

RULMANLI YATAKLARDA ETKİLİ OLAN HERTZ BASINÇLARININ VE YUVARLANMA ELEMANLARINDA OLUŞAN DEFORMASYONLARIN ANALİZİ

*Emin GÜLLÜ**
*Tufan Gürkan YILMAZ**

Alınma: 14.11.2016; düzeltme: 01.12.2017; kabul: 01.03.2018

Öz: Bu çalışmada elastisite teorisinden bilinen, yarı sonsuz cisimler için geliştirilmiş ve yayılı bir yükün ya da bir kuvvetin sebep olduğu deformasyonları veren ifadeler kullanılarak; bilyeli ve makaralı rulmanlı yataklar için Hertz basınç dağılımları ve bu basınçların sebep olduğu deformasyonlar hesaplanmıştır. Bunun için önce bilye ve makaralı rulmanların, çeşitli yükler altındaki elips ya da dikdörtgen şekilli Hertz basınç alanları hesaplanmıştır. Sonrasında ise elips veya dikdörtgen alanlar sonlu fark alanlara bölünerek, sonsuz küçük basınç alanları bulunmuş ve burada etkili olan basınçlar kullanılarak, alanlar üzerinde etkili olan kuvvetlere dönüştürülmüştür. Çözümde, bir kuvvet ele alınmış, bunun yeterli mesafelerdeki sebep olduğu deformasyonlar bulunmuş, sonra her nokta için diğer kuvvetlerin sebep oldukları deformasyonlarda bulunmuş ve bunların her biri üst üste toplanarak, bir nokta için toplam deformasyonlar bulunmuştur. Neticede her bir nokta için basınç denklemi ile deformasyon denklemi geliştirilen program sayesinde çözülmüştür. Programın esnekliği sayesinde yük, malzeme, bilye ve makaranın boyutları ve eğrilik yarıçapları değiştirilmek suretiyle, bunların basınç ve deformasyonlar üzerine etkileri incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Sabit bilyeli yatak, Silindirik makaralı yatak, Hertz basınçları, Deformasyon

Analysis of Hertz Pressure Effect on Bearings and Deformation on Rolling Elements

Abstract: In this study, Hertz pressure distributions and deformations are calculated for ball and roller element bearings by using equations of deformations, developed for semi-infinite bodies, which is resulted from forces, it is also known from theory of elasticity. Firstly, area of Hertz pressure which has elliptical or rectangular shape are calculated for various load in ball element and roller element bearings. Then elliptical or rectangular areas are divided into small areas. Finally forces on each point of area are obtained. Calculated forces cause deformation for adequate distance from action point. All deformations are summed for each point. On conclusion, pressure and deformation equations are solved for each point of area. Effects of load, material, dimensions of ball and race conformity on hertz pressure and deformation are investigated by developed program.

Keywords: Ball element bearings, Roller element bearings, Hertz pressure, Deformation

1. GİRİŞ

Rulmanlarda olduğu gibi temasta bulunan iki yüzey arasında meydana gelen gerilmelere *yüzey gerilmeleri* denir. Aslında basınç şeklinde olan bu gerilmeler ile basma gerilmeleri arasında şu fark vardır. Basma gerilmeleri kuvvetin etkisi altında bir elemanın kesitinde

* Uludağ Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Görükle, 16059 Bursa.
İletişim Yazarı: Tufan Gürkan YILMAZ (tufanyilmaz@uludag.edu.tr)

meydana gelen gerilmelerdir ve mukavemet esaslarına göre kuvvet-gerilme denge denklemlerinden elde edilir. Yüzey gerilmeleri ise, kuvvetin etkisi altında temas yüzeylerinde meydana gelen gerilmelerdir ve aslında temas yüzeylerinin büyüklüğüne bağlı olmak üzere iki şekildedir. Temas yüzeylerinin ve elemanlarının boyutları aynı mertebede olduğu takdirde *yüzey basıncı*, temas yüzeylerinin boyutları elemanların diğer boyutlarına oranla pek küçük değerlerde bulunmaları halinde *Hertz Basıncı* söz konusudur. Bu yüzey basınçları arasındaki fark yalnız tanımlama bakımından değil, yüzey basınçlarının tayininden de ileri gelir. Yüzey basınçları basma gerilmelerine benzer bir bağıntı ile hesaplanırken, Hertz Basınçları, Elastisite Teorisi'nin esaslarına göre tayin edilir. İki eleman arasındaki teorik temas nokta veya çizgi olduğu takdirde, dış kuvvetlerin etkisi altında meydana gelen deformasyon sonucunda, teorik nokta daire veya elips, teorik çizgi ise dikdörtgen şeklini alır. Teknikte bu çeşit deformasyonlara rulmanlarda, dişli çarklarda, sürtünme çarklarında ve kam mekanizmalarında rastlanır. Yüzeydeki basınç ve deformasyonlar Hertz Teorisi'ne göre hesaplanır. Bu teori şu kabulleri yapmaktadır: Temas yüzeylerinin boyutları elemanların diğer boyutlarına göre çok küçüktür.

