



## Ortotrop Plakların Çift Fourier Serileri İle Statik Analizi

### Static Analysis Of Orthotropic Plates By Double Fourier Series

Mustafa Halûk SARAÇOĞLU\*<sup>1</sup>, Fethullah USLU<sup>1</sup>, Uğur KAFKAS<sup>1</sup>

*Dumlupınar Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 43100 Kütahya, TÜRKİYE*

Başvuru/Received: 21/05/2017

Kabul/Accepted: 20/09/2017

Son Versiyon/Final Version: 29/01/2018

#### Öz

Bu çalışmada plak düzlemine dik yükle yüklenmiş basit mesnetli ortotrop ince plaklar modellenerek denge denklemleri oluşturulmuştur. Plağa etkiyen yük tipine bağlı olarak ortotrop plağa etkiyen düşey yüklerin çift Fourier serisine açılım katsayıları değişmektedir. Ortotrop plağın malzeme özellikleri izotrop plaktan farklı olarak iki farklı elastisite modülü, Poisson oranı ve kayma modülü şeklindedir. Bu özelliklere bağlı olarak plak eğilme rijidlikleri farklı şekilde hesaplanmaktadır. Denge denklemleri de bu rijidlikler kullanılarak oluşturulmaktadır. Bu denge denklemleri çift Fourier serileri kullanılarak çözülmüştür. Problemin çözümü için bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Dört kenarından basit mesnetli ortotrop plaklar çeşitli yüklenme durumlarına göre incelenmiştir. Ortotrop plakta oluşturulan ağın tüm noktaları için düşey çökme ve moment değerleri hesaplanmıştır. Hesaplanan bu değerler grafikler şeklinde sunulmuştur. Konu ile ilgili literatürdeki örnekler çözümlenerek ortotrop plağın orta noktası için elde edilen sonuçların literatürdeki sonuçlar ile büyük bir uyum içerisinde olduğu gösterilmiştir.

#### Anahtar Kelimeler

“Ortotrop plak, Çift Fourier serisi, Bilgisayar programı”

#### Abstract

In this study equilibrium equations of the simply supported orthotropic thin plates were derived and solved with the double Fourier series. These orthotropic plates were loaded with vertical to the mid plane. Depending on the type of load, the double Fourier series expansion coefficients of the vertical loads varies. Unlike the isotropic plate, the orthotropic plate material properties are in the form of two different elasticity moduli, Poisson's ratio and shear modulus. Depending on these properties, the plate bending rigidities are calculated differently. Equilibrium equations are also derived by using these rigidities. These equilibrium equations are solved using double Fourier series. A computer program has been developed to solve the problem. Simply supported orthotropic plates at the four edges were investigated according to various loading conditions. Vertical displacement and moment values are calculated for all the points of the mesh formed in the orthotropic plate. These calculated values are presented in graphics. It has been shown that the results obtained for the mid point of the orthotropic plate are in great agreement with the results in the literature by solving the related literature examples.

#### Key Words

“Orthotropic plate, Double Fourier series, Computer programming.”

\* [mhaluk.saracoglu@dpu.edu.tr](mailto:mhaluk.saracoglu@dpu.edu.tr)

## 1. GİRİŞ

Plaklar ve kabuklar binalar, köprüler, tüneller, istinat duvarları ve diğer altyapı gibi pek çok inşaat mühendisliği yapılarında kullanılan yapısal öğelerdir. Ortotrop plaklar hafif olmalarından dolayı uzun açıklıkları geçmede kullanılırlar. Bu tür plaklar boyuna ve enine doğrultularda farklı rijidliklere sahiptirler. Anizotrop bir plağın eğilmesi ile ilgili diferansiyel denklemleri Timoshenko ve Woinowsky-Krieger yazdıkları kitapta açıklamışlardır (Timoshenko, S. P., & Woinowsky-Krieger, S., (1959)). Klasik tabakalı plak teorisine göre özel ortotrop plakların analizini Reddy kitabında bir bölüm olarak sunmuştur (Reddy, J.N., (2004)). Fettahoğlu, yaptığı çalışmasında ortotrop plaklardaki gerilme ve şekil değiştirme analizlerini sonlu elemanlar metodu kullanarak gerçekleştirmiştir (Fettahoğlu, A., (2014)). Plak problemlerinin çözümü için bugüne kadar pek çok farklı matematik yöntemler kullanılmıştır. Civalek ve Çatal dikdörtgen ve kare plakların statik hesabını Diferansiyel Quadrature Metodu kullanarak yapmışlardır (Civalek, Ö., & Çatal, H.H., (2004)). Reddy ve Gera, farklı sınır şartlarındaki izotrop ve ortotrop ince plaklar için plak orta noktasındaki çökme ve moment değerlerini sonlu farklar yöntemi kullanarak elde etmişlerdir (Reddy, J. N., & Gera, R., (1979)). Johnson ve Woolf farklı malzeme özelliklerine sahip plak düzlemine dik yük ile yüklenmiş ortotrop dikdörtgen plaklar için şekil değiştirme ve gerilme analizleri yapmışlardır (Johnson, A. F., & Woolf, A., (1984)). Saraçoğlu, Bayer ve Özçelikörs çalışmalarında özel ortotrop tabakalı plakların analizlerini sonlu farklar yöntemi kullanarak elde etmişlerdir (Saraçoğlu, M. H., Bayer, M. T., & Özçelikörs, Y., (2015)). Liew, Xiang ve Kitipornchai yaptıkları çalışmada basit mesnetli simetrik çapraz tabakalı dikdörtgen tabakalı plaklar için burkulma çözümlerini Navier çözüm metodu kullanarak, düzlem deformasyonda ön burkulma ve yüksek mertebeli şekil değiştirme terimlerinin (eğrilik terimleri) etkilerini kapalı formda sunmuşlardır (Liew, K. M., Xiang, Y., & Kitipornchai, S., (1996)). Kheirikhah, Khalili ve Fard anizotrop olan sandviç plakların eğilme analizini yapmışlardır. Yüksek mertebe teori kullanarak basit mesnetli sandviç plaklar için analitik çözümleri Navier çözüm metodu kullanarak elde etmişlerdir (Kheirikhah, M. M., Khalili, S. M. R., & Fard, K. M., (2012)). Sayyad, Ghugal ve Mhaske makalelerinde dört değişkenli geliştirilmiş plaka teorisi kullanarak kalınlık boyunca ısı yükü ile yüklenmiş tabakalı kompozit plakların termoelastik eğilme analizini sunmuşlardır. Çözümler için basit mesnetli kompozit tabakalı plaklar ele alıp Navier tarafından önerilen çift trigonometrik seri tekniği kullanarak kapalı form bir çözüm elde etmişlerdir (Sayyad, A. S., Ghugal, Y. M., & Mhaske, A. A., (2015)). Demasi, daha önceden izotrop plaklar için yapmış olduğu çalışmayı geliştirerek ortotrop dikdörtgen plakların üç boyutlu kesin çözümünü Navier metodu ile hesaplamıştır (Demasi, L., (2010)). Kabir, yaptığı çalışmada basit mesnetli tabakalı dikdörtgen plak için bir analitik çözüm sunmuştur. İnce plaklar için uygun Kirchhoff teorisi ile modellediği plak deformasyon formülü ile diferansiyel denklem oluşturmuş ve bu denklemleri çözmek için kabul edilebilir sınır koşulları ile birlikte bir çift Fourier serisi yaklaşımı geliştirmiştir (Kabir, H. R. H., (1996)).

