönme enerji tayflarına sahiptirler. Çift-çift çekirdeklerin uyarılması halinde dönme enerjisi [15];

$$E_{dön}(I, K) = \frac{\hbar^2}{2} \left[\frac{I(I+1)}{J_0} + \left(\frac{1}{J_3} - \frac{1}{J_0} \right) K^2 \right] \quad [6]$$

olarak ifade edilir. Burada I , bir çekirdeğin toplam açılmal momentumu, J_0 , eksensel simetriye sahip çekirdeğin simetri eksenine dik bir eksen etrafındaki eylemsizlik momenti ve J_3 ise, simetri eksenine göre olan eylemsizlik momentini karakterize etmektir. Burada $J_3 = 0$ alabilmemiz için, Eşitlik (7)' de K 'nın sıfıra yakın olması gerekir. Buna göre, dönme kinetik enerjisi;

$$\Rightarrow E_{dön} = \frac{\hbar^2}{2J_0} I(I+1), \quad I = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad [7]$$

bağıntısı ile ifade edilir. I kuantum sayısının artışı, çekirdeğe dönme enerjisi ilave edilmesine karşılık gelir. Bu enerji seviye artışı pozitif pariteye sahiptir ve taban durumu dönme bandı olarak adlandırılır. Moleküllerdeki uyarılmış durumlar gibi nükleer uyarılmış durumlar da dönme bandı olarak bilinen bir dizi oluşturur. Bir çift-Z, çift-N'li bir çekirdeğin taban durumu daima bir 0^+ durumudur ve K kuantum sayısı sıfırdır. Çekirdeğin ayna simetrisi bu özel durumdaki enerji özdeğerlerinin 0^+ , 2^+ , 4^+ , 6^+ , şeklinde olmasını, yani I 'nın çift değerler almasını, sağlar. Bu durumda Eşitlik (8) aşağıdaki şekilde çift açılmal momentum değerlerini alır.

$$\Rightarrow E_{dön} = \frac{\hbar^2}{2J_0} I(I+1), \quad I = 0, 2, 4, 6, \dots \quad [8]$$

Bu denklem, çift-çift büyük deforme çekirdeklerin gözlemlenen düşük enerji seviyelerini göstermektedir. Küresel olmayan çift-çift çekirdeklere β ve γ olarak isimlendirilen [15] uyarılmış bantlarda gözlenen enerji seviyeleri, kolektif doğaya sahiptir. β bandı, çekirdeğin simetri eksenini koruyan ve bu nedenle kuantum sayısı $K=0$ olan kolektif titreşimlerle tanımlanmaktadır. Bu bandın enerji seviyeleri 0^+ , 2^+ , 4^+ , 6^+ ,... şeklinde düzenlenmiş olup bant başlangıcı w_β titreşim frekansı ile oluşan $\hbar w_\beta$ enerjili 0^+ seviyesidir. γ bandı çekirdeğin simetri eksenini koruyarak K kuantum sayısının değeri $K=2$ olan kolektif titreşimlerle tanımlanmaktadır. Bu bandın enerji seviyeleri $I=2^+, 3^+, 4^+, 5^+, \dots$ şeklinde düzenlenmiştir. Tek A'lı deforme çekirdeklerdeki gözlemlenmiş nükleer enerji seviyelerinin basit olarak ifade edilmesi, eksensel simetriğe sahip çift-çift deforme bir kordaki tek nükleonun çiftlenimine bağlıdır. Verilen bir K değeri için dönme bandı ve açılal momentum değerleri, $I=K=\Omega, K+1, K+2, \dots$ şeklinde olup dönme bandının enerji seviyeleri arasındaki aralıklar [16],