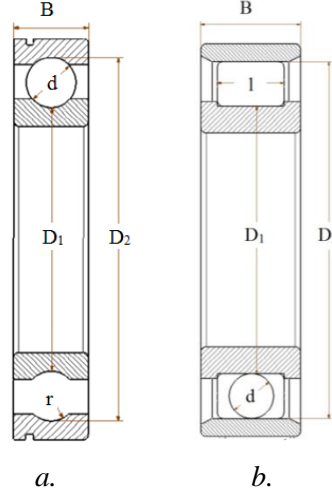
Deformasyonlar, elastik deformasyon şeklindedir. Hooke Kanunu geçerlidir. Temas yüzeylerinde kayma yoktur. Birbiri üzerinde yuvarlanan ve normal doğrultuda bir kuvvetle birbirine bastırılan iki elastik yuvarlanma elemanın yüzeylerinde bir yassılma durumu ortaya çıkar. Deformasyon nedeniyle farklı eğrilik yarıçaplarının sonucu olarak kaymasız bir yuvarlanma hareketinde dahi, hiçbir relatif hareketin mevcut olmadığı temas yüzeylerinin belirli yerlerinde bile mikro çukurlara yol açan çeşitli teğet şekil değişimleri meydana gelir. İşte buralarda oluşan daire, eliptik veya dikdörtgen temas yüzeyleri Hertz Teorisine göre açıklanmaktadır (Akkurt 1975). Yuvarlanmalı yataklar üzerine çeşitli çalışmalar uzun yıllardır yapılmaktadır. Hamrock ve Anderson (1983) yaptıkları detaylı çalışmalarda sabit bilyeli ve silindirik makaralı yuvarlanmalı yatakların tasarımını, kinematikliğini, kullanılan malzemeleri, statik ve dinamik analizi ile sürtünme ve yağlama durumlarını incelemişlerdir. Pandiyarajan ve diğ. (2012) yaptıkları çalışmada uçakların gaz türbinlerinde ve nükleer reaktörlerde kullanılan büyük çaplı rulmanlı yatakların ($d > 400$ mm) çeşitli yükler altında kontak gerilmelerini nümerik ve analitik metotları kullanarak belirlemişlerdir. Sonuç olarak nümerik ve analitik metotların birbirleri ile uyumlu olduğu görülmüştür. Fernandes (1997) yaptığı çalışmada yataklar üzerinde etkili olan Hertz basınçlarının ve deformasyonlarının çalışma ömrü üzerine etkilerini incelemiştir. Çalışma ömrünün büyük ölçüde yük büyüklüğüne ve temas yüzeylerinin birbirleri üzerindeki relatif hareketlerine bağlı olduğunu ortaya koymuştur. Amasorrain ve diğ. (2003) yaptıkları çalışmada dört noktadan temaslı tek sıralı yataklar için yeni bir hesap yöntemi geliştirip temas durumundaki gerilme dağılımını gösteren denklemleri ortaya koymuşlardır. Maksimum gerilme büyüklüğü ve yönü, temas alanı, aksenal ve radyal deplasmanlar, geliştirilen program vasıtasıyla hesaplanmıştır. Nelias ve diğ. (2005) yuvarlanmalı yataklardaki yorulma performansının değerlendirilmesi için yeni bir yöntem ortaya koymuşlardır. Yüzeyde hertz deformasyonları ile oluşan çukurcuklar modellenmiş ve çalışma nümerik ve deneysel olarak yürütülmüştür. Çeşitli yüksek alaşımlı çelikler çalışmada kullanılmıştır. Sonuçta çeşitli faktörlerin yorulma üzerine etkileri detaylıca incelenmiştir. Pipaniya ve Lodwal (2014) sabit bilyeli yuvarlanmalı yatakların bilye ile iç ve dış bileziklerinde meydana gelen temas gerilmelerini, elastik deformasyonları analitik ve sonlu elemanlar yöntemi kullanarak hesaplamışlardır. Antoine ve diğ. (2006) bilyeli rulmanlarda Hertz Teorisini kullanarak bilyelerin lokal rijitliklerini elde etmişlerdir. Hertz basınç ve deformasyonlarının hesabı için yeni bir metot teklif edilmiştir. Bu metot daha hassas hesapların yapılmasını sağlamaktadır.

Bu çalışmada bilyeli ve makaralı rulmanlar üzerinde etkili olan Hertz basınç ve deformasyonlarının çeşitli parametreler için değişimi incelenmiş ve karşılaştırmalı sonuçlar ortaya konmuştur.

2. MATERYAL VE METOT

2.1 Rulman Boyutları ve Malzeme özellikleri

Çalışmada materyal olarak kullanılan yataklar sabit bilyeli ve silindirik makaralı olup farklı boyutlara ve malzeme çiftlerine sahiptir. Şekil 1’ de rulmanların boyutları verilmiştir.



Şekil 1:
Rulman Geometrisi
(a. Sabit bilyeli, b. Silindirik makaralı)

Burada D_1 iç bilezik yörünge çapını, D_2 dış bilezik yörünge çapını, B rulman genişliği, d bilye veya makara çapını, r yiv yarıçapını, l makara uzunluğunu ifade eder. Rulmanlarda bilye ve bilezik malzemesi olarak çelik ve seramik yaygın bir şekilde kullanılmaktadır.

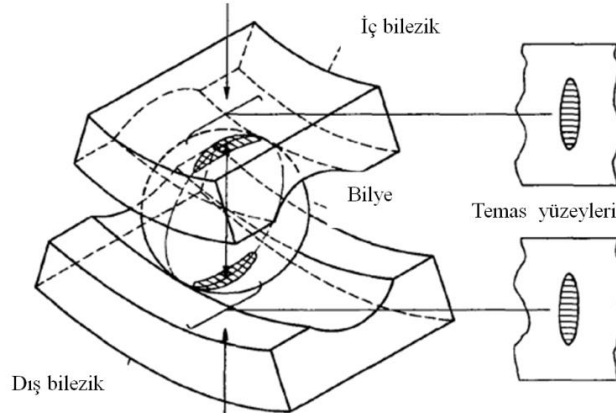
Çalışmada kullanılan malzemelerin elastisite modülü ve poisson oranı Hertz deformasyonlarının tayininde önemli bir parametredir. Tablo 1 de malzemelerin bahsedilen mekanik özellikleri belirtilmiştir.

Tablo 1. Rulman Malzeme Özellikleri

Bilye-Bilezik Malzemesi	Elastisite Modülü (N/mm ²)	Poisson Oranı
Çelik	212000	0.30
Seramik	314000	0.26

2.2 Hertz Basınç ve Deformasyon Dağılımı

Sabit bilyeli rulmanlarda bilye ve bilezikler arasında eliptik bir temas yüzeyi oluşmaktadır. Nokta teması olarak da adlandırılan bu temasın şekli Şekil 2’ de erilmiştir.



