



7. Sınıf Öğrencilerinin Kesirleri Karşılaştırırken Kullandıkları Referans Noktası Stratejileri

Reference Point Strategies Used By 7th Graders While Comparing Fractions

Gizem YAPAR SÖĞÜT^a, Yeliz YAZGAN^b

^aMilli Eğitim Bakanlığı, Eşrefoğlu Rumi İmam Hatip Ortaokulu, Bursa, Türkiye

^bUludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Temel Eğitim Bölümü, Sınıf Öğretmenliği Ana Bilim Dalı, Bursa, Türkiye

Öz

Bu çalışma 7. sınıf öğrencilerinin kesirleri karşılaştırmada kullandıkları referans noktası stratejilerini belirlemek amacıyla yapılmıştır. Katılımcıları seçmek için amaçlı örnekleme yönteminin kullanıldığı araştırmanın örneklemini 13 yedinci sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Öğrencilere, referans noktası stratejilerini kullanabilmelerine olanak sağlayan 7 tane soru sorulmuştur. Sorulara verilen yazılı ve sözlü cevaplar kayıt altına alınmış ve veri olarak kullanılmıştır. Cevapların nitel ve nicel analizi sonucunda, kesirleri karşılaştırma sırasında 7. sınıf öğrencilerinin referans noktası stratejilerini çok etkin kullanamadıkları ve genelde kesirleri karşılaştırırken payda eşitlemeye eğilimli oldukları tespit edilmiştir.

Abstract

This study was carried out to identify the reference point strategies used by 7th graders while comparing fractions. Thirteen 7th graders composed the sample of the study in which purposeful sampling was used to select the participants. Seven questions which enable students to use reference point strategies were asked to students. Written and oral answers given to the questions were recorded and used as data. As a result of qualitative and quantitative analyzes of answers, it was found out that 7th graders are not able to use reference point strategies very effectively and they are apt to find common denominator while comparing fractions.

Anahtar Kelimeler

kesirler
kesir öğretimi
karşılaştırma stratejileri
referans noktası

Keywords

fractions
teaching of fractions
comparison strategies
reference point

Extended Abstract

Starting from first grade, fractions have a wide place through primary and secondary school math curriculum. Besides, it is the most difficult subject to learn for students. In other respects, fractions are closely connected to other subjects such as algebra, decimal notation, percent, ratio, proportion and rational numbers.

One of the reasons for students' difficulties in fractions may be that teachers tend to rush to symbolization and operations without developing strong conceptual underpinnings for these numbers and operations on them. Besides, research findings show that students have troubles especially in ordering and comparing fractions. However, students should be able to understand magnitudes of fractions, and they should be able to order and compare fractions by using reasonable strategies to have a sound fractional understanding.

Student's strategies to compare fractions can be classified into 5 categories: comparing fractions with the same denominators, comparing fractions with the same numerators, finding common denominators, using manipulative materials (such as fraction strips or pictures), and using reference points. When students compare fractions to a third number such as 0, $\frac{1}{2}$, or 1, they have a reference point perspective. This approach for comparing and ordering numbers is referred to as a "reference point" strategy. Students may be able to order fractions because one is smaller than one-half and another is larger than one-half. Since $\frac{1}{3}$ is less than $\frac{1}{2}$ and $\frac{2}{3}$ is greater than $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ must be greater than $\frac{1}{3}$.

Although using reference point strategies is an important component of number sense, and well documented in the literature, it is not commonly included in mathematics textbooks and learning environments in our country. Therefore, this study was carried out to identify the reference point strategies used by 7th graders while comparing fractions.

Thirteen 7th graders formed the sample of the study in which purposeful sampling was used to select the participants. Participants were chosen by taking into consideration their math scores, interests and attitudes toward math based on information given by their mathematics teachers. Seven questions which enable students to use reference point strategies were asked to students. Six of these questions were open-ended and one question was multiple-choice. At the multiple choice question, students were asked to explain their reason about their choice. Almost all of the questions were represented in realistic contexts. Interviews lasted about 30-45 minutes for each student. Students were asked to write their answers in an explanatory manner, and all interviews were audio-recorded. During implementation, strategies that students attempted to use on their own were observed at first. Then they were talked about their methods, and questions that encourage them to use reference point strategies were asked when necessary. Then all answers were coded with regard to use of reference points as 3 (right use of reference points without guidance), 2 (right use of reference points with guidance), 1 (wrong use of reference points without guidance), 0 (no use of reference points).

There were $13 \times 7 = 91$ answers in total. Results showed that only 45% of all answers were coded as 3, which mean that less than half of the answers included right use of reference points without any guidance at the beginning. 35% of answers were coded as 2 which indicate right use of reference points after guidance. Percentages about wrong use of reference points without guidance (1 point) and no use of reference points (0) were the same: 10%. Students gave priority to finding common denominators, making drawings, using number line, even sometimes decimalization to compare fractions. As to reference point strategies, students were comfortable in using $\frac{1}{2}$ as reference point, while they had difficulty in using partitions that would complete the whole as reference points.

The most outstanding finding of this study is that students are not able to use reference point strategies very effectively. This situation can be an evidence of the fact that students are not exposed to the activities which highlight usage and importance of reference points in comparing or ordering fractions. Therefore, it can be said that giving more place to reference point usage in math curriculum, learning environments and textbooks may provide a more efficient solution to this problem. On the other hand, another finding shows that students can show more tendencies to use reference points when they are leaded properly. Hence, math teachers should promote students to use reference points and disclose students' natural instinct in this respect.

Student's answers revealed another important point. Since reference point strategies are only effective under specific circumstances, students must be able to distinguish problems that can be solved using reference points. When students identify the situations in which one of these strategies is useful, they are developing and using number sense to determine relative size.

The study has several limitations as well. Therefore, the study can be repeated with not only secondary but also primary school students. Studies including more participants from different grade levels would give more in-depth information about this subject. Additionally, an experimental intervention emphasizing reference point activities can be designed and its effects on students' development in this regard can be investigated.

1. Giriş

Kesirler konusu, ilkökul 1. sınıftan başlayarak, ilkökul ve ortaokul öğretim programının tamamında geniş yer kaplamaktadır. Ayrıca kesirler, öğrencilere matematik dersinde en zor gelen konulardan birisidir (Kılıç & Özdaş, 2010). Öte yandan kesirler, öğretim programındaki diğer birçok alanla; özellikle cebir, ondalık gösterim, yüzdeler, oran, orantı ve rasyonel sayılar konuları ile yakından ilgilidir. Dolayısıyla öğrencilerin kesir kavramını anlamlandırma konusunda eksikliklerinin olması, kesirlerle bağlantılı diğer tüm konularda da öğrencilerin zorluk yaşamasına sebep olmaktadır (Van de Walle, Karp, Bay-Williams, 2012). Öğrencilerin kesirler konusunda karşılaştıkları zorluklarla ilgili yapılan çalışmaların ortak sonuçlarına bakıldığında ise, bu zorlukların temelinde kavramsal öğrenmenin tam gerçekleşmemesinin, parça-bütün ilişkisinin kavranmasında eksik kalınmasının ve öğrencilerin sonuca odaklanarak kural temelli işlem yapmaya çalışmasının olduğu görülmektedir (Aksu, 1997; Haser & Ubuz, 2003; Soylu & Soylu, 2005).

