

Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel İfadeleri ve Değişkenleri Yorumlama Sürecinde Yaptıkları Hatalar*

Pınar YILDIZ¹, Ş. Koza ÇİFTÇİ², Şeyma ŞENGİL AKAR³, Elif SEZER⁴

Özet

Bu çalışmanın amacı, öğrencilerin cebirsel ifadeleri ve değişkenleri yorumlama sürecinde yaptıkları hataları belirlemektir. Araştırmada nitel araştırma desenlerinden, durum çalışması modeli [case study] kullanılmıştır. Araştırma ortaokulda öğrenim gören ve amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemiyle belirlenen farklı başarı düzeylerine sahip dört yedinci sınıf öğrencisiyle yürütülmüştür. Araştırma sürecinde elde edilen veriler içerik analizi yöntemi kullanılarak analiz edilmiştir. Yapılan analizler sonucunda öğrencilerin yaptıkları beş hata türü belirlenmiştir: (i) cebirsel ifadeyi bilinmeyen olarak düşünme, (ii) cebirsel ilişkileri yanlış kullanma, (iii) cebirsel ifadeleri birleştirme ve sonlandırma, (iv) değişkenlerin sayısal bir değeri değil nesnelere temsil ettiklerini düşünme, (v) değişkenleri sadece bilinmeyen olarak düşünme. Araştırmada elde edilen veriler bu temalar altında sunulmuştur.

Anahtar Sözcükler

Değişken, cebirsel ifade, hata

Errors of 7th Grade Students' In The Process of Interpreting Algebraic Expression and Variables

Abstract

The purpose of this study was to determine errors that students made during interpretation process of algebraic expressions and variables. This study has a qualitative method and a case study was conducted. Study was conducted with four seventh grade (middle school) students who have different levels of achievement and chosen by using maximum variation sampling of purposive sampling method. Content analysis techniques were used for data analysis. At the end of data analysis, five themes were identified which students made: (i) consider algebraic expression as an unknown, (ii) misuse of algebraic relations, (iii) conjoining and finishing algebraic expressions, (iv) thinking of variables as representing objects but not numerical values, (v) thinking of variables only as unknowns. Collected data were presented under these five themes.

Keywords

Variable, algebraic expression, error

* Bu makalenin bir bölümü 3rd International Conference on Educational Sciences Kongresi'nde sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

¹ Arş. Gör., Erciyes Üniversitesi, e-posta: pakdal@erciyes.edu.tr

² Arş. Gör., Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, e-posta: kozaciftci@hotmail.com

³ Arş. Gör., Hacettepe Üniversitesi, e-posta: seymasengil@gmail.com

⁴ Arş. Gör., Gazi Üniversitesi, e-posta: elifsizr@gmail.com

Giriş

Ortaokul matematik programında yer alan beş öğrenme alanından biri olan cebir, matematiğin diğer öğrenme alanları arasında bir köprü işlevi görür. Matematik tarihi açısından incelendiği zaman ise cebirin kendi sistemini oluşturduğu görülmektedir. Cebir aritmetikle beslenmiş, matematik içinde ayrı bir disiplin olmuş ve bu anlamda matematik öğrenme sürecinde anahtar öğelerden biri haline gelmiştir.

Cebir bir dil, bir problem çözme aracı veya bir düşünme aracı olarak tanımlanabilir. Cebirin farklı işlevler üstlenmesi yapılan tanımlarda değişiklik göstermesine yol açmaktadır (Dede ve Argün, 2003). Cebir bazen genelleştirilmiş aritmetik ya da aritmetiğin genelleştirilmesi için bir dil olarak da tanımlanır. Bununla birlikte cebir sadece sembollerin hesaplanması için bir dizi kuraldan çok daha fazlasıdır, düşünmenin bir yoludur (Wance, 1988). Örneğin, 2, 5, 8, 11, 14, ... şeklindeki bir sayı örüntüsü tekrarlı toplamaya odaklanmaktadır. Öğrenciler bu sayı örüntüsü için “2 ile başla ve 3 eklemeye devam et” şeklinde bir sonuca kolaylıkla ulaşabilirler. Ancak $y=3n-1$ şeklindeki bir ifadeyi yapılandırmak için her bir sayı arasındaki ilişkiye bakarak bir cebirsel düşünme sürecinden geçmek zorundadırlar (Stacey ve MacGregor, 1997). Cebirsel düşünme zihninin cebirsel çerçevesinde matematiksel muhakemeyi içerir. Aynı zamanda matematiğin diğer alanlarında da öğrencileri matematiksel düşünmeye hazırlayan düşünce ve muhakeme türüdür (Kaput, 1999; Kieran, 1992; Usiskin, 1999; Van de Walle, Karp, Bay-Williams, 2010). Ancak yapılan çalışmalar öğrencilerin cebirsel düşünme sürecinde zorlandıklarını ve çok sayıda hata ve kavram yanılgısı oluşturduklarını göstermektedir (Asquith, Stephens, Knuth ve Alibali, 2007; Booth, 1988; Herscovics ve Linchevski, 1994; Kuchemann, 1978; MacGregor ve Stacey, 1997; Rosnick, 1981). Birçok öğrenci cebir için temel kavramları oluşturmakta ve bu kavramlarla ilkökulda geliştirdikleri ön-cebirsel kavramlar arasında bağlantı kurmakta zorlanmaktadırlar. Ayrıca öğrenciler karşılaştıkları yeni sembollerin anlamlarını anlamakta da zorlanmaktadırlar. Bu durum öğrencilerin karşılaştıkları problem durumlarında, anlamadıkları semboller nedeniyle başarısız olmalarına neden olmaktadır (Booth, 1988; Herscovics ve Linchevski, 1994).

Booth (1988), öğrencilerin cebirsel ifadeleri kullanma ve yorumlama sürecinde yaptıkları hataları ve kavram yanılgılarını 4 temel başlıkta toplamıştır:

(i) *Cebirsel etkinliklere ve cevaba odaklanmak*: Aritmetikte problemler sayısal bir değer bulmayı içerir. Cebirde ise öncelik cebirsel ifadeler arasındaki ilişki ve işlemlerdir. Bu sebeple öğrenciler cebirsel gösterimden oluşan bir çözümü anlamlandıramamakta ve sayısal bir çözüm aramaktadırlar. Öğrenciler doğru cevaba ulaşırsalar bile bu ifadeyi uygun bir cevap olarak nitelendirmemektedirler. $5n$ cebirsel ifadesini n 'nin değeri bilinmediği için uygun olmayan bir cevap olarak belirtmektedirler. Benzer şekilde $x+3$ cebirsel ifadesini bir sonuç olarak kabul etmekte zorlanmaktadırlar. x 'in ne olduğunu bilmedikleri için işlemin sonlandırılmayacağını ve bu ifadenin bir sonuç olamayacağını düşünmektedirler (Booth, 1988). Ayrıca, $3a$ veya $a+3$ veya şeklindeki bir cebirsel gösterimi anlamlandıramamaktadırlar. Cebirsel ifadeden sonra eşittir işareti ile bir sayı yazılması gerektiğini söylemektedirler (Kieran, 1981). “+” ve “=” sembollerini gerçekleştirilmesi gereken bir eylem olarak düşünerek “+” sembolünü “işlemi gerçekleştir”, “=” sembolünü ise “cevabı yazmak” ile eşdeğer görmektedirler (Baroody ve Ginsburg, 1983; Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980; Falkner, Levi ve Carpenter, 1999; Hattikudur ve Alibali, 2010; Jones, Inglis, Gilmore ve Dowens, 2012; McNeil, 2008).

