



**Alınış tarihi (Received):** 29.01.2018  
**Kabul tarihi (Accepted):** 12.04.2018

**Baş editor/Editors-in-Chief:** **Ebubekir ALTUNTAŞ**  
**Alan editörü/Area Editor:** **Turgut ÖZSEVEN /**  
**Bülent TURAN**

## **İnsansız Hava Aracının (İHA) Kesir Dereceli Kayan Kipli Kontrolcü ile Yörünge Kontrolü**

**Kamil ORMAN<sup>A,\*</sup> Adnan DERDİYOK<sup>B</sup>**

<sup>a</sup>*Erzincan Üniversitesi / Meslek Yüksekokulu, Erzincan, Türkiye. e-posta: korman@erzincan.edu.tr*

<sup>b</sup>*Sakarya Üniversitesi / Teknoloji Fakültesi, Sakarya, Türkiye. e-posta: derdiyok@sakarya.edu.tr*

*\*Sorumlu yazar, e-posta: korman@erzincan.edu.tr*

**ÖZET:** İnsansız Hava Araçları (İHA) doğrusal olmayan yapıya sahiptir ve bu tip sistemlerin kontrolü için yüksek performanslı kontrolcü tasarımı gerekmektedir. Dört rotorlu quadrotorun kontrolü için sistem dinamikleri, yapısal ve yapısal olmayan kısıtlar da göz önüne alındığında gürbüz kontrolörlere ihtiyaç duyulmaktadır. Bu amaçla dört rotorlu İHA'nın yörünge kontrolü için bir Kesir Dereceli Kayan Kipli Kontrolcü (KDKKK) tasarımı önerilmiştir. Doğrusal olmayan sistem iç döngü (duruş kontrolü) ve dış döngü (konum kontrolü) olarak kaskad yapıda bağlı iki doğrusal alt sistem halinde ele alınmıştır. Hava aracının duruş ve konum kontrol yapısını kaskad olarak birleştirmek için bir ara kontrol işareti tanımlanmıştır. Tasarlanan KDKKK'nün performansını kıyaslamak için parametreleri iyi ayarlanmış bir PI kontrolcü aynı yörüngeler için İHA'ya uygulanmıştır. Benzetim sonuçları, KDKKK'nün PI denetleyiciyle karşılaştırıldığında hata giderme açısından tatmin edici performans gösterdiğini göstermektedir.

**Anahtar Kelimeler – İHA, Quadrotor, Kesir dereceli kayan kipli kontrolcü.**

## **Trajectory Tracking Control of an Unmanned Aerial Vehicle (UAV) Using Fractional Order Sliding-Mode Control**

**ABSTRACT:** The UAVs have a nonlinear structure and a high performance controller design is required to control such systems. Robust controllers are needed when considering system dynamics and structural and non-structural constraints for four-rotor quadrotor control. For this purpose, the design of the Fractional Order Sliding Mode Controller (FOSMC) has been considered. The nonlinear system is considered as two linear subsystems connected in cascade as inner loop (position control) and outer loop (position control). A virtual control term is used to connect the system to the cascade structure. A well-tuned PI controller was applied to the UAV for the same trajectories to compare the performance of the designed FOSMC. The simulation results show that the FOSMC is performing satisfactorily in terms of error elimination when compared to the PI controller.

**Keywords – UAV, Quadrotor, Fractional Sliding Mode Controller.**

## 1. Giriş

Dört rotorlu bir İHA olan quadrotorun bilinen ilk konsepti No 1 Gyroplane adı ile 1907'de Breguet kardeşler tarafından yapılmıştır. Gelişmiş ve gelişmekte olan ülkeler arasındaki rekabetle birlikte, deniz, kara ve hava kuvvetleri savunma sistemlerinde büyük gelişmeler görülmüş ve sonucunda İnsansız sistemler, karmaşık görevleri yerine getirmek için çok etkili araçlar haline gelmiştir. İnsansız hava aracı (İHA) olarak adlandırılan ve günümüzde kullanımı artan Quadrotorlar; araştırma, havacılık, gözlem, güvenlik, istihbarat ve askeri görevler gibi alanlarda kullanılmış ve daha popüler bir araştırma alanı haline gelmiştir. Kullanıldıkları göreve bağlı olarak Quadrotor'lar genellikle özgün tasarıma sahiptir. Bu nedenle prototiplerin akademik çalışmalarda farklı kontrol yöntemleri ile test edilmesi bu prototiplerin geliştirilmesi açısından önemlidir. Quadrotorlar taşımacılık alanında (Michael ve ark., 2011), yapılandırılmış (Achtelik ve ark., 2009) ve yapılandırılmamış rotalarda (Blöandsch ve ark. 2010), hızlı ve karmaşık manevraları gerçekleştirebilir (Mellinger ve ark., 2014) ve otonom yörünge izleme yapabilirler. Quadrotorların temel avantajı dikey olarak kalkış ve iniş yapmak ve istenilen yükseklikte gezinmektir. Bununla birlikte istenilen pozisyonda yörünge izleme kontrolü için doğrusal olmayan yapısından dolayı etkin bir kontrolcü tasarımına ihtiyaç duyar.