Kavramsal öğrenmenin gerçekleşmesi için öğrencilerin bir kesrin ne kadar büyük olduğu hakkında bilgi sahibi olmaları gerekmektedir (Bingölbali & Özantar, 2014; Van de Walle, Karp, Bay-Williams, 2012). Bu açıdan bakıldığında kesirlerde tam öğrenmenin gerçekleştiğini söyleyebilmek için, bir kesrin diğer bir kesirden büyük olup olmadığını doğru olarak tespit edilebilmesi gerekmektedir. Ancak yapılan araştırmalar, öğrencilerin kesir kavramlarını anlama, özellikle kesirleri karşılaştırma ve sıralama konusunda zorluk yaşadıklarını göstermektedir (Aksu, 1997; Kloosterman, 2004; Gould, 2005; Sowder & Wearne, 2006; Wheel- don, 2008; Kılıç & Özdaş, 2010).

Behr, Wachsmuth, Post & Lesh (1984) kesirleri karşılaştırma için sadece payda, sadece pay, referans noktası, manipülatif ve tam- sayı baskınlığı olmak üzere 5 farklı strateji kullanılabileceği belirtilmiştir. Bu stratejilerden sadece pay ve sadece payda stratejileri payı veya paydası aynı olan kesirlerin karşılaştırılmasında; manipülatif kullanımı sadece uygun materyal ya da çizimlerde ve tam- sayı baskınlığı ise ancak tamsayı kesirlerin karşılaştırılmasında etkili olabilmektedir. Lamon (1999) ise kesirleri karşılaştırmada kullanılabilecek stratejileri eşit büyüklükte parçalar (payda aynı), eşit sayıda parçalar (pay aynı) ve referans noktasıyla kıyaslama olarak tanımlamıştır. Bray & Sanchez (2010)'e göre, öğrencilerin çoğunluğu kesirleri karşılaştırmada payda eşitlemeyi kullanır- ken bir kısmı da şekil çizmeyi tercih etmektedir. Ancak öğrenciler payda eşitleme stratejisini gerçek anlamda nadiren anlamaktadır. Bunun yanında, öğrencilerin mantıksal stratejileri kullanımı öğrencilerin kesir karşılaştırma becerisini geliştirmekte ve uzun vadede öğrencilerin rasyonel sayıları anlamlandırmasında etkili olmaktadır.

Yukarıdaki paragrafta bahsedilen kesirlerde karşılaştırma ile ilgili çalışmalardan da anlaşılacağı üzere, referans noktasıyla kıyas- lama kesirleri karşılaştırmada kullanılabilecek önemli stratejilerden biridir. Genel anlamda literatüre bakıldığında referans noktası seçimiyle ilgili 3 farklı yol izlenebileceği belirtilmektedir. Bunlardan en sık başvurulanı yarım, çeyrek gibi bir kesri karşılaştırma için kullanmaktır (Van de Walle, Karp, Bay-Williams, 2012). Örneğin ve kesirleri karşılaştırılırken, ilk kesrin yarımından büyük, ikinci kesrin ise yarımından küçük olduğunu söylemek buna örnektir. Bir diğer karşılaştırma noktası ise, karşılaştırılacak kesirlerin içerdiği bütün sayılarıdır (Whitacre & Nickerson, 2016). Bu duruma şöyle bir örnek verilebilir: ile' i karşılaştırırken payda eşit- lemek oldukça zahmetli ve hataya açık bir yöntemdir. Bunun yerine, ilk kesrin içinde iki bütün, ikinci kesrin içinde ise bir bütün olduğunu söylemek bu iki kesri karşılaştırmak için yeterlidir. Son olarak, kesirleri karşılaştırmak için onları bütüne tamamlayan parçalar kullanılabilir (Petit, Laird & Marsden, 2010). ve kesirlerini ele alalım. Bu kesirleri bütüne tamamlayan parçalar sırasıyla ve tür ve bunlar kıyaslandığında nin daha büyük olduğu görülecektir. Bütüne tamamlayan parça daha büyük olduğu zaman kalan kısım yani esas kesir daha küçük olacaktır. O yüzden bu örnekte kesri daha küçüktür.

Ülkemizde Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB, 2013)'nda 6. sınıfta referans noktası stratejilerinin kullanımı ile ilgili şu ifade yer almaktadır:

“Kesirleri sıralarken uygun stratejilerin kullanılması teşvik edilir. Kullanılabilecek stratejiler: kesirlerin bütüne olan yakınlıkları, yarımından büyük veya küçük olmaları, yarıma olan yakınlıkları, birim kesirlerin karşılaştırılması, payda eşitleme (sy. 15).”

Referans noktası kullanımının ilgili olduğu bir başka kavram sayı duygusu¹ kavramıdır. Yang (1995) sayı duygusunun bileşenlerini *sayı anlamlarının anlaşılması, sayıları ayırıştırma ve yeniden birleştirme, sayı büyüklüklerini anlama, referans noktası kullanımı, işlemlerin sayılar üzerindeki etkilerini anlama, sayı ve işlem bilgisini hesaplama durumlarında kullanmadaki esneklik* olarak adlandırmaktadır. Bu adlandırmadan ve yapılan diğer çalışmalardan da anlaşılacağı üzere, referans noktası kullanımı sayı duygusunun önemli bir bileşenidir (Yang, 1995; Smith, 2002; Wheel- don, 2008; Clarke & Roche, 2009; Van de Walle, Karp, Bay-Williams, 2012). Ayrıca, referans noktası kullanımının teşvik edilmesinin öğrencilerin kesirler konusundaki performansını arttırdığı belirtilmektedir (Behr, Wachsmuth, Post & Lesh 1984; Clarke & Roche, 2009; Bray & Sanchez, 2010; Petit, Laird & Marsden, 2010; Van de Walle, Karp, Bay-Williams, 2012). Bunun yanı sıra, referans noktası stratejilerinin öğrenciler tarafından kullanım oranının da çok düşük olduğu ifade edilmektedir. Örneğin, Reys, Kim ve Bay (1999)'ın 20 beşinci sınıf öğrencisi ile yaptıkları bir çalışmada, bu öğren- cilerden sadece beşinin , ve kesirlerini karşılaştırırken yarımı referans noktası olarak doğru biçimde kullandıkları görülmüştür.