Şekil 2:
Sabit bilyeli rulmanlarda eliptik temas (Hamrock, 1983)

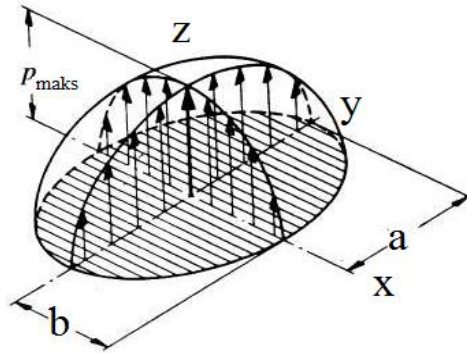
Böyle bir temasta oluşacak Hertz basınç dağılımı aşağıdaki gibi ifade edilir (Kayan ve Şuhubi, 1969).

$$P(x, y) = p_{maks} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{b}\right)^2 - \left(\frac{y}{a}\right)^2} \quad (1)$$

Burada P_{maks} oluşacak en büyük basınç değeridir ve şu şekilde yazılabilir.

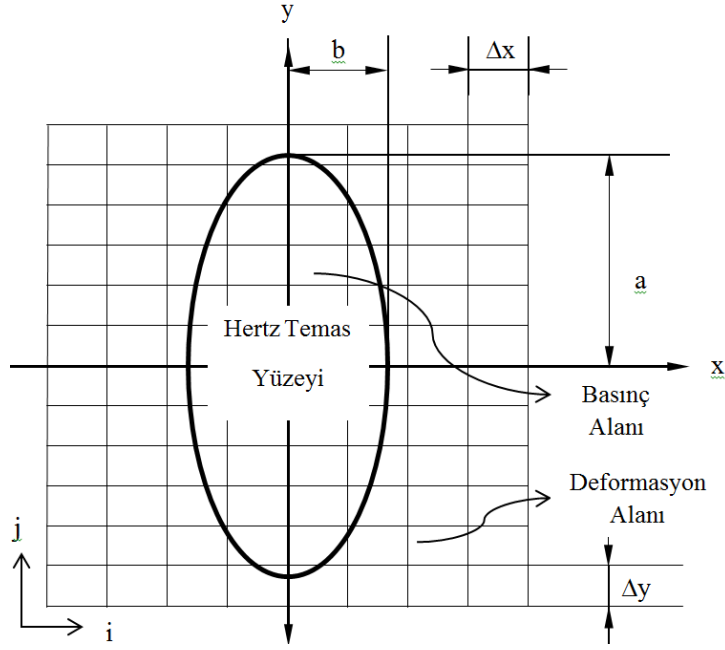
$$p_{maks} = \frac{3F}{2\pi ab} \quad (2)$$

F bilye üzerindeki normal kuvveti, a eliptik yüzeyin uzun yarıçapı b ise kısa yarıçapını ifade etmektedir. Temas yüzeyinin ve oluşan basınç dağılımının görüntüsü Şekil 3' te verilmiştir.



Şekil 3:
Eliptik temas yüzeyindeki basınç dağılımı (Brüser, 1972)

Şekil 4' te böyle bir temasta oluşan Hertz basınç ve deformasyon alanları görülmektedir.



Şekil 4:
Sabit bilyeli rulmanlarda Hertz basınç ve deformasyon alanı

Eliptik yüzeyin yarıçap değerleri ise aşağıdaki ifadelerle bulunmaktadır (İleri, 1973).

$$a = 1,4 \cdot \xi \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot (k_1 + k_2)}{2AB}} \quad (3)$$

$$b = 1,4 \cdot \vartheta \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot (k_1 + k_2)}{2AB}} \quad (4)$$

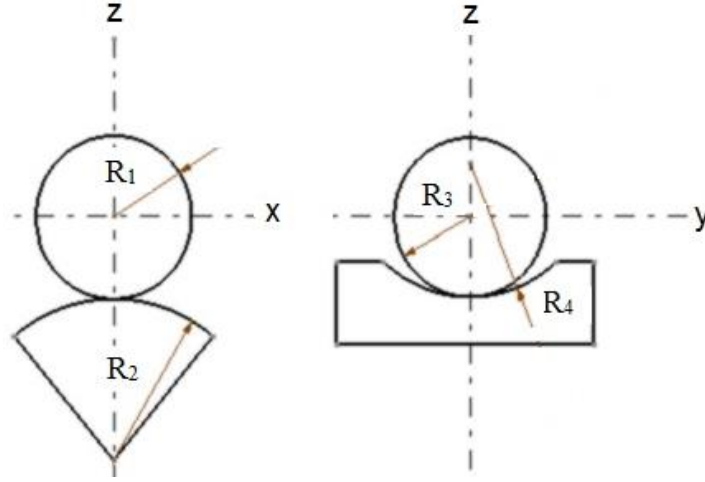
Burada k_1 ve k_2 poisson oranı ve elastisite modülüne bağlı bir ifadedir. AB ise temas eden bilye-bilezik çiftinin xz ve yz düzlemlerindeki eğriliklerinin toplamıdır. k_1, k_2 ve AB değerini veren ifadeler aşağıdaki gibidir. Bu denklemlerde ν poisson oranını, E ise elastisite modülünü ifade etmektedir.

$$k_{1,2} = \frac{1 - \nu_{1,2}^2}{E_{1,2}} \quad (5)$$

$$AB = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) \quad (6)$$

(6) ifadesinde R_1 ve R_3 bilyenin veya makaranın xz ve yz düzlemlerindeki yarıçaplarını, R_2 bileziğin yörünge yarıçapını ve R_4 ise bileziğin yiv yarıçapını ifade eder. Bilyeli yataklarda $R_1=R_3$ olacağı, makaralı yataklarda ise $R_1=R_4=\infty$ olacağı aşikârdır.

Şekil 5’ te düzlemlerdeki eğrilik yarıçapları görülmektedir.



Şekil 5:
xz ve yz düzlemlerindeki eğrilik yarıçapları

a, b denklemlerinde kullanılan ξ , ϑ değerleri ise $\cos\varphi$ olarak tanımlanan yardımcı bir değere bağlı olarak bulunabilir.