Quadrotorların yörünge izleme performansının artırılması üzerine farklı çalışmalar yapılmış ve farklı yapıda kontrolcüler önerilmiştir. Yunuslama ve yalpalama açılarının sabit alınarak quadrotorun sadece sapma açısı ve konumunun(x,y,z) kontrol edildiği çalışmada (Xu ve Özgüner, 2006), kaskad yapıda ele alınan quadrotor sisteminin stabilize edilmesi için kayan kipli kontrolcü yapısı önerilmiştir. Kayan kipli kontrolcünün avantajları olarak model hataları, parameter belirsizlikleri ve bozucu etkenlere karşı duyarsızlığı belirtilmiş ve simülasyon sonuçları ile önerilen kontrolcü yapısının gürbüzlüğü ifade edilmiştir. Quadrotorun yörünge izleme kontrolü için yapılan çalışmada (Hoffman ve ark., 2008); sistemin referans giriş işaretleri olarak yörüngeyi oluşturan x, y ve z noktalarının koordinatları ve bu eksenlere ait hızlar olarak kabul edilmiştir. Böylece Quadrotorun yörünge takibi için her bir yeni koordinat noktası referansına göre kontrol işaretinin yeniden belirlenmesinin gerekliliği belirtilmiştir. Basitleştirilmiş bir yörünge izleme yaklaşımı önerilen çalışmada (Solc, 2007), Quadrotor durum değişkenleri ile dikey hız, yunuslama, yalpalanma ve sapma açıları için bir iç kontrolcü, x-y ve z noktalarından oluşan yörünge için ise bir dış kontrolcü yapısı önerilmiştir. Sanal gerçeklik oyunlarında kullanılmak için tasarlanan bir Quadrotorun yörünge kontrolünün ele alındığı çalışmada (Krajnik, 2011); sistem kaskad yapıda modellenmiştir. Yapılan çalışmadaki kontrol yaklaşımı birbirine kaskad bağlı iç ve dış kontrolcülerden oluşmaktadır. Quadrotorun duruş stabilizasyonu ve yükseklik takibi kontrolü için doğrudan uyarlamalı kayan kipli kontrolcü yapısının önerildiği çalışmada (Bouadi ve ark., 2011), İlk olarak, bozucu etkenler ve parametre belirsizlikleri dikkate alınmadan kontrolcü uygulanmış daha sonra ise bazı parametre belirsizliklerine sahip merkezlenmiş beyaz bir gürültü, sırasıyla kabul edilen çıkış vektörü, kütle ve eylemsizlik matrisine eklenmiştir. Lyapunov tasarım ilkesine dayanan bir uyarma yasası ile kontrolcü yapısı uyarlanabilir hale getirilmiştir. Önerilen kontrolcünün sağlamlığını gösteren benzetim sonuçları verilmiştir. Quadrotorun konum kontrolü için ikinci dereceden kayan kipli kontrolcü kullanılarak yapılan çalışmada (Zheng ve ark., 2014) ise; Quadrotorun dinamik modeli, iki alt sisteme ayrılmıştır. Her bir sistem için ayrı bir kayma manifoldu tasarlanmış ve önerilen kontrol yönteminin etkinliğini göstermek için kapsamlı simülasyon sonuçları verilmiştir. Quadrotorun duruş kontrolü için kayan kipli kontrolcü ve konum kontrolü için ise geri adımlamalı kontrolcü yapısının önerildiği çalışmada (Chen ve ark., 2016) kapalı çevrim sisteminin kararlılığı, alt

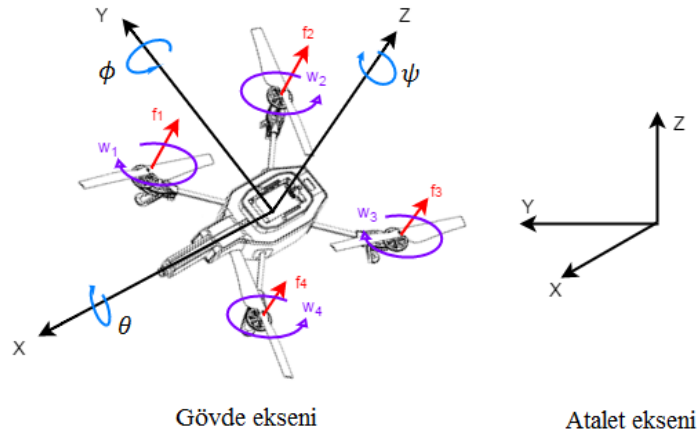
sistemlerin her birisini kademeli olarak sabitleyerek garanti edildiği belirtilmiş ve önerilen kontrolcünün model belirsizliği ve dış etkilere karşı sağlamlığı araştırılmış ve benzetim sonuçları ile tasarlanan kontrolcünün etkinliği ifade edilmiştir. Tüm bu gelişmelerin yanısıra son yıllarda kesir dereceli hesaplamalar ve kesir dereceli kontrolcüler üzerine yapılan çalışmalar artmaktadır (Tang ve ark., 2013., Han ve ark., 2014., Katal ve ark., 2015., Dong ve ark., 2016., Giernacki ve ark., 2017). Bu araştırma çalışmaları kesir dereceli olarak tasarlanan kontrolcülerin tam sayı dereceli olarak tasarlanan kontrolcülere göre performans açısından daha iyi sonuçlar verdiğini göstermektedir.

Bu makalede Quadrotor'un belirlenen iki farklı rotada yörünge kontrolü için Kesir Dereceli Kayan Kipli Kontrolcü (KDKKK) yapısı tasarlanmış ve kontrolcünün performansını test etmek için aynı referanslar rotalarında parametreleri iyi ayarlanmış bir PI kontrolcü uygulanarak karşılaştırılmıştır. Benzetim sonuçları, KDKKK'nün PI kontrolcüye oranla referans rotadan ayrılma miktarı ve kontrol işaretlerindeki salınımlar açısından daha iyi sonuçlar verdiğini göstermiştir.

## 2. Materyal ve Yöntem

### A. Quadrotorun Dinamik Modeli

Altı serbestlik derecesine sahip bir quadrotorun dinamikleri bir cismin uzaydaki hareketine benzemektedir (Tayebi ve McGilvray, 2006). Quadrotor dinamikleri; atalet ekseninde  $I = [e_x, e_y, e_z]$  ile ve  $B = [e_1, e_2, e_3]$  ile gövde ekseninde ifade edilerek tanımlanmaktadır. Quadrotor'un bulunduğu konum  $\xi = (x, y, z)^T$ , gövde eksenindeki açıları  $\eta = (\phi, \theta, \psi)^T$  ve atalet eksenindeki doğrusal hızları  $v = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T$  olarak tanımlanmaktadır.