Türkiye'de ise kesirleri karşılaştırmada referans noktası kullanımı hala yaygın olmamakla birlikte, bu konuyu sayı duygusu

1. Sayı duygusu: Sayı ve işlemleri genel olarak kavrama, sayı ve işlemlerle uğraşırken kullanışlı stratejiler geliştirme ve esnek bir biçimde matematiksel muhakeme kurabilme becerisi (Reys, Reys, McIntosh, Emanuelsson, Johansson ve Yang; 1999)

kapsamında inceleyen bazı çalışmalar vardır. Bunlardan ikisi Şengül (2013) ve Takır (2017)'a aittir. Şengül (2013) sınıf öğretmeni adaylarının sayı duyusu stratejilerini belirlemeyi amaçlarken Takır (2017) ise 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin cinsiyet, sınıf düzeyi ve matematik öz-yeterlik algıları ile sayı duyuları arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Her iki çalışmanın sonuçlarına göre, öğrencilerin büyük bir çoğunluğu kesirleri karşılaştırırken denk kesirleri bulma veya payda eşitleme gibi yolları tercih etmekte, çok az bir kısmı referans noktası kullanımına yönelmektedir.

Literatürde de belirtildiği gibi, öğrenciler kesirlerde karşılaştırma konusunda zorluklar yaşamakta ve kesirlerde karşılaştırma öğretiminde ezbere kurallar kullanılmaktadır (Olkun & Toluk Uçar, 2007). Kavramsal düşünmeyi gerektiren referans noktası stratejilerinin kullanımı (Bray & Sanchez, 2010) bu zorlukların aşılmasında önem taşımaktadır. Ülkemizde referans noktası stratejilerini tek başına ele alan bir çalışmanın olmaması bu çalışmanın yapılmasının başlıca nedenlerinden biridir. Ayrıca, programda yer alan vurguya rağmen, gerek öğretim ortamlarında gerekse ders kitaplarında referans noktası stratejilerine gerekli önemin pek verilmediği, bu stratejilere yönelik soru ve etkinliklerin sınırlı kaldığı düşünülmektedir. Bu yüzden bu çalışmada özellikle öğrencilerin herhangi bir referans noktası seçerek kesirleri kıyaslayıp kıyaslayamadıkları incelenmiştir.

Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, 7. sınıf öğrencilerinin kesirleri karşılaştırma sırasında kullandıkları referans noktası stratejilerini belirlemek ve bu stratejileri kullanırken sorun yaşayıp yaşamadıklarını ortaya çıkarmaktır.

Araştırmanın Problemi

Bu araştırmanın problemini; “7. sınıf öğrencilerinin kesirleri karşılaştırma sırasında kullandıkları referans noktası stratejileri nelerdir?” sorusu oluşturmaktadır.

2. Yöntem

Model

Bu çalışmada 7. sınıf öğrencilerinin kesirleri karşılaştırmada kullandıkları referans noktası stratejileri incelenmiştir. Bu amaçla, nitel araştırma desenlerinden biri olan, bir ya da birkaç özel durumu derinlemesine inceleyerek analiz edilmesini sağlayan durum çalışması (case study) yöntemi kullanılmıştır (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz & Demirel, 2010). Durum çalışması desenlerinden bütüncül tek durum desininin kullanıldığı araştırmada, katılımcıların kesirleri karşılaştırma için tercih ettikleri yöntemler, özellikle referans noktası kullanımları derinlemesine incelenerek, mevcut durum araştırılmaya çalışılmıştır.

Çalışma Grubu

Çalışma, 2014 yılında Bursa ilindeki bir devlet ortaokulunda 7. sınıfa devam eden 13 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın birinci yazarı aynı zamanda bu okulda matematik öğretmeni olduğu için, amaçlı örneklemeyi kullanarak çalışılacak öğrencileri kendi seçmiştir. Bu seçimi yaparken, öğrencinin matematik ders notunun 5 olmasına ve çalışmaya katılmak için gönüllü olmasına dikkat etmiştir. Ayrıca, ders sırasındaki gözlemlerine dayanarak, özellikle matematiğe karşı ilgili ve değişik bakış açısına sahip görünen öğrencilere öncelik vermiştir.

Veri Toplama Aracı ve Uygulama

Çalışmada kesirleri karşılaştırma ile ilgili 6 açık uçlu ve 1 çoktan seçmeli soru kullanılmıştır. Ancak çoktan seçmeli soruda da öğrenciden seçiminin nedenini açıklaması istenmiştir. Soruların hemen hepsi günlük yaşamla bağlantılı, gerçekçi bir bağlam içine yerleştirilmiştir. Bu sorular, daha önce yapılmış çalışmalarda (Streefland, 1991; NCTM, 2000; Yazgan, 2007) kullanılan soru veya etkinliklerin ya olduğu gibi alınması ya da sınıf düzeyi vs. gözetilerek tekrar düzenlenmesi yoluyla oluşturulmuştur. Soruların çözümü sırasında yarım ile kıyaslama (1, 2, 5 ve 7. sorularda), bütüne yakınlık (2, 3, 4 ve 6. sorularda), sifıra yakınlık (2 ve 7. sorularda) ve çeyreğe yakınlık (7. soruda) kullanılabilir. Çalışmada kullanılan soruların geçerlilik ve güvenilirliği daha önce yapılan çalışmalarda test edildiği için bu çalışmada yeniden geçerlilik ve güvenilirlikle ilgili çalışma yapma ihtiyacı duyulmamıştır. Araştırmada, öğrencilerin düşüncelerindeki derinliği ve çeşitliliği keşfetmek ve bilişsel beceriyi değerlendirmek için esnek soru sorma metodu olan *klinik mülakat yöntemi* kullanılmıştır (Karataş & Güven, 2003). Birinci araştırmacı tarafından gerçekleştirilen görüşmeler, her öğrenci için yaklaşık 30-45 dakika sürmüştür. Öğrencilerden cevaplarını soru kâğıtları üzerine açıklayıcı bir şekilde yazmalarını istenmiş ve uygulama sırasında ses kaydı yapılmıştır.

Uygulama sırasında ilk olarak öğrencilere herhangi bir şey söylenmeden kendi başlarına soruyu nasıl çözdükleri gözlemlenmiştir. Eğer öğrenci bu noktada kendiliğinden referans noktasını kullanmış ve başarılı olmuşsa bu durum *yönlendirilmeden doğru kullanım* olarak kabul edilmiştir. Eğer öğrenci en başta payda eşitleme, şekil çizme klasik yöntemleri

kullanarak kesirleri karşılaştırmış ve bunda başarılı olmuşsa, ancak referans noktasını kullanmamışsa, “Sence daha kısa bir yol var mı?”, “Kalem, kâğıt kullanmadan yapabilir miydin?” gibi referans noktası kullanmaya yöneltici sorular sorulmuştur. Öğrenci bu sorular sonrasında referans noktası kullanarak aynı soruyu doğru cevapladıysa bu durum *yönlendirme ile doğru kullanım* olarak kabul edilmiştir. Öğrenci başlangıçta referans noktasını doğrudan kullanmaya çalışmış ancak bunu yanlış veya eksik yapmışsa, bu durum *yönlendirmesiz ama yanlış kullanım* olarak kodlanmıştır. Son olarak, öğrenci klasik yöntemlerle kesirleri karşılaştırmaya çalışmış, yöneltici sorulardan sonra bile bunu değiştirmemişse bu durum *kullanım yok* diye kodlanmıştır.