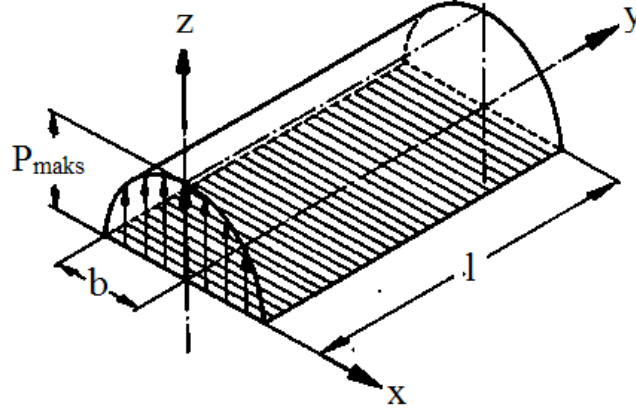
$$\cos\varphi = \left(\frac{\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_4}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} \right) \quad (7)$$

Bu değer, olarak ifade edilir. φ açısına göre ξ ve ϑ değerleri Tablo 2’ deki gibidir (İleri, 1973).

Tablo 2. Cos(φ) değerine göre ξ ve ϑ değerleri

Cos(φ)	0	0,4	0,5	0,6	0,7	0,750
ξ	1	1,35	1,48	1,66	1,91	2,07
ϑ	1	0,769	0,718	0,664	0,608	0,577
Cos(φ)	0,80	0,85	0,90	0,925	0,950	0,975
ξ	2,295	2,57	3,06	3,5	4,14	5,22
ϑ	0,545	0,509	0,462	0,432	0,395	0,352

Silindirik makaralı rulmanlarda ise makara ile bileziğin teması sonucu dikdörtgen şekle sahip bir yüzey oluşur. Makaralı rulmanlarda temas yüzeyi ve oluşan basınç dağılımı Şekil 6’ te verilmiştir.



Şekil 6:
Dikdörtgen temas yüzeyindeki basınç dağılımı (Brüser, 1972)

Böyle bir temasta oluşacak Hertz basınç dağılımı şu şekilde ifade edilir.

$$P(x) = P_{maks} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{x}{b}\right)^2} \quad (8)$$

Burada P_{maks} oluşacak en büyük basınç değeridir ve şu şekilde ifade edilir (Brüser, 1972).

$$P_{maks} = \frac{2F}{\pi b l} \quad (9)$$

l makara uzunluğu olup, b aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$b = \sqrt{\frac{4F \cdot (k_1 + k_2)}{AB \cdot \pi \cdot l}} \quad (10)$$

Burada yine temas yüzeyindeki her bir noktada Hertz basınçlarını ve daha sonra deformasyonları hesaplamak için temas yüzeyi Δx ve Δy boyutlarına sahip küçük alanlara ayrılmaktadır. Bu durum Şekil 7’ de belirtilmiştir.

Sabit bilyeli ve silindirik makaralı rulmanlarda elastik deformasyonlar belli bir değeri aştığında plastik deformasyonlara sebep olabilir. Bu sebeple kontrol edilmeleri gerekmektedir. Şekil 8’ de oluşan Hertz basınç ve deformasyon arasındaki ilişki gösterilmiştir. Şekil 8’ de $r = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}$ dir.

Hertz basınçlarının temas yüzeyi boyunca sebep olduğu elastik deformasyonlar şu şekilde ifade edilebilir (Brüser, 1972).

$$w(x, y) = \frac{(1 - \nu^2)}{\pi E} \iint \frac{P(x_1, y_1) \Delta x \Delta y}{r} \quad (11)$$

Bu denklemde $w(x, y)$ deformasyon miktarını, x ve y deformasyonu hesaplanacak olan noktanın koordinatlarını, $P(x_1, y_1)$ deformasyona neden olan basınç değerini, x_1 ve y_1 ise bu deformasyona

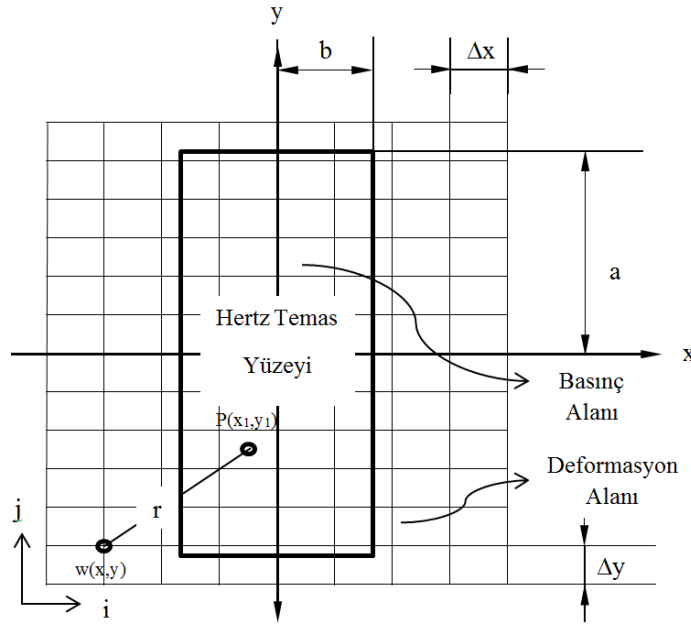
neden olan basıncın olduğu koordinatı göstermektedir. Δx ve Δy ise ağ yapısı içinde x ve y doğrultularındaki birim elemanın boyutlarıdır. Bu durumda bir noktada meydana gelen deformasyonu hesaplayabilmek için; temas yüzeyinde oluşan tüm basınçların o noktada oluşturdukları deformasyonları toplamak gerekmektedir. Yani denklem şu hale gelmektedir (Brüser, 1972).

$$w(x, y) = \frac{(1 - \nu^2)}{\pi E} \sum_{x=x_{\min}}^{x=x_{\max}} \sum_{y=y_{\min}}^{y=y_{\max}} \frac{P(x_1, y_1) \Delta x \Delta y}{r} \quad (12)$$