(ii) *Cebirsel gösterim ve kuralların kullanımı*: Öğrenciler $2a+5b$ şeklindeki bir cebirsel ifadeyi tamamlanmamış olarak düşünmekte ve $7ab$ şeklinde birleştirmeye çalışmaktadırlar (Booth, 1988). $5x+8$ cebirsel ifadesi hem süreç hem de sonucu ifade etmektedir. “ x 'i 5 ile çarp ve 8 ekle” olarak ifade edildiğinde süreci, “ x 'in 5 katından 8 fazla bir sayı” olarak ifade edildiğinde ise sonucu işaret etmektedir. Bu sebeple öğrenciler bir cebirsel ifadeyi hem süreç hem de sonuç olarak kabul etmekte zorlanmaktadırlar. Öğrenciler $5x+8$ cebirsel ifadesini tamamlanması gereken bir süreç olarak düşündükleri için $13x$ şeklinde birleştirmektedirler (Tirosch, Even ve Robinson, 1998).

(iii) *Harflerin ve değişkenlerin anlamı*: Aritmetik ve cebir arasındaki belirgin farklardan biri de harf sembollerinin kullanım amaçlarıdır. Aritmetikte “m” metrenin kısaltmasını ifade etmektedir. Örneğin “3m”, “3 metre” olarak okunmaktadır. Cebirde ise harfler sayısal bir değeri göstermektedir. Öğrenciler 5y ifadesindeki y değişkenini sayısal bir değer olarak değil, y ile başlayan bir nesnenin kısaltması olarak düşünmektedirler. Benzer şekilde 3e cebirsel ifadesini “elmaların sayısının 3 katı” olarak değil “3 elma” olarak düşünmektedirler (Booth, 1988). Bunun yanında öğrenciler değişkenleri sadece bilinmeyen olarak düşünmektedirler. Değişkenleri temsil eden harflerin $x+y=y+x$ eşitliğindeki gibi bir değişken (genelleştirilmiş sayı) olabileceğini değil, $x+3=8$ eşitliğindeki gibi tek bir değer (bilinmeyen) alabileceğini düşünme eğilimindedirler (Kuchemann, 1978; 1981).

(iv) *Aritmetikte kullanılan metot ve ilişkilerin türleri*: Öğrencilerin sahip olduğu aritmetik bilgileri cebir öğrenmeleri üzerinde önemli rol oynamaktadır. Öğrencilerin aritmetikteki hatalı ve eksik öğrenmeleri cebirsel düşünme süreçlerini olumsuz etkilemektedir (Booth, 1988; Kieran, 1992; Kuchemann, 1978). Öğrenciler aritmetiksel özellikleri doğru kullanamamakta ve informal yollar ile çözümler aramaktadırlar. Örneğin, öğrenciler parantez kullanımını göz ardı etmektedirler. Bununla birlikte işlemlerin yeri veya sırası değiştiğinde sonucun değişmeyeceğini düşünmektedirler (Booth, 1988).

Alan yazına bakıldığında, yapılan çalışmalar öğrencilerin cebirsel ifadeleri yazma ve yorumlama sürecinde Booth'un (1988) belirttiği benzer zorlukları yaşadıklarını göstermektedir (Kucheman, 1978; Macgregor ve Stacey, 1997; Malisani ve Spagnolo, 2009; Rosnick, 1981). Malisani ve Spagnolo (2009), 16–17 yaşındaki 111 öğrenciyle gerçekleştirdikleri çalışmanın sonucunda öğrencilerin matematiksel problemleri çözerken cebirsel bir dil kullanmak yerine daha çok kendi dillerini kullandıklarını belirlemişlerdir. Öğrencilerin daha çok genel aritmetik dilini kullandıkları ve standart sembolik bir dil kullanmakta başarısız oldukları tespit edilmiştir. Öğrencilerin cebir dilini sözel ifadeye çevirmede de birçok güçlük yaşadıkları görülmüştür. Rosnick (1981) ise araştırmasında öğrencilerden S (öğrencilerin sayısı) ve P (profesörlerin sayısı) değişkenlerini kullanarak “üniversitedeki öğrencilerin sayısı profesörlerin sayısının altı katıdır” cümlesini eşitlik olarak ifade etmelerini istemiştir. Bu soruyu yanlış cevaplayan öğrencilerin çoğu $6S=P$ şeklinde bir eşitlik yazmışlardır. Öğrenciler katsayısı büyük olan ifadenin (6S) daha büyük olduğunu düşünerek denklemleri ters oluşturmuşlardır. Öğrenciler bu eşitliği “1 profesöre 6 öğrenci düşmektedir” şeklinde ifade etmişlerdir.

Cebir konusunun matematik öğretimi içerisindeki önemi dikkate alındığında öğrencilerin yaşadıkları zorlukların incelenmesi matematik öğretimi açısından önem taşımaktadır. Cebir öğretimi için temel oluşturan kavramlar arasında ise cebirsel ifadeler ve değişken kavramları ilk sıralarda yer almaktadır. Değişken kavramı cebire girişte ve cebirsel düşünmeyi oluşturabilmede önemli bir yere sahiptir (Booth, 1988; Kieran, 1992; Kuchemann, 1978; Rosnick, 1981). Cebirsel ifadeler ise değişkenler kullanılarak oluşturulmaktadır. Bu sebeple cebirsel ifadeler ile değişkenleri anlamlandırma yakından ilişkilidir. Bu kapsamda bu çalışmanın amacı öğrencilerin cebirsel ifadeleri ve değişkenleri yorumlama sürecinde yaptıkları hataları belirlemektir.

Yöntem

Bu araştırma, nitel araştırma yaklaşımı kullanılarak yapılandırılmıştır. Nitel araştırma, sosyal yaşamın ve insanla ilgili problemlerin kendine özgü metotlarla sorgulayarak, anlamlandırma süreci olarak ifade edilmesidir (Creswell, 2007). Öğrencilerin cebirsel ifadeleri ve değişkenleri yorumlama sürecinde yaptıkları hataların belirlenmesinin amaçlandığı bu çalışmada nitel araştırma modellerinden, durum çalışması modeli [case study] kullanılmıştır. Durum çalışmalarında, ele alınan her bir durum, kendi içinde çeşitli alt birimlere ayrılarak analiz edilir (Creswell, 2007; Yıldırım ve Şimşek, 2011).