Şekil 1. Quadrotor eksenleri

Figure 1. Quadrotor axis

Quadrotor eksenleri arasındaki ilişki rotasyon matrisi ile ifade edilir.  $R: I \rightarrow B$  ve açısal hızlar ise  $\Omega = (p, q, r)^T$  ile ifade edilmektedir. Sonuç olarak Quadrotor'a ait dinamik denklemler aşağıdaki gibidir.

$$\left. \begin{aligned} m\dot{v} &= TRe_z - mge_z \\ I\dot{\Omega} &= -\Omega * I\Omega - G + \tau \\ \xi &= v, \eta = \Omega \\ m\ddot{\xi} &= TRe_z - mge_z \\ I\ddot{\eta} &= -\dot{\eta} * I\dot{\eta} - G + \tau \\ \dot{R} &= R \cdot sk(\Omega) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Burada “T” toplam itme kuvvetini, “G” Jirokopik torkları, “g” yerçekimini, “m” Quadrotor’un kütleini, “I” ataletini,  $\tau = [\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3]^T$  ise torkları ve “sk( )” ise skew-simetrik matrisini( $a, b \in \mathbb{R}^3 \rightarrow sk(a)b = a * b$ ) ifade etmektedir;

$$T = \sum_{i=1}^4 f_i \quad (2)$$

i. rotorun oluşturduğu ve “ $\omega_i$ ” rotor açısal hızı ile ifade edilen kaldırma kuvveti “ $f_i$ ” aşağıdaki gibi belirlenmektedir.

$$f_i = b\omega_i^2 \quad (3)$$

Eşitlik (1)’de ifade edilen Jirokopik torklar ise;

$$G = \sum_{i=1}^4 I(\Omega * e_z)(-1)^{i+1}\omega_i \quad (4)$$

tork ifadeleri aşağıdaki gibidir;

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ b(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ d(-\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (5)$$

Burada “d” sürüklenme faktörünü, “b” ise itme faktörünü ifade eder. Son olarak Quadrotor’a ait dinamik model aşağıdaki gibi ifade edilebilir.(Qianying, 2014)

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v_x \\ \dot{y} &= v_y \\ \dot{z} &= v_z \\ \dot{v}_x &= -(\sin(\psi) \sin(\theta) \cos(\phi) - \cos(\psi) \sin(\phi)) \frac{T}{m} \\ \dot{v}_y &= -(\cos(\psi) \sin(\theta) \cos(\phi) + \sin(\psi) \sin(\phi)) \frac{T}{m} \\ \dot{v}_z &= \cos(\theta) \cos(\phi) \frac{T}{m} - g \\ \dot{\phi} &= p + \sin(\phi) \tan(\theta) q + \cos(\phi) \tan(\theta) r \\ \dot{\theta} &= \cos(\phi) q - \sin(\phi) r \\ \dot{\psi} &= \sin(\phi) \sec(\theta) q + \cos(\phi) \sec(\theta) r \\ \dot{p} &= \left( \frac{I_y - I_z}{I_x} \right) qr + \left( \frac{I_r}{I_x} \right) q\dot{\psi} + \frac{\tau_1}{I_x} \\ \dot{q} &= \left( \frac{I_z - I_x}{I_y} \right) pr + \left( \frac{I_r}{I_y} \right) q\dot{\psi} + \frac{\tau_2}{I_y} \\ \dot{r} &= \left( \frac{I_x - I_y}{I_z} \right) qp + \frac{\tau_3}{I_z} \end{aligned} \quad (6)$$

Burada  $\mathcal{U} = -\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 + \omega_4$  rotorlardaki jiroskopik etkiyi oluşturan ve saat yönünün tersi yönündeki dakikalık artık devirleri, “ $I_{x,y,z}$ ” ise Quadrotor’un  $x,y,z$  eksenlerindeki ataletini ifade belirtmektedir. Quadrotor’un yörünge takibi için kullanılacak olan konum ve duruş açıları için referans işaretleri;

$$\begin{cases} \xi_r(t) = [x_r(t), y_r(t), z_r(t)]^T \\ \eta_r(t) = [\phi_r(t), \theta_r(t), \psi_r(t)]^T \end{cases} \quad (7)$$

olarak tanımlanabilir. Konum ve duruş açısı referanslarına göre hata sinyalleri ise aşağıdaki gibi tanımlı olsun.

$$E_\xi = [\xi - \xi_r, \dot{\xi} - \dot{\xi}_r]^T, \quad E_\eta = [\eta - \eta_r, \dot{\eta} - \dot{\eta}_r]^T \quad (8)$$

Konum ve duruş açısı hata sinyallerinin türevleri ise aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\dot{E}_\xi = A_1 E_\xi + B_1 (\ddot{\xi} - \ddot{\xi}_r), \quad \dot{E}_\eta = A_1 E_\eta + B_1 (\ddot{\eta} - \ddot{\eta}_r) \quad (9)$$

Burada  $A_1 \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ ,  $B_1 \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$  olmak üzere tanımlanırsa;

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$\ddot{\xi}$  ve  $\ddot{\eta}$  ‘e ait Eşitlik (1)’de verilen dinamik denklemler; dış döngü (konum kontrolü) ve iç döngü (duruş kontrolü) şeklinde belirlenen iki alt sistemin rotasyon matrisi kullanılarak kaskad yapıda birleştirildiği bir sistem yapısı olarak kabul edilebilir. (Zhao ve ark., 2015)

Bu sayede doğrusal olmayan bir Quadrotor sistemini, doğrusal olmayan bir terim yardımı ile birleştirilen iki doğrusal alt sistem olarak ele alabiliriz. Ayrıştırılmış bu iki alt sistemi kaskad olarak birleştirmek için  $\gamma = [\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3]^T \in \mathbb{R}^3$  olarak ifade edilen yardımcı veya ara kontrol işareti tanımlanmıştır. Bu aşamadan sonra açık döngü kontrol yaklaşımı için eşitlik (1) de verilen  $\xi$  ve  $\eta$  ifadeleri eşitlik (9)’da yerlerine yazılabilir.