Verilerin Analizi

Daha sonra öğrencilerin cevapları incelenerek referans noktası stratejileri kullanım durumları her soru için 3 (yönlendirmesiz doğru kullanım), 2 (yönlendirme ile doğru kullanım) 1 (yönlendirmesiz ama yanlış kullanım) ve 0 (kullanım yok) olmak üzere kodlanmıştır. Kodlama sonrası her öğrencinin toplam puanı hesaplanmıştır. Şekil 1’de çalışmada kullanılan 5 numaralı soru ve altına sırasıyla bu sorudan 0, 1, 2 ve 3 puan alan öğrenci cevaplarına birer örnek verilmiştir.

5) Uğur ve Ali, $\frac{17}{46}$, $\frac{7}{13}$, ve $\frac{27}{55}$ kesirlerinden hangisinin en büyük olduğunu bulmaya çalışıyorlardı. Uğur “Payda eşitlememiz gerekli, ancak bu vakit alacak, çünkü ortak payda bulmak zor” dedi. Ali ise “Hayır, paydaları eşitlemeden ve başka bir işlem yapmadan en büyük kesri bulabileceğimiz bir yol var” dedi. Siz Ali’nin bulduğu bu yolun ne olduğunu ve hangi kesrin en büyük olduğunu açıklayabilir misiniz?

Uğur’la katılıyorum çünkü bunların paydalarını eşitlememiz gerekir.

$\frac{27}{55}$ sence daha büyük önce 27’nin 2 katı olarak 54 cevabını bulduğumda 55’e daha yakın olduğunu düşündüm. Böylelikle yarısı dabileceğini ve diğerlerine göre daha fazla dabileceğini düşündüm.

$\frac{13}{46}$ $\frac{715}{46}$ $\frac{146}{15}$ $\frac{13}{46}$ $\frac{59}{46}$ $\frac{110}{46}$ $\frac{13}{46}$ $\frac{715}{46}$ $\frac{146}{15}$

$\frac{27}{55}$ → Yarımdan çok azdır (Pay.)

$\frac{7}{13}$ → Yarımdan çok az fazladır (Pay.)

$\frac{17}{46}$ → Yarımdan azdır (Pay.)

$\frac{17}{46}$ $\frac{7}{13}$ $\frac{27}{55}$

Yarımdan küçük Yarımdan büyük Yarımdan küçük

Şekil 1. Çalışmada kullanılan kodlama ile ilgili örnekler

3. Bulgular ve Yorumlar

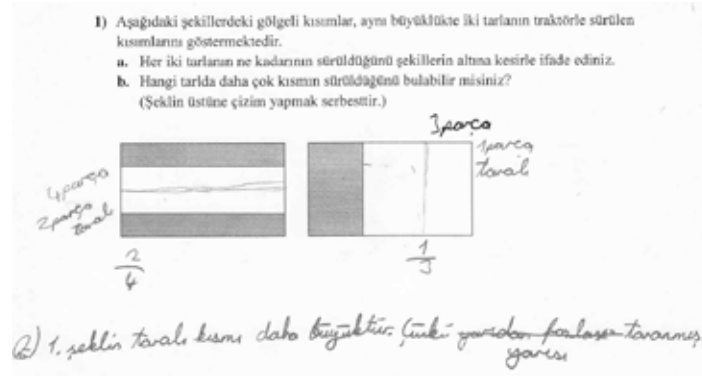
Çalışma sonunda öğrencilerin referans noktası kullanımları göz önünde bulundurularak yapılan puanlama Tablo 1 de görülmektedir. Öğrencilerin 7 sorudan aldığı toplam puanlar değerlendirildiğinde 19 puan alan iki öğrenci ve 11 puan alan bir öğrenci dışında diğer öğrencilerin puanının ortalamaya yakın olduğu söylenebilir. Ayrıca sorulardan alınabilecek maksimum puan (21) göz önünde bulundurulduğunda öğrencilerin 15 ortalama puanla genel anlamda başarılı olduğu söylenebilir. Ancak biraz daha ayrıntılı incelendiğinde, şöyle bir durum söz konusudur: Tüm cevap sayısı $13 \times 7 = 91$ ’dir. Yönlendirme olmaksızın referans noktasının doğru olarak kullanıldığı (yani 3 puanlık) cevap sayısı ise 41’dir.

Bunu tüm cevap sayısı ile oranladığımızda, tüm cevapların yaklaşık %45'inde referans noktasının yönlendirmesiz ve doğru kullanıldığı görülmektedir. Bu oran yarıdan da azdır. Yönlendirmeyle referans noktasının doğru kullanıldığı (2 puanlık) cevap sayısı ise 32, bunun tüm cevaplara oranı yaklaşık %35'dir. Aynı mantıkla bakıldığında, cevapların yaklaşık %10 ()'unda yönlendirmesiz ancak yanlış referans noktası stratejisi kullanılmış, yine yaklaşık %10 ()'unda hiç referans noktası stratejisi kullanılmamıştır.

Tablo 1. Öğrencilerin referans noktası kullanım puanları²

Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	Ö8	Ö9	Ö10	Ö11	Ö12	Ö13	Ort
Soru 1	2	3	3	2	3	3	3	2	2	2	3	2	2	2,46
Soru 2	1	3	3	2	3	3	1	3	3	3	3	3	3	2,62
Soru 3	0	2	0	2	0	2	1	3	2	2	2	2	2	1,54
Soru 4	0	0	0	2	0	0	3	3	2	3	2	3	1	1,46
Soru 5	3	3	3	2	2	2	2	2	2	3	2	1	0	2,08
Soru 6	3	3	3	3	3	2	3	3	2	3	3	3	2	2,77
Soru 7	2	1	3	2	3	1	1	3	2	3	1	3	3	2,08
Toplam	11	14	15	15	14	13	14	19	15	19	16	17	13	15

Öğrencilere sorulan ilk soru ve bu soruya verilen cevaplardan biri Şekil 2'de gösterilmektedir.