Çalışma Grubu

Araştırma ortaokul yedinci sınıfta öğrenim gören ve amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örnekleme kullanılarak belirlenen farklı başarı düzeylerine sahip dört yedinci sınıf öğrencisiyle yürütülmüştür. Araştırmaya katılan öğrencilerden bir öğrencinin matematik başarısı yüksek, iki öğrencinin orta ve bir öğrencinin ise düşük seviyededir. Öğrencilerden Merve'nin matematik başarısı yüksek, Ayşe ve Burak'ın orta, Can'ın ise düşük seviyededir. Öğrencilerin başarı durumları matematik ders notu ortalamaları ve matematik öğretmenlerinden alınan bilgiler yardımı ile belirlenmiştir. Öğrencilerden üçü devlet okulunda, bir öğrenci ise özel bir okulda öğrenim görmektedir. Araştırma kapsamında öğrencilerin gerçek isimleri yerine takma isim kullanılmıştır.

Verilerin Toplanması ve Analizi

Araştırma verileri görüşme aracılığıyla toplanmıştır. Bu kapsamda verilerin toplanmasının birinci aşamasında ilgili alan yazın (Akkuş, 2004; Kuchemann, 1978; MacGregor ve Stacey, 1997; Stacey ve MacGregor, 1997) taranmıştır. Alan yazın taramasının ardından öğrencilerin cebirsel ifadeler ve değişkenleri yorumlama sürecinde yaptıkları hataları belirlemek amacıyla yedi matematik sorusu oluşturulmuştur. Son aşamada ise hazırlanan sorular alan uzmanlarına gösterilmiş ve gerekli düzenlemeler yapıldıktan sonra görüşme formuna son hali verilmiştir (bkz. Ek 1). Görüşme formunun oluşturulmasının ardından katılımcılarla birebir görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmeler video ve ses kayıt cihazı ile kayıt edilmiştir.

Araştırma verilerinin analizinde ise içerik analiz yöntemi kullanılmıştır. Bu kapsamda veri analizi iki aşamada gerçekleştirilmiştir. Birinci aşamada görüşme kayıtlarının düzenlenmesi ve çözümlemesi yapılarak her bir öğrenciye ilişkin nitel veri seti oluşturulmuştur. İkinci aşamada ise elde edilen çözümler üzerinden öğrencilerin yaptıkları hatalar kodlanmış ve öğrenci hatalarına yönelik temalar elde edilmiştir. Elde edilen veriler bu temalar altında sunulmuştur.

Geçerlik ve Güvenirlik

Araştırmanın iç geçerliğini sağlamak için, (i) görüşme formu geliştirilirken ilgili alan yazın incelenerek kavramsal bir çerçeve oluşturulmuş; görüşme sonrasında katılımcıların ifadelerinin çözümlemesi yapılmış ve bu çözümler katılımcılar tarafından teyid edilmiştir; (ii) yapılan analizler sonucunda ortaya çıkan temaların kendi içinde tutarlılığı, heterojenlik ölçütleri dikkate alınarak değerlendirilmiştir. Araştırmanın dış geçerliğini sağlamak için, katılımcılar, veri toplama, verilerin analizi ve yorumlanması süreçleri ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Araştırmanın iç güvenilirliğini sağlamak için (i) veri analizinde elde edilen bulgular hiçbir yorum yapılmadan doğrudan verilmiştir, (ii) veri analizi için kavramsal çerçeve temel alınarak temalar belirlenmiştir. Araştırmanın dış güvenilirliğini sağlamak için (i) süreç içinde yapılanlar ayrıntılı bir şekilde ortaya koyulmuş; (ii) elde edilen ham veriler ve çözümler ileriki bir dönemde olası bir teyide yönelik olarak başkaları tarafından incelenebilecek şekilde araştırmacılar tarafından saklanmıştır.

Bulgular

Bu araştırma kapsamında ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeleri yorumlama sürecinde cebirsel ifadeyi bilinmeyen olarak düşünme, bu ifadeleri birleştirme ve sonlandırma ile cebirsel ilişkileri yanlış kullanma konusunda hata yaptıkları tespit edilmiştir. Değişkenleri yorumlama sürecinde ise değişkenlerin sayısal bir değer yerine nesnelere temsil ettiklerini ve onları sadece bilinmeyen olarak düşündükleri görülmüştür. Araştırmanın bu bölümünde öğrencilerin konu üzerindeki hataları ayrıntılarıyla ele alınmaktadır.

Cebirsel İfadeyi Bilinmeyen Olarak Düşünme

Öğrencilerin cebirsel ifadeyi nasıl tanımladıklarını belirlemek için “Cebirsel ifade nedir?” ve “Bir cebirsel ifade ve bu cebirsel ifadeye uygun bir sözel ifade yazınız.” soruları yöneltilmiştir. Öğrencilerden Merve cebirsel ifadeyi “bilinmeyen bir sayı”, Can “bilinmeyi bulma tekniği”, Ayşe “bilinmeyen bir şey”, Burak ise “bilinmeyen terim olan problemdir” şeklinde tanımlamışlardır. Öğrencilerin cebirsel ifadeyi tanımlamakta zorlandıkları ve doğru olarak tanımlayamadıkları görülmüştür. Öğrenci ifadelerine bakıldığında öğrencilerin cebirsel ifadeyi bilinmeyen ile özdeşleştirdikleri dikkat çekmektedir. Öğrencilerin oluşturdukları cebirsel ifade ve bu cebirsel ifadeye ilişkin oluşturdukları sözel ifadeler Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1. Öğrencilerin oluşturdukları cebirsel ifade ve bu cebirsel ifadeye ilişkin sözel ifadeler

Öğrenci	Cebirsel İfade	Sözel İfade
Merve	$4y+7=21$	Bir sayının 4 katının 7 fazlası 21’e eşittir. Bir elmanın 4 katının 7 fazlası 21 ediyorsa...
Can	$2x+10x$	İki işçi x günde bir işi yapıyorsa, on işçi... yok... İki işçi on günde yapıyorsa, x işçi desek, nasıl bir şey yazabiliriz?
Ayşe	$x+3=12$ $10a+20a=30a$	Bir sayının 3 fazlası 12 ise sayı nedir? $10a+20a=30a$ bir işlemdir.
Burak	$3x-4$	Ne diyebiliriz ki? Bilmiyorum...

Öğrenci ifadelerine bakıldığında, Merve ve Ayşe’nin cebirsel ifade yerine denklem oluşturdukları görülmektedir. Ayrıca Ayşe açıklamasında $x+3=12$ ’nin bir problem ve $10a+20a$ ’nın da bir işlem olduğunu belirtmiştir. Bununla birlikte Merve ve Ayşe cebirsel ifadenin sonunda mutlaka eşitlik olması gerektiğini ifade etmişlerdir. Burak ve Can ise cebirsel ifade örneklerini doğru olarak oluşturdukları, ancak cebirsel ifadeyi sözel olarak ifade ederken zorluk yaşadıkları ve hata yaptıkları görülmektedir. Can yazdığı cebirsel ifadeyi sözel olarak ifade ederken orantı konusuyla ilgili bir problem cümlesi oluşturmaya çalışmıştır. Burak ise cebirsel ifadeyi sözel olarak ifade edememiştir.