$$\Delta E(I, K) = \frac{\hbar^2}{2J_0} [I(I+1) - K(K+1)] \quad [9]$$

şeklinde verilmektedir. Ω , tek nükleonun açılal momentumunun simetri eksenini üzerindeki yansımasıdır. Tek- tek deforme çekirdeklerin enerji bantları birçok durumda dönme band yapısı ile tanımlanmaktadır. Bu çekirdeklerin gerçek durumları tek proton ve nötronun yörüngeleriyle tanımlanmaktadır. Ω_p, Ω_n , sırasıyla proton ve nötronun simetri eksenini üzerindeki açılal momentumlarının yansımasıdır. Ω_p, Ω_n 'nin belirli değerleri için K kuantum sayısının $K=|\Omega_p \pm \Omega_n|$ değerlerine karşılık gelen iki band oluşabilir. K 'sı belli olan her bir band, Nilsson modelinin proton ve nötronunun içyapısı üzerine kurulmuştur. Bu halde uyarılma enerjisine bağlı enerji seviyeleri yoğunluğunu aşağıdaki gibi yazabiliriz;

$$\rho(U) = \sum a_i \rho_i(U) \quad [10]$$

Burada; $\rho(U)$, i . uyarılma yöntemine (taban durumu, oktopul, beta ve gamma) bağlı kısmi enerji seviyeleri yoğunluğu, a_i , ağırlık katsayısıdır ve $\sum_i a_i = 1$ şartına uymaktadır.

Burada, enerji seviye yoğunluk parametre hesaplamalarında, kolektif uyarılma yöntemlerini dikkate alan bir ifadeyi kullanmak için, çekirdeklerin önemli bir özelliği olan "uyarılmış enerji seviyelerinin eşit aralıklı" olma özelliğinden yararlanıldı. Enerji bantlarının bu simetri özelliğini tanımlamak için birim enerji olarak $E_1(I_1^\pi) - E_0(I_0^\pi)$ farkını seçebiliriz. Burada $E_0(I_0^\pi)$, spini i_0 ve paritesi π olan en aşağı seviyenin enerjisi, $E_1(I_1^\pi)$ ise uygun kuantum sayıları i_1 ve π olan, $E_0(I_0^\pi)$ seviyesi üzerinden birinci

uyarılma seviyesi enerjisidir. Uygun enerji bantlarında ki enerji seviyelerinin oranı genel olarak

$$R_n \equiv \frac{E_n(I_n^\pi) - E_0(I_0^\pi)}{E_1(I_1^\pi) - E_0(I_0^\pi)} \quad [11]$$

şeklinde verilirse, bu enerji bantlarının önemli simetri özelliği, deneysel verilerde [12] dikkate alınır,

$$R_1: R_2: R_3: R_4: \dots = 1:r: 2r: 3r: \dots \quad [12]$$

gibi tanımlanabilir. Burada, $R_1; R_2; R_3; R_4; \dots$, uygun bir bandın uyarılma enerji birimine göre ardışık seviye enerjilerinin oranıdır ve bu oranda dikkate alınarak eşitlik (12)'nin

doğruluğu test edilmiştir. Ayrıca $r \equiv \frac{E_2(I_2^\pi) - E_0(I_0^\pi)}{E_1(I_1^\pi) - E_0(I_0^\pi)}$ olup, değişik enerji bandları için oran değeri 2 ile 3,3 arasında değişmektedir [17]. Buna bağlı olarak herhangi bir i . bandın enerji seviye yoğunluğu [10,11,13],

$$\rho_i(U, \varepsilon_{0i}) \equiv \frac{\pi^2 a_{0i}}{24\sqrt{3} (a_{0i} U)^{3/2}} \exp\left(2\sqrt{a_{0i} U}\right) \quad [13]$$

gibi ifade edilir. Burada;

$$a_{0i} = \frac{\pi^2}{6\varepsilon_{0i}} \quad [14]$$

$a_{0i}; \varepsilon_{0i}$ birim enerji ile birlikte i 'inci banda karşılık gelen kolektif seviye yoğunluk parametresidir. Bu parametre bize, birim enerji aralığına (ε_{0i}) düşen uyarılmış enerji yoğunluk sayısını vermektedir. Örneğin, tek-tek toprak alkali ve aktinit elementler için birim enerjiler; taban durumu, beta (β) ve oktopul için sırasıyla, $\varepsilon_{0TD} = E(2^+)$, $\varepsilon_{0\beta} = E(2^+) - E(0^+)$, $\varepsilon_{0oct} = E(3^-) - E(1^-)$ 'dir. Tek-A'lı ve tek-tek çekirdeklere birim enerji, ilk uyarılmış durum enerjisi veya verilen K ile birlikte birinci ve ikinci uyarılmış durumlara karşılık gelen bandları ayırma enerjisidir.