$$\begin{cases} \dot{E}_\xi = A_1 E_\xi + B_1 (\gamma - \ddot{\xi}_r) + B_1 \left( \frac{T}{m} R e_z - g e_z - \gamma \right) \\ \dot{E}_\eta = A_1 E_\eta + B_1 (I^{-1} (\tau - \dot{\eta} * I \dot{\eta} - G) - \ddot{\eta}_r) \end{cases} \quad (11)$$

Burada  $f_\Delta(T, \gamma, e_z) = B_1 \left( \frac{T}{m} R e_z - g e_z - \gamma \right)$  ifadesi ayrıştırılmış Quadrotor sistemindeki iç ve dış döngü alt sistemlerini birbirine bağlayan birleştirici terimdir. (Kendoul ve ark., 2010) Bu çalışmada Quadrotor’un yörünge kontrolü için tasarlanacak olan kontrolcüde kontrol edilecek durumlar  $\xi(t)$  ve  $\psi(t)$ ’dir. Bu nedenle yörünge takibi için  $\xi_r(t)$  ve  $\psi_r(t)$  ile ifade edilen referans işaretleri kullanılmıştır. Ara kontrol işareti  $\gamma = [\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3]^T$  olarak tanımlanan terim ise (Kendoul ve ark., 2010)’da verilen çalışma ışığında aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{cases} \gamma_1 = \frac{T}{m} (\cos(\psi_r) \sin(\theta_r) \cos(\phi_r) + \sin(\psi_r) \sin(\phi_r)) \\ \gamma_2 = \frac{T}{m} (\cos(\psi_r) \sin(\theta_r) \cos(\phi_r) - \sin(\psi_r) \sin(\phi_r)) \\ \gamma_3 = \frac{T}{m} (\cos(\theta_r) \cos(\phi_r)) - g \end{cases} \quad (12)$$

Eşitlik (12) yeniden düzenlenirse,

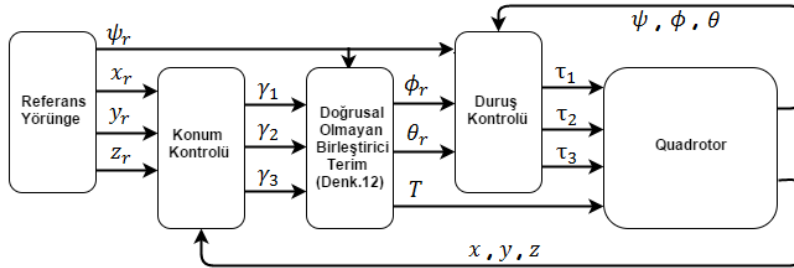
$$\left. \begin{aligned} T &= m\sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + (\gamma_3 + g)^2} \\ \phi_r &= \sin^{-1}\left(\frac{m\gamma_1}{T} \sin\psi_r - \frac{m\gamma_2}{T} \cos\psi_r\right) \\ \theta_r &= \tan^{-1}\left(\frac{\gamma_1}{\gamma_3+g} \cos\psi_r + \frac{\gamma_2}{\gamma_3+g} \sin\psi_r\right) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Burada kontrolcü tasarımının hedefi  $E_\xi$  ve  $E_\eta$  hata sinyallerinin asimptotik sıfıra yakınsaması ile  $\gamma$  ve  $\tau$  kontrol işaretlerini elde edebilmektir. (Zhao ve ark., 2015)

Eşitlik (11)'de  $f_\Delta(T, \gamma, e_z) = B_1\left(\frac{T}{m}Re_z - ge_z - \gamma\right)$  olarak ifade edilen ve birleştirici terim olarak adlandırılan kısım geçici olarak göz ardı edilerek iç döngü kontrolcü yapısında  $\dot{E}_\eta = f_{E_\eta}$  ve dış döngü kontrolcü yapısında ise  $\dot{E}_\xi = f_{E_\xi}$  olarak belirlenebilir.

## B. Kontrolcü Tasarımı

Quadrotorun  $\xi = (x, y, z)$  konumunda ve yalpalama açısının da  $\psi$  (yaw) ile ifade edildiğini kabul edelim. Quadrotoru  $\psi_r$  açısı ile  $\xi_r(x_r, y_r, z_r)$  konumuna ulaştırmak için tasarlanması planlanan kontrolcü için Quadrotor'un dinamik denklemlerinin belirtildiği bölümde ifade edilen dış döngü kontrol yaklaşımına göre bir tasarım düşünebiliriz. Böylece iç döngüdeki kontrolcü için gereken giriş işaretleri tasarlanacak olan dış döngü kontrolçüsü ile sağlanmış olacaktır. Bu bölümde yörünge izleme hatasını ( $E_\xi$ ) asimptotik sıfıra yakınsamak için aracı kontrol işareti  $\gamma(t)$  elde edilecektir. Dış döngü kontrolçüsü ile belirlenen referans yörüngeye göre konum hata işaretleri kullanılarak iç döngü kontrolçüsüne Quadrotorun açılı referansları üretilecektir. Böylece doğrusal olmayan bir yapıya sahip Quadrotorun yörünge kontrolü için kontrol edilecek değişkenlerin sayısı azaltılmış ve kontrol yapısı basitleştirilmiştir.



Şekil 2. Kontrolcü yapısı (Can ve ark., 2016)

Figure 2. Control Structure

Şekil 2. de yörünge kontrolü için belirlenen duruş (iç döngü) ve konum (dış döngü) kontrol yapısı görülmektedir.