Cebirsel İlişkileri Yanlış Kullanma

Öğrencilerin bir sözel ifadeyi cebirsel olarak ifade etme sürecinde yaptıkları hataları belirlemek amacıyla Akkuş’un (2004) geliştirmiş olduğu aşağıdaki dört soru sorulmuştur.

- Tufan, Umut’tan 12 cm uzundur. Umut h cm boyunda ise Tufan’ın boyu cm’dir.
- Mert’in ağırlığı Cem’den 5 kg azdır. Cem y kg ağırlığında ise Mert’in kilosu’dır.
- Serpil’in pullarının sayısı Esra’nın pullarının sayısının 2 katıdır. Esra’nın n tane pulu varsa Serpil’in; tane pulu vardır.
- Elif, Zeynep’ten x yaş küçüktür. Zeynep 13 yaşında ise Elif’in yaşı’dır.

Öğrencilerin bu sorulara ilişkin oluşturdukları cebirsel ifadeler Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2. Öğrencilerin oluşturdukları cebirsel ifadeler

Öğrenci	Soru 1	Soru 2	Soru 3	Soru 4
Merve	$h+12$	$y-5$	$2n$	$13-x$
Can	$h-12$	$y+5$	$n+2$	$13+x$
Ayşe	$h+12$	$y-5$	$2n$	$13-x$
Burak	$12+h$	$5-y$	$2n$	$x-13$

Merve ve Ayşe tüm sorularda istenen cebirsel ifadeleri doğru olarak yazmıştır. Can ise cebirsel ifadeleri yanlış oluşturmuştur. Toplama işlemi yerine çıkarma işlemi, çıkarma işlemi yerine toplama işlemi ve çarpma işlemi yerine ise bölme işlemi kullanmıştır. Can toplama işlemi ile çıkarma işlemi ve çarpma işlemi ile bölme işlemi ters işlemler olarak düşünerek cebirsel ifadeleri oluşturmuştur. Bu durum üzerinde Can'ın aritmetikteki eksik veya hatalı öğrenmelerinin etkili olduğu söylenebilir. Can'ın aşağıdaki ifadeleri bu durumu yansıtmaktadır.

Araştırmacı: Serpil'in pullarının sayısı Esra'nın pullarının sayısının 2 katıdır. Esra'nın n tane pulu varsa Serpil'in kaç tane pulu vardır?

Can: Serpil'de iki katı kadar varsa böleriz. n bölü 2 yaparız. Ters işlem olduğu için n bölü 2'nin sonucunu buluruz.

Araştırmacı: Ters işlem olduğu için böleriz dedin. Ters işlem derken neden bahsettiğini sorabilir miyim?

Can: Hani çarpmanın tersi bölme ya. Problemlerde toplama dediğinde çıkarıyoruz, çıkarma dediğinde topluyoruz. Onun gibi. Toplamayla çıkarma, çarpma ile de bölme birbirinin tersi. Burada 2 katı dediği için tersini yapmamız bölmemiz gerekir.

Burak ise cebirsel ifadeleri, verilen sözel ifadelerin matematiksel içeriğine bakmadan oluşturmuştur. Aynı zamanda Burak sözel ifadeye verilen sıra ile cebirsel ifadeyi yazma eğilimindedir. Örneğin, ikinci sorudaki y-5 cebirsel ifadesini 5-y ve dördüncü sorudaki 13-x cebirsel ifadesini x-13 şeklinde yazmıştır. Burak'ın birinci ve üçüncü sorularda da aynı yöntemi kullandığı için doğru cebirsel ifadeyi tesadüfen oluşturduğu söylenebilir. Birinci soruda oluşturduğu $12+h$ cebirsel ifadesini ise sonrasında $12+h$ cebirsel ifadesini birleştirerek $12h$ olarak yazmıştır.

Cebirsel İfadeleri Birleştirme ve Sonlandırma

Öğrencilerin cebirsel ifadelerde işlemlerde yaptıkları hataları belirlemek için " $2x+3=?$ " sorusu sorulmuştur. Merve bilinmeyenlerle bilinmeyenlerin, bilinenlerle bilinenlerin toplanabileceğini belirterek $2x$ ile 3 'ün toplanamayacağını söylemiştir. Ayşe ise $2x$ 'in bilinmeyen bir sayı ve 3 'ün ise bilinen bir sayı olduğunu, bu sebeple toplanamayacağını belirtmiştir. Ayşe'nin aşağıdaki ifadeleri bu durumu yansıtmaktadır.

Araştırmacı: $2x+3=?$ sorusu için ne söylersin?

Ayşe: $2x$ artı 3 ... Toplanmaz.

Araştırmacı: Neden?

Ayşe: $2x$ 'in ne olduğu bilinmiyor. Bilinmeyen bir sayı... Bilinmeyen olduğu için 3 ile toplanmaz. Bilinenle bilinmeyeni toplayamayız.

Araştırmacı: Peki $2x+3x$ olsaydı?

Ayşe: O zaman ikisi de bilinmeyen olurdu. $2x$, $3x$ daha $5x$ olurdu.

Can ve Burak ise, $2x+3$ 'ün $5x$ 'e eşit olduğunu belirtmişlerdir. Burak cebirsel ifadedeki terimlerin katsayılarını toplamış ve bilinmeyen terimi (x) de bu sayıyla birleştirmiştir. Burak ise 2 ile 3 'ü toplayıp 5 elde etmiş ve x 'i de 5 ile birleştirerek $5x$ sonucuna ulaşmıştır. Burak'ın aşağıdaki ifadeleri bahsedilen durumu yansıtmaktadır.

Araştırmacı: $2x+3=?$ sorusu için ne söylersin?

Burak: 2 ile 3 'ün toplamı 5 'tir. Burada da x var yanına da x yazarsak $5x$ olur.

Araştırmacı: Peki, $2x+3x$ olsaydı?

Burak: Yine aynı 2 ile 3 'ü topladık 5 , yanına da x yazardık $5x$ olurdu.

Araştırmacı: O zaman $2x+3$ de $5x$ 'e, $2x+3x$ de $5x$ 'e eşit oluyor. İkisi arasında bir fark yok mu?

Burak: Bilmiyorum ki yok herhalde. İkisi de $5x$, sayıları topluyoruz yanına x yazıyoruz.

Araştırmacı: Peki $2x+3$ 'ü hiçbir işlem yapmadan bırakamaz mıyız, sonuç olarak kabul edemez miyiz?

Burak: Hayır, toplama işlemi var burada onu için toplamalıyız. Toplama işlemi yaparsak sonuca ulaşabiliriz.