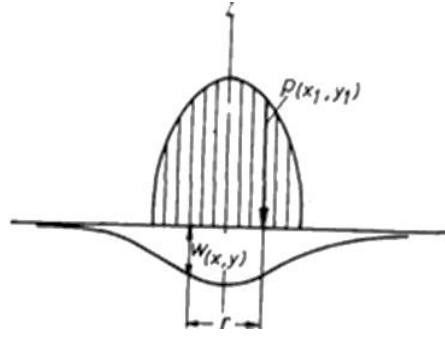
Ancak $x_1 = x$ ve $y_1 = y$ noktasında yani, yükün etki ettiği nokta ile meydana gelen deformasyonun hesaplanacağı nokta aynı olduğunda, sonuç sonsuz çıkmaktadır. Bu nedenle bu noktadaki deformasyon integral işlemi alınarak bulunmak zorundadır. Bu integral işlemi ağ yapısının birim elemanına göre şöyle alınabilir (Brüser, 1972).

$$w' = \frac{(1 - \nu^2)}{\pi E} \cdot P(x_1, y_1) \cdot 2\Delta x \cdot \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2} \ln \left(\frac{\sqrt{1 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2} + 1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2} - 1} \right) + \ln \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2} - 1 \right) \right] \quad (13)$$

Elastik deformasyon w' ile w ifadelerinin toplamından bulunmaktadır. Denklem (13) MATLAB ortamında programlanarak farklı parametreler için program çalıştırılmıştır. Şekil 9' da program arayüzü görülmektedir.



Şekil 7:
Silindirik makaralı rulmanlarda Hertz basınç ve deformasyon alanı



Şekil 8:
Hertz basınç deformasyon ilişkisi (Brüser, 1972)

```
Bilyeiirulman.m
4 R1=4;
5 %R3=input('R3 Bilye yarıçapını mm cinsinden giriniz=');
6 R3=R1;
7 %R2=input('R2 Bileziğin yarıçapını mm cinsinden giriniz=');
8 R2=25;
9 %R4=input('R4 Bileziğin yiv yarıçapını mm cinsinden giriniz=');
10 R4=4.08;
11 %E1=input('Bilyenin Elastisite modülünü Newton/mm2 cinsinden giriniz=');
12 E1=314000;
13 %E2=input('Bileziğin Elastisite modülünü Newton/mm2 cinsinden giriniz=');
14 E2=212000;
15 %V1=input('Bilyenin Poisson oranı değerini giriniz=');
16 V1=0.26;
17 %V2=input('Bileziğin Poisson oranı değerini giriniz=');
18 V2=0.3;
19 %R2 ve R4 iç bilezik ise pozitif, dış bilezik ise negatif işaret kullanılır.
20 AB=((1/R1)+(1/R2)+(1/R3)-(1/R4));
21 k1=(1-(V1^2))/(E1*pi);
22 k2=(1-(V2^2))/(E2*pi);
23 f1=abs((1/R2)+(1/R4))/AB;
24 E=(2*E1*E2)/(E1+E2);
25 %ep ve v f1 ye bağlı olarak tablodan seçilir.
26 ep=4.84;
27 v=0.367;
28 %a=(1.4*ep*((F*(k1+k2))/(2*AB))^(1/3));
29 a=1.4*ep*((F/(E*AB))^(1/3));
30 %b=(1.4*v*((F*(k1+k2))/(2*AB))^(1/3));
31 b=1.4*v*((F/(E*AB))^(1/3));
32 %b=0.128;
33 tau=a/4.5;
```

Şekil 9:
MATLAB program ara yüzü

3. BULGULAR

Bu bölümde geliştirilen bilgisayar programı vasıtasıyla çeşitli yük değerleri için farklı malzeme çiftleri, yiv yarıçapları, yörünge yarıçapları, yörünge uygunluk oranlarına sahip bilyeli ve silindirik makaralı yataklarda bilye ve makarada meydana gelen Hertz basınçları ve elastik deformasyonlar elde edilmiş ve sonuçlar birbirleriyle mukayese edilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre daha kritik olması bakımından sadece iç bilezikler incelenmiştir. Burada önemli bir büyüklük olarak yörünge uygunluk oranı, yiv yarıçapının (r) bilye çapına (d) oranıdır. Bu oran yaygın olarak 0.51 ile 0.54 arasında değişmektedir (Hamrock, 1983).

Analiz I de kullanılan boyut, malzeme ve yük değerleri Tablo 3' de verilmiştir.

Tablo 3. Analiz I değerleri

Bilye-Bilezik Malzemesi	Çelik-Çelik Seramik- Çelik Seramik-Seramik		
	8	9	10
d (Bilye çapı-mm)	8	9	10
D ₁ (İç bilezik yörünge çapı-mm)	50	50	50
r/d (Yörünge uygunluk oranı)	0,51	0,51	0,51
	0,525	0,525	0,525
	0,54	0,54	0,54
F (Normal kuvvet-N)	1000	1000	1000
	2000	2000	2000
	3000	3000	3000
	4000	4000	4000
	5000	5000	5000

Analiz II de kullanılan boyut, malzeme ve yük değerleri Tablo 4' de verilmiştir.

Tablo 4. Analiz II değerleri

Makara-Bilezik Malzemesi	Çelik-Çelik Seramik- Çelik Seramik-Seramik		
	8	9	10
d (Makara çapı -mm)	8	9	10
l (Makara uzunluğu -mm)	30	30	30
D ₁ (İç bilezik yörünge çapı -mm)	50	50	50
F (Normal Kuvvet-N)	1000	1000	1000
	2000	2000	2000
	3000	3000	3000
	4000	4000	4000
	5000	5000	5000