Bu çalışmada çift Fourier serileri kullanılarak ortotrop plak diferansiyel denklemi çözülmüştür. Bunun için bir bilgisayar programı geliştirilmiş ve bu program kullanılarak farklı geometri ve yüklerdeki basit mesnetli ortotrop plak çözümleri yapılmıştır.

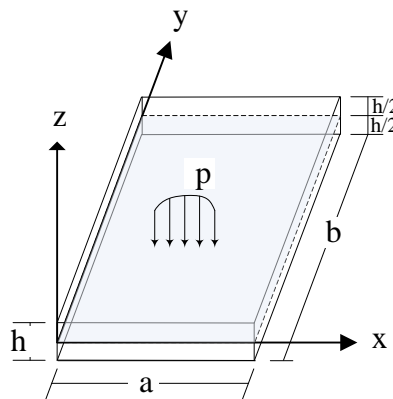
## 2. MATERYAL VE METOT

Plaklar orta düzlemlerine dik yüklenmiş düzlem yüzeysel taşıyıcılarıdır. Kalınlık boyutu diğer iki boyutuna göre çok küçük olan bu elemanlar düşey ve yatay yükleri diğer taşıyıcı elemanlara aktararak elemanlar arasındaki sürekliliği sağlarlar.

Plak kalınlığı yapılan hesaplarda etkili bir parametredir. Kalınlığının diğer boyutuna oranı yaklaşık 1/20 den küçük olan plaklar ince plak olarak isimlendirilir. İnce plak hesabında Kirchhoff-Love hipotezinde yapılan kabuller geçerlidir. Buna göre plak kalınlığı boyunca kayma deformasyonları ihmal edilebilir.

İnce plak kabulünden daha büyük kalınlığa sahip plaklarda ise Mindlin hipotezinde, Reissner hipotezinde veya yüksek mertebeden kayma deformasyonları teorilerinde yapılan kabuller geçerlidir.

Bu çalışmada incelenen plaklar şekil 1 'de geometrisi ve yükü gösterilen Kirchhoff teorisine uygun ince plaklardır.



Şekil 1. Plak geometrisi ve yük

Dört kenarından sabit mesnetli düşey yükü yüklenmiş ortotrop plaktan sonsuz küçük bir eleman alınıp z eksenindeki dengesi yazıldığında aşağıdaki denklem 1 elde edilir.

$$\sum F_z = 0 \quad D_{11} \left[ \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} \right] + 2(D_{12} + 2D_{66}) \left[ \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} \right] + D_{22} \left[ \frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4} \right] = p \quad (1)$$

Bu ifadedeki  $D_{11}$ ,  $D_{12}$ ,  $D_{22}$  ve  $D_{66}$  terimleri ortotrop plağın malzeme özelliklerine bağlı olarak denklem 2 'de tarif edilen plak eğilme rijidlikleridir.

$$D_{11} = \frac{h^3}{12} \left( \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \right), \quad D_{12} = \frac{h^3}{12} \left( \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \right), \quad D_{22} = \frac{h^3}{12} \left( \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \right), \quad D_{66} = \frac{h^3}{12} (G_{12}) \quad (2)$$

Malzeme özellikleri  $E_1 = E_2 = E$ ,  $\nu_{12} = \nu_{21} = \nu$  ve  $G_{12} = G$  olması durumunda problem izotrop olacak ve ilgili denge denklemi izotrop bir ince plak için denklem 3 'teki düşey denge denklemine dönüşecektir (Berktaş, İ., (1992)) :

$$D \left[ \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} \right] + 2D \left[ \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} \right] + D \left[ \frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4} \right] = p \quad (3)$$

Ortotrop bir plakta düşey sehimler çift sinüs serisine açıldığında denklem 4 'teki gibi tarif edilir:

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{p_{mn}}{d_{mn}} \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{b} \quad (4)$$