Burak'ın toplama işlemini gerçekleştirilmesi gereken bir eylem olarak düşündüğü söylenebilir. Bu sebeplede Burak'ın cebirsel ifadedeki terimleri birleştirerek işlemi sonlandırmaya çalıştığı düşünülebilir. Burak'ın bir önceki soruda da $12+h$ cebirsel ifadesini $12h$ olarak birleştirdiği görülmüştür. Araştırmacı, benzer şekilde Can'a da "Sonuç $2x+3$ olabilir mi?" diye sorduğunda "Yani mecburen işlemin sonuna varmak zorundayız." yanıtını almıştır. Bu noktadan hareketle, Can'ın Burak ile benzer şekilde düşündüğü anlaşılmaktadır.

Değişkenlerin Sayısal Bir Değeri Değil, Nesnelere Temsil Ettiklerini Düşünme

Öğrencilerin değişkenleri nasıl yorumladıklarını belirlemek için " $3c+7c=?$ " sorusu sorulmuştur. Merve, Ayşe, Burak'ın değişkenleri sayısal bir değer olarak gördükleri, Can'ın ise değişkenleri nesnelere kısaltması olarak gördüğü tespit edilmiştir. Can, $3c+7c$ ifadesini okurken 3 ceviz+7 ceviz olarak okuyarak sonucun 10 ceviz yani $10c$ olduğunu söylemiştir. Bunun nedeni sorulduğunda ise "c"nin cevizin kısaltması olduğunu belirtmiştir. Sonrasında ise c'nin bilinmeyen olabileceğini de söylemiştir. Can harflerin bilinmeyen mi yoksa nesnelere kısaltması olarak kullanıldığı hakkında net bir karar verememiştir. Ayrıca Can'ın c'nin "cebirsel" kelimesinin kısaltması olabileceğini de söylemesi dikkat çekicidir. Benzer şekilde $4a$ cebirsel ifadesi için a'nın hem bir bilinmeyen hem de nesnelere kısaltması olabileceğini söylemiştir. "a"nın neyin kısaltması olduğu sorulduğunda ise aslanın kısaltması olabileceğini belirtmiştir. Can'a $m-4$ cebirsel ifadesinde m'nin neyi ifade ettiği sorulduğunda verdiği yanıt da dikkat çekicidir.

Araştırmacı: $m-4$ ifadesindeki "m" nedir?

Can: Bir ismin kısaltmasıdır.

Araştırmacı: Ne gibi?

Can: Baş harfi m olduğu için Mustafa olabilir de Ahmet olamaz gibime geliyor. Mustafa olur, Mehmet olur ama Ahmet olamaz.

Bu diyalogda da görüldüğü gibi Can m'nin m ile başlayan isimlerin kısaltması olabileceğini düşünmektedir. Can'ın değişkenleri sayısal bir değer olarak değil de nesnelere ve isimlerin bir kısaltması olarak gördüğünü söyleyebiliriz. Merve, Ayşe ve Burak ise c'nin bilinmeyen bir sayı ve $3c+7c$ 'nin $10c$ 'ye eşit olduğunu ifade etmiştir.

Değişkenleri Sadece Bilinmeyen Olarak Düşünme

Öğrencilerin değişkenleri nasıl yorumladıklarını belirlemek için " $3m+3=9$ " denklemindeki "m" ve " $2m+n$ " cebirsel ifadesindeki m ve n değişkenleri sorulmuştur. Öğrencilerin hepsi $3m+3=9$ denkleminde m'nin bilinmeyen bir sayı olduğunu söylemişlerdir. $2m+n$ cebirsel ifadesi için ise Can, Ayşe ve Burak m ve n'nin bir bilinmeyen bir sayı olduğunu belirterek, m ve n'nin sınırlı sayıda değerler alabileceğini söylemişlerdir. Merve ise $3m+3=9$ ile $2m+n$ 'nin farklı olduğunu, $2m+n$ 'deki m ve n'nin farklı sayılar olabileceğini ifade etmiştir. Aşağıdaki diyalog Merve'nin bu yöndeki açıklamalarını içermektedir.

Araştırmacı: $2m+n$ ifadesindeki m ve n için ne söylersin?

Merve: m ve n burada bilinmeyen sayı yerine kullanılmış.

Araştırmacı: Bilinmeyen ne peki?

Merve: Bir sayı ama sayı belli değil.

Araştırmacı: Ne olabilir peki o sayı?

Merve: Her şey olabilir.

Araştırmacı: Peki $3m+3=9$ ifadesinde m her şey olabilir mi?

Merve: Hayır.

Araştırmacı: Ne olabilir?

Merve: 2.

Araştırmacı: Peki ikisi arasındaki fark nedir sence?

Merve: İkisi aynı değil. Yani bazı bilinmeyen sayılar bir sayıyla eşitlendiğinde sadece bir sayı olabilir. Ama bir sayıya eşitlenmediğinde her sayı olabilir.

Araştırmacı: Yani bazıları tek bir değer alıyor, bazıları bütün değerleri alıyor demek mi istiyorsun?

Merve: Evet.

Araştırmacı: Peki bunlar için farklı bir isim kullanıyor musun?

Merve: Hayır.

Bu diyaloga bakıldığında Merve'nin $2m+n$ ifadesinde m ve n 'nin farklı değerler olabileceğini bildiği söylenebilir. Ancak "Bazı bilinmeyen sayılar bir sayıyla eşitlendiğinde sadece bir sayı olabilir. Ama bir sayıya eşitlenmediğinde her sayı olabilir." ifadesi Merve'nin değişkeni anlamlandırmada zorluk yaşadığını göstermektedir.

Sonrasında öğrencilere "x, y'den büyük bir doğal sayı ise $x+y=12$ eşitliğinde x ve y değeri için ne söylersiniz?" sorusu yöneltilmiştir. Merve x ve y'ye farklı değerler vererek, x ve y'nin farklı değerler alabileceğini söylemiştir. Merve'nin bu süreçte x ve y'nin alabileceği değerleri kolaylıkla bulduğu gözlenmiştir. Ayşe ise ilk başta x'in 7, y'nin 5 olduğunu söylemiştir. Biraz düşündükten sonra ise x ve y için farklı değerler deneyerek, x ve y'nin alabileceği değerleri doğru olarak bulmuştur. Can ise x'in 7 ve y'nin 5 olduğunu belirtmiştir. Can'a x ve y'nin başka bir değer alıp alamayacağı sorulduğunda ise "Hayır x, y'den büyük olduğu için x, 7 ve y de 5 olur." cevabını vermiştir. Burak'ın cevabı da Can ile benzerlik göstermektedir. Burak da x'in 7, y'nin 5 olduğunu düşünmektedir. x'in 8 ve y'nin 4 olup olamayacağı sorulduğunda ise "x hem 8 hem 7 olamaz" açıklamasını yapmıştır. Bu durumun sebebi sorulduğunda ise aynı soruda x'in hem 7 hem 8 olamayacağını belirtmiştir.

Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmada ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeleri ve değişkenleri yorumlama sürecinde yaptıkları hatalar belirlenmiştir. Öğrencilerin cebirsel ifadenin ne olduğunu ifade etmede zorlandıkları ve hatalar yaptıkları görülmüştür. Öğrenciler cebirsel ifadeyi bilinmeyen ile özleştirerek, "bilinmeyen bir sayıyı belirtmek için kullanılır", (Merve) "bilinmeyeni bulma tekniği" (Can), "bilinmeyen bir şey" (Ayşe), "bilinmeyen terim olan problemdir" (Burak) şeklinde yanlış tanımlamışlardır. Öğrencilerden bir cebirsel ifade oluşturmaları istendiğinde ise Merve ve Ayşe'nin cebirsel ifade yerine denklem oluşturdukları görülmüştür. Burak ve Can ise doğru bir cebirsel ifade yazmalarına rağmen bu cebirsel ifadeye uygun bir sözel ifade oluşturamamışlardır. Bu durum öğrencilerin cebirsel ifadenin ne olduğunu bilmediklerini göstermektedir.

Öğrencilerden verilen sözel ifadeye uygun cebirsel ifade yazmaları istendiğinde ise Merve ve Ayşe'nin cebirsel ifadeleri doğru olarak oluşturdukları, Burak ve Can'ın ise bu süreçte farklı hatalar yaptıkları görülmüştür. Burak'ın cebirsel ifadeleri sözel ve matematiksel ifadelerin içeriğine bakmadan oluşturduğu; Can'ın ise toplama işlemi kullanması gereken yerde çıkarma işlemi, çarpma işlemi kullanması gereken yerde ise bölme işlemi kullandığı belirlenmiştir. Bu durumun üzerinde öğrencilerin aritmetikteki eksik veya hatalı öğrenmelerinin de etkisi olduğu söylenebilir. Can'ın "Hani çarpmanın tersi bölme ya. Problemlerde toplama dediğinde çıkarıyoruz, çıkarma dediğinde topluyoruz. Onun gibi. Toplamayla çıkarma, çarpma ile de bölme birbirinin tersi. Burada 2 katı dediği için tersini yapmamız bölmemiz gerekir." ifadesi bu durumu açık bir şekilde göstermektedir. Yapılan çalışmalar da öğrencilerin verilen bir sözel ifadeyi cebirsel ifadeye dönüştürme sürecinde zorlandıklarını ve benzer hatalar yaptıklarını göstermektedir (Herscovics ve Linchevski, 1994; MacGregor ve Price, 1999; MacGregor ve Stacey, 1997; Stacey ve MacGregor, 1997).

Öğrencilere $2x+3=?$ sorusu sorulduğunda ise Merve ve Ayşe $2x$ 'in bilinmeyen bir sayı 3'ün ise bilinen bir sayı olduğunu söyleyerek $2x$ ile 3'ün toplanamayacağını ifade etmişlerdir. Burak ve Can ise $2x+3$ 'ün $5x$ 'e eşit olduğunu belirtmişlerdir. $2x+3$ cebirsel ifadesini arada toplama işlemi olduğu için sonlandırmaya çalışmışlardır. Can'ın "Toplama işlemi var burada onu için toplamalıyız. Toplama işlemi yaparsak sonuca ulaşabiliriz." ifadesi bu durumu açık bir şekilde göstermektedir. Burak ve Can'ın $2x+3$ cebirsel ifadesini tamamlanmamış olarak düşündükleri için sonlandırmaya çalıştıkları söylenebilir. Booth da (1998) öğrencilerin cebirsel ifadeleri birleştirme veya sonlandırma eğilimi gösterdiklerini belirtmektedir. Öğrenciler cebirsel ifadeden

oluşan bir gösterimi tamamlanmamış olarak düşündükleri için sonlandırmaya çalışmaktadırlar (Booth, 1988; Collis, 1975; Davis, 1975). Ayrıca öğrencilerin aritmetik öğrenmeleri ile aritmetik ve cebirdeki farklılıklar bu duruma neden olmaktadır. Öğrenciler "+" ve "=" sembollerini gerçekleştirilmesi gereken bir eylem olarak yorumlamaktadırlar. Dolayısıyla "+" işaretini işlemi gerçekleştir ve "=" işaretini ise "cevabı yazmak" olarak düşündükleri için terimleri birleştirmektedirler (Booth, 1988). Tirosh, Even ve Robinson da (1988) öğrencilerin $3x+2$ şeklindeki cebirsel ifadenin bir süreci ve aynı zaman da bir sonucu belirttiğini kabul etmede zorluk yaşadıklarını belirtmektedirler. Öğrenciler $3x+2$ cebirsel ifadesini sonuçlandırılması gereken bir işlem olarak düşündükleri zaman $5x$ olarak birleştirmektedirler.

Can'ın değişkenleri sayısal bir değer olarak değil de nesnelere kısaltması olarak düşündüğü belirlenmiştir. Can $3c+7c$ ifadesini 3 ceviz+7 ceviz=10 ceviz olarak düşünmektedir. Can buradaki c'yi bir sayısal değer olarak değil cevizlerin kısaltması olarak ifade etmiştir. Bu bulgu alan yazında yapılan çalışmaların sonuçları ile benzerlik göstermektedir (Booth, 1998; Kuchemann, 1978; Rosnick, 1981). Rosnick (1981) araştırmasında öğrencilerden S ve P değişkenlerini kullanarak "üniversitedeki öğrencilerin sayısı profesörlerin sayısının altı katıdır" cümlesini eşitlik kullanarak ifade etmelerini istemiştir. Öğrenciler S ve P harfini öğrencilerin sayısı ve profesörlerin sayısı olarak değil öğrencileri ve profesörleri temsil eden bir harf olarak yorumlamışlardır. Kuchemann ise (1978) araştırmasında öğrencilerden $7a+3b$ cebirsel ifadesini açıklamalarını istemiştir. Öğrenciler a değişkenini elmaların (apples) ve b değişkenini muzların (bananas) kısaltması olarak ifade etmişlerdir.

Çalışmadan elde edilen diğer bir bulgu ise öğrencilerin değişkenleri sadece bilinmeyen olarak düşünmeleridir. Ayşe, Can ve Burak $2m+n$ cebirsel ifadesinde m ve n'in sınırlı sayıda değer alabileceğini ifade etmişlerdir. "x, y'den büyük bir doğal sayı ise $x+y=12$ eşitliğinde x ve y değeri için ne söylersiniz?" sorusu için ise yine x'e 7 ve y'ye 5 olarak belirli değerler vermişlerdir. Bu durum Kuchemann'ın (1978) çalışmasında ulaştığı sonuçlarla benzerlik göstermektedir. Kuchemann çalışmasında öğrencilere "p, q'dan büyük bir doğal sayı ise $p+q=12$ eşitliği için ne söylersiniz?" sorusunu yöneltmiş ve çoğu öğrenci p'nin tek bir değer alacağını düşünerek 7'ye eşit olacağını belirtmişlerdir. Öğrenciler p'yi bir değişken olarak düşünmemişlerdir (Kuchemann, 1981). Öğrencilerin, Kuchemann'ın (1981) belirttiği gibi değişkenleri temsil eden harflerin $x+y=y+x$ eşitliğindeki gibi bir değişken (genelleştirilmiş sayı) olabileceğini değil $x+3=8$ eşitliğindeki gibi tek bir değer (bilinmeyen) alabileceğini düşünme eğiliminde oldukları tespit edilmiştir.