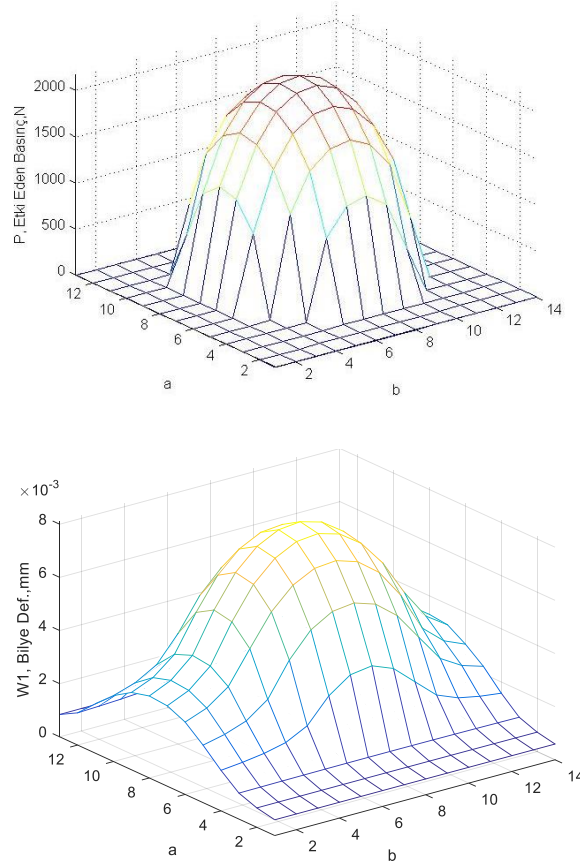
Bu kısımda Analiz I ve II' deki çeşitli durumlar için Hertz basınç ve deformasyon dağılımları ile bilye ve makara çapının, yörünge oranının ve malzeme çiftinin değişiminin etkileri incelenmiştir.

Bunlardan malzeme değişiminin bilyeli rulmanlarda yuvarlanma elemanları üzerindeki etkisi Tablo 5 de belirtilmiştir.

Tablo 5. $F=1000$ N $d=8$ mm bilye çapı $r/d=0.51$ için oluşan maksimum Hertz basıncı ve maksimum deformasyonlar

Bilye-Bilezik Malzeme Çifti	Hertz Basıncı (N/mm^2)	W_1 Bilye Deformasyonu (mm)	W_2 Bilezik Deformasyonu (mm)
Çelik-Çelik	2160,3	0,0081	0,0081
Seramik-Çelik	2431,3	0,006	0,0086
Seramik-Seramik	2807	0,0064	0,0064

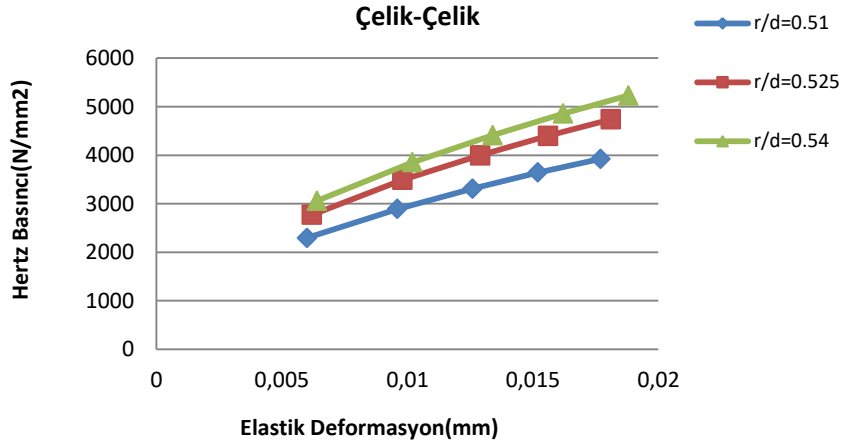
Yine aynı şartlar için Hertz basıncı ile bilyede oluşan deformasyon dağılımı örnek olarak Şekil 10' da verilmiştir.



Şekil 10:

$F=1000$ N $d=8$ mm bilye çapı $r/d=0.51$ çelik-çelik malzeme çifti için Hertz basıncı ve deformasyonlarının dağılımı

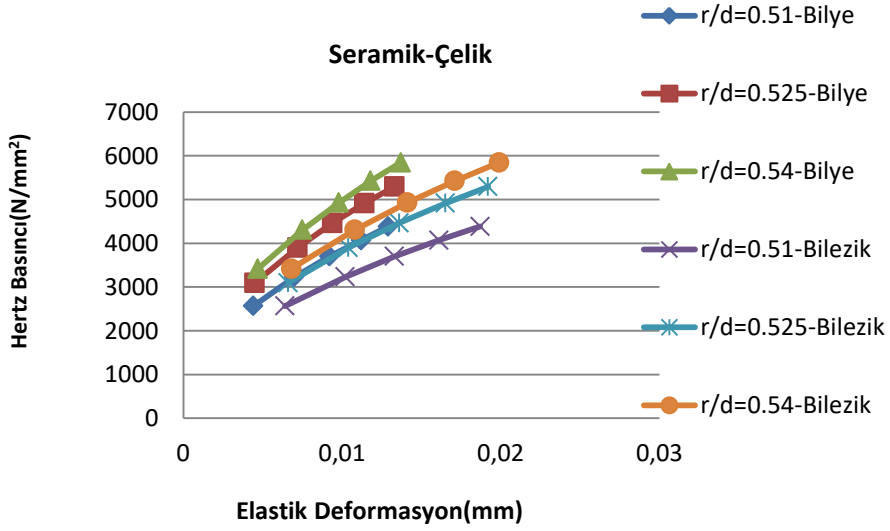
Şekil 11' de Analiz I' deki şartlarda yörünge uygunluk oranının Hertz basıncı ve deformasyonlar üzerine etkisi görülmektedir.



Şekil 11:

Yörünge uygunluk oranının bilye ve iç bilezikte oluşan Hertz basınç ve deformasyonlarına etkisi ($d=8\text{ mm}$, $F=1000-5000\text{ N}$)

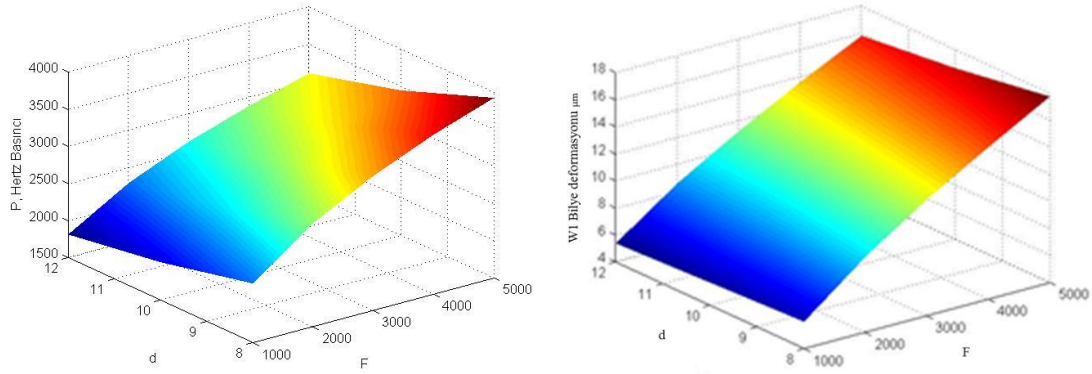
Şekil 12’ de aynı şartlarda Seramik-Çelik malzeme çiftinde oluşan Hertz basınç ve deformasyonları gösterilmiştir.