Şekil 2. Çalışmada kullanılan ilk soru ve bir öğrenci cevabı örneği

Öğrencilerin birinci soruda çözüme ulaşmak için kullandıkları yöntemler Tablo 2'de sunulmuştur. Birinci soruya verilen yanıtlara bakıldığında 12 öğrencinin doğru sonuca kendiliğinden ulaştığı bir öğrencinin ise doğru sonuca ulaşmadığı görülmektedir. Bu soruda doğru sonuca ulaşamayan öğrenci payda eşitleme kullanırken, yönlendirme sonucu kesirleri yarıma yakınlıkları ile kıyaslayarak hatasını fark etmiştir. Doğru sonuca ulaşan öğrencilerden ise 6 tanesi yarımla kıyaslama, 3 tanesi payda eşitleme, 1 tanesi yarımla kıyaslama ve şekil çizme ve 2 tanesi ise hem payda eşitleme hem yarımla kıyaslamayı kullanmıştır. Bu soruda yönlendirme olmadan yarımla kıyaslama stratejisini kullanan 6 öğrencinin tamamı -ki Şekil 2'deki öğrenci cevabı da bu gruba aittir- doğru sonuca ulaşmıştır. Diğer öğrencilerin tamamı yönlendirme ile yarımla kıyaslama stratejisini etkin şekilde kullanabilmiştir. Ayrıca, bu sorudaki taralı şekilleri kesirlerle ifade ederken tüm öğrencilerin tarlaları eş parçalara ayıracak şekilde çizim yaptığı ve bütünün eş parçalara ayrılması gerektiği durumunu doğru kullandığı görülmüştür.

Tablo 2. Birinci soruda öğrencilerin karşılaştırma için başvurdukları yöntemler

Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	Ö8	Ö9	Ö10	Ö11	Ö12	Ö13	Toplam
Yarımla kıyaslama		X	X		X	X	X	X			X	X	X	9 kişi
Payda eşitleme	X			X				X	X	X			X	6 kişi
Şekil çizme												X		1 kişi

Öğrencilere sorulan ikinci soru ve bu soruya verilen cevaplardan biri Şekil 3'te görülmektedir.

2. Bu noktadan sonra çalışmaya katılan öğrencilerden adları yerine kendilerine verilen kodlar ile bahsedilecektir. Örneğin Ö7'nin anlamı "7 numaralı öğrenci"dir.

2) Aşağıdaki kesirleri, tabloda yer alan başlıkların altına yerleştiriniz.

$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{11}{12}$
$\frac{15}{10}$	$\frac{5}{11}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{13}{26}$

0'a yakın	$\frac{1}{2}$ 'ye yakın	1'e yakın
$\frac{1}{8}, \frac{1}{100}$	$\frac{5}{9}, \frac{8}{12}, \frac{2}{5}$	$\frac{11}{12}, \frac{13}{26}$
	$\frac{3}{10}, \frac{1}{100}$	

Şekil 3. Çalışmada kullanılan ikinci soru ve bir öğrenci cevabı örneği

İkinci soruda 2 öğrenci dışında tamamı tüm kesirleri doğru yere yerleştirmiştir. Bu öğrencilerden 10 tanesi sadece referans noktası stratejisi kullanırken bir öğrenci referans noktası stratejisi yanında sayı doğrusundan da yardım almıştır. Tüm kesirleri doğru yerleştiremeyen öğrencilerden biri referans noktası kullanırken diğeri referans noktası stratejisi yanında sayı doğrusu da kullanmıştır. Bu iki öğrenci de kesrinin 0'a, kesrinin ise tama yakın olduğunu belirterek hata yapmıştır. Öğrencilerin 2. soruda çözüme ulaşmak için kullandıkları yöntemler Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3. İkinci soruda öğrencilerin karşılaştırma için başvurdukları yöntemler

Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	Ö8	Ö9	Ö10	Ö11	Ö12	Ö13	Toplam
Referans noktası	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	13 kişi
Sayı doğrusu	X			X										2 kişi

Çalışmada kullanılan 3. soru ve bu soruya verilen cevaplardan biri Şekil 4'te verilmiştir.

3) Zeynep ve Bahar, öğretmen verdiği bir ödev üzerinde tartışıyorlardı. Ödevleri ise $\frac{14}{15}$ ve $\frac{12}{16}$ kesirlerinden hangisinin büyük olduğunu bulmaktı. Zeynep "Zannedersen $\frac{14}{15}$ daha büyük" dedi. Bahar ise "Hayır $\frac{12}{16}$ daha büyüktür. Kesirleri bütüne tamamlayan parçayı göz önüne almalısın" dedi.

a. Sizce hangisi haklıdır? Neden? $\frac{14}{15}$ de daha büyük bir dilim kaldı çünkü $\frac{14}{15}$ de daha büyük $\frac{12}{16}$ de bir dilim vardı, bu yüzden $\frac{12}{16}$ daha büyüktür.

b. Bahar'ın ne demek istediğini açıklayabilir misiniz?

Şekil 4. Çalışmada kullanılan üçüncü soru ve bir öğrenci cevabı örneği

Üçüncü soruda doğru cevaba ulaşan öğrencilerden ikisi referans noktası stratejilerini hiç kullanmadan payda eşitleme ve daha önce ezberlediği "pay ve payda arasındaki fark aynı ise payı büyük olan daha büyüktür" kuralını kullanırken, bunlardan biri daha sonra yönlendirme ile referans noktası stratejilerini doğru kullanabilmiştir. Doğru cevaba ulaşan diğer öğrenciler ise ya doğrudan kendileri ya da yönlendirme sonucu bu stratejileri kullanmışlardır. İki öğrenci ise doğrudan "pay ve payda arasındaki fark aynı ise payı küçük olan 1'e daha yakındır" şeklinde tama yakınlık konusunda önceden ezberlediği yanlış bilgiyi kullanmaya çalışarak hata yapmış ve doğru sonuca ulaşamamışlardır. Payda eşitleme ya da şekil çizme kullanarak ilk anda yanlış cevap veren diğer iki öğrenci ise daha sonra 1'e yakınlık stratejisini kullanarak doğru sonuca ulaşmışlardır. Şekil 4'teki öğrenci cevabı örneği bu gruptandır. Öğrencilerin 3. soruda çözüme ulaşmak için kullandıkları yöntemler Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4. Üçüncü soruda öğrencilerin karşılaştırma için başvurdukları yöntemler

Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	Ö8	Ö9	Ö10	Ö11	Ö12	Ö13	Toplam
1'e yakınlık		X		X		X		X	X	X	X	X	X	9 kişi
Payda eşitleme	X	X		X			X		X	X		X		7 kişi
Şekil çizme							X							1 kişi
Ezber	X	X	X		X									4 kişi

Dördüncü soru ve bu soruya verilen cevaplardan biri aşağıdaki şekildedir:

4) Ayşe ödevini yaparken aşağıdaki işlemin üzerine kahve dökülmüş. Kahve dökülen yerde $>$, $<$, \leq veya \geq işaretlerinden hangisi olabilir? Nedenini altındaki boşluğa açıklayınız.

$$\frac{16}{17} \bullet \frac{17}{18} \quad \frac{16}{17} < \frac{17}{18}$$

$\frac{17}{18} = 18$ payına ayrılarak daha küçük ayrılır. Kaba 1 tanesi daha büyüküne göre daha küçük olduğu için daha büyüktür.