## Kesir Dereceli Hesaplama

Kesir dereceli türev alıcı  ${}_aD_t^p$  operatörü ile gösterilebilir, burada “a” ve “t” sınırları ifade eder. Kesir dereceli türev / integral operatörü aşağıdaki gibi tanımlanır,

$${}_aD_t^p = \begin{cases} \frac{d^p}{dt^p} & : p > 0 \\ 1 & : p = 0 \\ \int_a^t (d\tau)^{-p} & : p < 0 \end{cases} \quad (14)$$

burada “ $p$ ” kesir derecesini ifade eder ve karmaşık bir sayı olabilir, bununla birlikte “ $p$ ” başlangıç koşulları ile ilgilidir. Kesir dereceli türev ve integral hesaplamaların matematiksel tanımlamalarına ait çeşitli yaklaşımlar mevcuttur (Oldham ve Spanier, 1974), (Podlubny, 1999). Bu tanımlar arasında en yaygın olarak kullanılan Grünwald–Letnikov (GL) tanımı ve Riemann–Liouville (RL) tanımıdır. GL tanımı aşağıdaki gibidir;

$${}_a D_t^p f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} h^{-p} \sum_{j=0}^{\lfloor \frac{t-a}{h} \rfloor} (-1)^j \binom{p}{j} f(t - jh) \quad (15)$$

Burada  $\lfloor \frac{t-a}{h} \rfloor$  ifadesi tam sayı olarak ifade edilen kısmı belirtir, Riemann–Liouville tanımı ise;

$${}_a D_t^p f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-p)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{p-n+1}} d\tau \quad (16)$$

olarak belirtilmiştir. ( $n - 1 < p < n$ ) için,  $\Gamma(\cdot)$  Euler’in gamma fonksiyonunu, “ $t$ ” türev ve integral parametrelerini, “ $a$ ” ise başlangıç zamanını temsil eder.

### Kesir Dereceli Kayan Kipli Kontrolcü (KDKKK)

Quadrotorun dış döngü kontrolcü tasarımı için eksen hataları aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned} \varepsilon_x(t) &= x_r(t) - x(t) \\ \varepsilon_y(t) &= y_r(t) - y(t) \\ \varepsilon_z(t) &= z_r(t) - z(t) \end{aligned} \quad (17)$$

Her bir eksen kontrolcüsüne ait kayma yüzeyleri ise aşağıdaki gibi tanımlanabilir;

$$\begin{aligned} s_x(t) &= \lambda_1 \varepsilon_x(t) + \dot{\varepsilon}_x(t) \\ s_y(t) &= \lambda_2 \varepsilon_y(t) + \dot{\varepsilon}_y(t) \\ s_z(t) &= \lambda_3 \varepsilon_z(t) + \dot{\varepsilon}_z(t) \end{aligned} \quad (18)$$

Aşağıdaki gibi tanımlanan bir sistem için kayan kipli kontrol yaklaşımı düzenli bir biçimde tasarlanabilir (Lee ve ark., 2009).

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2, t) \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2, t) + B_2(x_1, x_2, t)u(t) \end{aligned} \quad (19)$$

Bu durum uzayı tanımlamasında,  $x_1 \in \mathfrak{R}^{n-m}$ ,  $x_2 \in \mathfrak{R}^m$  ve B ise  $m \times m$  boyutlarında tekil olmayan bir matristir. Kontrol işleminde amaç, sistemin durumunu aşağıda tanımlanan kayma yüzeyine yaklaştırmaktır.

$$s = \{x: \tau(t) - \xi(x) = \varepsilon(x, t) = 0\} \quad (20)$$

Burada  $\tau(t)$  kayma fonksiyonunun zamana bağlı kısmıdır ve kontrolcüye uygulanacak referans girişleri içerir.  $\xi(x)$  ise kayma fonksiyonunun durum denklemlerine bağlı kısmını ifade eder. Kapalı döngü kontrol sisteminin kararlılık analizi için seçilen Lyapunov  $V(\varepsilon)$  fonksiyonu ve pozitif tanımlı türevi ise (Jezernik ve ark., 1994), (Sabanoviç ve ark., 1996);

$$V = \frac{1}{2} \varepsilon^T \varepsilon \quad , \quad \dot{V} = \varepsilon^T \dot{\varepsilon} \quad (21)$$

Lyapunov fonksiyonunun zamana göre türevi aşağıdaki gibi ifade edilebilirse  $\varepsilon(x, t) = 0$  çözümünü sabit olacaktır (Sabanoviç ve ark., 1996).

$$\dot{V} = -\varepsilon^T P \varepsilon \quad (22)$$

Burada P pozitif tanımlı bir matristir. Böylece Lyapunov fonksiyonunun türevi negatif olacak ve kararlılık sağlanacaktır. Eşitlik (21) ve (22)'deki türev ifadeleri kullanılarak aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$-\varepsilon^T P \varepsilon = \varepsilon^T \dot{\varepsilon} \quad (23)$$

Eşitlik (20)'de tanımlanan kayma yüzeyi fonksiyonunun türevi ise;

$$\dot{s} = \dot{\varepsilon} = \dot{t} - \dot{\xi} \quad (24)$$

Burada,

$$\xi = G_1 x_1 + G_2 x_2 \quad \text{ve} \quad \dot{\xi} = G_1 \dot{x}_1 + G_2 \dot{x}_2 \quad (25)$$

olarak tanımlıdır ve  $G_1 \in \mathfrak{R}^{n \times n-m}$ ,  $G_2 \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  ise kazanç matrisleridir. Eşitlik (24) ve  $\dot{\varepsilon} = 0$  şartı kullanılarak equivalent kontrol ifadesi;

$$\dot{\varepsilon} = \dot{t} - \dot{\xi} = \dot{t} - (G_1 f_1 + G_2 f_2 + G_2 B_2 u_{eq}) = 0 \quad (26)$$

$$u_{eq} = (G_2 B_2)^{-1} (\dot{t} - G_1 f_1 - G_2 f_2) \quad (27)$$

elde edilir, sisteme gelen kontrol işaretini bulmak için eşitlik (23) ve (24) kullanılırsa;

$$\dot{\varepsilon} = -P \varepsilon = \dot{t} - \dot{\xi} \quad (28)$$

$$\dot{t} - (G_1 f_1 + G_2 f_2 + G_2 B_2 u) = -P \varepsilon \quad (29)$$

Sonuç olarak kısa bir cebirsel işlem yapılarak aşağıdaki ifade elde edilir.