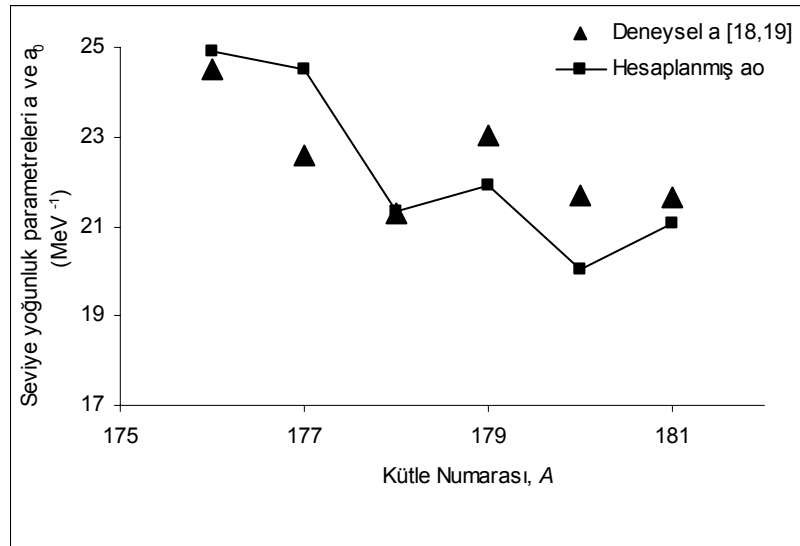
3. SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu çalışmada, denklem (14) dikkate alınarak hesaplanan seviye yoğunluk parametre değerleri, a_0 , ve deneysel parametre değerleri, a , Tablo-1'de verilmiştir.

Tablo 1. Bazı deforme ağır izotopik Hf çekirdeklerinin hesaplanmış teorik ve deneysel enerji seviye yoğunluk parametre değerleri.

Çekirdek	Deneysel a MeV ⁻¹	Kay.	Hesaplanan a ₀ , MeV ⁻¹	Karşılık Gelen Bandlar
¹⁷⁶ ₇₂ Hf	24,52	[19]	24,9	$K^\pi = 0^+$, Taban Durum Bandı
¹⁷⁷ ₇₂ Hf	22,60	[18]	14,64	$K^\pi = \frac{7^-}{2}$, Taban Durum Bandı
			24,53	Oktopul Titreşim Bandı
¹⁷⁸ ₇₂ Hf	21,28	[18]	21,35	$K^\pi = 0^+$, Beta Titreşim Bandı
¹⁷⁹ ₇₂ Hf	23,05	[18]	21,92	$K^\pi = \frac{5^+}{2}$, Taban Durum Bandı
¹⁸⁰ ₇₂ Hf	21,70	[18]	20,04	$K^\pi = 0^+$, Taban Durumu Bandı
¹⁸¹ ₇₂ Hf	21,67	[18]	21,07	$K^\pi = \frac{5^+}{2}$, Gamma Titreşim Bandı

Elde edilen enerji seviye yoğunluk parametrelerinin, çekirdek kütle numarasına (*A*) göre değişimleri ise Şekil 1’de gösterilmiştir. Hesaplamalar her çekirdeğin farklı bandının enerji spektrumu dikkate alınarak yapılmıştır. Şekilde görüldüğü gibi hesaplanan sonuçlar diğer çalışmaların sonuçları [18,19] ile yaklaşık uyum içindedir.



Şekil 1. İzotopik Hf çekirdeklerinin farklı enerji spektrum bandlarına göre hesaplanmış a₀ (bu çalışma) ve deneysel a [18,19] parametre değerlerinin, kütle numarası A' ya göre değişimi.