Bu ifadedeki  $p_{mn}$  ortotrop plağa etkileyen düşey yüklerin Navier metodundaki çift Fourier serisine açılım katsayısıdır. Plağa etkileyen yük tipine bağlı olarak  $p_{mn}$  değişmektedir. Diğer katsayı  $d_{mn}$  ise plak eğilme rijidlikleri ve seri değişkenleri olan m ve n parametrelerine bağlı olarak denklem 5 'ten hesaplanır.

$$d_{mn} = \frac{\pi^4}{b^4} \left[ D_{11} m^4 \left( \frac{b}{a} \right)^4 + 2(D_{12} + 2D_{66}) m^2 n^2 \left( \frac{b}{a} \right)^2 + D_{22} n^4 \right] \quad (5)$$

Plakta oluşan eğilme momentleri denklem 6 kullanılarak hesaplanır:

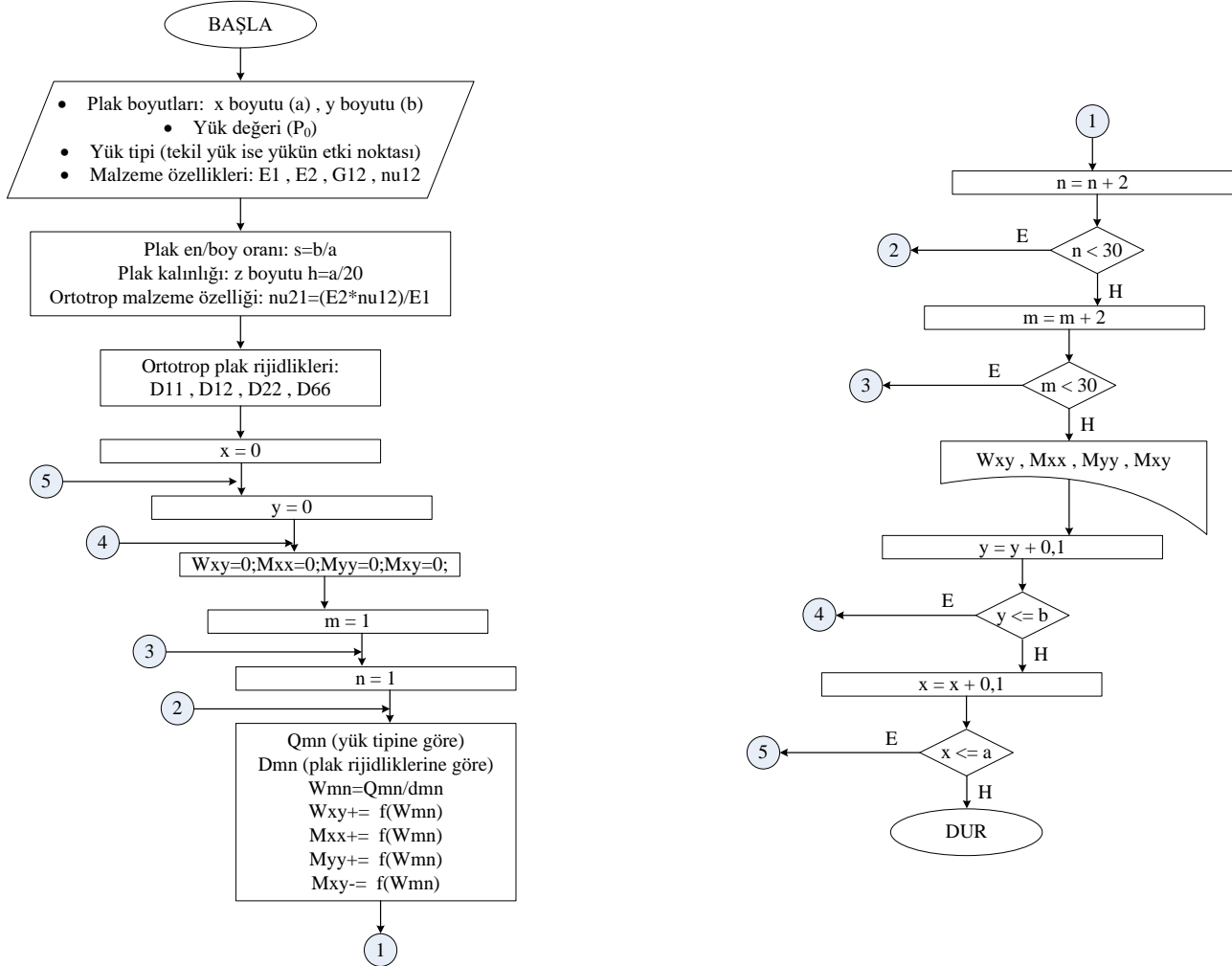
$$\begin{aligned} M_{xx}(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left( D_{11} \left( \frac{m \pi}{a} \right)^2 + D_{12} \left( \frac{n \pi}{b} \right)^2 \right) p_{mn} \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{b} \\ M_{yy}(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left( D_{12} \left( \frac{m \pi}{a} \right)^2 + D_{22} \left( \frac{n \pi}{b} \right)^2 \right) p_{mn} \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{b} \\ M_{xy}(x, y) &= -2 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left( D_{66} \left( \frac{m \pi}{a} \right) \left( \frac{n \pi}{b} \right) \right) p_{mn} \cos \frac{m \pi x}{a} \cos \frac{n \pi y}{b} \end{aligned} \quad (6)$$