$$u = u_{eq} + (G_2 B_2)^{-1} P \varepsilon \quad (30)$$

Eşitlik (24) kullanılarak kayma fonksiyonunun türevi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\dot{\varepsilon} = \dot{t} - (G_1 f_1 + G_2 f_2 + G_2 B_2 u) \quad (31)$$

Yukarıdaki eşitliğin her iki tarafı  $(G_2 B_2)^{-1}$  ile çarpılırsa

$$(G_2 B_2)^{-1} \dot{\varepsilon} = (G_2 B_2)^{-1} (\dot{t} - (G_1 f_1 + G_2 f_2) - u) \quad (32)$$

elde edilir ve eşitlik (26) kullanılarak;

$$(G_2 B_2)^{-1} \dot{\varepsilon} = u_{eq} - u \quad (33)$$

elde edilir ve sonuç olarak Eşitlik (33) ve Eşitlik (30) kullanarak kontrol işareti aşağıda verildiği gibi elde edilir.

$$u(t) = u(t^{-1}) + (G_2 B_2)^{-1} \left( \frac{d\varepsilon}{dt} + P \varepsilon \right) \quad (34)$$

$$t = t^{-1} + \Delta, \quad \Delta \rightarrow 0 \quad (35)$$



Kontrol işaretinin anlık değeri,  $(t - \Delta)$  anındaki değeri ve kontrol hatası  $\varepsilon$  ile türevinin tartılı toplamı üzerinden hesaplanır. Bu sayede quadrotorun dış döngü kontrol yapısında kullanılacak olan ve Şekil 2’de gösterilen ara kontrol işaretleri aşağıdaki gibi belirlenebilir.

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1(t) &= \gamma_1(t^{-1}) + (G_2 B_2)^{-1} \left( \frac{d\varepsilon_x}{dt} + P\varepsilon_x \right) \\ \gamma_2(t) &= \gamma_2(t^{-1}) + (G_2 B_3)^{-1} \left( \frac{d\varepsilon_y}{dt} + P\varepsilon_y \right) \\ \gamma_3(t) &= \gamma_3(t^{-1}) + (G_2 B_4)^{-1} \left( \frac{d\varepsilon_z}{dt} + P\varepsilon_z \right) \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

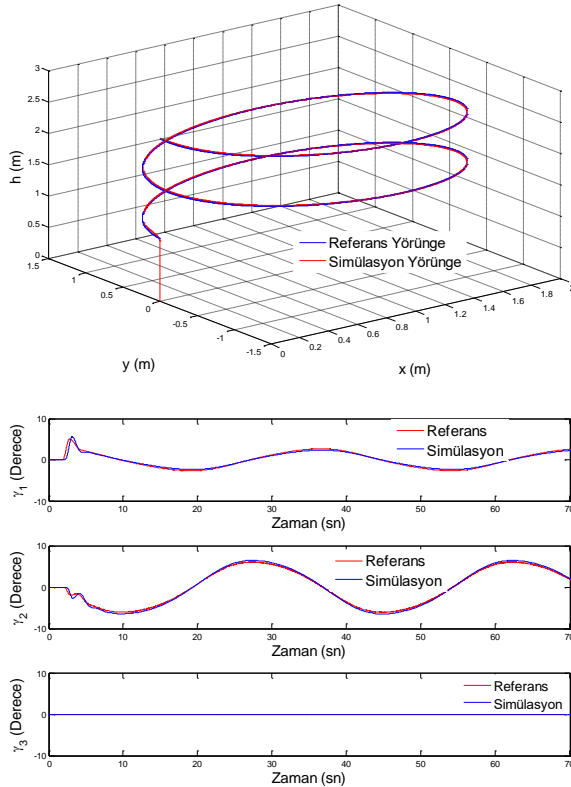
Eşitlik (36)’da  $\varepsilon_{x,y,z}$  eksen hatalarına ait zamana bağlı türevler kesirli dereceden hesaplanırsa nihai kesir dereceli kayan kipli kontrol işaretleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1(t) &= \gamma_1(t^{-1}) + (G_2 B_2)^{-1} ({}_a D_t^p \varepsilon_x + P\varepsilon_x) \\ \gamma_2(t) &= \gamma_2(t^{-1}) + (G_2 B_3)^{-1} ({}_a D_t^p \varepsilon_y + P\varepsilon_y) \\ \gamma_3(t) &= \gamma_3(t^{-1}) + (G_2 B_4)^{-1} ({}_a D_t^p \varepsilon_z + P\varepsilon_z) \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

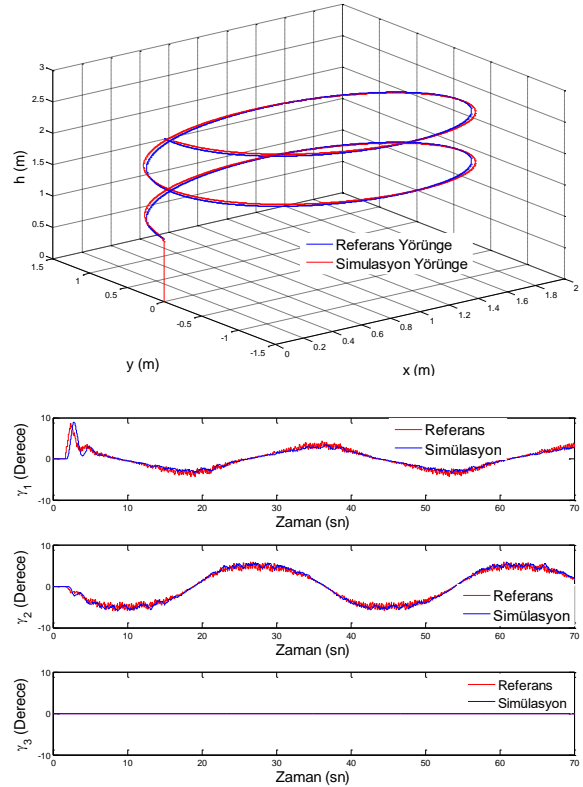
Burada  $B_2$ ,  $B_3$  ve  $B_4$  kontrol işaretlerinin çarpım katsayılarıdır.