Şekil 12:

Yörünge uygunluk oranının Hertz basınç ve deformasyonlarına etkisi ($d=8\text{ mm}$, $F=1000-5000\text{ N}$)

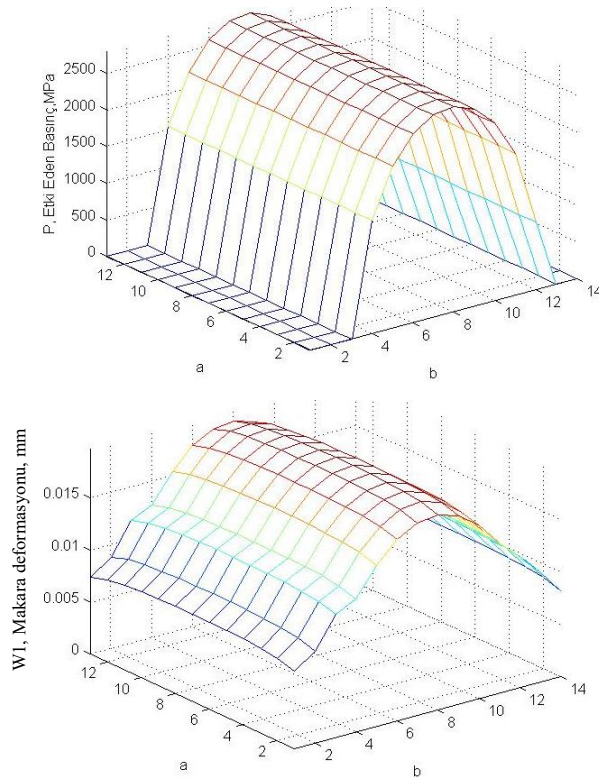
Şekil 13’ de ise yine Analiz I deki durumlardan $r/d = 0.51$ için çelik-çelik malzeme çiftinde, bilye çapının değişiminin oluşan Hertz basınç ve deformasyonlar üzerine etkisi gösterilmiştir.



Şekil 13:

r/d= 0.51 için çelik-çelik malzeme çiftinde bilye çapının oluşan Hertz basınç ve deformasyonları üzerine etkisi

Silindirik makaralı rulman için d=10 mm makara çapı ve Seramik-Seramik malzeme çiftinde F=5000 N da oluşan Hertz basıncı ile bilyedeki deformasyon dağılımı örnek olarak Şekil 14' de verilmiştir.



Şekil 14:

F=5000 N d=10 mm makara çapı, seramik-seramik malzeme için Hertz basınç ve deformasyonlarının dağılımı

Ayrıca aynı durumlar için Tablo 6 da farklı malzeme çiftlerinde oluşan maksimum Hertz basıncı ve deformasyonları belirtilmiştir.

Tablo 6. F=5000 N d=10 mm makara çapı için oluşan maksimum Hertz basıncı ve maksimum deformasyonlar

Makara-Bilezik Malzeme Çifti	Hertz Basıncı (N/mm ²)	W ₁ Makara Deformasyonu (mm)	W ₂ Bilezik Deformasyonu(mm)
Çelik-Çelik	5135,5	0,0698	0,0698
Seramik-Çelik	5583	0,051	0,0738
Seramik-Seramik	6174	0,0549	0,0549

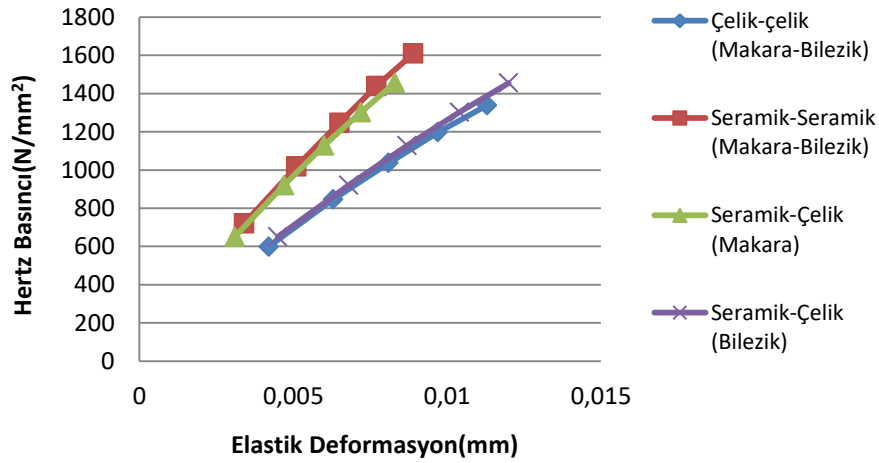
Bir karşılaştırma yapmak için aynı ağırlığa sahip bir makaralı rulman ile sabit bilyeli rulmanda oluşan Hertz basınçları Tablo 7' de sunulmuştur.