Araştırmadan elde edilen bulgular, öğrencilerin cebirsel ifadeler ve değişken kavramına yönelik çeşitli zorluklar yaşadıklarını ve bu durumun sonucu olarak da hatalar yaptıklarını göstermektedir. Matematik öğrenme sürecinde, cebirdeki bu kavramların önemi düşünüldüğünde öğrencilerin yaptıkları bu hatalar ileriki öğrenmelerinde de güçlükler yol açabilir. Bu sebeple öğrencilerin öğrenme sürecinde yaşadıkları bu zorlukların ve yaptıkları hataların önlenebileceği öğrenme ortamlarının hazırlanması önemli görülmektedir. Öğrencilerin yaptıkları hataların temelinde ön bilgilerindeki eksiklikler olduğu dikkate alındığında ise öncelikli olarak bu eksikliklerin giderilmesinin gerekli olduğu söylenebilir. Sonraki öğretim sürecinde ise öğrencilerin cebir ile ilişkili temel kavramları bu ön bilgileri ile ilişkilendirebilecekleri öğrenme ortamları tasarlanması önemlidir. Bu kapsamda, öğretim sürecinde değişkeni belirtmek için kullanılan harf sembollerinin farklı anlamları ve bu durumla ilişkili olarak da cebirsel ifadenin matematiksel anlamına ilişkin öğretim faaliyetlerine yer verilmelidir.

Kaynakça

- Akkuş, O. (2004). *The effects of multiple representations-based instruction on seventh grade students' algebra performance, attitude toward mathematics, and representation preference*. Unpublished Doctoral Dissertation, Middle East Technical University, Ankara.
- Asquith, P., Stephens, A. C., Knuth, E. J., & Alibali, M. W. (2007). Middle school mathematics teachers' knowledge of students' understanding of core algebraic concepts: Equal sign and variable. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(3), 249-272.
- Baroody, A. J., & Ginsburg, H. P. (1983). The effects of instruction on children's understanding of the "equals" sign. *The Elementary School Journal*, 84(2), 198-212.
- Behr, M., Erlwanger, S., & Nichols, E. (1980). How children view the equals sign. *Mathematics Teaching*, 92, 13-15.
- Booth, L. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. In A. F. Coxford, ve A. P. Shulte (Eds.), *The ideas of algebra K-12* (pp. 20-32). VA: Yearbook. Reston.
- Collis, K. F. (1975). *A study of concrete and formal operations in school mathematics: A Piagetian viewpoint*. Melbourne: Australian Council for Educational Research.
- Davis, R. B. (1975). Cognitive process involved in simple algebraic equations. *Journal of Children's Mathematical Behaviour*, 1(3), 7-35.
- Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five traditions*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Dede, Y., & Argün, Z. (2003). Cebir, Öğrencilere niçin zor gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 180-185.
- Falkner, K. P., Levi, L., & Carpenter, T. P. (1999). Children's understanding of equality: A foundation for algebra. *Teaching Children Mathematics*, 6, 231-236.
- Hattikudur, S., & Alibali, M. W. (2010). Learning about the equal sign: Does comparing with inequality symbols help?. *Journal of experimental child psychology*, 107(1), 15-30.
- Herscovics, N., & Linchevski, L. (1994). A cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 27(1), 59-78.
- Jones, I., Inglis, M., Gilmore, C., & Dowens, M. (2012). Substitution and sameness: Two components of a relational conception of the equals sign. *Journal of Experimental Child Psychology*, 113(1), 166-176.
- Kaput, J. (1998). *Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by "algebrafying" the K-12 curriculum*. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 441664).
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Eds.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390-419). New York: Macmillan.
- Kuchemann, D. (1978). Children's understanding of numerical variables. *Mathematics in School*, 7(4), 23-26.
- Kuchemann, D. (1981). Algebra. In K. Hart (Eds.), *Children's understanding of mathematics: 11-16* (pp. 102-119), London: Alden.
- MacGregor, M., & Price, E. (1999). An exploration of aspects of language proficiency and algebra learning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(4), 449-467.
- MacGregor, M., & Stacey, K. (1997). Students' understanding of algebraic notation: 11-16. *Educational Studies in Mathematics*, 33, 1-19.
- Malisani, E., & Spagnolo, F. (2009). From arithmetical thought to algebraic thought: The role of the variable. *Educational Studies in Mathematics*, 71, 19-41.
- McNeil, N. M. (2008). Limitations to teaching children $2+2=4$: Typical arithmetic problems can hinder learning of mathematical equivalence. *Child Development*, 79(5), 1524-1537.
- Rosnick, P. (1981). Some misconceptions concerning the concept of variable. Are you careful about defining your variables?.. *Mathematics Teacher*, 74(6), 418-420.
- Stacey, K., & MacGregor, M. (1997). Ideas about symbolism that students bring to algebra. *The Mathematics Teacher*, 90(2), 110-113.
- Tirosh, D., Even, R., & Robinson, N. (1998). Simplifying algebraic expressions: Teacher awareness and teaching approaches. *Educational Studies in Mathematics*, 35(1), 51-64.
- Usiskin, Z. (1999). Conceptions of school algebra and uses variables. In B. Moses (Eds), *Algebraic thinking, grades K-12: Readings from NCTM's school-based journals and other publications* (pp. 7-13). Reston, VA: National Council of Teachers Mathematics.
- Vance, J. (1988). Number operations from an algebraic perspective. *Teaching Children Mathematics*, 4, 282-285.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally*. Pearson Education, Inc.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin.

Ek 1. Görüşme Soruları

1. Cebirsel ifade nedir?
2. Bir cebirsel ifade ve bu cebirsel ifadeye uygun bir sözle ifade yazınız.
3. Aşağıda verilen boşluklara uygun ifadeleri yazınız.
 - a) Tufan, Umut'tan 12 cm uzundur. Umut h cm boyunda ise Tufan'ın boyu cm'dir.
 - b) Mert'in ağırlığı Cem'den 5 kg azdır. Cem y kg ağırlığında ise Mert'in kilosu'dır.
 - c) Serpil'in pullarının sayısı Esra'nın pullarının sayısının 2 katıdır. Esra'nın n tane pulu varsa Serpil'in tane pulu vardır.
 - d) Elif, Zeynep'ten x yaş küçüktür. Zeynep 13 yaşında ise Elif'in yaşı'dır.
4. " $2x+3=?$ " sorusu için ne söylersiniz?
5. " $3c+7c=?$ " sorusu için ne söylersiniz?
6. " $3m+3=9$ " eşitliğindeki ve "m" ve " $2m+n$ " cebirsel ifadelerindeki m ve n hangi sayı değerlerini alabilir?
7. "x, y'den büyük bir doğal sayı ise $x+y=12$ eşitliğinde x ve y değeri için ne söylersiniz?"