### 3. Benzetim Sonuçları

Bu bölümde her iki kontrolcünün performansını göstermek için benzetim sonuçları sunulmuştur.

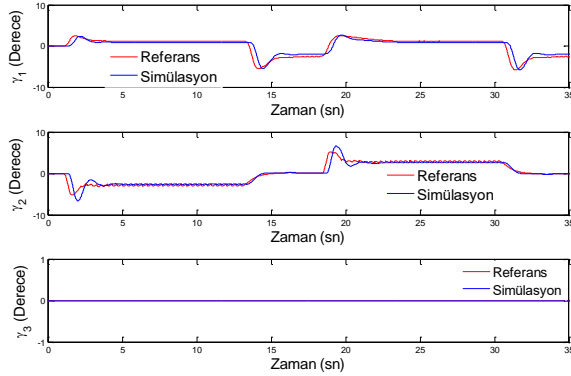
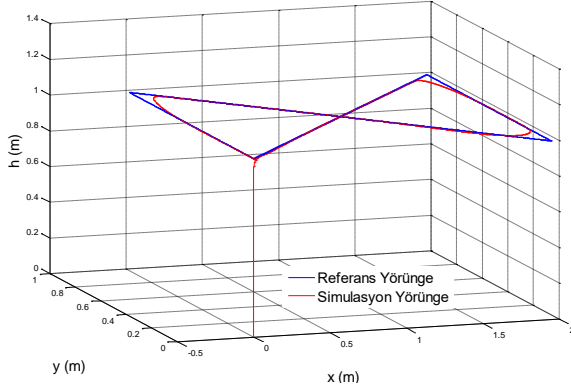


**Şekil 3.** Helix rota referans takibi KDKKK kontrolcü sonuçları  
**Figure 3.** Helix route trajectory tracking result for FOSMC



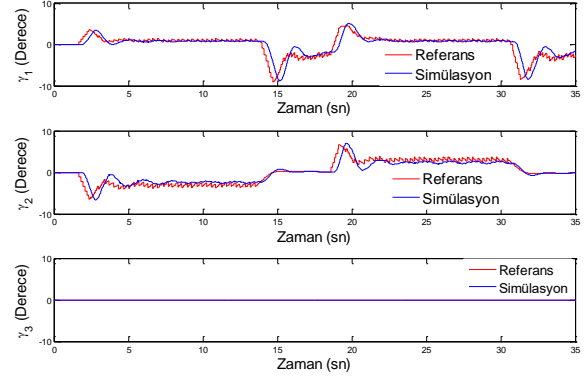
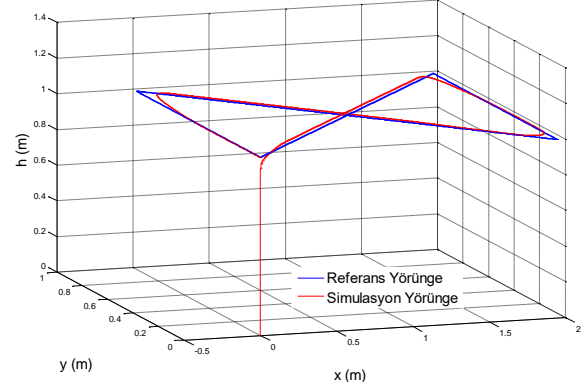
**Şekil 5.** Helix rota referans takibi PI kontrolcü sonuçları  
**Figure 5.** Helix route trajectory tracking result for PI controller

Kontrolcü performanslarını test etmek için ilk önce helix referans rota seçilmiştir. Helix rota  $x$ ,  $y$  ve  $z$  eksenlerinde değişken referans değerleri oluşturduğu için kontrolcülerin performansını bu 3 eksenle aynı anda test etmek açısından önemlidir. Şekil 3 ve Şekil 5'te, KDKKK ve PI kontrolcü sonuçları sırasıyla  $x$ ,  $y$  ve  $z$ 'de 3D yörünge referans ve simülasyon sonuçları ve iç döngü kontrolcüsü için üretilen referans kontrol sinyalleri görülmektedir. Şekil 5'te görüldüğü gibi PI kontrolcü helix yörüngeyi takip ederken referans yörüngeden ayrılmalar oluşmuştur. Ayrıca PI kontrolcü tarafından üretilen  $\gamma_1$  ve  $\gamma_2$ 'deki salınımlar oluşturmuştur. Bu durum uçarken Quadrotor'da titreşime neden olur. Şekil 3, KDKKK'nün yörünge izleme ve daha pürüzsüz kontrol işareti üretme açısından PI denetleyiciden daha iyi olduğunu göstermektedir.



**Şekil 4.** Zigzag rota referans takibi KDKKK kontrolcü sonuçları

**Figure 4.** Zigzag route trajectory tracking result for FOSMC



**Şekil 6.** Zigzag rota referans takibi PI kontrolcü sonuçları

**Figure 6.** Zigzag route trajectory tracking result for PI controller

Şekil 4 ve Şekil 6'da ikinci referans olan zigzag rota sonuçları verilmiştir. Bu sayede  $x$  ve  $y$  eksenlerinde ani değişimler esnasında kontrolcülerin performansı test edilmiştir. Yörünge'nin ani değişim noktalarında benzer performanslar göstermişlerdir bununla birlikte KDKKK'nün daha düşük genlikli kontrol işareti ürettiği görülmektedir. Ayrıca PI kontrolcünün ürettiği  $\gamma_1$  ve  $\gamma_2$  ara kontrol işaretlerinde salınımlar mevcuttur ve 3D grafiklerden görüleceği gibi;  $h$  referansına ulaşırken PI kontrolcünün geciktiği ve PI kontrolcünün yörünge izleme hatası KDKKK'den fazladır.