Plakta oluşacak düzlem gerilmeler ise z kalınlık koordinatına bağlı olarak denklem 7 'den hesaplanmaktadır:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}(x, y) &= z \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \left( \frac{12}{h^3} \right) D_{11} \left( \frac{m \pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{12}{h^3} \right) D_{12} \left( \frac{n \pi}{b} \right)^2 \right) p_{mn} \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{b} \\ \sigma_{yy}(x, y) &= z \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \left( \frac{12}{h^3} \right) D_{12} \left( \frac{m \pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{12}{h^3} \right) D_{22} \left( \frac{n \pi}{b} \right)^2 \right) p_{mn} \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{b} \\ \sigma_{xy}(x, y) &= -2z \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \left( \frac{12}{h^3} \right) D_{66} \left( \frac{m \pi}{a} \right) \left( \frac{n \pi}{b} \right) \right) p_{mn} \cos \frac{m \pi x}{a} \cos \frac{n \pi y}{b} \end{aligned} \quad (7)$$

## 2.1. Konu İle İlgili Hazırlanan Bilgisayar Programı

Bu çalışma için açık kaynak kodlu ücretsiz bir yazılım olan DEV C++ editörü kullanılarak bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Geliştirilen bu bilgisayar programı öncelikle kullanıcıdan ortotrop plak problemi ile ilgili bazı verileri ister. Bunlar; plağın x boyutu (a) , plağın y boyutu (b) , plak düzlemine dik etki eden yükün şiddeti ( $P_0$ ) , etki eden yükün tipi ve ortotrop malzeme özellikleridir. İlgili değerler kullanıcıdan alındıktan sonra hesaplarda kullanılacak plak en/boy oranı, plağın z boyutu, ortotrop malzemenin  $\nu_{21}$  poisson oranı gibi bazı ara değerler hesaplanır. Daha sonra ortotrop plak rijidlikleri hesaplanır. Hesaplanan bu değerler kullanılarak bir döngü yardımıyla plak üzerinde oluşturulan tüm noktalarda düşey çökme ve moment değerleri elde edilir ve daha önceden sabit diskte oluşturulan dosyaya bu değerler yazdırılarak program sonlanır. İlgili programın akış şeması şekil 2 'de gösterilmiştir.



Şekil 2. Geliştirilen bilgisayar programına ait akış şeması

## 3. SAYISAL ÖRNEKLER

Örnek olarak dört kenarından basit mesnetli üç adet farklı ortotrop dikdörtgen plak analiz edilmiştir. Bu örnekler, geliştirilen bilgisayar programı kullanılarak çift Fourier serileriyle analiz edilmiş olup her biri ayrı başlıklar altında aşağıda detaylı olarak açıklanmıştır. Ayrıca, her bir örnek için plak orta yüzeyinin şekil değiştirme ve moment değerleri grafikler şeklinde sunulmuştur.

### 3.1. Düzgün Yayılı Yüküle Yüklenmiş Ortotrop Kare Plak

Cam-epoksi kompozit malzemesinden üretilmiş  $P_0 = 1$  pound/inç düzgün yayılı yüküyle yüklenmiş ortotrop kare plak için düşey çökme ve eğilme momenti değerleri hesaplanmıştır. Bu problem Reddy ve Gera tarafından geliştirilmiş sonlu farklar metodu kullanılarak analiz edilmiştir (Reddy, J. N., & Gera, R., (1979)). Bu örnekteki kare plağın kenar uzunlukları  $a = 10$  inç ve kalınlığı ince plak teorisine uygun olarak  $h = a/20$  olarak alınmıştır. Cam-epoksi için malzeme özellikleri  $E_1 = 7.8 \times 10^6$  psi,  $E_2 = 2.6 \times 10^6$  psi,  $\nu_{12} = 1/4 = 0.25$  ve  $G_{12} = 1.3 \times 10^6$  psi şeklindedir.

Ortotrop malzemeler Poisson oranları arasındaki ilişki denklem 8 'deki gibidir.