Şekil 5. Çalışmada kullanılan dördüncü soru ve bir öğrenci cevabı örneği

Öğrencilerin dördüncü soruya verdiği yanıtlar ve kullandıkları stratejiler incelendiğinde, 3. soruda önceden ezberlediği yanlış bilgiyi kullanan aynı öğrencilerin bu soruda da aynı ezberi kullanarak hata yaptığı ve yönlendirmeye rağmen referans noktası stratejilerini doğru kullanamadıkları görülmektedir. Benzer şekilde, önceki soruda payda eşitleyen ve "...payı büyük olan daha büyüktür" ezberini kullanan öğrenciler bu soruda da aynı yöntemleri kullanarak doğru sonuca ulaşmış ve bir öğrenci daha bu soruda önceden ezberlediği bilgiyi kullanarak doğru yanıtı ulaşmıştır. Bir öğrenci sayı doğrusu kullanmış, diğer 7 öğrenci ise yardımla ya da yardımsız olarak (Şekil 5'teki öğrenci cevabı gibi) referans noktası stratejilerini kullanabilmişlerdir. Öğrencilerin kullandıkları yöntemler Tablo 5'te görülmektedir.

Tablo 5. Dördüncü soruda öğrencilerin karşılaştırma için başvurdukları yöntemler

Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	Ö8	Ö9	Ö10	Ö11	Ö12	Ö13	Toplam
1'e yakınlık				X			X	X	X	X	X	X	X	8 kişi
Payda eşitleme									X		X			2 kişi
Sayı doğrusu						X								1 kişi
Ezber	X	X	X	X	X									5 kişi

Öğrencilere yöneltilen beşinci soru ve bu soruya verilen cevaplardan biri aşağıdaki şekildedir:

5) Uğur ve Ali, $\frac{17}{46}$, $\frac{7}{13}$, ve $\frac{27}{55}$ kesirlerinden hangisinin en büyük olduğunu bulmaya çalışıyorlardı. Uğur "Payda eşitlememiz gerekli, ancak bu vakit alacak, çünkü ortak payda bulmak zor" dedi. Ali ise "Hayır, paydaları eşitlemeden ve başka bir işlem yapmadan en büyük kesri bulabileceğimiz bir yol var" dedi. Siz Ali'nin bulduğu bu yolun ne olduğunu ve hangi kesrin en büyük olduğunu açıklayabilir misiniz?

$\frac{17}{46} =$ Yarından küçük
 $\frac{7}{13} =$ Yarından büyük
 $\frac{27}{55} =$ Yarından küçük

Şekil 6. Çalışmada kullanılan beşinci soru ve bir öğrenci cevabı örneği

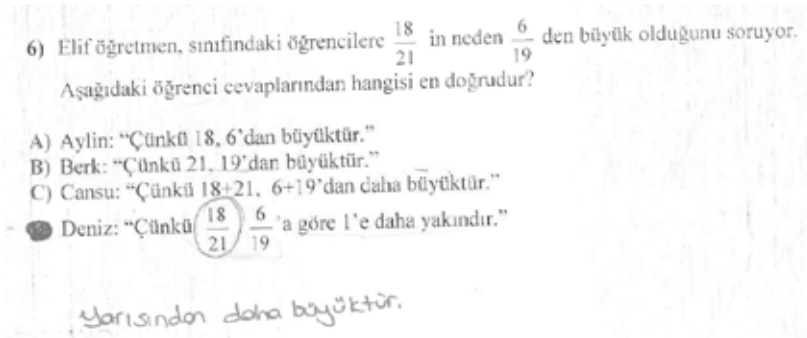
Bu soruda öğrencileri tamamına yakını referans noktası stratejilerini kullanabilmiş (Şekil 6), bir öğrenci ise başta referans stratejisini yanlış kullanıp sonradan yönlendirme ile doğru kullanabilmiştir. Bu öğrenci ilk olarak fikrini "daha büyük çünkü 27'nin iki katı olarak 54 cevabını bulduğumda 55'e daha yakın olduğunu düşündüm. Böylelikle yarısı olabileceğini ve diğerlerine göre daha fazla olabileceğini düşündüm." diye açıklamış ancak araştırmacının yönlendirmesi ile hatasını fark ederek cevabını "daha fazladır çünkü 13'ün yarısı olarak sonuç 6,5 çıkar ama orada 7 tanesi kullanılmış. Bu yüzden yarısından daha fazla olarak diğerlerinden daha büyüktür" şeklinde değiştirmiştir. Diğer yandan bir öğrenci ise "Uğur'a katılıyorum. Bu soruda payda eşitlemeliyiz." dedikten sonra yönlendirme ile yarım ile kıyaslama stratejisi kullanmaya çalışmış ancak buna rağmen başarısız olmuştur. Ayrıca bir öğrenci yarım ile kıyaslama stratejisi yerine bu soruda 1'e yakınlığı düşünerek "daha büyük çünkü bölünen küçük olduğu için parçaları büyük olur" gibi bir açıklama yaparak tamamen yanlış kullanım ile doğru sonuca ulaşmıştır. Öğrencilerin kullandıkları stratejilere bakıldığında özellikle bu soruda ezber bilgi kullanımının azaldığı ve öğrencilerin referans noktası stratejilerini kullanmaya eğilim

gösterdiği göze çarpmaktadır. Beşinci soruda öğrencilerin kullandıkları yöntemler Tablo 6’da verilmiştir.

Tablo 6. Beşinci soruda öğrencilerin karşılaştırma için başvurdukları yöntemler

Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	Ö8	Ö9	Ö10	Ö11	Ö12	Ö13	Toplam
1’e yakınlık					X						X		X	3 kişi
Yarımla kıyaslama	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X		11 kişi
Payda eşitleme							X		X					2 kişi
Şekil çizme									X					1 kişi
Ezber					X									1 kişi

Çalışmada kullanılan 6. soru ve bu soruya verilen cevaplardan biri Şekil 7’de sunulmaktadır.