## 4. Sonuç

Bu çalışmada dört rotoru bulunan insansız hava aracı (İHA) olarak adlandırılan bir Quadrotor'un benzetim ortamında yörünge izleme performansı test edilmiştir. Önerilen Kesir Dereceli Kayan Kipli Kontrolcü (KDKKK)'nün performansını kıyaslamak için parametreleri iyi ayarlanmış bir PI kontrolcüsü de ayrı yörüngelerde test edilmiştir. Benzetim sonuçları KDKKK'nün PI kontrolcüye göre referans takibinde yörüngeden ayrılma miktarı, daha düşük genlikli ve pürüzsüz bir kontrol işareti üretme açısından daha iyi sonuçlar verdiği görülmüştür. İlerleyen çalışmalarda önerilen kontrolcünün deney düzeği üzerinde gerçek zamanlı performansının test edilmesi planlanmaktadır.

## Kaynaklar

- Achtelik, M., Bachrach, A., He R. and Prentice S., Roy N, 2009. "Stereo vision and laser odometry for autonomous helicopters in GPS-denied indoor environments". SPIE Unmanned Systems Technology XI. 7332 (1) :733219-10,
- Blöandsch, M, Weiss S, Scaramuzza D, Siegwart R., 2010. Vision based MAV navigation in unknown and unstructured environments. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, 3-8 May 2010, Anchorage, Alaska.
- Bouadi, Hakim, et al. "Adaptive sliding mode control for quadrotor attitude stabilization and altitude tracking." Computational Intelligence and Informatics (CINTI), 2011 IEEE 12th International Symposium on. IEEE, 2011.
- Can, K., Orman, K., Başçi, A., Derdiyok, A., 2016. "Trajectory tracking control of a four rotor unmanned aerial vehicle (UAV) using two degree of freedom PI controller." Electrical, Electronics and Biomedical Engineering (ELECO), National Conference on. IEEE, 2016.
- Chen, F., et al., 2016. "Robust backstepping sliding-mode control and observer-based fault estimation for a quadrotor UAV." IEEE Transactions on Industrial Electronics 63.8: 5044-5056.
- Dong, W., et al., 2017. "Towards the Development of Fractional-Order Flight Controllers for the Quadrotor." International Conference on Intelligent Robotics and Applications. Springer International Publishing, 2016.
- Giernacki, W., et al. 2017. "Rotational speed control of multirotor UAV's propulsion unit based on fractional-order PI controller." Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), 22nd International Conference on. IEEE,
- Han, J., et al., 2014. "Pitch loop control of a VTOL UAV using fractional order controller." Journal of Intelligent & Robotic Systems 73.1-4 : 187-195.
- Hoffmann, G.M., Steven L. Waslander, and Claire J T, 2008. "Quadrotor helicopter trajectory tracking control", AIAA guidance, navigation and control conference and exhibit. Hanolulu, Hawaii, 18-21 August, pp:1-14.
- Jezernik, K., B. Curk, J. Harnik, 1994. "Observer based sliding mode control of robotic manipulator", Robotica, vol. 12, no. 5, pp. 443-448, [Online]. Available: <https://doi.org/10.1017/S0263574700017999>
- Katal, N., Kumar P., and Shiv N., 2015. "Design of PI $\lambda$ D $\mu$  controller for robust flight control of a UAV using multi-objective bat algorithm." Recent Advances in Engineering & Computational Sciences (RAECS), 2015 2nd International Conference on. IEEE,
- Kendoul, F., Zhenyu Y., and Kenzo N., 2010. "Guidance and nonlinear control system for autonomous flight of minirotorcraft unmanned aerial vehicles." Journal of Field Robotics 27.3: 311-334.
- Krajnik, T, Vonasek V, Fiser D and Faigl J., 2011. "AR-Drone as a Platform for Robotic Research and Education", In: Research and Education in Robotics: EUROBOT 2011, Springer Berlin Heidelberg, pp:172-186.
- Lee, D., H. Jin Kim, and Shankar S., 2009. "Feedback linearization vs. adaptive sliding mode control for a quadrotor helicopter." International Journal of control, Automation and systems 7.3: 419-428.
- Mellinger, D, Michael N, Kumar V., 2014. Trajectory generation and control for precise aggressive maneuvers with Quadrotors. International Symposium on Experimental Robotics, 79:361- 373.
- Michael, N, Fink J, Kumar V., 2011. "Cooperative manipulation and transportation with aerial robots." Autonomous Robots, 30: 73-86
- Oldham, K.B. and Spanier, J., 1974. "The Fractional Calculus", Academic Press.
- Podlubny, I. 1999. "Fractional Differential Equations", Academic Press, San Diego, California,.

- Qianying, L., 2014. "Grey-Box System Identification of a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle", Msc Thesis, Faculty of Mechanical, Maritime and Materials Engineering, Delft University of Technology
- Sabanovic, A., K. Jezernik, K. Wada, 1996. "Chattering-free sliding modes in robotic manipulators control", *Robotica*, vol. 14, no. 1, pp. 17–29, [Online]. Available: <https://doi.org/10.1017/S0263574700018907>
- Solc, F., 2007. "Modelling and control of a quadcopter" *Advanced in Military Technology* 1:29–38.
- Tang, Yinggan, et al., 2013 "Fractional order sliding mode controller design for antilock braking systems." *Neurocomputing* 111: 122-130.
- Tayebi, A. and McGilvray S., 2006. "Attitude Stabilization of a VTOL Quadrotor Aircraft," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 14, pp. 562-571
- Xu, Rong, and Umit Ozguner., 2006 "Sliding mode control of a quadrotor helicopter." *Decision and Control, 2006 45th IEEE Conference on. IEEE*
- Zhao, B., et al., 2015. "Nonlinear robust adaptive tracking control of a quadrotor UAV via immersion and invariance methodology." *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* 62.5 :2891-2902.
- Zheng, En-Hui, Jing-Jing Xiong, and Ji-Liang Luo., 2014. "Second order sliding mode control for a quadrotor UAV." *ISA transactions* 53.4 : 1350-1356.