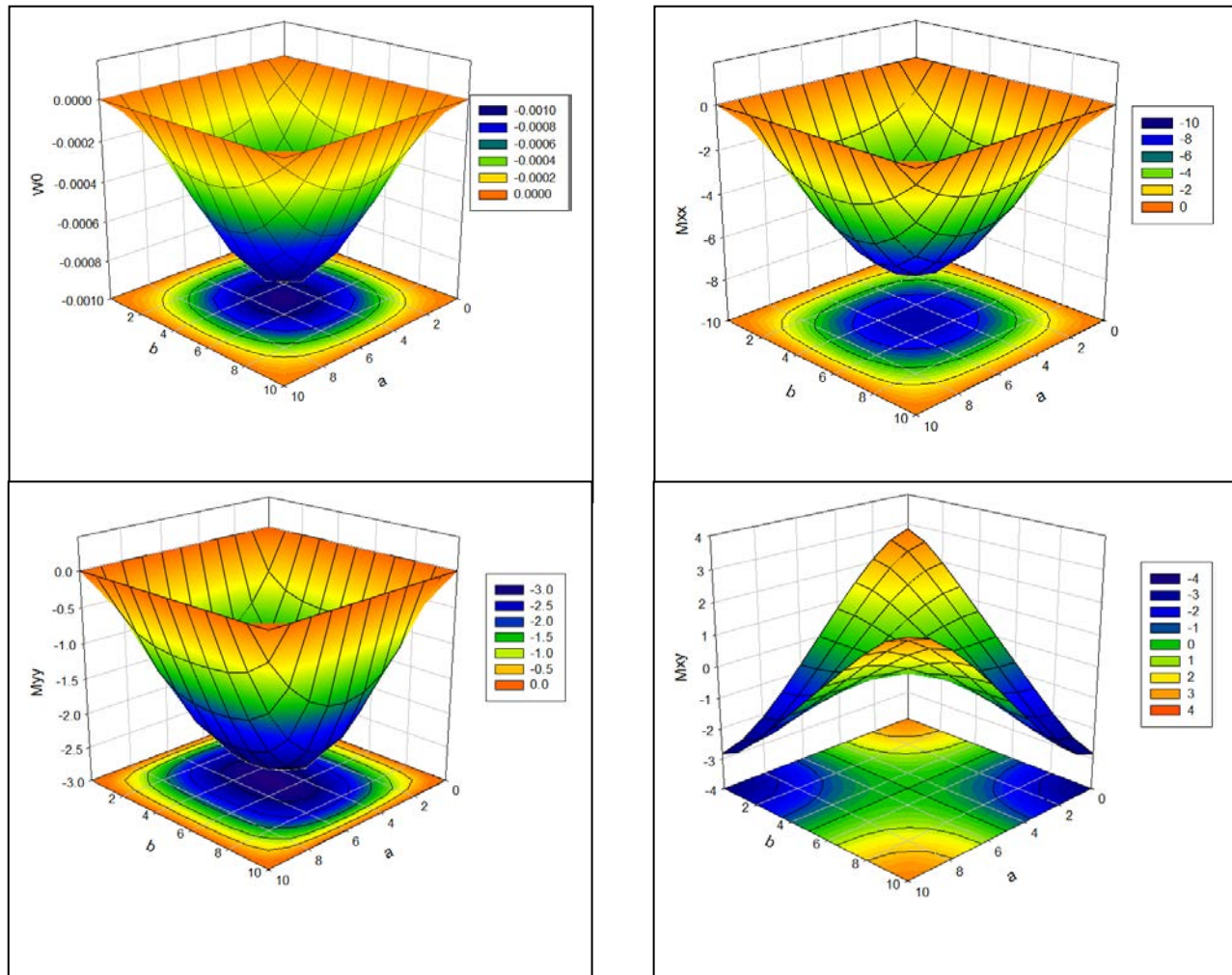
$$\frac{\nu_{21}}{E_2} = \frac{\nu_{12}}{E_1} \Rightarrow \nu_{21} = \frac{E_2}{E_1} \nu_{12} \quad (8)$$

Buradan bu problem için  $\nu_{21} = 1/12 = 0.083$  olarak alınmıştır.

Analiz sonuçlarından plak orta yüzeyinin düşey çökme değerleri ve moment değerleri denklem 9'daki gibi boyutsuz hale getirilmiştir.

$$\hat{w}(x,y) = w(x,y) \left( \frac{(D_{12} + 2D_{66})}{a^4 P_0} \right) \times 10^3, \quad \hat{M}(x,y) = M(x,y) \left( \frac{1}{a^2 P_0} \right) \times 10 \quad (9)$$

Geliştirilen bilgisayar programı kullanılarak elde edilen plak orta noktası düşey çökme değeri  $-0.000908181$  inç olarak hesaplanmıştır. Bu değer denklem 9 'da yerine konularak boyutsuz hale getirildiğinde  $-3.087654376$  olmaktadır. Bu çalışmada elde edilen plak orta noktası  $M_{xx} - 7.62822$  pound inç olarak hesaplanmıştır. Bu değer denklem 9 'da yerine konularak boyutsuz hale getirildiğinde  $-0.762822$  olmaktadır. Benzer şekilde hesaplanan  $M_{yy}$  değeri  $-2.75585$  pound inç şeklindedir. Bu değer denklem 9 'da yerine konularak boyutsuz hale getirildiğinde  $-0.275585$  olmaktadır.  $M_{xy}$  moment değeri ise plak orta noktasında 0 olarak hesaplanmıştır. Bu değerlerin referanstaki kesin çözüm sonuçları ile aynı olduğu görülmüştür. Plak orta yüzeyindeki tüm noktaların düzgün yayılı yük altındaki şekil değiştirmesi ve moment değişimleri grafik olarak şekil 3 'te gösterilmiştir.



Şekil 3. Düzgün yayılı yük altındaki ortotrop kare plak orta yüzeyinin şekil değiştirme ve Moment grafikleri