Yazarlar Hakkında

Pınar Yıldız

Gazi Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü mezunu olan yazar, meslek hayatına Çankırı'nın Kızılırmak ilçesinde matematik öğretmeni olarak başlamıştır. Yüksek lisans eğitimini Gazi Üniversitesi İlköğretim Matematik Eğitimi programında tamamlamıştır. Doktora eğitimine ise Hacettepe Üniversitesi İlköğretim Bölümü'nde devam etmekte ve Erciyes Üniversitesi İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nda araştırma görevlisi olarak görev yapmaktadır.

Ş. Koza Çiftçi

Doktora eğitimini Hacettepe Üniversitesi İlköğretim Bölümü'nde tamamlayan yazar, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nda araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır. Yazarın ilgi alanları matematik eğitimi, mesleki gelişim, ölçme öğretimi ve sınıf için adalet çalışma konularıdır.

Şeyma Şengil Akar

Osmangazi Üniversitesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü mezunu olan Şengil-Akar, meslek hayatına Eskişehir'in Mihalgazi ilçesinde öğretmen olarak başlamıştır. Yüksek lisansını Anadolu Üniversitesi Üstün Yetenekliler Eğitimi programında yapmış, bu süreçte Üstün Yetenekliler Eğitim Programı (ÜYEP)'te araştırma asistanı ve matematik öğretmeni olarak çalışmıştır. Ayrıca Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü'nde araştırma görevlisi olarak göreve başlamıştır. Yazar, doktora eğitimine Hacettepe Üniversitesi İlköğretim Bölümü'nde devam etmekte ve aynı zamanda Hacettepe Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı'nda araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.

Elif Sezer

Yükseköğrenimini Dokuz Eylül Üniversitesi Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği lisans programında tamamlayan yazar, Hacettepe Üniversitesi İlköğretim Bölümü yüksek lisans programından mezun olmuştur. Devam eden süreçte eş zamanlı olarak Uludağ Üniversitesi İlköğretim Bölümü'nde doktora ve Gazi Üniversitesi Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme Bölümü'nde yüksek lisans yapmaktadır. Aynı zamanda Gazi Üniversitesi Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme Anabilim Dalı'nda araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.

EXTENDED ABSTRACT

Errors of 7th Grade Students' In The Process of Interpreting Algebraic Expression and Variables

Pınar YILDIZ¹, Ş. Koza ÇİFTÇİ², Şeyma ŞENGİL AKAR³, Elif SEZER⁴

Algebra, which is one of the four learning domains in maths programs for middle schools, acts as a bridge between other learning domains of maths. If algebra was examined from the point of math history, it can be seen that it developed its own system. Algebra was nourished with arithmetic, became a unique discipline in maths and in this sense it has become a key element in maths learning process. Algebra can be defined as a language, a problem solving tool or a thinking tool. Algebra undertakes different functions that cause a differentiation in its definitions (Dede and Argün, 2003). Sometimes, algebra can be defined as generalized arithmetic or a language for generalization of arithmetic. However, algebra is more than a series of rules for calculating symbols; it is a way of thinking (Wance, 1988). Most of the students construct basic concepts for algebra and experience difficulties in linking between those concepts and pre-algebraic concepts they developed in elementary school. In addition, students experience difficulties in understanding the meanings of new concepts they come across. This causes a failure for students in problems they encountered due to symbols they do not understand in those problems (Booth, 1988; Herscovics and Linchevski, 1994). Booth (1988) collected students' errors and misconceptions in the process of using and interpreting algebraic expressions in four titles: (i) focusing on algebraic activities and solutions, (ii) algebraic demonstration and use of rules, (iii) meanings of letters and variables, (iv) methods used in arithmetic and types of relationships. Findings of the studies found in related literature show that students have difficulties in writing and interpreting algebraic expressions similar to those specified by Booth (1988) (Kucheman, 1978; Macgregor and Stacey, 1997; Malisani and Spagnolo, 2009; Rosnick, 1981). Considering the necessity of algebra topic in maths teaching, examining difficulties students face has a place in terms of math's teaching. Algebraic expressions and variable concepts take place near the top among concepts that provide a basis for algebra teaching. The concept of variable has an important position in introduction to algebra and in constitution of algebraic thinking (Booth, 1988; Kieran; 1992; Kuchemann; 1978; Rosnick, 1981). Algebraic expressions are being constituted by using variables. Therefore, algebraic expressions and interpretation of variables are closely related. In this context, the purpose of this study was to determine errors that students made during interpretation process of algebraic expressions and variables.

This study was a case study design of qualitative method. In this study, maximum variation sampling of purposive sample method was used. Study was conducted with four seventh grade (middle school) students from different levels of achievement. Students' level of achievement was determined with their math's scores means and information derived from their teachers. Data were collected via interviews in order to determine how middle school 7th grade students interpret algebraic expressions and variables and what errors they make they experience during this process. Seven questions constituted by authors depending on related literature were projected to participants in the course of interviews. During cast, each conversation transferred into a form developed by authors without any correction and interviewer-interviewee respectively. Data were analyzed by content analysis techniques. At the end of data analysis, five themes were identified: which students made: (i) consider algebraic expression as an unknown, (ii) misuse of algebraic relations, (iii) conjoining and finishing algebraic expressions,

¹ Res. Asst., Erciyes University, e-mail: pakdal@erciyes.edu.tr

² Res. Asst., Eskişehir Osmangazi University, e-mail: kozaciftci@ogu.edu.tr

³ Res. Asst., Hacettepe University, e-mail: seymasengil@gmail.com

⁴ Res. Asst., Gazi University, e-mail: elifszr@gmail.com

(iv) thinking of variables as representing objects but not numerical values, (v) thinking of variables only as unknowns. Collected data were presented under these five themes.

In conclusion, it was conferred that students had difficulties and made errors in stating an algebraic expression. Students misidentified algebraic expression as “it can be used to specify an unknown number”, “it is a technique to find out the unknown”, “it is an unknown thing” and “it is a problem with an unknown term”. When students asked to constitute an algebraic expression, it was conferred that two students constituted equations instead of an algebraic expression and other two students constituted correct algebraic expressions but not any proper verbal expressions to their algebraic expressions. This condition shows that students do not know what an algebraic expression is. Besides it was also conferred that students had difficulties in writing an algebraic expression to a given verbal expression. Students interpreted symbols “+” and “=” as an action to be performed. Hence, they combine terms because they think symbol “+” as perform the operation and “=” as write down the answer (Booth, 1988). Additionally, it was determined that one of the participant students perceived variables as acronyms of objects but not a numeric value. Another finding of this study was students’ think of variables only as unknowns. It was confirmed that students were, as Kuchemann (1981) emphasized, in tendency not to think letters represent variables like a variable (a generalized number) in the equation $x+y=y+x$, but in tendency to think letters take only one value (unknown) like in the equation $x+3=8$.