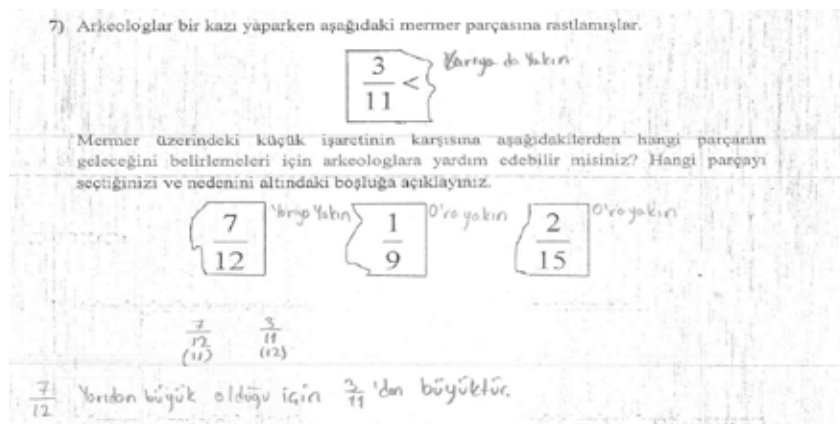
Şekil 7. Çalışmada kullanılan altıncı soru ve bir öğrenci cevabı örneği

Bu soruda doğrudan referans noktası kullanmayı tercih eden öğrenciler büyük çoğunluktadır ve bunların 6 tanesi 1’e yakınlığı göz önünde bulundururken, 4 tanesi yarımla kıyaslayarak –Şekil 7’de olduğu gibi- ’in yarımdan büyük olduğunu bulmuş ve doğru cevaba ulaşabilmiştir. Diğer üç öğrenci ise referans noktası stratejilerinin etkin kullanımı konusunda biraz yönlendirmeye ihtiyaç duymuşlardır ve bunlardan ikisinin ilk kullandığı strateji payda eşitleme olmuştur. Öğrencilerin 6. soruda kullandıkları yöntemler Tablo 7’de görülmektedir.

Tablo 7. Altıncı soruda öğrencilerin karşılaştırma için başvurdukları yöntemler

Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	Ö8	Ö9	Ö10	Ö11	Ö12	Ö13	Toplam
1’e yakınlık	X			X	X		X	X	X	X			X	8 kişi
Yarımla kıyaslama		X	X			X					X	X		5 kişi
Payda eşitleme									X				X	2 kişi

Çalışmada kullanılan son soru ve bu soruya verilen cevaplardan biri aşağıdaki şekildedir:



Şekil 8. Çalışmada kullanılan son soru ve bir öğrenci cevabı örneği

Bu soruda 6 öğrenci yönlendirme olmadan referans noktası stratejilerini etkili kullanırken, 3 öğrenci yönlendirme ile kullanabilmiştir. Diğer 4 öğrenci ise yönlendirme olmadan referans noktası stratejilerini kullanmaya çalışmış ancak doğru kullanamamışlardır. Örneğin bu öğrencilerden biri ’in de ’nin de yarıma yakın olduğunu bulmuş ancak ’nin daha büyük olup olmadığını bulmak için payda eşitlemeye çalışmıştır (Şekil 8). Referans noktası stratejisi kullanmaya çalışan

ama zorluk yaşıyan bir diğeri öğrenci ise kesirleri ondalık gösterime çevirerek doğru cevaba ulaşmış ve bir başka öğrenci de kesirlerin 1'e yakınlıklarına bakıp "1'e 13 parça yakındır o yüzden cevap 'tir'" demiştir. İşi kolaylaştırmasına rağmen çeyrekle kıyaslanmanın bu soruda kullanılmaması dikkat çekicidir. Öğrencilerin son soruda kullandıkları yöntemler Tablo 8'de görülmektedir.

Tablo 8. Yedinci soruda öğrencilerin karşılaştırma için başvurdukları yöntemler

Öğrenciler	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	Ö8	Ö9	Ö10	Ö11	Ö12	Ö13	Toplam
1'e yakınlık					X	X	X							3 kişi
Yarımla kıyaslama			X					X	X	X	X	X	X	7 kişi
Ondalık gösterime çevirme		X												1 kişi
Payda eşitleme	X			X					X		X			4 kişi

4. Tartışma ve Sonuç

7. sınıf öğrencilerinin kesirleri karşılaştırmada kullandıkları referans noktası stratejilerinin araştırıldığı bu çalışmadan ortaya çıkan sonuçlara göre, literatürde belirtilen birçok çalışmada olduğu gibi (Aksu,1997; Haser & Ubuz, 2003 Kloosterman, 2004; Soylu & Soylu, 2005; Gould, 2005; Sowder & Wearne, 2006; Wheeldon, 2008; Kılıç & Özdaş, 2010) öğrencilerin kesirleri karşılaştırmada ve sıralamada zorluk çektikleri, kavramsal öğrenme gerçekleşmeden kural-ları ezberle kullanmaya eğilimli oldukları belirtilebilir. Bazı öğrencilerin 3. soruyu "pay ve payda arasındaki fark aynı ise payı büyük olan daha büyüktür" mantığını sorgulamadan kullanarak çözmeye çalışmaları bunun tipik bir örneğidir.

Öğrencilerin kesirleri karşılaştırır veya sıralarken çoğunlukla ilk anda payda eşitleme, şekil çizme, sayı doğrusu çizme ve hatta bazen ondalık kesre çevirmeye yöneldiği, referans noktası stratejilerini ise pek kullanmadıkları saptanmıştır. Bu çalışmanın en önemli sonucu budur ve bu sonuç, Takır (2017), Şengül (2013) ve Reys, Kim ve Bay (1999) tarafından yapılan çalışmaların sonuçları ile uyumludur. Öte yandan, klasik yöntemlere yönelen bu öğrencilerin bazılarının yönlendirici sorular sonrasında referans noktasını kullanarak karşılaştırma yapabildikleri, ancak bunu bütün sorularda tam etkin kullanamadıkları gözlenmiştir.

Smith (1995) çalışmasında öğrencilerin bağımsız olarak yani kendiliklerinden 0, , 1 gibi iyi bilinen referans noktalarını kesirleri karşılaştırmada kullanabildiklerini ifade etmektedir. Bu çalışmada elde edilen tüm cevapların yaklaşık %45'inde referans noktasının yönlendirmesiz ve doğru kullanıldığı bulgusu bu ifadeyi desteklemektedir. Ayrıca bu durum öğrencilerin bu yeteneklerinin geliştirilmeye açık olduğu anlamına da gelebilir.

Kullanılan referans noktası stratejilerine bakıldığında, en rahat kullanılanın yarımla kıyaslama, en zorlanılanın ise bütüne tamamlayan parçaları kullanma olduğu söylenebilir. Ayrıca bu çalışmanın ortaya çıkardığı bir başka nokta ise şudur: Eğer soru doğrudan bir şeyleri referans alarak kesirleri sınıflamayı istiyorsa – ki bu çalışmadaki ikinci soru böyledir- öğrencilerin bu yöndeki başarısı artmaktadır. Ancak soru referans noktası kullanmayı dolaylı yoldan istiyorsa, öğrencilerin bu yöneme başvurma olasılığı nispeten daha azdır. Yani soruların bağlamı bu noktada belirleyicidir.