### 3.2. Ortasından Tekil Yükle Yüklenmiş Ortotrop Kare Plak

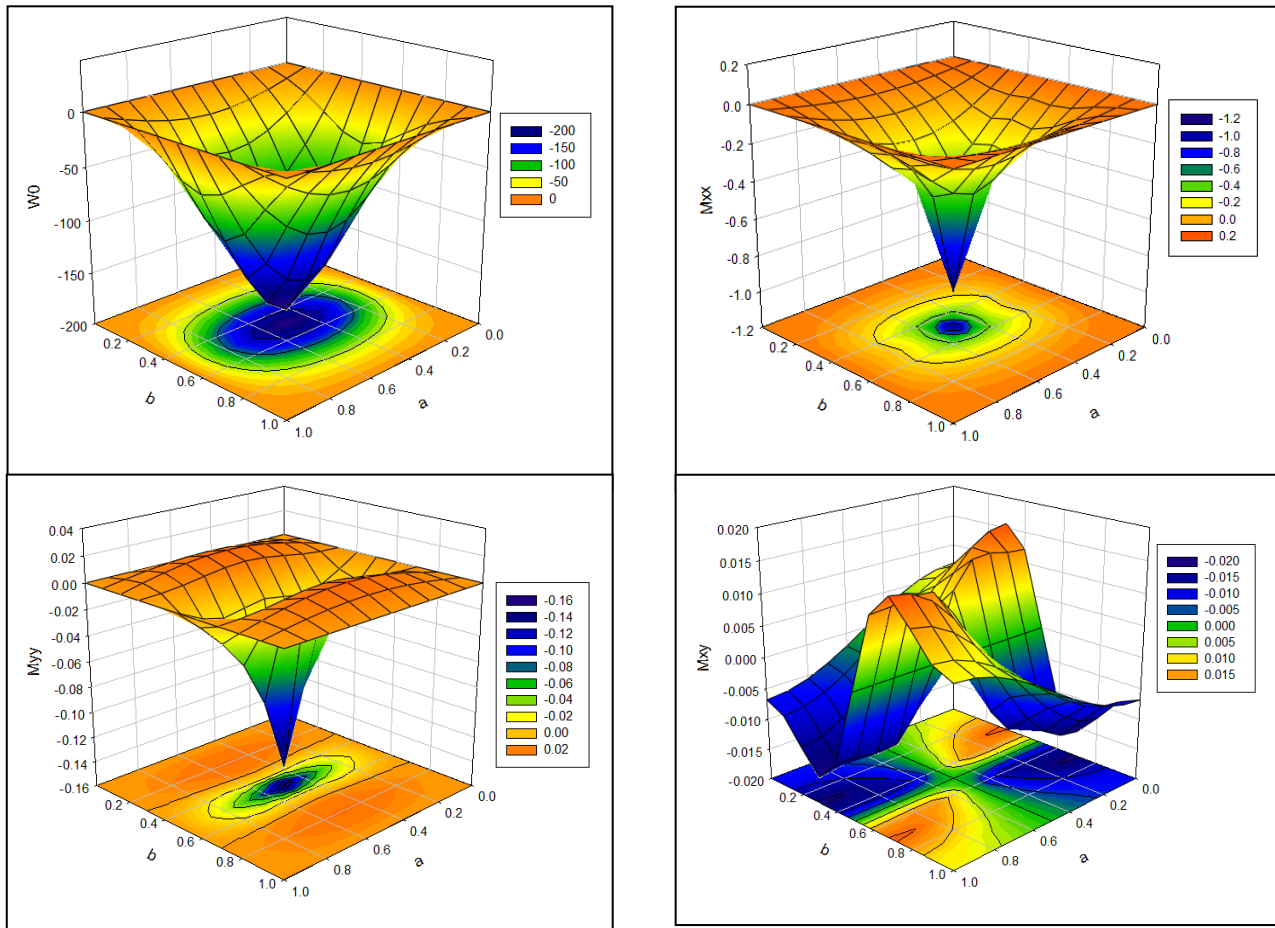
Plak orta noktasından  $P = 1$  tekil yükü ile yüklenmiş ortotrop kare plak için düşey çökme ve eğilme momenti değerleri hesaplanmıştır. Bu problem Reddy tarafından Navier çözüm yöntemi kullanılarak analiz edilmiştir (Reddy, J.N., (2004)). Bu örnekteki kare plağın kenar uzunlukları  $a = 1$  ve kalınlığı ince plak teorisine uygun olarak  $h = a/20$  olarak alınmıştır. Ortotrop malzeme özellikleri  $E_1/E_2 = 25$ ,  $G_{12} = G_{13} = 0,5 E_2$ ,  $G_{23} = 0,2 E_2$  ve  $\nu_{12} = 1/4 = 0,25$  şeklindedir. Ortotrop malzemeye uygun olarak  $\nu_{21} = 1/100 = 0.01$  alınmıştır.

Analiz sonuçlarından plak orta noktasının düşey çökme değeri denklem 10 'daki gibi boyutsuz hale getirilmiştir.

$$\hat{w}(x,y) = w(x,y) \left( \frac{E_2 h^3}{a^4 P} \right) \times 10^2 \quad (10)$$

Geliştirilen bilgisayar programı kullanılarak plak orta noktasından düşey tekil yük etki eden plak problemi için elde edilen orta nokta düşey çökme değeri  $-185,681$  olarak hesaplanmıştır. Bu değer denklem 10 'da yerine konularak boyutsuz hale getirildiğinde  $-2,3210$  olmaktadır. Bu değer referansta  $2,3170$  olarak verilmektedir. Hesaplanan boyutsuz çökme değerinin referanstaki çözüm ile  $\%0,17$  farklılık gösterdiği görülmüştür. Bu çalışmada elde edilen plak orta noktası  $M_{xx} = 1,00125$  olarak hesaplanmıştır. Benzer şekilde hesaplanan  $M_{yy}$  değeri  $-0,1445$  şeklindedir.  $M_{xy}$  moment değeri ise plak orta noktasında  $0$  olarak hesaplanmıştır.

Plak orta yüzeyindeki tüm noktaların plak orta noktasından düşey tekil yük altındaki şekil değişimi ve moment değişimleri grafik olarak şekil 4 'te gösterilmiştir.



Şekil 4. Plak orta noktasından tekil yüklü ortotrop kare plak orta yüzeyinin şekil değişimi ve Moment grafikleri