Tablo 7. Aynı ağırlığa sahip silindirik makaralı ve sabit bilyeli rulmanlarda oluşan hertz basınçları

	Silindirik Makaralı Rulman	Sabit Bilyeli Rulman
Malzeme çifti	Çelik-Çelik	Çelik-Çelik
Kuvvet (N)	1000	1000
Hertz basıncı (N/mm ²)	1424,4	2177,4

Burada d=8 mm alınmış olup bilye hacmi ile makara hacmi birbiri ile eşitlenerek makaranın l uzunluğu yaklaşık 5,3 mm olarak bulunup hesap yapılmıştır

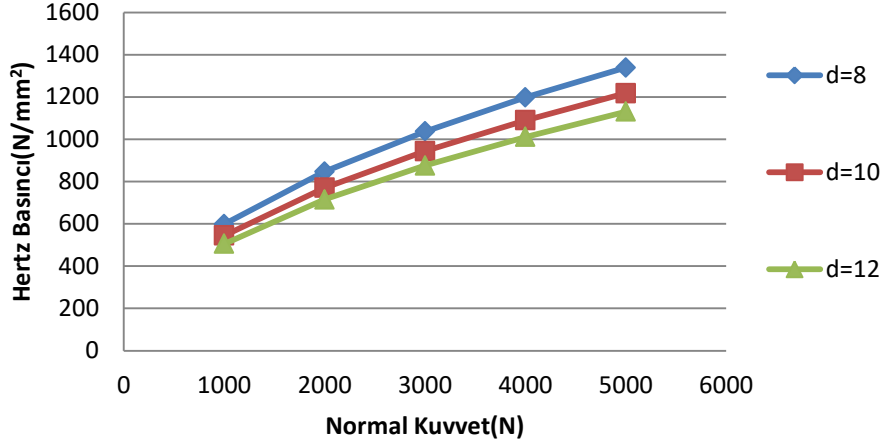
Şekil 15' de Analiz II deki durumlar için silindirik makaralı rulmanlarda d=8 mm makara çapında malzeme değişiminin Hertz basınç ve deformasyonları üzerine etkisi gösterilmiştir.



Şekil 15:

d=8 mm makara çapı için malzeme çifti değişiminin makara ve iç bilezikteki Hertz Basıncı ve deformasyonları üzerine etkisi (F=1000-5000 N)

Şekil 16' da aynı şartlarda değişen makara çapının çelik-çelik malzeme çifti için Hertz basınçları üzerine etkisi gösterilmiştir.



Şekil 16:
Makara çapının Çelik-Çelik çifti için Hertz Basınçları üzerine etkisi

4. SONUÇLAR

Bu çalışmada rulmanlarda etkili olan Hertz basınçlarına ve deformasyonlarına çeşitli faktörlerin etkisi incelenmiştir. İnceleme neticesinde şu önemli sonuçlara ulaşılmıştır;

- Farklı malzemelerden yapılmış bilezik ve yuvarlanma elemanı kullanıldığında, yuvarlanma elemanının malzemesinin elastisite modülünün bilezik elemanının malzemesinin elastisite modülüne göre daha büyük bir değerde seçildiğinde deformasyon değerlerinin düştüğü görülmektedir. Örneğin, malzeme olarak çelik ve seramik kullanılacaksa, yuvarlanma elemanını seramikten, bileziği ise çelik malzemeden seçmek daha uygundur.
- Kullanılan malzemeye göre inceleme yapıldığında seramikten yapılmış bilye ve makaraların, çelikten yapılmış olanlara göre daha az deformasyona uğradıkları görülmektedir.
- Önemli bir parametre olan yörünge uygunluk oranının artması ile Hertz basınç ve deformasyonlarının arttığı gözlenmiştir.
- -Bilye ve makara çapının artması ile oluşan Hertz basınç ve deformasyonlarının azaldığı görülmüştür.
- -Sabit bilyeli rulman ile aynı ağırlığa ve malzemeye sahip silindirik makaralı rulmanda oluşan Hertz basıncı daha küçüktür.
- Hertz basıncına maruz malzemelerde plastik deformasyon için belli bir limit bulunmaktadır. Bu değer $p_{maks} \times \sqrt[3]{d}$ dir. Burada p_{maks} temas yüzeyinde oluşan maksimum Hertz basıncı ve d ise bilye çapıdır. Limit değerler ile bu değer mukayese edilerek çalışma güvenliği kontrol edilebilir.

KAYNAKLAR

1. Akkurt M. (1975) Makine Elemanları, İstanbul Teknik Üniversitesi Matbaası, İstanbul.

2. Amasorrain J.I., Sagartsazu X. ve Damian J. (2003) Load distribution in a four contact-point slewing bearing, *Mechanism and Machine Theory*, 38(6), 479-496,. doi:10.1016/S0094-114X(03)00003-X
3. Antoine J-F., Visa C., Sauvey C. Ve Abba G. (2006) Approximate Analytical Model For Hertzian Elliptical Contact Problems, *Journal of Tribology*, 128(3). doi:10.1115/1.2197850
4. Brüser P. (1972). Untersuchungen über die elastohydrodynamische Schmierfilmdicke bei elliptischen Hertzchen Kontaktflächen, Doktora Tezi, Carolo-Wilhelmina Teknik Üniversitesi.
5. Fernandes P.J.L. (1997) Contact Fatigue in Rolling-Element Bearings, *Engineering Failure Analysis*, 4(2), 155-160. doi:10.1016/S1350-6307(97)00007-1
6. Hamrock J. ve Anderson W. (1983) *Rolling-Element Bearings*, NASA Reference Publication, Lewis Research Center, USA.
7. İleri, H. (1973) *Makine Elemanları Hesabı*, İstanbul Teknik Üniversitesi Matbaası, İstanbul.
8. Kayan İ. ve Şuhubi E. (1969) *Elastisite Teorisi*, Arı Kitapevi Matbaası, İstanbul.
9. Nelias D., Jacq C., Lormand G., Dudrange G. ve Vincent A. (2005) New Methodology to Evaluate the Rolling Contact Fatigue Performance of Bearing Steels With Surface Dents: Application to 32CrMoV13 Nitrided and M50 Steels, *Journal of Tribology*, 127(3), 611-622. doi:10.1115/1.1924462
10. Pandiyarajan R., Starvin M.S. ve Ganesh K.C. (2012) Contact Stress Distribution of Large Diameter Ball Bearing Using Hertzian Elliptical Contact Theory, *International Conference on Modelling Optimization and Computing*, *Procedia Engineering*, 38, 264-269. doi:10.1016/j.proeng.2012.06.034
11. Pipaniya S. ve Lodwal A. (2014) Contact Stress Analysis of Deep Groove Ball Bearing 6210 Using Hertzian Contact Theory, *International Journal of Innovative Research in Engineering & Science*, 7(3), 8-16.