Elde edilen sonuçlardan, özellikle, Taban durum bandına karşılık gelen ^{176}Hf , ^{179}Hf ve ^{180}Hf çekirdeklerin için elde edilen sonuçların diğer çalışmaların sonuçları ile uyum içinde olduğu görülmektedir. Pozitif pariteli bu çekirdeklerin kolektif uyarılmış durumlarında taban durum bandının etkili olduğu görülmüştür. Ayrıca beta ve gama titreşim bandlarına karşılık gelen ^{178}Hf ve ^{181}Hf çekirdeklerinin de diğer çalışmalardan elde edilen parametre değerleri ile uyum içinde olduğu görülmüştür.

Fakat, Tablo 1’de görüldüğü gibi, ^{177}Hf çekirdeği için taban durum bandına göre elde edilen parametre değerinde sapmalar olduğu görülmektedir. Oktupul bandına göre parametre değeri hesaplandı ve $a_0=24,53$ bulunmuştur. bu değer deneysel değerle daha iyi uyumaktadır (Şekil 1). Bu durum, ^{177}Hf izotopunun enerji seviye yoğunluk parametresinin hesaplanmasında taban durum bandının etkili olmadığını, diğer uyarılmış bantlardan oktopul titreşim bandının daha baskın olduğunu göstermektedir.

Sonuç olarak, büyük deformasyona sahip çift-çift ve tek-A’lı çekirdeklerin çoğunda seviye yoğunluk parametrelerinin belirlenmesinde genel olarak taban durumu bandının daha baskın olduğu görülmektedir. Fakat bu çekirdeklerin enerji seviye yoğunluk parametrelerini analiz ederken sadece tek bir bandın etkili olamayacağını, bütün kolektif uyarılma (oktopul, beta ve gama titreşim bandları) durumların göz önüne alınması gerektiğini söyleyebiliriz.

KAYNAKLAR

- [1] Pezer, R., Ventura, A., Vretenor, D., Nucl. Phys. A, 717: 21 (2003).
- [2] Bethe H., Phys. Rev., 50: 332 (1936).
- [3] Landau, L., Sov. Phys., 9: 533 (1936).
- [4] Weisskopf, V., Phys. Rev., 52: 556 (1937).
- [5] Bohr, N., Kalckar, F., Math. Fys. Medd. 14 (10): 1 (1937).
- [6] Hurwitz, H., Bethe, H., Phys. Rev., 81: 898 (1951).
- [7] Newton, T., Canad. J. Phys., 34: 804 (1956).
- [8] Gilbert, A., Cameron, A.G.W., Canada, J. Phys. 43: 1446 (1965).
- [9] Ignatyuk, A.V., Smirenkin, G.N. and Tishin, A.S., Sov. J.Nucl. Phys., 21:255 (1975).
Ignatyuk, A.V., Istekov, K. K., Smirenkin, G.N., Sov. J. Nucl. Phys., 29: 450 (1979).
- [10] Ahmedov, H., Zorba, I. , Yılmaz, M., Gönül, B., Nucl. Phys. A, 706: 313 (2002).
- [11] Okuducu, Ş., Ahmedov, H., Phys. Lett. B, 565: 102 (2003).
- [12] Nuclear Structure And Decay Data, National Nuclear Data Center, Brookhaven,
National Laboratory, ENSDF (Evaluated Nuclear Structure Data File), Upton, NY,
2001.
- [13] Ş. Okuducu, E. Eser, S. Sönmezoğlu, Nucl. Science and Eng., (Basımda), (2006).
- [14] Rohr, G., Z. Phys. A, 318: 299 (1984).
- [15] Bohr, A., and Mottelson, B. R., Nuclear Structure, Vol. II, New York; Benjamin,
(1969).
- [16] Davidson, J. P., Collective Models of the Nucleus, Academic Pres, (1968).
- [17] Ş. Okuducu, S. Sönmezoğlu and E. Eser, Phys. Rev. C, (Basımda), (2006).
- [18] Baba, H., Nucl. Phys. A, 159: 625 (1970).
- [19] Stolovy, A., and Harvey, J. A., Phys. Rev., 108: 353 (1957).