### 3.3. Düzgün Yayılı Yükle Yüklenmiş Ortotrop Dikdörtgen Plak

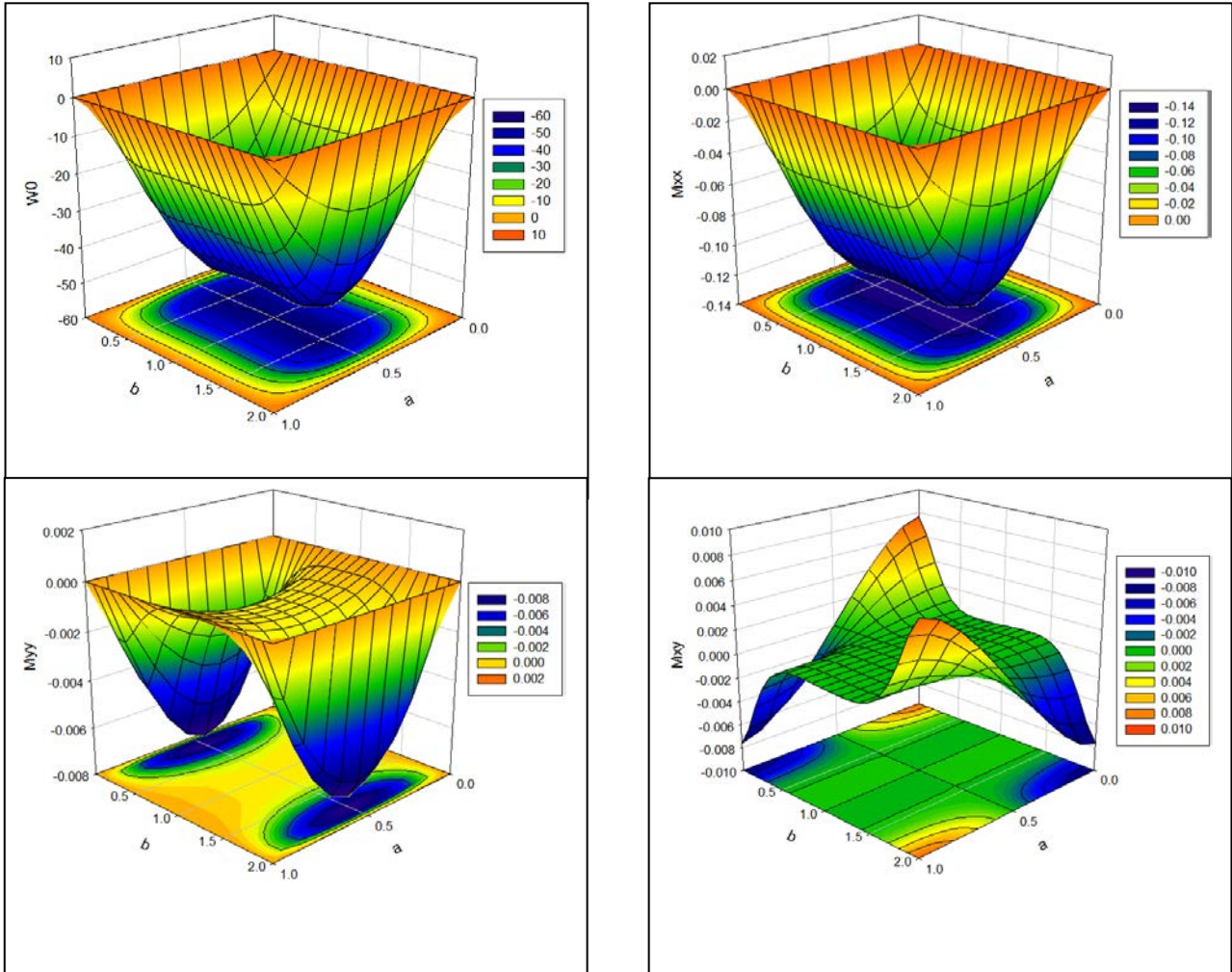
Düzgün yayılı  $P_0 = 1$  yüküyle yüklenmiş bir kenarı diğer kenarının 2 katı olan ortotrop dikdörtgen plak için düşey çökme ve eğilme momenti değerleri hesaplanmıştır. Bu problem doktora tezi çalışmasında Saraçoğlu tarafından sonlu farklar yöntemi kullanılarak analiz edilmiştir (Saraçoğlu, M. H., (2010)). Plakın x yönündeki a boyutu 1 birim, y yönündeki b boyutu 2 birim ve kalınlığı kısa kenar a'nın 1/20 si kadar alınmıştır. Ortotrop malzeme özellikleri  $E_1/E_2 = 25$ ,  $G_{12} = G_{13} = 0,5 E_2$ ,  $G_{23} = 0,2 E_2$  ve  $\nu_{12} = 1/4 = 0,25$  şeklindedir. Ortotrop malzemeye uygun olarak  $\nu_{21} = 1/100 = 0.01$  alınmıştır.

Analiz sonuçlarından plak orta noktasının düşey çökme değeri denklem 11 'deki gibi boyutsuz hale getirilmiştir.

$$\hat{w}(x,y) = w(x,y) \left( \frac{E_2 h^3}{a^4 P} \right) \times 10^2 \quad (11)$$

Geliştirilen bilgisayar programı kullanılarak düzgün yayılı yük etki eden ortotrop dikdörtgen plak problemi için elde edilen orta nokta düşey çökme değeri  $-50,1217$  olarak hesaplanmıştır. Bu değer denklem 11 'de yerine konularak boyutsuz hale getirildiğinde  $-0,626521$  olmaktadır. Bu değer referansta  $-0,626518$  olarak verilmektedir. Hesaplanan boyutsuz çökme değerinin referanstaki çözüm ile  $0,0004788$  farklılık gösterdiği görülmüştür. Pratik olarak bu değerlerin aynı olduğu kabul edilebilir. Hesap sonuçlarına göre en büyük düşey çökme değeri plak orta noktasında değil  $(0,5 ; 0,6)$  ve  $(0,5 ; 1,4)$  noktalarında  $-51,1282$  olarak elde edilmiştir. Bu çalışmada elde edilen plak orta noktası  $M_{xx} - 0,125592$  olarak hesaplanmıştır. Hesap sonuçlarına göre en büyük  $M_{xx}$  momenti değeri plak orta noktasında değil  $(0,5 ; 0,6)$  ve  $(0,5 ; 1,4)$  noktalarında  $-0,128359$  olarak elde edilmiştir. Benzer şekilde hesaplanan  $M_{yy}$  değeri  $-0,00107628$  şeklindedir. Hesap sonuçlarına göre en büyük  $M_{yy}$  momenti değeri plak orta noktasında değil  $(0,5 ; 0,2)$  ve  $(0,5 ; 1,8)$  noktalarında  $-0,00755301$  olarak elde edilmiştir.  $M_{xy}$  moment değeri ise plak orta noktasında 0 olarak hesaplanmıştır. Hesap sonuçlarına göre en büyük  $M_{xy}$  momenti değeri  $(0,0 ; 0,0)$  ve  $(1,0 ; 2,0)$  noktalarında  $0,00761729$  olarak, en küçük  $M_{xy}$  momenti değeri ise  $(1,0 ; 0,0)$  ve  $(0,0 ; 2,0)$  noktalarında  $-0,00761729$  olarak, elde edilmiştir.