Çalışmanın örneklemini oluşturan öğrencilerin referans noktası stratejilerini çok etkin kullanamamaları dikkat çekmektedir. Bu durum sınıf ortamında yedinci sınıf öğrencilerinin bu beceriye yönelik çalışmalarla fazla karşılaşmadıklarının, daha önemlisi belki de kesrin anlamı ile ilgili eksikliklerinin olduğunun bir göstergesi olabilir. O yüzden bu konu ile ilgili çalışmaların daha ilkokulda başlaması bu anlamda daha kalıcı bir çözüm olabilir. Ders kitaplarında bu stratejilerin kullanımını destekleyen bazı örnekler olsa da bu örneklerin sayısının artması bu eksikliği giderme konusunda fayda sağlayacaktır. Bunun yanı sıra, referans noktası stratejileri belli koşullar altında etkili olduğu için, öğrenciler bunları kullanarak çözebilecekleri problemleri ayırt edebilmelidirler. Bunu yapabildikleri zaman, görece büyüklüğü belirlemek için sayı duyularını da geliştirecek ve kullanacaklardır.

Matematik öğretmenlerinin de bu stratejilerin kullanımını teşvik etmesi, öğrencilerin bu anlamdaki doğal yönelimini açığa çıkarması ve varsa öğrencilerin temel kesir kavramı ile ilgili eksikliklerini tamamlaması gerekmektedir. Bu nedenle, öğretmen yetiştiren kurumlarda öğretmen adaylarının ve hizmet içi eğitimlerle halen görevde olan öğretmenlerin kavramsal öğrenmenin gerçekleşmesi hususunda tahmin becerilerinin önemi ve kullanımı hakkında bilgilendirilmesi sağlanmalıdır.

İleriki çalışmalarla ilgili öneriler ise şunlar olabilir: Sadece ortaokul değil ilkokul öğrencileriyle de bu çalışma tekrar edilebilir. Farklı sınıf ve düzeylerde daha fazla öğrenci içeren çalışmalar bu konu ile ilgili daha net bilgi verebilir. Bunun yanı sıra, referans noktası kullanımına yönelik verilen bir eğitimin sonuçlarının gözlemlendiği bir çalışma yapılabilir.

Böylece bu becerinin eğitim yoluyla geliştirilip geliştirilemeyeceği anlaşılabilir.

5. Kaynakça

- Aksu, M. (1997). Student performance in dealing with fractions. *The Journal of Educational Research*, 90(6), 375 – 380.
- Behr, M. J., Wachsmuth, I., Post, T. R., & Lesh, R. (1984). Order and equivalence of rational numbers: A clinical teaching experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15 (5), 323-341.
- Bingölbali, E., & Özmentar, M. F. (2014). *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri*. Ankara: Pegem Akademi.
- Büyüköztürk Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2010). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Pegem Akademi.
- Bray, S. W., & Sanchez, L. A. (2010). Using number sense to compare fractions. *Teaching Children Mathematics*, 17(2), 90-97.
- Clarke, D. M., & Roche, A. (2009). Students' fraction comparison strategies as a window into robust understanding and possible pointers for instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 72 (1), 127-138
- Gould, P. (2005). Year 6 students' methods of comparing the size of fractions. In P. Clarkson, A. Downtown, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce & A. Roche (Eds.), *Annual Conference Mathematics Education Research Group of Australia: Building connections: research, theory and practice* (pp. 393-400). Sydney: MERGA.
- Haser, Ç., & Ubuz B. (2003). Students' conception of fractions: A study of 5th grade students. *Hacettepe Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 64-67
- Karataş, İ., & Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: Klinik mülakatın potansiyeli. *İlköğretim Online*, 2 (2), 2-9.
- Kılıç, Ç., & Özdaş, A. (2010). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin kesirlerde karşılaştırma ve sıralamayı gerektiren problemlerde kullandıkları temsiller. *Kastamonu Education Journal*, 18(2), 513-530.
- Kloosterman, P. (2004). Interpreting the 2000 NAEP mathematics data: Issues and monograph overview. In P. Kloosterman & F. K. Lester (Eds.), *Results and interpretations of the 1990 through 2000 mathematics assessments of the national assessment of educational progress* (pp. 3-32). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers*, 1st ed. Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- MEB (2013). *Ortaokul matematik dersi (5. 6. 7. ve 8 sınıflar) öğretim programı*. Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Olkun, S., & Toluk Uçar. (2007). İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi (3. Baskı). Ankara: Maya Akademi Yayın Dağıtım.
- Petit, M. M., Laird, R. E., & Marsden E. L. (2010). *A focus on fractions: Bringing research to the classroom*. New York: Routledge-Taylor Francis Group.
- Reys, B. J., Kim, O. K., & Bay, J. M. (1999). Establishing fraction benchmarks. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 4 (8), 530–532.
- Reys, R., Reys, B., McIntosh, A., Emanuelsson, G., Johansson, B., ve Yang, D. C. (1999). Assessing number sense of students in Australia, Sweden, Taiwan, and the United States. *School Science and Mathematics*, 99 (2), 61–70.
- Smith, J. P. (1995). Competent reasoning with rational numbers. *Cognition and Instruction*, 13, 3–50.
- Smith, J. P. (2002). The development of students' knowledge of fractions and ratios. In B. Litwiller & G. Bright (Eds.), *Making sense of fractions, ratios, and proportions: 2002 NCTM yearbook* (pp. 3-17). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Sowder, J. & Weare, D. (2006). What do we know about eight grade student achievement? *Mathematics Teaching in the Middle School*, 11(6), 285-293.
- Soylu, Y. ve Soylu, C. (2005). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki öğrenme güçlükleri: Kesirlerde sıralama, toplama, çıkarma, çarpma ve kesirlerle ilgili problemler. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(2), 101-117
- Streefland, L. (1991). *Fractions in realistic mathematics education: A paradigm of developmental research*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Şengül, S. (2013). Sınıf öğretmen adaylarının kullandıkları sayı duygusu stratejilerinin belirlenmesi. *Kuram ve Uygulamalarda Eğitim Bilimleri*, 13(3), 1951-1974.
- Takır, A. (2017). 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duygusu becerilerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 29, 309-323.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2012). İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim. (Editör: Soner Durmuş, Çevirmen: Yüksel Dede). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım
- Wheeldon, D. (2008). *Developing mathematical practices in a social context: An instructional sequence to support prospective elementary teachers' learning of fractions*. (Unpublished doctoral dissertation), University of Central Florida, Orlando, FL.
- Whitacre, I. & Nickerson S. D. (2016). Investigating the improvement of prospective elementary teachers' number sense in reasoning about fraction magnitude. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19(1), pp 57–77
- Yang, D. C. (1995). *Number sense performance and strategies possessed by sixth and eighth grade students in Taiwan* (Unpublished doctoral dissertation), University of Missouri, Columbia
- Yazgan, Y. (2007). *10-11 yaş grubundaki öğrencilerin kesirleri kavramaları üzerine deneysel bir çalışma*. Yayınlanmamış doktora tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.