Düzgün yayılı yük etki eden ortotrop dikdörtgen plak için orta yüzeydeki tüm noktaların şekil değiştirmesi ve moment değişimleri grafik olarak şekil 5 'te gösterilmiştir.



Şekil 5. Düzgün yayılı yük altındaki ortotrop dikdörtgen plak orta yüzeyinin şekil değiştirme ve Moment grafikleri

#### 4. SONUÇ

Bu çalışmada dört kenarından basit mesnetli ortotrop plakların moment ve şekil değiştirme hesabı C++ dilinde geliştirilen bir bilgisayar programı yardımıyla üç farklı örnek için gerçekleştirilmiştir. Bilgisayar programı, açık kaynak kodlu ücretsiz bir yazılım olan DEV C++ editörü kullanılarak geliştirilmiştir. Ortotrop plağın orta düzleminin şekil değiştirmiş yüzeyi ve moment değerleri çift Fourier serileri kullanılarak modellenmiştir. Elde edilen sonuçlar grafikler şeklinde sunulmuştur.

Plak orta nokta çökme değeri serinin terim sayıları artırılarak elde edilen sonuçlar izlenmiştir. Buradan çözüm için kullanılan serinin hızlı bir şekilde yakınsadığı görülmüştür. Bundan dolayı terim sayısı 30 olarak alınmış ve sonuçlar elde edilmiştir. Elde edilen numerik sonuçlardan plak orta noktasının değeri, referans sonuçları ile mukayese edildiğinde büyük bir uyum içerisinde olduğu görülmüştür.

#### REFERANSLAR

- Timoshenko, S. P., & Woinowsky-Krieger, S. (1959). *Theory of Plates and Shells* (2nd ed.). Singapore, McGraw-Hill.
- Reddy, J.N. (2004). *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells-Theory and Analysis* (2nd ed.). USA, CRC Press.
- Fettahoğlu, A. (2014). Assessment on web slope of trapezoidal rib in orthotropic decks using FEM. *Sigma Journal of Engineering and Natural Sciences*, 32(1), 52-59.
- Civalek, Ö., & Çatal, H.H. (2004). Diferansiyel Quadrature Metodu ile dikdörtgen ve kare plakların statik hesabı. *Dokuz Eylül Üniversitesi Fen ve Mühendislik Dergisi*, 6(1), 115-127.
- Reddy, J. N., & Gera, R. (1979). An Improved Finite-Difference Analysis of Bending of Thin Rectangular Elastic Plates. *Computers and Structures*, 10(3), 431-438. doi: 10.1016/0045-7949(79)90018-X
- Johnson, A. F., & Woolf, A. (1984). Deflection and Stress Analysis of Orthotropic Plates in Flexure. *Computers and Structures*, 18(5), 911-919. doi: 10.1016/0045-7949(84)90036-1
- Saraçoğlu, M. H., Bayer, M. T., & Özçelikörs, Y. (2015). Özel ortotrop tabakalı plakların sonlu farklar yöntemi ile şekil değiştirme analizi. *E-Journal of New World Sciences Academy—Engineering Sciences*, 10(1), 21-33. doi: 10.12739/NWSA.2015.10.1.1A0356
- Liew, K. M., Xiang, Y., & Kitipornchai, S. (1996). Navier's solution for laminated plate buckling with prebuckling in-plane deformation. *International Journal of Solids and Structures*, 33(13), 1921-1937. doi: 10.1016/0020-7683(95)00130-1
- Kheirikhah, M. M., Khalili, S. M. R., & Fard, K. M. (2012). Analytical solution for bending analysis of soft-core composite sandwich plates using improved high-order theory. *Structural Engineering and Mechanics*, 44(1), 15-34. doi: 10.12989/sem.2012.44.1.015
- Sayyad, A. S., Ghugal, Y. M., & Mhaske, A. A. (2015). A four-variable plate theory for thermoelastic bending analysis of laminated composite plates. *Journal of Thermal Stresses*, 38(8), 904-925. doi: 10.1080/01495739.2015.1040310
- Demasi, L. (2010). Three-Dimensional Closed Form Solutions and  $\infty^3$  Theories for Orthotropic Plates. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 17(1), 20-39. doi: 10.1080/15376490802665684
- Kabir, H. R. H. (1996). Bending of a simply supported rectangular plate with arbitrary lamination. *Mechanics of Composite Materials and Structures*, 3(4), 341-358. doi: 10.1080/10759419608945871
- Berktaş, İ. (1992) Plak teorisi ve uygulamaları - küçük sehimli ince plaklar. Yıldız Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü Sayı 237, İstanbul.
- Saraçoğlu, M. H. (2010). Değişken Kesitli Kompozit Çapraz Tabakalı Plakların Sonlu Farklar Metodu ile Gerilme ve Şekil Değiştirme Analizi, Doktora Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir, Türkiye.